

利子率の期間構造の共和分分析*

釜 江 廣 志

§1 はじめに

最近急展開を見せている共和分 (cointegration) 分析には, Engle and Granger (1987) の方法や, それを拡張し, 多変数の VAR (ベクトル値自己回帰モデル) を取り扱う Johansen and Juselius (以下 JJ と略記) (1990) の方法などが提案されている. これらの方法の比較によれば, JJ の方法がよりよい性質の推定結果を得ている¹⁾. 共和分分析を用いて利子率の期間構造を研究する論文は, Campbell and Shiller (1987) を嚆矢としていくつか存在するが, JJ の方法を使う例は, Hall, Anderson and Granger (1992), Shea (1992) など少数にとどまっている. 前者は 1970 年から 88 年までの米国の TB (残存 12 か月まで) を対象に取り上げ, その期間構造が共和分の関係にあることを示した. 後者は 1952 年から 87 年までの米国の財務省長期債 (残存 5 年から 25 年物) のデータを使い, 純粋期待仮説がほぼ棄却されることを示した.

ところで拙著 (1993) では, わが国長期国債流通市場にみられる利子率の期間構造に関する純粋期待仮説をテストして, これを棄却する結果が得られた. 本稿では JJ の方法による共和分分析を用いて, 同様の結果が得られるか否かの検討を試みる. 純粋期待仮説の定式化にはいくつかの方法があるが, 以下では長期債の所有期間利回りと短期利子率の関係を利用する.

次節では, 純粋期待仮説の定式化とその計測をどのように行うかを説明する. 第 3 節でふれる利付債の利回りデータを用いて, 第 4 節でこの仮説のテ

ストを行なう。第5節では結論を述べる。

§2 純粋期待仮説の定式化とテスト法

第 t 期の期末における残存 i 期の利付債の、最終利回りと1期間の所有期間利回り（ともに1期当り、年利表示）を、それぞれ、 $R_t^{(i)}$, $H_t^{(i,1)}$ と書く。所有期間利回りをを用いると、拙著（1993）第2章の式（2.29）で示される形態（iii）の純粋期待仮説の関係は次のとおりである²⁾。

$$(1) \quad E_t(H_t^{(i,1)}) = R_t^{(i)}.$$

拙著第4章では特定の現物国債、即ち最割安銘柄の、1期間の所有期間利回りに関する期待形成が不偏性の条件を満たす可能性があることが示された。各銘柄間に裁定が働くことを考慮すると、最割安銘柄以外の現物国債の銘柄についても、それらの1期間の所有期間利回りに関する期待形成が不偏性の条件を満たすと仮定することは不可能ではないと思われるので、以下では拙著第5章と同様に、

$$(2) \quad H_t^{(i,1)} = E_t(H_t^{(i,1)}) + v_{t+1}$$

とする。ここに、 v_{t+1} は誤差項であって $E_t(H_t^{(i,1)})$ とは無相関、その平均は0、分散は有限であり、また自己相関を持ち、移動平均過程に従う³⁾から、定常的⁴⁾である。この関係を使えば式（1）は

$$(3) \quad H_t^{(i,1)} = R_t^{(i)} + v_{t+1}$$

となる。これから

$$(4) \quad H_t^{(i,1)} - R_t^{(i)} = v_{t+1}$$

であり、 v_{t+1} は定常的であるから、 $H_t^{(i,1)}$ と $R_t^{(i)}$ が個別には非定常であっても⁵⁾、 $H_t^{(i,1)} - R_t^{(i)}$ は定常的である。この場合、 $H_t^{(i,1)}$ と $R_t^{(i)}$ は共和分関係にあると言われ、列ベクトル $(1, -1)'$ は $(H_t^{(i,1)}, R_t^{(i)})$ の共和分ベクトルと呼ばれる。なぜなら、次のような関係が成立するからである。

$$(H_t^{(i,1)}, R_t^{(i)})(1, -1)' = H_t^{(i,1)} - R_t^{(i)}.$$

ここで

$$(5) \quad y_t = [R_t^{(1)}, H_t^{(k,1)}, H_t^{(k+1,1)}, H_t^{(k+2,1)}, \dots, H_t^{(k+r-1,1)}]$$

