

ラーニング・バイ・ドゥーイングを伴う世代 交代モデルにおける景気循環

榊 原 健 一

*本論文は昭和62年12月11日に東京経済研究センターで発表した論文を加筆訂正したものである。前稿にたいして宇沢弘文、楠本捷一朗、国府田桂一、藤野正三郎、矢野誠、吉野直行、渡辺慎一の各氏から有益なコメントを頂いた。記して感謝の意を表する。

1 はじめに

経済変動が生じる主要な原因の一つとして広く信じられているものに技術革新がある。現在までのところ、このことを動学的一般均衡理論の枠組みで定式化した著名なものとして Kydland=Prescott モデルが存在する（モデルに関しては、例えば Lncas [1987] を参照されたい）。このモデルによれば、技術革新は、連続的に発生するランダムな生産性ショックとして説明され、このショックに基づく資本ストックの調整過程によって経済変動を導出している。しかし、資本ストックを考慮する必要のない経済、例えば、非常に原始的な経済あるいは資本の償却が非常に大きな経済においても、人的資本、すなわち労働力に体化された資本は必ず存在しており、この人的資本の調整過程によって技術革新が経済変動をもたらす可能性が存在する。本論文の目的は、物理的な資本ではなく、人的資本の調整によって経済変動が生じることを動学的一般均衡モデルを用いて示すことにある。

示すにあたり、我々は、次の節で、2種類の消費財を含む世代交代モデルに、最も単純な形で Learning by Doing を導入する。（Learning by Doing につ

いては、例えば Arrow [1962] を参照されたい)。すなわち、財は労働によってのみ生産されるものとし、未熟練労働は、時間の経過と共に、自然に熟練労働になるのである。さらに我々は定常的な物理的環境を仮定する。全ての人は同じ自然条件で誕生する。外生的な不確実性は存在しない。このセッティングの下で、我々は技術革新を次の形で導入する。すなわち、突然に新産業が誕生し、このために熟練労働は旧来の産業に集中し、新産業は未熟練労働によってのみ生産が開始される、という状況である。この状況は、技術革新の一つの極端な形であると考えられる。このとき、current old は、2つの産業の一方である旧来の産業に特化している熟練労働者として現れている。

この、初期における一回限りのショックによって、つぎの競争均衡が生まれる。すなわち、相対価格は永遠に上下を繰り返す。そして、人々が現在および将来の労賃を所与として最適な産業を選択した結果、旧産業と新産業の二つの産業の間で人的資本あるいは熟練度の相違による相対的な生産性の変動が生じ、永遠に生産の増減を繰り返すのである。

このモデルで示された経済変動は、第一に、人的資本あるいは熟練が、Learning by doing を通じて形成されるという伝達機構によって生じている。更に、連続的ではなく一回限りの技術革新によっても永続的な変動が起こり得ることを示している。これらの点は Kydland=Prescott モデルで説明されるものとは全く異なる形の経済変動の存在を示唆するものと考えられる。

2 モデル

2. 1. Fundamentals

今、離散時間の OG モデルを考える。経済には2種類の消耗財、 X, Y 、が存在するものとする。 X 産業においては、1単位の未熟練労働によって α 単位の財が産出され、1単位の熟練労働によって β 単位 ($\beta > \alpha$) の財が産出されるものとする。 Y 産業においては、1単位の未熟練労働によって α' 単位の財が産出され、1単位の熟練労働によって β' 単位 ($\beta' > \alpha'$) の財が産出されるものとする。ここで、単純化のために、 $\alpha = \alpha'$ および $\beta = \beta'$ を仮定する。いま、経

