

パレート最適再分配

——効用の相互依存と政府——

今 泉 佳 久

はじめに

財政の主要な機能の一つとして、所得再分配機能を挙げることができる。そして、その機能の主要な部分を担うのが累進所得税であることは良く知られている。

しかしながら、所得再分配についての研究は、経済学他の分野と比較して、遅れていると言わざるをえない。しかし最近、実証的、理論的研究がようやく盛んになりつつある。

本稿では、それらのうち、所得再分配の理論的な研究の中から、効用の相互依存によるアプローチをとりあげ、そして、この分野における最近の理論的成果を概観

し、あわせて、その中で政府がどのような位置づけを与えられているか、を見ることにする。出発点として、ホッチマンとロジャーズ (H. M. Hochman and J. D. Rodgers) の一九六九年の有名な論文「パレート最適再分配」をとりあげる。(パレート最適再分配の分野全体については、次の論文を参照されたい。G. Brennan, "Pareto-Optimal Redistribution: A Perspective," *Finanzarchiv*, Band 33, Heft 2, 1975.)

A 正の相互依存

一 ホッチマンとロジャーズ

本節では、ホッチマンとロジャーズの有名な研究を紹

介する。

所得の異なる二人の個人 M 、 J を想定する。効用関数は、それぞれ、

$$(1) U_M = f_M(Y_M, Y_J)$$

$$(2) U_J = f_J(Y_M, Y_J)$$

である。ここで、 U : 効用、 Y : 所得である。両者の所得の大小関係は、 $Y_M < Y_J$ と仮定する。

表-1 効用相互依存パターン

	$\partial U_J / \partial Y_M$			
	> 0	$= 0$	< 0	
$\partial U_M / \partial Y_J$	> 0	I	II	III
	$= 0$	IV	V	VI
	< 0	VII	VIII	IX

出所：文献 [1]、表-1

両者の効用が相互に依存するパターンの中では、表1で示される。現実的な再分配と斉合する効用の相互依存パターンを選別するために、次のような仮定及び制約をおく。(a) M と J の自己の消費についての所得の限界効用は正である。(すなわち $\partial U_M / \partial Y_M$ 、

われることになる。また、移転によって所得の大小関係が逆転することがないとすれば、移転額は $(Y_M - Y_J)/2$ より小である。

これらの前提条件によって、表1の I ~ IX について、次のことが明らかである。

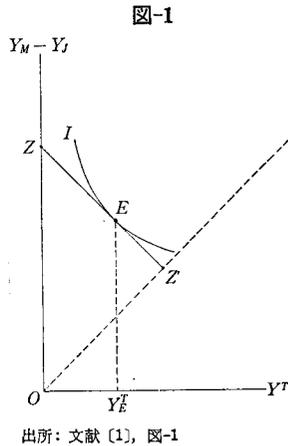
ケース IV、VII については、移転支出がバレート最適であるためには、 J から M への移転が必要で、これは (c) に反する。ケース V、VI、VIII、IX については、(c) による M から J への移転支出は、必ず M の効用を悪化させ、(b) に反する。したがって、IV ~ IX が排除され、I ~ III が残る。

ケース II、III については、 M から J への移転支出は常に J の効用を高めるから、(b) が成立するためには、 M の選好だけが考慮されればよい。他方、ケース I では、 M から J への移転支出は常に J の効用を高めるとはかぎらない。すなわち、 Y_M の減少は U_J の減少を意味する。しかしながら、 J の消費の限界効用 $(\partial U_J / \partial Y_J)$ は、 M の所得減少による外部不経済 $(\partial U_J / \partial Y_M)$ よりも大きいだろうから、 M から J への移転支出は常に J の効用を高めると考えることができる。したがって、(b) が成立するために

$$\partial U_J / \partial Y_J > 0$$

(b) 移転支出は全てバレート最適である。

(c) 全ての移転支出は高所得者から低所得者へ行なわれる。 $Y_M < Y_J$ と仮定したから、 M から J へ移転支出が行な



出所：文献〔1〕、図-1

は、 M の選好だけが考慮されればよい。

以上から、効用の相互依存パターンのうち、ケースⅠ、Ⅱ、Ⅲのどれが仮定されてもよいことになる。ケースⅠ、Ⅱ、Ⅲのいずれにおいても、消費者主権が与えられると、パレート最適の移転支出は M の選好によって決定されるのである。