とすると、 $r+1$ 変量で m 次のラグを持つベクトル値自己回帰モデル VAR(m) は

$$(6) \quad y_t = \nu + A_1 y_{t-1} + \cdots + A_m y_{t-m} + u_t$$

と表される。ベクトル y_t が共和分関係にある場合、Granger の表現定理から、共和分のランクは y_t のサイズより小さくならなければならない⁶⁾。つまり、 $r+1$ 次元ベクトル y_t の共和分ベクトルの数は高々、 r である。さらに、 y_t と $(-1, 1, 0, \dots, 0)'$, $(-1, 0, 1, \dots, 0)'$ など r 個の $r+1$ 次元ベクトルとの積は、順に、 $H_t^{(k,1)} - R_t^{(1)}$, $H_t^{(k+1,1)} - R_t^{(1)}$, $\dots$ であり、これらは上記の結果から定常的であるから、これら r 個のベクトルは y_t の共和分ベクトルになる。したがって、共和分のランクは r である。

§3 データ

残存 i 期の債券の1期間の所有期間利回り $H_t^{(i,1)}$ は期当りで

$$H_t^{(i,1)} = \frac{P_{t+1}^{(i-1)} + C - P_t^{(i)}}{P_t^{(i)}} \times 100$$

である(単位%)。ここに、 $P_t^{(i)}$ と C はそれぞれ、この債券の第 t 期における価格とクーポン・レートで、 $P_{t+1}^{(i-1)}$ はその債券の第 $t+1$ 期における価格である。残存期間が3年から9年までの1年刻みである7種類の債券について、所有期間利回りを計算する。本稿で用いるのは実在する長期利付国債の各月末日における小口売買取引のデータであり、残存期間がちょうど n 年のサンプルが存在しない場合には、その残存期間に最も近いサンプルを採用する。同じ条件のサンプルが複数個ある時は、次の順序の基準で選択した単一のサンプルを用いる。

①基準月 (i) の月末に最も近い日の価格データが存在するサンプル、

②同一日のサンプルが複数個あれば、売買高が多いサンプル。

短期利子率としては、手形売買レートを用いる。

本稿では、1期を1か月または2か月とする。拙著(1993)で得られた結果と比較するために、計測の対象期間は拙著と同じく、1985年10月から90

表1a 自己回帰過程の次数の尤度比検定(1期=1か月の場合)

変数の組み合わせ	尤 度 比		
	n=2	n=3	n=4
(a1)R, H36, H48, H60, H72, H84, H96, H108	102.29	69.61*	
(a2)R, H36, H60, H84, H108	64.49	30.51*	
(a3)R, H36, H60, H84	47.73	21.91*	
(a4)R, H36, H72, H108	37.99	21.14*	
(a5)R, H48, H72, H96		27.90	18.64*
(a6)R, H60, H84, H108	28.50	25.70*	

表1の注：自己回帰過程がn次であるとの帰無仮説のテストである。 $k=n-1$ とすると、式(7)で与えられる尤度比は自由度 c^2 の χ^2 分布をする。*印は尤度比が臨界値よりも小さく、帰無仮説が棄却されないことを示す。なお、1期を2か月とする場合、全ての所有期間利回り変数を用いると、近い残存期間の変数間の相関が高くてマルチコが発生するため、このテストを行えなかった。

表1b 自己回帰過程の次数の尤度比検定(1期=2か月の場合)

変数の組み合わせ	尤 度 比		
	n=1	n=2	n=3
(b1)R, H18, H30, H42, H54		48.21	29.51*
(b2)R, H18, H30, H42	60.48	22.61*	
(b3)R, H18, H36, H54		26.33	24.18*
(b4)R, H24, H36, H48	36.24	26.16*	
(b5)R, H30, H42, H54	56.16	24.28*	