済の始まり ($t=1$) には N 人の old があり, 各 t 期 ($t \geq 1$) には, 2 期間生存する人 (t 世代) が N 人誕生すると仮定する. t 世代の各人 h ($h=1, 2, \dots, N$) は, 若いときと old のときに, それぞれ, W 単位の労働時間が初期保有量として与えられる. t 世代 ($t \geq 1$) の各人は, young のときに X 産業かあるいは Y 産業のどちらか一方を選択し, 未熟練労働者として労働に従事する. 次に, 第2期めの人生, すなわち old になったとき, 彼は再び X 産業か Y 産業を選択する. このとき, もしも彼が young のときに選択した産業と同じ産業を選択すれば, 彼は熟練労働者として労働に従事する. そして異なる産業を選択すれば, 彼は未熟練労働者となるのである. 例えば, ある人が X 産業の未熟練労働者として 1 単位労働すれば α 単位の X 財を産出するのである. そして, 年をとって再び X 産業に従事すると彼は熟練労働者となって, 1 単位の労働当り β 単位の X 財を生産する. しかし, 年とって Y 産業に替わってしまえば, 彼は未熟練労働者として, 労働 1 単位当り α 単位の Y 財しか生産できないのである. 0 世代については, 彼らは全て, young のときに X 産業に従事していたものと仮定する. ここで, t 世代 ($t \geq 1$) の各人は, 次の効用関数 $u: R_+^4 \rightarrow R$ を持つものと仮定する.

$$u(c_{Xt}^h(t), c_{Yt}^h(t), c_{Xt}^h(t+1), c_{Yt}^h(t+1)) = \ln c_{Xt}^h(t) + \ln c_{Yt}^h(t) \\ + \phi [\ln c_{Xt}^h(t+1) + \ln c_{Yt}^h(t+1)]$$

ここで, $c_{Xt}^h(s), c_{Yt}^h(s)$ は, それぞれ, t 世代の h 番目の人による, s 期の X 財と Y 財の消費量であり, $\phi < \alpha/\beta$ である. 0 世代については, W 単位の労働時間と $\ln c_{X0}^h(1) + \ln c_{Y0}^h(1)$ で表される効用関数を持つと仮定する.

2. 2. Market

t 期 ($t \geq 1$) において, X 財, Y 財およびローン市場が存在する. いま, X 財の価格をニューメレールとし, t 期における Y 財の価格を $p(t)$ とすれば t 世代の h 番目の人は,

$$c_{Xt}^h(t) + p(t)c_{Yt}^h(t) + 1_t^h(t) \leq W_t^h(t) \\ c_{Xt}^h(t+1) + p(t+1)c_{Yt}^h(t+1) \leq W_t^h(t+1) + r(t)1_t^h(t)$$

あるいは, 同じことであるが,

$$c_{xt}^h(t) + p(t)c_{yt}^h(t) + [1/r(t)][c_{xt}^h(t+1) + p(t+1)c_{yt}^h(t+1)] \\ \leq W_t^h(t) + [1/r(t)]W_t^h(t+1)$$

という予算制約の下で効用を最大化する。ここで、 $1_t^h(t)$ は h による t 期のローン供給量、 $r(t)$ は t 期における実質利子率 (t 期の X 財 1 単位当りの $t+1$ 期の X 財の量) である。また、 $W_t^h(t)$, $W_t^h(t+1)$ は、それぞれ、young のときと old のときの労働収入であり、これらの値は彼の産業選択に依存する。

人々の産業選択は、予算制約から明らかに、選択の結果得られる生涯所得に依存する。いま、 t 世代の h 番目の人が選択する産業を考えてみると、4 つの場合がある。すなわち、 $a: X \rightarrow Y$ $b: X \rightarrow Y$ $c: Y \rightarrow X$ $d: Y \rightarrow Y$ である。選択の結果が (a) であれば、young のときに X 財を $W\alpha$ 単位、old のときに X 財を $W\beta$ 単位、生産することになる。(b) であれば、 X 財を $W\alpha$ 単位、 Y 財を $W\alpha$ 単位、(c) であれば、 Y 財を $W\alpha$ 単位、 X 財を $W\alpha$ 単位、(d) であれば、 Y 財を $W\alpha$ 単位、 Y 財を $W\beta$ 単位、それぞれ、young のときと old のときに生産することになる。ここで、表現上の簡略化のために、彼の生産計画をベクトル、 $\theta_t^h \in R^4$ で表すことにする。(a) から (d) の選択では θ_t^h は、それぞれ、