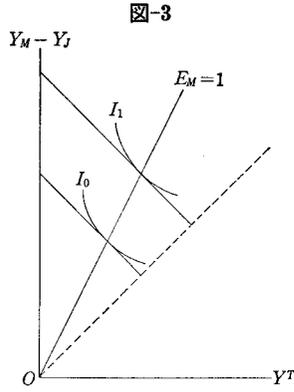
さて、次に、 M から J への移転支出の大きさを決定する。ここで、再分配前の効用及び所得を、 U_M^0 、 U_J^0 、 Y_M^0 、 Y_J^0 で表わすことにする。移転支出額 Y^T は、再分配前の所得水準ではなく、所得格差 $(Y_M^0 - Y_J^0 - Y^T)$ に依存すると仮定する。図1は、この関係を明らかにしたものである。図1の縦軸は所得格差を、横軸は移転支出額をそれぞれ

測定する。原点 O は Y_M^0 と Y_J^0 とが等しい状態を示している。 M が自分の所得を J の所得増加に交換しうる予算線は ZZ' で示される。 ZZ' の傾きはマイナス四五度であるが、それは、 Y_M^0 の減少分と Y^T とが等しいからである。 I は $(Y_M^0 - Y_J^0)$ と Y^T に関する M の無差別曲線の一つである。 $\partial U_M / \partial Y_J < 0$ であるから、この無差別曲線の傾きはマイナスである。無差別曲線 I と ZZ' との接点 E で M は均衡に達し、点 E はパレート最適点である。このとき、移転支出額は Y_E^T である。

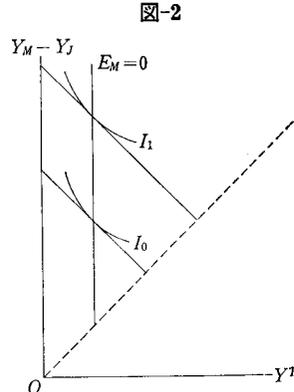
以上のように Y_E^T が決定されたから、次の問題は、これが $(Y_M^0 - Y_J^0)$ の変化によって、どのように変化するかを決定することである。

再分配前の所得格差 $(Y_M^0 - Y_J^0)$ が変化することによって、予算線 ZZ' は平行移動する。予算線のシフトにより、 M のパレート最適均衡点もシフトし、均衡点の軌跡ができる。この軌跡の弾力性 E_M を M の移転支出弾力性と名付ける。移転支出額 Y^T が所得格差の変化と共にどのように変化するか、ということは、 E_M の値によって決められる。たとえば、 E_M がゼロであるならば、所得格差の変化によらず、一定額の移転支出がパレート最適であり、

自発的再分配の可能性が尽きたと仮定する。したがって、政府の課税・移転システムによって再分配が行われ、「ただのり」は排除される。課税・移転システムによる再分配は、当初の所得の大小関係を変えないと仮定され



出所: 文献 [1], 図-3



出所: 文献 [1], 図-2

これは図2に示される。また、 E_M が一定あるならば、最適移転支出額は所得格差に比例して変化し、図3に示されるようになる。次に、これまでの二人ケースの議論を N 人ケースに拡大する。 N 人ケースでは、

したがって、最高所得者と最低所得者を除く全ての人が再分配税を支払い、かつ、再分配給付を受給する、ということになる。当初所得が自分と異なる全ての人々との間の二人一組の関係を想定する。この各ペアそれぞれのパレート最適移転支出額は、(自分と相手の) E_M の値と所得格差とに

表-2 バレート最適移転構造 ($E_M=0$, 定額給付=1)

所得	人員	税額支払	移転受給	パレート最適純受給額	限界税率	平均税率
10	1	—	4	+4	—	—
20	1	1	3	+2	10%	5.0%
30	1	2	2	0	10	6.7
40	1	3	1	-2	10	7.5
50	1	4	—	-4	10	8.0

出所: 文献 [1], 表-3.