年6月までとする。始期は国債先物の取引開始の時期であり、これは先物市場創設が現物市場の構造変化をもたらしている可能性を考慮したためである。

§4 純粹期待仮説のテスト結果

§4—1 変数の定常性テスト

計測には定常的な変数を用いられなければならない。そのためにまず式(3)の両辺の変数の単位根の存否を調べるが、それに先立ち、残差項に系列相関があるか否かを von Neuman 比によりテストする。拙著(1993, p. 82-

83)に記載の方法と同様の方法を用いて得られる結果によれば⁷⁾、短期利子率を除き、正の系列相関なしの仮説と負の系列相関なしの仮説はともに棄却されない。

続いて、Dickey and Fuller (1979)の方法(ADF法)と、残差項の系列相関を考慮するPhillips and Perron (1988)の方法を用いて、各変数が定常的であるか否かをテストする。拙著(p.83-84)と同様の方法を用いて得られる結果によると、1期が1か月の場合、単位根は、短期利子率に存在するが、所有期間利回りには存在しない⁸⁾のに対し、1期が2か月の場合、両テストの結果は一樣ではなく、全変数に単位根が存在する可能性は否定できない。

§4-2 モデルの同定

式(6)の c 変数VARモデルの自己回帰過程の次数、つまりラグの長さを決定するために、尤度比検定を用いる⁹⁾。 $n > k$ に対し、「自己回帰過程が n 次である、つまりVAR(n)」を帰無仮説、「自己回帰過程が k 次である、つまりVAR(k)」を対立仮説とする。尤度比

$$(7) \quad LR = (T - MCORR)(\ln|\Sigma_k| - \ln|\Sigma_n|)$$

は自由度 $c^2(n-k)$ の χ^2 分布をする¹⁰⁾。ここに、 $|\Sigma_n|$ はVAR(n)モデルの残差項ベクトルの共分散行列の行列式、 T はサンプル数、 $MCORR = c \times n + 1$ (定数項を含む場合)である。この尤度比の値が臨界値より大なら帰無仮説は棄却される。 $k = n-1$ とする場合の尤度比検定の結果は表1a, bのとおりである。節約の原理に従い、この検定で帰無仮説が棄却されない次数のうちで最小の次数が以後の分析で用いられる。

§4-3 共和分テスト

第2節では、純粋期待仮説から共和分ベクトルに関する2制約、つまり、(a)共和分ベクトルの数(=共和分のランク)が長期利子率の数に等しいこと、したがって、所有期間利回りの数 r に等しいこと、(b) $(-1, 1, 0,$

$\dots, 0)'$, $(-1, 0, 1, \dots, 0)'$ などの列ベクトルが y_t の共和分ベクトルであること、が導かれた。(b) の制約は、共和分ベクトルの行列 β の列の張る空間が、理論仮説から導出される $(-1, 1, 0, \dots, 0)'$, $(-1, 0, 1, \dots, 0)'$ などの r 個の $r+1$ 次元ベクトルを含むこと、即ち、これら列ベクトルが作る行列を K とすると、 $\beta = (K, \phi)$ が成立することを意味する。この小節では、短期利子率と n 個の所有期間利回りの組合せがこれら制約を満たすか否かを検定することによって、純粋期待仮説の正否をテストする。なお第2節の結果によれば、純粋期待仮説から共和分関係が導かれ、他方、共和分関係から制約 (a) (b) が導かれるから、純粋期待仮説が成立すれば (a) かつ (b) である。故に (a) (b) のいずれかが成立しない場合、純粋期待仮説は否定されることになる。