$$a: \quad \theta_t^h = (W\alpha, 0, W\beta, 0)$$

$$b: \quad \theta_t^h = (W\alpha, 0, 0, W\alpha)$$

$$c: \quad \theta_t^h = (0, W\alpha, W\alpha, 0)$$

$$d: \quad \theta_t^h = (0, W\alpha, 0, W\beta)$$

と表される。このとき彼の生涯所得の現在価値、 $W_t^h(t) + [1/r(t)]W_t^h(t+1)$ は $\theta_t^h \cdot (1, p(t), 1/r(t), [1/r(t)]p(t+1))$ によって与えられ、それぞれ

$$a: \quad W\alpha + [1/r(t)]W\beta$$

$$b: \quad W\alpha + [1/r(t)]p(t+1)W\alpha$$

$$c: \quad Wp(t)\alpha + [1/r(t)]W\alpha$$

$$d: \quad Wp(t)\alpha + [1/r(t)]Wp(t+1)\beta$$

となる。彼は、(a) から (d) のなかで一番大きな所得が得られる産業選択を行うことになる。

ところで、 t 期における X 財の総供給、 X_t 、および Y 財の総供給、 Y_t 、は、

$$\begin{aligned} X_t &= \sum \theta_t^{h*}(1, 0, 0, 0) \\ &\quad + \sum \theta_{t-1}^{h*}(0, 0, 1, 0) \\ Y_t &= \sum \theta_t^{h*}(0, 1, 0, 0) \\ &\quad + \sum \theta_{t-1}^{h*}(0, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

と表される。 X 財および Y 財の t 期における総需要は、それぞれ、 $\sum c_{Xt}^{h*}(t) + \sum c_{Xt-1}^{h*}(t)$ 、 $\sum c_{Yt}^{h*}(t) + \sum c_{Yt-1}^{h*}(t)$ 、であるから、 t 期におけるこれらの財の市場均衡条件は

$$\begin{aligned} X_t &= \sum c_{Xt}^{h*}(t) + \sum c_{Xt-1}^{h*}(t) \\ Y_t &= \sum c_{Yt}^{h*}(t) + \sum c_{Yt-1}^{h*}(t) \end{aligned}$$

となる。ローン市場については、

$$\sum 1_t^{h*}(t) = 0$$

が均衡条件となる。ここで“*”は効用最大化問題の解を表す。

〈定義〉この経済における競争均衡とは、次の条件をみたす $\{(p(t), r(t))\}_{t=1}^{\infty}$ 、および、 $\{(c_{Xt}^{h*}(t), c_{Yt}^{h*}(t), 1_t^{h*}(t), c_{Xt-1}^{h*}(t), c_{Yt-1}^{h*}(t), \theta_t^{h*})\}_{t=1}^{\infty}$ である。

(i) すべての $t(t \geq 1)$ について、 $\{p(t), r(t)\}$ が与えられたとき $(c_{Xt}^{h*}(t), c_{Yt}^{h*}(t), 1_t^{h*}(t), c_{Xt}^{h*}(t+1), c_{Yt}^{h*}(t+1), \theta_t^{h*})$ が t 世代の h 番目の人の効用最大化問題を解く。

(ii) $(c_{X0}^{h*}(1), c_{Y0}^{h*}(1), \theta_0^{h*})$ が、0 世代の h 番目の人の効用最大化問題を解く。

(iii) すべての $t(t \geq 1)$ について、

$$\begin{aligned} X_t &= \sum c_{Xt}^{h*}(t) + \sum c_{Xt-1}^{h*}(t) \\ Y_t &= \sum c_{Yt}^{h*}(t) + \sum c_{Yt-1}^{h*}(t) \\ \sum 1_t^{h*}(t) &= 0 \end{aligned}$$

が成り立つ。

〈命題〉以下で与えられる競争均衡が存在する。

$$(p(t), r(t)) = \begin{cases} (\beta/\alpha, \alpha/(\phi\beta)) & t \text{ が奇数のとき} \\ (\alpha/\beta, \beta/(\phi\alpha)) & t \text{ が偶数のとき} \end{cases}$$