る。さらに、各人が同一の嗜好を持ち、所得の等しい人々は全て同じ消費パターンを示すこと、課税によって、労働供給あるいは余暇需要が変化しないこと、が仮定される。各人は次のように行動すると仮定する。
 (1) 自分より所得の低い者に移転支出を与える。
 (2) 自分より所得の高い者から移転支出を受給す

よって決まる。また、所得スケールでの自分の位置が、移転支出を与える人数と、移転支出を受給する人数とを決める。したがって、 N 人モデルでは、パレート最適移転の構造は E_M と所得分布の形状との両者に依存して決定される。たとえば、仮説的分布について、 E_M がゼロの場合のパレート最適移転の構造を計算してみると、表2が得られる。

以上のような分析にもとづき、一九六〇年のアメリカの所得再分配構造について、いくつかの興味ある結論を導き出しているが、本稿では触れないことにする。

二 N 人ケースの一般的分析

ホッチマンとロジャーズの分析は、理論と実証とを結びつけた、すぐれた論文であると言える。しかしながら、一つの欠点を指摘することができる。それは N 人ケースの取り扱い方である。 N 人ケースについてのホッチマンとロジャーズの分析は、再分配前の所得が異なる二人一組のペアを考え、各ペアについての二人ケースでの分析を、いわば、集計したものであると言えよう。これは、実証分析へ結びつけるための、一種の便法であるのかも知れない。しかしながら、効用関数 U_M の独立変数で

ある Y_j は、特定の M だけでなく、他の M からの移転によっても増加する。言いかえれば、特定の M から特定の J への移転が、他の M にも便益を生ずることが考えられる。とすれば、ホッチマンとロジャーズは、 N 人ケースで(移転費用を負担する)高所得者がどのような行動をとるか、ということ进行分析したのではないと言わざるを得ない。

これと関連することであるが、 N 人ケースでの再分配が、個人の自発性ではなく、政府の強制によらなければならぬことについて、ホッチマンとロジャーズは明示的な論拠を示していない。「 N 人ケースでは、民間の慈善事業を通じる自発的再分配の可能性が尽きたと仮定⁽²⁾」することによって、政府の再分配活動に焦点を合わせるのである。

N 人ケースでの高所得者の行動を分析し、かつ、再分配が政府の手によらなければならない必要性を明らかにするために、ゴールドファーブ(R. S. Goldfarb)の分析を利用しよう。

N 人のうち K 人が貧困者である社会を想定する。(A) K 人の高所得者それぞれは、自分自身の所得増加と、

(111) バレート最適再分配

貧困者の所得増加を評価する効用関数を持つ。

$$(3) U_{M_i} = f(Y_{M_i}, Y_1, Y_2, \dots, Y_K)$$

ここで、 M_i …高所得者、 Y_1, Y_2, \dots, Y_K …貧困者の所得である。また、一階の偏導関数は正である。

政府が全ての高所得者に定額課税（たとえば、一ドル）を行ない、その収入は貧困者に平等に分配されるとする。このとき、 M_i の効用増加は、

$$(4) \left(\frac{N-1}{K} \right) \sum_{j=1}^K \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_j} \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_{M_i}} \quad \text{④}$$

民間の慈善事業を通じて、 M_i が自発的に貧困者に一ドル与える（全く同様に分配される）とすれば、 M_i の効用増加は、

$$(5) \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_j} \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_{M_i}} \quad \text{⑤}$$

(4)式と(5)式とを比較すれば、 $N < K+1$ （高所得者が二人以上）のとき、(4)式は(5)式より大である。したがって、他の高所得者も民間の慈善事業を通じて貧困者に自発的に再分配することを M_i が知らないとき、政府による再分配

はバレート最適であり、政府の課税・移転計画が選択されよう。

他の高所得者全てが自発的に再分配することが M_i にわかるとすれば、このときの M_i の効用増加は(4)式で表される。したがって、自発的再分配と政府による再分配とは、 M_i にとって、全く無差別である。ところで、 M_i は、自分だけが自発的再分配をしないことによって、さらに効用を高めることができる。このとき、 M_i の効用増加は、

$$(6) \left(\frac{N-1}{K} \right) \sum_{j=1}^K \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_j} - \left(\frac{N-1}{K} \right) \sum_{j=1}^K \frac{\partial U_{M_i}}{\partial Y_j} \quad \text{⑥}$$