まず制約 (a) のテストには、JJ (1990) の λ -max 検定と trace 検定を用いる¹¹⁾。帰無仮説は「共和分ランクが k ($k=0, \dots, r$) 以下」であり¹²⁾、対立仮説は、trace 検定の場合、「共和分ランクは $r+1$ 以下であり、限定されない」、 λ -max 検定の場合、「共和分ランクが $k+1$ 以下」である。各統計量が臨界値よりも大であれば、帰無仮説は棄却される。なお、データがトレンドを持つか否かによって異なるテスト法を使う必要があり、トレンドがないと想定する場合には JJ (1990, p. 180-81) の第3のテスト法を、あると想定する場合には¹³⁾ JJ (1990, p. 180) の第2の方法を、それぞれ用いる。臨界値は JJ (1990) の表 A3 と A1 に記載されている。

テスト結果は表 2a1 から 2a6 まで (1 期=1 か月の場合) と表 2b2 から 2b6 まで (1 期=2 か月の場合) のとおりである。これらによれば、トレンドの有無にかかわらず、 λ -max, trace 両検定の統計量がともに純粋期待仮説から導かれる制約 (a) を満たさないのは、表 2a1 ($r=4$ または 5), 表 2b2 ($r=3$), 表 2b4 ($r=2$) においてであり、これらの表ではこの仮説は棄却される。他方、これら以外の表では、トレンドの有無を問わず、 λ -max, trace 両検定の統計量がともに制約を満たさない、とは言えず、したがってこの仮説を棄却することはできない。

表2a1 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H36, H48, H60, H72, H84, H96, H108)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 7$	0.98*	0.98*	0.38*	0.38*
$r \leq 6$	12.73*	13.71*	12.68*	13.05*
$r \leq 5$	14.91*	28.62*	14.87*	27.92*
$r \leq 4$	22.15*	50.77*	22.14*	50.01
$r \leq 3$	34.60	85.37	34.59	84.64

表2の注: *は5%水準の臨界値よりも小で、「共和分ランクが k ($k=0, \dots, r$)以下である」との帰無仮説が棄却されないことを示す。臨界値はJJ(1990)の表A3と表A1に記載されている。

表2a2 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H36, H60, H84, H108)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 4$	1.21*	1.21*	1.05*	1.05*
$r \leq 3$	18.43	19.65*	18.41	19.46
$r \leq 2$	24.73	44.38	24.70	44.17

表2a3 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H36, H60, H84)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	1.72*	1.72*	1.69*	1.69*
$r \leq 2$	23.34	25.06	23.28	24.98
$r \leq 1$	27.24	52.30	27.23	52.20

表2a4 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H36, H72, H108)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	1.35*	1.35*	1.30*	1.30*
$r \leq 2$	20.83	22.18	20.83	22.13
$r \leq 1$	29.41	51.59	29.40	51.53

表2a5 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H48, H72, H96)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	1.11*	1.11*	0.05*	0.05*
$r \leq 2$	17.73	18.83*	17.35	17.40
$r \leq 1$	23.45	42.28	23.39	40.80

表2a6 共和分ランクのテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H60, H84, H108)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	1.52*	1.52*	1.51*	1.51*
$r \leq 2$	22.08	23.61	22.08	23.59
$r \leq 1$	29.65	53.26	29.65	53.24

表2b2 共和分ランクのテスト結果

(1期=2か月, $y=(R, H18, H30, H42, H54)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 4$	4.21*	4.21*	2.21*	2.21*
$r \leq 3$	12.00*	16.21*	8.72*	10.94*
$r \leq 2$	26.21	42.42	26.20	37.13

表2b3 共和分ランクのテスト結果

(1期=2か月, $y=(R, H18, H30, H42)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	0.54*	0.54*	0.02*	0.02*
$r \leq 2$	15.39*	15.93*	15.26	15.28
$r \leq 1$	28.78	44.70	28.78	44.06

表2b4 共和分ランクのテスト結果

(1期=2か月, $y=(R, H18, H36, H54)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	6.00*	6.00*	1.92*	1.92*
$r \leq 2$	12.66*	18.66*	12.02*	13.94*
$r \leq 1$	22.95	41.61	22.94	36.88