および, すべての h について

$$(e_{xt}^{h*}(t), e_{yt}^{h*}(t), e_{xt-1}^{h*}(t), e_{yt-1}^{h*}(t), \phi_u^{h*}) = \begin{cases} (\beta W/2, \alpha W/2, \beta W/2, \alpha W/2, (0, W\alpha, 0, W\beta)) & t \text{ が奇数のとき} \\ (\alpha W/2, \beta W/2, \alpha W/2, \beta W/2, (W\alpha, 0, W\beta, 0)) & t \text{ が偶数のとき} \end{cases}$$

〈証明〉補論を参照せよ。

命題で与えられた均衡は, 世代によって, 選択する産業が交互に替わる。偶数世代 ($t=2, 4, \dots$) は X 産業を選び, 奇数世代 ($t=1, 3, 5, \dots$) は Y 産業を選択する。したがって, 2 財の生産量は各期ごとに上下に変動することになる。価格および利子率についても上下に変動する。この経済では $p(t)$ がコンスタントであるような定常均衡は存在しない。したがって, この均衡が, 最短の労働循環を示す均衡である。

また, ここで行われた分析には多くの単純化がなされている。まず効用関数におけるそれであるが, このモデルでは, 労働は効用関数に入っていない。人々は, 保有する全ての労働を, 非弾力的に供給するのである。モデルに労働の不効用を導入したとしても結論が大きく変わることはないであろう。

第二に, このモデルには貨幣が入っていないことである。貨幣をモデルにどのような形で導入するかによっては, ここで述べた命題が成立しない可能性も出てくるものと思われる。また, 貨幣が存在しないために総産出量が求められない。このため, 命題の均衡では, 総産出量の変動と相対価格の変動は, X 財を単位にしたときも Y 財を単位にしたときもフィリップス曲線と類似の相関を示すものの, 両者は時間に関して逆の関係を示してしまう。

最後に, ϕ が α/β よりも大きいときには, ここで与えられた均衡は存在しない。このような場合には, 価格調整メカニズムによる市場ではなく, 例えば数量調整メカニズムによる市場が存在する可能性も否定できないであろう。

参考文献

- Arrow, Kenneth J., "The Economic Implications of Learning by Doing", *Review of Economic Studies* XXIV (June 1962) 155—173.
- Lucas, Robert E. Jr., *Models of Business Cycles*, New York, Basil Blackwell, 1987.

〈補論〉

命題の証明

始めに、第 t 世代 ($t \geq 0$) の行動を考えることにする。まず、 t が奇数のとき、第 t 世代が直面している相対価格は、young のとき β/α であり、old のとき α/β である。また、利子率は $\alpha/(\phi\beta) > 1$ である。したがって、彼（あるいは彼女）の生涯所得は、 $d: Y \rightarrow Y$ という産業選択をしたときに最大になることが簡単に示される。このとき彼（あるいは彼女）の所得は young のときに β , old のときに α となる。さらに、この価格および利子率のもとでの各財の需要は $(c_{xt}^{h^*}(t), c_{xt}^{h^*}(t), c_{xt+1}^{h^*}(t+1), c_{yt+1}^{h^*}(t+1)) = (\beta W/2, \alpha W/2, \alpha W/2, \beta W/2)$ となる。なお、このときの貯蓄は 0 である。

t が偶数のとき、相対価格は、young のとき β/α であり、old のとき α/β である。そして利子率が $\beta/(\phi\alpha) < 1$ であることから、 $a: X \rightarrow X$ という職業選択のときに最大になることが示される。所得は young のときに α , old のときに β となる。各財の需要は $(c_{xt}^{h^*}(t), c_{xt}^{h^*}(t), c_{xt+1}^{h^*}(t+1), c_{yt+1}^{h^*}(t+1)) = (\alpha W/2, \beta W/2, \beta W/2, \alpha W/2)$ で与えられ、貯蓄は 0 である。

以上の値が 3 市場の cleaning condition を満たすことは簡単な計算によって示される。

証明終わり

(埼玉大学助教授)