COE-RES Discussion Paper Series
Center of Excellence Project
The Normative Evaluation and Social Choice of
Contemporary Economic Systems

Graduate School of Economics and Institute of Economic Research
Hitotsubashi University

COE/RES Discussion Paper Series, No.226
January 2008

労働搾取の厚生理論序説
第２章

吉原　直毅
(一橋大学)

Naka 2-1, Kunitachi, Tokyo 186-8603, Japan
Phone: +81-42-580-9076　Fax: +81-42-580-9102
URL: http://www.econ.hit-u.ac.jp/~coe-res/index.htm
E-mail: coe-res@econ.hit-u.ac.jp

『労働搾取の厚生理論序説』

吉原直毅
一橋大学経済研究所　現代経済研究部門

2008 年 1 月

2.　マルクス的一般均衡モデルと均衡解概念

2 章では、本書で取り扱われる資本主義経済の基本モデルを定義し、また、経済の均衡概念について定義する。導入される均衡概念は、フォン・ノイマン流一般均衡モデルにおける均斉成長解と新古典派一般均衡理論の完全競争解、及びそのリファインメントである再生産可能解である。これらの均衡解の一般的存在定理、及び、それぞれの解の特性についての若干の議論を行う。

資本主義経済均衡に関する古典派経済学やマルクス派の理論は、利潤率の産業部門間の均等化である。デイヴィット・リカードやカール･マルクスは長期的市場均衡[1]の特徴として、産業部門間の利潤率均等化を考えていたし、マルクス派の標準的議論も、長期的市場均衡における市場価格を部門間の利潤率を均等化させる価格体系――「生産価格」の事、古典派では「長期自然価格」――として考えてきている。これは、市場における長期的競争の性質として、資本の部門間移動が可能であり、高い利潤率の部門への資本の参入と、低い利潤率の部門からの資本の退出が存在する。そうした運動を貫いて長期的に確立される市場の理念的平均状態においては、全ての部門での利潤率が均等化すると考えるのが、利潤率均等化としての長期均衡価格に関する洞察である。そうした洞察に基づく均衡概念をもっとも的確に表現するのが、単純なレオンチェフ型投入-産出モデルの下での均斉成長経路の価格体系――フロベニウス固有ベクトルとして定まる価格体系――である。そこでは全ての財の生産部門に跨る均等利潤率の実現によって、その均衡条件が定義されている。

しかしながら、利潤率均等化としての長期均衡価格という洞察自体は、決してマルクス派や、あるいはピエロ・スラッファに代表されるネオ・リカード派などのような、現代では異端派的扱いを受ける経済学説に固有なものではなく、現代の新古典派経済学においても継承されている視角である。例えば、動学的市場経済での一般均衡解として著名な、フォン･ノイマン型経済成長モデルにおける**均斉成長解**は、均衡の条件として異なる生産工程間での均等な成長率と、その双対として均等利子率の成立を要請している。この特性は、古典派やマルクス派の立場からは、均等利潤率の成立と解釈されるのであり、そのような観点から、森嶋通夫はマルクス＝フォンノイマン・モデルにおける均斉成長解の条

[1] もっとも、「均衡」という概念自体が、古典派やマルクス派の本来の理論体系には存在しない、という解釈も可能である。ここではそれらの用語上のデリケートな問題は捨象して、現代経済学の標準的な経済理論で用いられている用語でもって、出来る限り古典派やマルクス派の固有の理論を再構成するという本書の立場より、「均衡」という用語で通したいと思う。

件として、異なる産業工程間で均等に保証利潤率が実現される事を要請した。ノイマン型モデルにおける均斉成長解において均等利子率ないしは利潤率が要請されるのは、それが資本の参入･退出を伴う市場の動学的長期均衡の特徴であると考えられるからであった。換言すれば、均等利子率ないしは利潤率の条件とは、均斉成長解を成立させる経済における合理的意思決定の契機として、完全競争市場下の資本家たちの利潤最大化行動が存在する事の暗黙裡の想定、と解釈されてきたと言える。[2]