表2b5 共和分ランクのテスト結果

(1期=2か月, $y=(R, H24, H36, H48)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	0.76*	0.76*	0.04*	0.04*
$r \leq 2$	18.70	19.46*	18.69	18.72
$r \leq 1$	32.31	51.77	32.08	50.81

表2b6 共和分ランクのテスト結果

(1期=2か月, $y=(R, H30, H42, H54)$ の時)

	トレンドなし		トレンドあり	
	λ -max	trace	λ -max	trace
$r \leq 3$	3.33*	3.33*	1.84*	1.84*
$r \leq 2$	14.12*	17.45*	14.12	15.95
$r \leq 1$	25.39	42.84	25.39	41.34

表3a2 トレンドの有無のテスト

(1期=1か月, $y=(R, H36, H60, H84, H108)$ の時)

$$\lambda_5^* = 0.023, \quad \lambda_5 = 0.020, \quad tr = 0.162^*$$

表3の注: トレンドなしを仮定するモデルから得られる固有値を λ_1^* 、トレンドありを仮定して得られる固有値を λ_1 とする。式(8)で示される検定統計量は自由度 $p-r$ (したがって本稿では1) の χ^2 分布をする。 tr に付した*は、検定統計量が5%水準の臨界値よりも小さく、「トレンドなし」の帰無仮説を棄却しないことを示す。

表3a3 トレンドの有無のテスト

(1期=1か月, $y=(R, H36, H60, H84)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.031, \quad \lambda_4 = 0.032, \quad tr = 0.055^*$$

表3a4 トレンドの有無のテスト

(1期=1か月, $y=(R, H36, H72, H108)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.025, \quad \lambda_4 = 0.024, \quad tr = 0.054^*$$

表3a5 トレンドの有無のテスト

(1期=1か月, $y=(R, H48, H72, H96)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.021, \quad \lambda_4 = 0.001, \quad tr = 1.072^*$$

表3a6 トレンドの有無のテスト

(1期=1か月, $y=(R, H60, H84, H108)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.028, \quad \lambda_4 = 0.028, \quad tr = 0.000^*$$

表3b3 トレンドの有無のテスト

(1期=2か月, $y=(R, H18, H36, H54)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.020, \quad \lambda_4 = 0.001, \quad tr = 0.518^*$$

表3b5 トレンドの有無のテスト

(1期=2か月, $y=(R, H24, H36, H48)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.028, \quad \lambda_4 = 0.001, \quad tr = 0.740^*$$

表3b6 トレンドの有無のテスト

(1期=2か月, $y=(R, H30, H42, H54)$ の時)

$$\lambda_4^* = 0.116, \quad \lambda_4 = 0.066, \quad tr = 1.486^*$$

次いで、制約 (b) のテストを行うが、その前にモデル内にトレンドがあるかどうかを、JJ (1990, p. 181) の方法によって検定する。トレンドなし、ありをそれぞれ仮定するモデルから得られる固有値を各々 λ_i^* , λ_i とする。検定統計量は

$$(8) \quad tr = -T \sum_{i=r+1}^p \ln[(1-\lambda_i^*)/(1-\lambda_i)]$$

であり、これは自由度 $p-r$ の χ^2 分布をする。ここに p は変量数で、本稿では $p=r+1$ である。この検定統計量が臨界値よりも大きければ、「トレンドなし」の帰無仮説は棄却される。なおこのテストでは、トレンドの有無にかかわらず、 λ -max と trace の統計量がともに制約 (a) を満たさないようなケースは対象から除外している。結果は表 3a2 から 3b6 までのとおりで¹⁴⁾、トレンドなしの仮説は棄却されない。