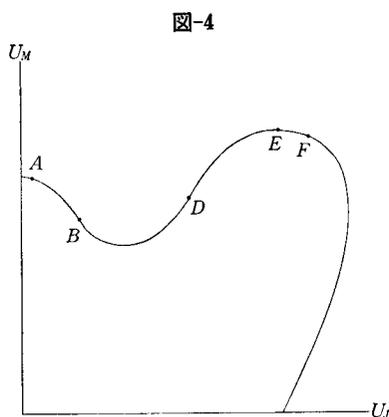
である。(6)式の右辺は N が十分大きいときの近似値である。(6)式の右辺は明らかに(4)式より大である。したがって、 N が十分大きいとき、 M_i はこの「ただのり」を選択するかもしれない。ところが、この「ただのり」を選択する事情は、他の高所得者についても同様である。だから、 M_i だけが「ただのり」をするということは考えられない。他の高所得者も、同様に、「ただのり」を愛好するであろう。したがって、自発的な再分配は生じないであろう。

以上から、高所得者間で相互に行動がわからないとき、

政府による再分配がパレート最適であり、相互に行動が明らかとなるときは、「ただのり」が選好されて、自発的再分配が全く行なわれないうから、政府による再分配が必要であるということになる。したがって、いずれの場合にも、政府による再分配が望ましいということになる。

三 厚生フロンティアによる分析

これまでの、第一、二節の分析は、個人の効用函数による分析であった。本節では、ポランスキー (Polinsky) に依拠して、厚生フロンティアを用いた分析を行なう。



出所：文献〔9〕、図-1~5

厚生フロンティアを用いたパレート最適再分配の分析について、ホッチマンとロジャーズは次のよ

うに解釈していた。

「提示された問題を検討する代替的方法是、効用可能性函数によるものである。外部経済の存在は、この函数に右上りの部分を持たせる。ここでは、パレートの意味で効率的ではありえない。我々が分析する問題は、再分配移転によって、そのような非効率な点から、函数がもはや右上りでない点への移動の問題である」。

以上のようなホッチマンとロジャーズの解釈は、図4のような厚生フロンティアを考えると、点Dから点Eへの移動を意味する。このような動きによる再分配を「限界的」パレート最適再分配と名づけることができる。そして、図4のような厚生フロンティアのとき、限界的パレート最適再分配の他に、「非限界的」パレート最適再分配を考えなければならない。たとえば、図4の点Bのようなフロンティア上の位置に両者の厚生があるとして、このとき、MからJへの、ごくわずかな額の（限界的）移転では、Jの厚生は上昇するが、Mの厚生は低下する。これに対し、十分な額の（非限界的）移転によって、図4の点E、あるいは、点Fに移動することができ、このとき、両者の厚生は共に改善され、移転はパレ

ト最適である。

非限界的再分配がバレト最適である事情は、次の二通りの方法で説明することができる。

①厚生フロンティア上の点A、あるいはその近傍のコナーから出発する。わずかな（生存するのに不十分な程度の）移転がなされた時、Jは生存できない。まして、生産活動に貢献することはできない。しかしながら、移転が最低生存水準を越えるやいなや、Jが生産活動に参加し、生産フロンティアをシフトさせ、両者の厚生が高まる。これは、移転が生産フロンティアに影響を与えなくなるまで続く。したがって、限界的再分配は無駄になるが、非限界的再分配は、ある点まで、両者に便益をもたらす。

②図4の点Bから出発する。MがJに、たとえば一ドルといった、わずかな移転を行なうと、Jは（酒を飲むなど）それを（Mからすれば）浪費する。Jの厚生は上昇するが、Mの厚生は低下する。しかしながら、MがJに多額の移転をすれば、Jが、それによって、社会の立派な構成員となることができる。そのことはMにとって喜ばしいことであり、したがって、両者の厚

生は共に上昇する。限界を越える再分配はバレト最適である。

さて、ホッチマンとロジャーズの分析では、二人ケースでのバレト最適達成に問題はなかった。効用の相互依存により、Mは自発的にJに移転支出を行ない、両者の効用は上昇する。