しかしながら以下の 2 章において、これまで森嶋通夫などによって、マルクス的市場均衡モデルの代表とされてきたフォン･ノイマン型一般均衡モデルと、新古典派の標準的な一般均衡モデルとは、有意な違いがある事について議論される。とりわけ、ノイマンモデルでの均衡概念である均斉成長解と、新古典派の**完全競争均衡解**とは、互いに独立な均衡概念だという事が主張される。具体的には、我々は 2 章の最初に、ジョン・ローマーが提唱した**再生産可能解**[Roemer (1980; 1981)]を、本書において一貫して採用されるべきマルクス的市場均衡解概念として、導入する。再生産可能解とは、完全競争均衡解のリファインメントの一つとして位置づけられ、「現在の生産期間で利用可能な総資本財賦存が、次期の生産期間でも利用可能なストックとして少なくとも単純再生産される」という資本蓄積に関する条件を、標準的な完全競争均衡解の諸条件に追加して満たす様な価格体系と総生産点の組み合わせとして、定義される。従って、その定義より、再生産可能解は、各資本家の所与の市場価格をシグナルとする利潤最大化行動を媒介に実現され、かつ、資本財ストックの蓄積条件を満たすような生産計画によって支持される市場の均衡状態である。資本財ストックの蓄積条件は、ノイマン流の均斉成長経路であれば満たされるので、この再生産可能解は一見、ノイマン流の均斉成長解の拡張である様に見える。

しかし、以下の 2.4 節の例 2.1 において、そうした見方は正しくない事が論証される。具体的には、モデルとしてレオンチェフ経済体系を想定する限り、投入産出行列の分解不可能性の仮定の下、ノイマン流の均斉成長解も再生産可能解も、共にフロベニウス固有ベクトルとして定まる価格体系及びその双対としての産出体系として、特徴付けられる。すなわち、レオンチェフ経済体系の下では、生産工程間の利潤率均等化を実現するノイマン流の均斉成長解は再生産可能解でもあるので、資本家の利潤最大化行動によってミクロ的基礎付けを与える事が出来る。他方、資本家の利潤最大化行動の媒介によって実現される再生産可能解では、部門間の利潤率均等化という、伝統的マルクス派やネオ･リカード派が要請する均衡条件が満たされる。しかしながら、モデルとしてフォン・ノイマン経済体系以上を想定するや、そうした理想的性質はもはや維持されない。すなわち、ノイマン流の均斉成長解は新古典派的一般均衡論が想定するような、資本家の利潤最大化行動によってミクロ的基礎付けを与える事が一般には出来ない。従って、資本家の合理的意思決定の社会的合成としてノイマン流の均斉成長解を説明する事は出来ない事が論証される。他方、再生産可能解では、全ての資本家が共通の閉凸錘生産技術にアクセス可能な限り、彼らの

[2] 例えば、Morishima (1960, Chapter V, p.132)を参照の事。

資本所有当たりの利潤収益率が、最も収益的な生産活動で実現される最大利潤率に等しくなる。しかしながら、異なる生産工程間の利潤率の均等化は、一般には成立しない。

以上より、利潤率均等化の価格体系を均衡条件と課したノイマン流均斉成長解は、合理的な資本家たちの利潤最大化というミクロ的意思決定の社会的合成の結果としては、説明できない。つまり、そうした解釈とは全く別の解釈によって、利潤率均等化としての均衡価格体系は、説明されなければならない。しかし、利潤率均等化が必ずしも、産業部門間の資本移動の長期的収束先としては解釈できないという議論は、すでにNikaido (1983)の均衡動学分析などによって展開されていたものであった。その意味では、本章の結果は、長期的市場均衡の条件として部門間の利潤率均等化を課すことの不適切性を含意するという意味で、Nikaido (1983)の研究をサポートするものと位置づけ可能であるかもしれない。