これまでの結果から、表 2a2 から表 2a6 までと表 2b5 においては、トレンドがないと想定した時に制約 (a) が λ -max, trace 両検定で棄却されないことが導かれた。制約 (b) についてのテストは、これらの表についてのみ行うことにし、JJ (1992) の仮説 H_5 の検定法を用いる。帰無仮説は「 $\beta = (K, \phi)$ が成立する」であり、対立仮説は「 β が特定化されない」¹⁵⁾ である。ここに K は既知でサイズは $(r+1) \times r_1$, ϕ は $(r+1) \times r_2$, $r_1 + r_2 = r$ である。 K としては、 $(-1, 1, 0, \dots, 0)'$, $(-1, 0, 1, \dots, 0)'$ など r_1 個 ($r_1 = 1, 2, \dots, r-1$) の $r+1$ 次元ベクトルの組合せを交互に使う¹⁶⁾。JJ (1992) の第 (29) 式の尤度比で示される検定統計量は自由度 $r_1(p-r)$ の χ^2 分布をする¹⁷⁾。この値が臨界値より大なら、制約ありの仮説は棄却される¹⁸⁾。

制約 (b) のテスト結果は表 4 の諸表のとおりであり¹⁹⁾、各表とも半数以上のケースにおいて仮説は棄却されている。既に表 3 までのテストによっても、かなりのケースで純粋期待仮説が棄却されており、これらを併せ考えると、この仮説は成立しないとみなしてよいであろう。このような結果は拙著第 5 章の結果とほぼ同様である。

なお、表 4 の諸表を子細にみれば、表 4a4 では残存 6 年、表 4a5 では残存 8 年、表 4a6 では残存 5, 7 年、表 4b5 では残存 4, 6, 8 年の、それぞれ

の所有期間利回りが純粹期待仮説を棄却していると説明できよう²⁰⁾。また、表 4a2 と 4a3 では残存5年と7年、表 4a5 では残存4、6年のそれらが仮説の棄却をもたらしている可能性がある。このように解釈すれば、残存3年と9年の利回りは仮説を棄却しない可能性がある²¹⁾とみなし得る。

表 4a2 共和分ベクトルの制約のテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H36, H60, H84, H108)$ の時)

K	χ^2
$(-1, 1, 0, 0, 0, 0)'$	1.12
$(-1, 0, 1, 0, 0, 0)'$	2.34
$(-1, 0, 0, 1, 0, 0)'$	2.42
$(-1, 0, 0, 0, 1, 0)'$	1.14
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	7.41**
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	4.80*
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	1.39
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	2.60
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	3.14
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	5.65*
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	8.02**
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	7.69*

$$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix} \quad 8.14^{**}$$

$$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix} \quad 6.82^*$$

表4の注：JJ（1992）の仮説 H_5 の検定法を用いる。検定統計量はその（29）式の尤度比で示される。帰無仮説は「 $\beta=(K, \phi)$ が成立する」である。
 ** は5%で、 * は10%でそれぞれ制約ありの帰無仮説を棄却する。

表 4a3 共和分ベクトルの制約のテスト結果

（1期=1か月， $y=(R, H36, H60, H84)$ の時）

K	χ^2
$(-1, 1, 0, 0, 0)'$	2.05
$(-1, 0, 1, 0, 0)'$	3.73 *
$(-1, 0, 0, 1, 0)'$	3.89 **
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	7.36 **
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	5.85 *
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	4.07

表 4a4 共和分ベクトルの制約のテスト結果

（1期=1か月， $y=(R, H36, H72, H108)$ の時）

$(-1, 1, 0, 0, 0)'$	1.03
$(-1, 0, 1, 0, 0)'$	3.12 *
$(-1, 0, 0, 1, 0)'$	1.04
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	8.30 **

$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	1.27
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	4.89*
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	

表 4a5 共和分ベクトルの制約のテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H48, H72, H96)$ の時)

K	χ^2
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	1.09
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	2.26
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	3.45*
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	11.70**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	7.45**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	5.13*
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	

表 4a6 共和分ベクトルの制約のテスト結果

(1期=1か月, $y=(R, H60, H84, H108)$ の時)

K	χ^2
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	4.41**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	4.04**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	1.84
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	4.75*
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \end{pmatrix}'$	6.05**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	9.37**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	