N人ケースでは、自発的なバレト最適再分配は生じないであろうことが示された。

非限界的バレト最適再分配が導入されると、二人ケースでさえ、自発的再分配が生じないことがある。

Mは限界で行動する、すなわち、自分の近傍のことしかわからないと仮定しよう。さらに、Mは図4の点Bのような位置にいるとする。Mには、限界を越えたところからバレト最適点があることがわからない。そして、わずかな（限界的）移転ではMの効用は低下する。限界的移転からMは利益を得られないから、Mは点Bから自発的には移動しない。したがって、二人ケースでも、自発的再分配は生じない。

このように、Mが自分の近傍のことしかわからない、すなわち、近視であるならば、二人ケースでも、バレ

ト最適な行動をとるように強制する政府の存在は、 M にとっても、 J にとっても、望ましいことになる。

N 人ケースでは、近視の問題と「ただのり」の問題とがからみ合う。高所得者である M_i たちが近視であれば、限界のかなたにパレート最適点があることがわからず、限界的な移転から利益を得られないことから、自発的移転は行なわれない。このとき、 M_i たちのうち、だれも限界的移転から利益を得られないから、「ただのり」の問題は生じない。しかし、 M_i たちが近視ではなく、限界のかなたにパレート最適点があることを知っているとするれば、「ただのり」の問題が生じ、それによって、自発的移転は生じなくなる。

以上のように、 N 人ケースでは、高所得者である M_i たちが近視であろうとなかろうと、自発的移転は生じない。したがって、政府の課税・移転プログラムによる強制的再分配だけがパレート最適を達成しうることになる。

B 負の相互依存

ゴールドファープの分析を利用した議論において、政府による再分配がパレート最適であるためには、高所得

者全てが(3)式の効用函数を持つことが必要である。(3)式の効用函数では、貧困者の所得増加が高所得者の効用増加をもたらしことが仮定された。このことは、高所得者が慈善もしくは博愛によって動機づけされることを示す。この、一見もっともな仮定が、現実世界においても妥当なものであるかどうか、が問題になる。

少なくとも一人の高所得者が(3)式のような効用函数を持たないとすれば、再分配プログラムは、もはや、パレート最適ではありえない。再分配は、その高所得者の厚生を悪化させ、パレート基準に合格できないのである。したがって、再分配がパレートの意味で望ましいものであるためには、全ての高所得者が慈善もしくは博愛によって動機づけされなければならない。

この、「全ての高所得者は、慈善もしくは博愛によって動機づけされる」という仮定を取り去っても、なお、再分配がパレート基準に適合するかどうかについては、ブレナン (Geoffrey Brennan) の研究がある。以下、それにもとづいて、議論を進める。

ブレナンは、博愛と正反対の動機、すなわち、ねたみないし敵意によって人間を動機づけた世界における再分

配が、バレートの意味で望ましいかどうかを分析する。

ねたみ、ないし、敵意で人間が動機づけられるということは、次のような意味を持つ。二人社会で言えば、互いに相手に損失を与えることによる効用が、自分の受ける損失の不効用を超えることとすれば、この、互いに損失を与えるという自発的交換が、両者の厚生を高める。すなわち、バレートの意味で望ましい「取り引き」であるということになる。そして、所得格差の違いを対立の強さの違いに反映させ、損失を全て金銭上の損失という形にすることによって、バレートの意味で望ましい再分配が存在しうることになる。

次のようなモデルを考える。所得 Y_A, Y_B, Y_C である A, B, C 三人がいる。当初、 Y_A^0, Y_B^0, Y_C^0 の値をとり、 Y_A^0 と Y_B^0 とはほぼ等しく、 Y_C^0 はかなり小さい。各人は次のような同一の効用函数を与えられている。

$$(7) U_i = u(Y_A, Y_B, Y_C)$$

この効用函数は、以下の性質を持つ。

$$(8) \frac{\partial U_i}{\partial Y_i} > 0$$

$$(9) \frac{\partial U_i}{\partial Y_j} \frac{\partial U_i}{\partial Y_k} \leq 0$$