2.5 節ではさらに、ノイマン流の均斉成長解は新古典派的完全競争均衡解とは違って、パレート効率的な資源配分には必ずしもならず、したがって、厚生経済学の第 1 基本定理も均斉成長解に関しては成立しない事について、論証される。そこで想定される経済環境では、消費者は労働者階級のみからなり、労働者たちは余暇への選好を持たず、また、ある実質賃金消費ベクトルを消費する事にのみ関心を持っていると想定されている。また、潜在的労働人口が当該社会の総資本財賦存に比較して相対的に過剰である為、均衡では雇用労働者にとって、雇用される事とされない事と無差別となる様な、生存賃金水準が実現されている。そのような環境においてはパレート効率的配分とは、当該社会の現存価格体系の下で実現可能な総利潤を最大化させるものに他ならない。その意味でのパレート効率性を再生産可能解が満たす事は自明である為、2.5 節ではさらに強い意味での効率性条件を導入する。それは生産期末における剰余生産物の極大化――従って、来期以降に利用可能な資本財ストックの蓄積の極大化を意味する――として、定義される。この強い意味での効率性条件を全ての再生産可能解が満たす事は保証されないが、再生産可能解の集合の中に必ずこの効率性条件を満たす解の存在が論証される。他方、ノイマン流均斉成長解に関しては、そうした性質は期待できない。すなわち、全ての均斉成長解がこの効率性条件を満たさない様な経済環境の存在が、論証される。

以上の結果より、我々は次章以降の搾取概念を用いた資本主義経済均衡の特徴付けの議論において前提する解概念として、再生産可能解の採用を正当化できる。古典派やマルクスが暗黙裡に想定していた経済モデルはレオンチェフ経済体系であったわけで、モデルをより一般化した場合の解概念の拡張として適切なのは、ノイマン流均斉成長解よりも、むしろ各資本家の利潤最大化行動を媒介とする再生産可能解であろう。

2.1. 基本的生産経済モデル

今、市場を通じた取引が普遍化している経済社会にはn種類の財が存在している。この社会は二つの人々のグループN及びOから構成されている。グループNは資本家階級に属する人々からなる集合であって、任意の資本家$\nu \in N$は、財の初期賦存ベクトル

$\boldsymbol{\omega}^{\nu} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ を**私的所有**している。他方、グループ O は労働者階級に属する人々からなる集合であって、O に属する全ての労働者の n 種類の財の初期賦存は $\mathbf{0} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ であって、無所有である。彼らは単に 1 労働日に 1 単位の労働を提供する能力(**労働力**)を有しているだけであり、その能力の格差は存在しない。また、彼らの提供する労働は同質である。かくして、社会全体での財の初期賦存量は $\boldsymbol{\omega} \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\omega}^{\nu}$ である。

この経済社会における生産技術を一般に、生産可能性集合 $P \subseteq \mathbf{R}_{-} \times \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$ で定義する。集合 P の一般的要素は $2n+1$ 次元ベクトル $\boldsymbol{\alpha} \equiv \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$ であって、$\alpha_0 \in \mathbf{R}_{+}$ は生産計画 $\boldsymbol{\alpha}$ の下での直接労働投入量を表し、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ はその計画下での非負の財の投入ベクトルを表し、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ はその結果としての財の産出ベクトルを表す。また、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \equiv \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} \in \mathbf{R}^{n}$ で、生産計画 $\boldsymbol{\alpha}$ の遂行によって得られる純産出ベクトルを表す。生産可能性集合 P は一般に、$\mathbf{R}_{-} \times \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$ における**閉凸錘(closed convex-cone)集合**であり、$\mathbf{0} \in P$ を満たす。さらに以下の追加的仮定を課す事にする:[3]

A1. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P \quad s.t. \quad \alpha_0 \geq 0 \;\;\&\;\; \underline{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{0}$, $[\overline{\boldsymbol{\alpha}} > \mathbf{0} \Rightarrow \alpha_0 > 0]$;

A2. $\forall \mathbf{c} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$, $\exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P \quad s.t. \quad \hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{c}$ 但し $\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}}$;

A3. $\forall \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$, $\forall \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$, $\left[\left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \leq \left(-\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \Rightarrow \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}', \overline{\boldsymbol{\alpha}}'\right) \in P\right]$.