表 4b5 共和分ベクトルの制約のテスト結果

(1 期=2 か月, $y=(R, H24, H36, H48)$ の時)

K	χ^2
$(-1, 1, 0, 0, 0)'$	10.33**
$(-1, 0, 1, 0, 0)'$	11.59**
$(-1, 0, 0, 1, 0)'$	7.88**
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 1, 0, 0 \end{pmatrix}'$	12.52**
$\begin{pmatrix} -1, 1, 0, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	11.71**
$\begin{pmatrix} -1, 0, 1, 0, 0 \\ -1, 0, 0, 1, 0 \end{pmatrix}'$	14.37**

§ 5 おわりに

本稿では、1985 年 10 月から 90 年 6 月までの期間の、わが国長期国債流通市場にみられる利子率の期間構造に関する純粋期待仮説をベクトル値自己回帰モデルで定式化し、計測の方法としては Johansen and Juselius の共和分分析を用いてテストを行い、この仮説が成立するとはみなし得ないことを示した。

残された問題は、対象期間を拡大してもこのような結果は得られるか、共和分関係は error correction モデルと関連があることが指摘されているが、後者を用いると何が言えるか、などを検討するべきであろう。

* 本稿で用いた共和分分析用のプログラムは K. Juselius 教授から提供を受けた。また本稿は、文部省科学研究費および日本経済研究奨励財団の助成による研究成果の一部である。記して感謝申し上げる。

1) Wallace and Warner (1993) p. 321 参照。なお、いくつかの分析法の比較については Dickey 他 (1991) 参照。

- 2) 形態(iii)を選んだのは、拙著第5章と第7章でこの形態のテストをOLSなどを用いて行っており、それらの結果との比較が容易であるからである。
- 3) Friedman (1980) p. 456 参照。
- 4) 山本(1988) p. 43 参照。
- 5) Lütkepohl (1991, p. 353) はいくつかの時系列が共和分関係にあることを定義する際、全時系列が非定常であることを前提とする Engle and Granger とは異なり、1時系列が非定常で、他の時系列が定常である場合も含めている。
- 6) Johansen (1988) p. 232, 川崎(1992) p. 104 参照。
- 7) 紙数の制約により、この結果と次の定常性テストの結果は記載していない。
- 8) 注5 参照。
- 9) Judge 他(1985) p. 686-参照。
- 10) この式の右辺で *MCORR* を使うことについて、Sims (1980) p. 17 参照。
- 11) 計算プログラムとして、PC-RATS (ver. 3) 用に書かれた CATS (Juselius (1991)) と、RATS に含まれているサブルーチン Johansen.src (ver. 3), Johansen. 400 (ver. 4) などがある。ただし、制約(b)のテストは後2者にはないので、本稿では両制約のテストとも CATS を修正したものを用いて計算した。
- 12) 高々、 k 個の共和分ベクトルが存在するとの仮説を、残りの $r+1-k$ 個の固有値が0であるとの仮説に置き換える。また、共和分関係が存在するとは $k < r+1$ を意味する。川崎(1992) p. 105 参照。
- 13) このケースでは、定数項が説明変数に加えられて $p+1$ 個になるが(JJ, p. 181 参照), JJ の表の dim は非定常な要素数であり(JJ, p. 179 参照), $p-cr$ のままである。
- 14) 表 3xi などは表 2xi などに対応している ($i=2, \dots; x=a, b$)。
- 15) Gardeazabal and Regulez (1992) p. 53 参照。
- 16) $r_1=r$ の場合のテストは不可能である。なぜなら、この時、上記の ϕ はなくなり、JJ のテスト法によれば、 $\beta=H\phi$ なる帰無仮説を検定するしかないが、 r 個のベクトルから行列 H を作る場合、 $H\phi$ を次のような β に一致させるようにはできないからである。

$$\beta \text{ の 1 行目} = (-a_1, a_1, *, *, \dots, *) ,$$

$$\beta \text{ の 2 行目} = (-a_2, *, a_2, *, \dots, *) ,$$

.....