$$(10) \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y_j^2} < 0$$

$$(11) \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y_k^2} < 0$$

$$(12) \frac{\partial^2 U_i}{\partial Y_j \partial Y_k} < 0$$

(9)、(10)が敵意、ねたみを表わしている。

はじめに、 Y_A, Y_B に対する A, B の選好に焦点を合わせる。効用函数は、

$$\begin{cases} U_A = u(Y_A, Y_B) \\ U_B = u(Y_A, Y_B) \end{cases}$$

である。(8)~(12)の制約に従って、これら二式を图示したものが、図5である。次のことが明らかとなる。

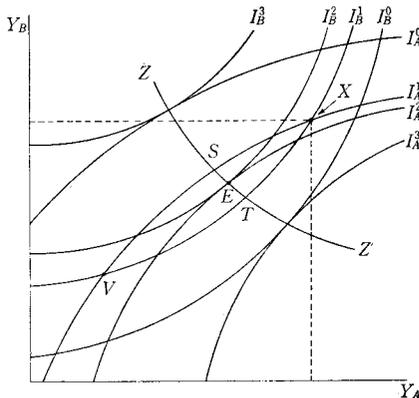
(a) 全ての無差別曲線の傾きは正である。(8)

(b) 原点から水平(垂直)方向に遠ざかるにつれ、無差別曲線は $A(B)$ について、より高い効用水準を示す。

(c) Y_A と Y_B が増加するにつれ、 $A(B)$ の無差別曲線の傾きは小さく(大きく)なる。(8)

(d) $A(B)$ について、 $A(B)$ の所得を一定とする時、

図-5



B (A) の所得が増加するにつれ、無差別曲線の傾きは小さく(大きく)なる。⁽⁹⁾これは、所与の貨幣価値の損失を相手に与えるためには、相手の所得が増加するにつれて、より大きな損失をこうむる覚悟が自分にあることを意味する。

(e) A (B) について、 B (A) の所得を一定とする時、 A (B) の所得が増加するにつれ、無差別曲線の傾きは小さく(大きく)なる。⁽¹⁰⁾これは、所与の貨幣価値の損失を相手に与えるためには、自分の所得が増加する

につれて、より大きな損失をこうむる覚悟が自分にあることを意味する。

図の ZZ' は両者の無差別曲線の接点の軌跡である。 Z の右上の領域では、相手に損失を与えるためには、自分が損失を受ける覚悟が両者にある。すなわち、 ZZ' 上のある点までは、互いに相手の所得を減らすことによって、両者の厚生が高まりうる。したがって、当初の位置 X から、(ZZ' 上の) ST 上のある点、たとえば点 E へのシフトは、 A 、 B 両者をより高い水準の無差別曲線へ移動させ、パレートの意味で望ましい「取り引き」であることになる。

ところで、相手に損失を与える「取り引き」が、歯止めのきかない性質のものであるとすれば、点 X から、 ST を越えて、たとえば、点 V にまでシフトしてしまうことになる。したがって、点 X からのシフトが ST 上で止まるように、何らかの歯止め、あるいはルールを与えることが必要となる。この ST から左下へのシフトを防ぐことは、政府の役割であると考えることができよう。

次に、三人の社会を考察する。第一段階として、

(117) バレート最適再分配

$$\frac{\partial U_A}{\partial Y_C} = \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} = 0$$

であると仮定する。すなわち、A、BはCに対してねたみないし敵意を持たないと仮定する。この条件が成立するとき、A、Bは、自分たちの所得の損失分が社会から消え去ってしまうこと（所得破壊）と損失分がCへ再分配されることが無差別である。他方、Cは再分配を好する。したがって、A、BからCへの再分配はバレート最適である。

第二段階として、A、Bは、Cが貧困であるにもかかわらず、Cに対し敵意ないしねたみを持つと仮定する。すなわち、

$$\frac{\partial U_A}{\partial Y_C} < 0, \quad \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} < 0$$

であり、このモデルでは最も一般的なケースである。

市場メカニズムが有効に作用するとすれば、A、BはCに都合の良い再分配よりも、所得破壊（前述）を選択する。ここで、何らかの手段によって、所得破壊を禁止する（すなわち、 $Y_A + Y_B + Y_C = \text{一定}$ ）という制約を与える（ならば、A、BからCへの再分配は全ての人の厚生