上記三つの追加的仮定のうち、A1.は、非負・非ゼロの産出物が生産されるときには必ず正の直接労働投入を必要とする事を意味する。すなわち、**生産活動における労働投入の不可欠性**の仮定である。労働は生産可能な生産物ではないので、それはもっぱら投入財としてのみ現れる。他方、A2. は、いわゆる**純生産可能性条件**と言われる条件の一般的記述である。すなわち、どんな非負の財ベクトルであっても、それを生産可能性集合 P の下で純生産可能である事を意味する。最後に A3. は、いわゆる自由可処分性(free disposal)の仮定を意味する。

なぜこのモデルでは、生産可能性集合の定義の際に、投入を産出とは区別して記載するのであろうか？それは、ここで考える経済環境では、生産における時間要素の存在が本質的であるからである。すなわち、資本家たちは生産に先立って、購入した投入財の費用を払わなければならず、したがって、その支払いは彼らの資本 $\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$ を元手に行わなければならないからである。彼らは今日の生産への融資の為に、この生産による将来の収益

---

[3] 以下では、全てのベクトル $\mathbf{x} = \left(x_1, \ldots, x_p\right)$ 及び $\mathbf{y} = \left(y_1, \ldots, y_p\right) \in \mathbf{R}^{p}$ に関して、

$\mathbf{x} \geq \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i \geq y_i \quad \left(\forall i = 1, \ldots, p\right)$; $\mathbf{x} > \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \geq \mathbf{y} \;\;\&\;\; \mathbf{x} \neq \mathbf{y}$; $\mathbf{x} \gg \mathbf{y} \Leftrightarrow x_i > y_i \quad \left(\forall i = 1, \ldots, p\right)$.

また、$\neg(\cdot)$ で、$(\cdot)$ の記述の否定を表すものとする。例えば、$\neg\left(\mathbf{x} \geq \mathbf{y}\right)$ ならば、$\mathbf{x} \geq \mathbf{y}$ ではない事を意味する。すなわち、$\exists i = 1, \ldots, p : x_i < y_i$ を意味するものとする。

を見込んで貸借を行う事は出来ない。それゆえ、物的には同じ財であっても、その投入としての使用と産出としてそれの間の区別が意味を持つのである。代替的な生産可能性集合の定義として、その要素を$(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})$でなく、$(-\alpha_0,\hat{\boldsymbol{\alpha}})$で表すという方法があり、通常の新古典派的な一般均衡理論においては、その後者のような表現が標準的である。しかし後者の表現は、生産過程における時間の存在を無視しており、それは例えばベクトル$\hat{\boldsymbol{\alpha}}$の第$i$要素$\hat{\alpha}_i$が非負値である場合には、まるで財$i$の投入による生産活動に対して資本家は何も支払わなくても良いかのように見える。しかし、実際には、財iの投入コストとして、$p_i\underline{\alpha}_i$の額を生産期間の期首に準備しなければならない。そうした構造は集合Pの要素を$2n+1$次元ベクトルで表す事によって明示化できるのである。