可能であるのは、全ての β についての同一の制約、つまり上記 β の各行が等

- しいような制約のテストである (JJ (1990) p. 193, JJ (1992) p. 226 参照).
- 17) トレンドなしのケースでは, K のサイズは $(p+1) \times r_1$ になるが, 自由度は $r_1(p-cr)$ のままである. JJ (1990) p. 195 参照.
- 18) 尤度比は, 制約がある場合に得られる固有値の関数と, それがない場合に得られる固有値の同様の関数の比として計算される. したがって制約が画然としてあれば, 2つの場合の固有値の違いは大きく, 尤度比も大きくなる.
- 19) 表 4xi などは表 3xi などに対応している ($i=2, \dots; x=a, b$). なお 1 期が 2 か月の場合, サンプル数が多くないことに注意が必要である.
- 20) 例えば, 表 4a4 で仮説が棄却されている第 2, 4, 6 テストを見ると, 残存 6 年の所有期間利回り H72 がこれら全てに含まれている. 他方, 仮説が棄却されないテスト全てに H72 は含まれておらず, したがって H72こそが仮説棄却の主役であると解釈できるであろう.
- 21) 残存 9 年についてのこのような結果は, 拙著第 7 章の結果, つまり残存 9 年の利回りにはプレミアムが存在せず, 純粋期待仮説が成立する可能性を残していた, と整合性を持つ.

参考文献

- 釜江廣志 (1993) 『日本の国債流通市場』有斐閣.
- 川崎能典 (1992) 「Johansen の共和分検定について」『金融研究』(日本銀行) 第 11 巻第 2 号.
- 山本拓 (1988) 『経済の時系列分析』創文社.
- Campbell, J. and R. Shiller (1987), "Cointegration and Tests of Present Value Model," *Journal of Political Economy*, Oct.
- Dickey, D. and A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Time Series Regressions with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, June.
- , D. Jansen and D. Thornton (1991), "A Primer on Cointegration with an Application to Money and Income," FRB St. Louis, *Review*, Mar./Apr.
- Engle, R. and C. Granger (1987), "Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing," *Econometrica*, March.
- Friedman, B. (1980), "Survey Evidence on the 'Rationality' of Interest Rate Expectations," *Journal of Monetary Economics*, Oct.

- Gardeazabal, J. and M. Regulez (1992), *The Monetary Model of Exchange Rates and Cointegration*, Springer Verlag.
- Hall, A., H. Anderson and C. Granger (1992), "A Cointegration Analysis of Treasury Bill Yields", *Review of Economics and Statistics*, Feb.
- Johansen, S. (1988), "Statistical Analysis of Cointegration Vectors", *Journal of Economic Dynamics and Control*, Apr.-July.
- and K. Juselius (1990), "Maximum Likelihood Estimation and Inference on Cointegration—with Application to the Demand for Money", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, No. 2.
- and ——— (1992), "Testing Structural Hypotheses in a Multivariate Cointegration Analysis of the PPP and the UIP for UK", *Journal of Econometrics*, Vol. 53.
- Judge, G., W. Griffiths, C. Hill, H. Lütkepohl and T. Lee (1985), *The Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and Sons.
- Juselius, K. (1991), *Manual to Cointegration Analysis of Time Series: CATS in RATS*, University of Copenhagen.
- Lütkepohl, H. (1991), *Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer Verlag.
- Phillips, P. and P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regressions," *Biometrika*, June.
- Shea, G. (1992), "Benchmarking the Expectations Hypothesis of the Interest-Rate Term Structure", *Journal of Business and Economic Statistics*, July.
- Sims, C. (1980), "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, Jan.
- Wallace, M. and J. Warner (1993), "The Fisher Effect and the Term Structure of Interest Rates", *Review of Economics and Statistics*, May.

(一橋大学教授)