を高めることができる。ここでは、所得の和が一定であるという制約に加えて、B（A）の厚生が一定であると仮定して、A（B）の厚生を極大にすることによって、最適条件を得ることができる。次式が最適条件である。⁽¹³⁾

$$(13) \quad \left[\frac{\partial U_A}{\partial Y_B} \quad \frac{\partial U_A}{\partial Y_C} \right] \left[\frac{\partial U_B}{\partial Y_A} \quad \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} \right] =$$

$$\left[\frac{\partial U_A}{\partial Y_A} \quad \frac{\partial U_A}{\partial Y_C} \right] \left[\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} \quad \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} \right]$$

当初の分配状況では、(13)式の各要素は、次のような値をとる。

(イ) $\frac{\partial U_A}{\partial Y_B}$, $\frac{\partial U_B}{\partial Y_A}$ は負で

(ロ) $\frac{\partial U_A}{\partial Y_A}$, $\frac{\partial U_B}{\partial Y_B}$ は正で

(ハ) $\frac{\partial U_A}{\partial Y_C}$, $\frac{\partial U_B}{\partial Y_C}$ は負で

したがって、当初の分配状況では、(13)式の両辺は正であるが、左辺は大、右辺は小である。等号を成立させるためには、A、BからCへ所得を移転させればよい。したがって、高所得者から低所得者への移転がバレート最適である。

このケースで、バレート最適再分配が存在することは、 $Y_A + Y_B + Y_C = \text{一定}$ という制約によって可能となってい

る。この制約が個人間の合意によって成立するものではないことは明らかであろう。そのような制約を課すものが政府であると考えるならば、政府の課税・移転プログラムによる再分配がパレート最適であることになる。

むすびにかえて

以上のように、ほとんどの場合、パレート最適を達成するためには、政府の再分配プログラムが必要である。このことは、ほぼ直観的に認めることができる再分配政策の存在意義を、理論的に裏付けるものである。

ところで、パレート最適再分配によってもたらされる所得分配は、社会的に公正な分配と必ずしも一致しない。それは、パレート最適再分配が当初の所得分配に依存するからである。

政策としての所得再分配の目標が、社会的公正の実現にあるとするならば、次の二つのことが必要であろう。第一は、社会的公正が所得分配上どのような意味を持つか、を明らかにすること、第二は、現実の所得分配が社会的公正とどのような関係にあるか、を明らかにすることである。

所得再分配の分析に課されているテーマは、その二つではないかと思われる。

(1) E_M は次のように表わすことができる。

$$E_M = \frac{Y_M}{(Y_M - Y)} \cdot \frac{Y}{Y_P}$$

(2) 文献(1)、五四三ページ、注4。

(3) 式を微分すると、次式がえられる。

$$\frac{\partial U_M}{\partial Y_M} = -1, \frac{\partial U_M}{\partial Y_1} = \frac{\partial U_M}{\partial Y_2} = \dots = \frac{\partial U_M}{\partial Y_K} = \frac{1}{K} - 1$$

とおくと、(4)式が得られる。

(4) 注(2)の(1)で

$$dY_M = -1, dY_1 = dY_2 = \dots = dY_K = \frac{1}{K}$$

とおくと、(5)式が得られる。

(5) 注(2)の(1)で

$$dY_M = 0, dY_1 = dY_2 = \dots = dY_K = \frac{N-1}{K} - 1$$

とおくと、(6)式が得られる。

(6) 文献(1)、五四三ページ、注5。

(7) $U_A = z(Y_A, Y_B)$

U_A を一定として微分すれば

$$\textcircled{E} \frac{dY_B}{dY_A} = - \left(\frac{\partial u}{\partial Y_A} / \frac{\partial u}{\partial Y_B} \right) > 0$$

(8) A の無差別曲線に平行な線 (一) ⑥⑦⑧⑨

$$\frac{\partial^2 Y_B}{\partial Y_A^2} = - \left[\frac{\partial^2 u}{\partial Y_A^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y_A \partial Y_B} \cdot \frac{dY_B}{dY_A} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right) - \left[\frac{\partial^2 u}{\partial Y_A \partial Y_B} + \frac{\partial^2 u}{\partial Y_B^2} \cdot \frac{dY_B}{dY_A} \right] \left(\frac{\partial u}{\partial Y_A} \right) / \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right)^2 < 0$$

(9) A の無差別曲線に平行な線 (一) ⑥⑦⑧⑨

$$\frac{\partial \left(\frac{dY_B}{dY_A} \right)}{\partial Y_A} / \partial Y_B = - \left\{ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial Y_A \partial Y_B} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial Y_B^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial Y_A} \right) \right\} / \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right)^2 < 0$$

(10) A の無差別曲線に平行な線 (一) ⑥⑦⑧⑨

$$\frac{\partial \left(\frac{dY_B}{dY_A} \right)}{\partial Y_A} / \partial Y_A = - \left\{ \left(\frac{\partial^2 u}{\partial Y_A^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial Y_A \partial Y_B} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial Y_A} \right) \right\} / \left(\frac{\partial u}{\partial Y_B} \right)^2 < 0$$

(11) $Z = U_A(Y_A, Y_B, Y_C) - \lambda(U_B - C) - \mu(Y_A + Y_B + Y_C - K)$

この Lagrangian の第一階条件を求め、
 二階条件を確かめる。

$$\textcircled{1} \frac{\partial Z}{\partial Y_A} = \frac{\partial U_A}{\partial Y_A} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial Y_A} - \mu = 0$$

$$\textcircled{2} \frac{\partial Z}{\partial Y_B} = \frac{\partial U_A}{\partial Y_B} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial Y_B} - \mu = 0$$

$$\textcircled{3} \frac{\partial Z}{\partial Y_C} = \frac{\partial U_A}{\partial Y_C} - \lambda \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} - \mu = 0$$

④⑤⑥⑦⑧⑨

$$\textcircled{10} \frac{\partial U_A}{\partial Y_A} - \frac{\partial U_A}{\partial Y_C} = \lambda \left[\frac{\partial U_B}{\partial Y_A} - \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} \right]$$

$$\textcircled{11} \frac{\partial U_A}{\partial Y_B} - \frac{\partial U_A}{\partial Y_C} = \lambda \left[\frac{\partial U_B}{\partial Y_B} - \frac{\partial U_B}{\partial Y_C} \right]$$

⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕㉖㉗㉘㉙㉚㉛㉜㉝㉞㉟㊱㊲

参考文献

[1] Harold M. Hochman and James D. Rodgers, "Pareto Optimal Redistribution," *American Economic Review*, September, 1969.

[2] Paul A. Meyer and J. J. Shipley, "Pareto Optimal Redistribution: Comment," *American Economic Review*, December, 1970.

[3] Richard A. Musgrave, "Pareto Optimal Redistribution: Comment," *American Economic Review*, December, 1970.

[4] Robert S. Goldfarb, "Pareto Optimal Redistribution: Comment," *American Economic Review*, December, 1970.

[5] H. M. Hochman and J. D. Podgers, "Pareto Optimal

- Redistribution: Reply," *American Economic Review*, December, 1970.
- [6] Robert A. Schwartz, "Personal Philanthropic Contributions," *Journal of Political Economy*, December, 1970.
- [7] Mark V. Pauly, "Efficiency in the Provision of Consumption Subsidies," *Kyblös*, 23, Fasc. 1, 1970.
- [8] George M. von Furstenberg and Dennis C. Mueller, "The Pareto Optimal Approach to Income Redistribution: A Fiscal Application," *American Economic Review*, September, 1971.
- [9] A. Mitchell Polinsky, "Shortsightedness and Nonmarginal Pareto Optimal Redistribution," *American Economic Review*, December, 1971.
- [10] E. J. Mishan, "The Futility of Pareto-Efficient Distributions," *American Economic Review*, December, 1972.
- [11] Geoffrey Brennan, "Pareto Desirable Redistribution: The Case of Malice and Envy," *Journal of Public Economics*, April, 1973.
- [12] H. M. Hochman and J. D. Rodgers, "Redistribution and the Pareto Criterion," *American Economic Review*, September, 1974.

(北海道大学講師)