生産技術条件に追加して、いわゆる労働者の**生存消費ベクトル**(subsistent consumption vector)を導入する。全ての労働者は1労働日に1単位の労働を提供する事の対価として、少なくとも$\mathbf{b}\in\mathbf{R}^n_+$の消費財ベクトルを購入可能なだけの賃金収入を必要とする。$\mathbf{b}\in\mathbf{R}^n_+$の消費財ベクトルを購入不可能な水準の賃金収入の場合、労働者達は翌日行使する為の労働力を再生産することが出来なくなる故、結局、労働市場から撤退するものと考えられる。また、余暇への選好は存在しない。今、財の私的所有状態を$(\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu\in N}$で表す事ができる。以上より、**一つの資本主義経済**(a capitalist economy)をリスト$\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu\in N}\right\rangle$で表す事にする。尚、$P(\alpha_0=1)\equiv\left\{\boldsymbol{\alpha}\in P\,\middle|\,\boldsymbol{\alpha}=(-1,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\right\}$という記号を以下、適時、使用する。また、**労働投入量1単位の下で純生産可能な財ベクトル集合**を、

$$\hat{P}(\alpha_0=1)\equiv\left\{\hat{\boldsymbol{\alpha}}\in\mathbf{R}^n\,\middle|\,\exists\boldsymbol{\alpha}=(-1,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\in P:\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}\geq\hat{\boldsymbol{\alpha}}\right\}$$

とする。また、任意の集合Sに関して、$\partial S\equiv\left\{\mathbf{x}\in S\,\middle|\,\neg(\exists\mathbf{x}'\in S):\mathbf{x}'\gg\mathbf{x}\right\}$と表す。さらに、

$\partial P\equiv\left\{\boldsymbol{\alpha}\in P\,\middle|\,\neg(\boldsymbol{\alpha}'\in P):\boldsymbol{\alpha}'\gg\boldsymbol{\alpha}\right\}$及び、$\partial SP\equiv\left\{\boldsymbol{\alpha}\in P\,\middle|\,\neg(\boldsymbol{\alpha}'\in P):\boldsymbol{\alpha}'>\boldsymbol{\alpha}\right\}$という記号も時々、用いる。$\partial SP$は効率的生産可能性集合と言うべきものであり、他方、∂Pは集合Pの境界(boundary)からなる部分集合である。

上記のように定義した資本主義経済$\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu\in N}\right\rangle$に関して、その生産可能性集合$P$の特殊形態として、いわゆる**レオンチェフ生産技術体系**(A,L)がある。ここでAは$n\times n$型非負正方行列であって、その各成分$a_{ij}\geq 0$は、財jの1単位当たり粗産出の際に必要な財iの投入量を意味する。行列Aを**投入産出行列**と言う。他方、Lは$1\times n$型非負行ベクトルであって、その各成分$L_j\geq 0$は、財jの1単位当たり粗産出の際に必要な直接労働投入量を意味する。ベクトルLは**直接労働投入ベクトル**と言われる。レオンチェフ生産体系

(A,L)から導出される生産可能性集合は$P_{(A,L)} \equiv \left\{ (-L\mathbf{x}, -A\mathbf{x}, \mathbf{x}) \middle| \mathbf{x} \in \mathbf{R}_{+}^{n} \right\}$で与えられる。この$P_{(A,L)}$は$\mathbf{R}_{-} \times \mathbf{R}_{-}^{n} \times \mathbf{R}_{+}^{n}$における閉凸錘集合であり、また$\mathbf{0} \in P_{(A,L)}$である。また、生産可能性集合一般に対して仮定された上記の A1.と A2.は、レオンチェフ生産体系(A,L)の下では以下のように記載される:

A1'. $L \gg \mathbf{0}$;
A2'. $\forall \mathbf{c} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$, $\exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$ s.t. $\mathbf{x} - A\mathbf{x} \geq \mathbf{c}$.

但し$\mathbf{x} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$は$n \times 1$型列ベクトルであって、その各成分$x_i \geq 0$は財$i$の粗生産活動水準を表す。ここで、A1'.は直接労働投入ベクトルが正ベクトルである事を意味し、これは全ての財生産活動において直接労働投入が不可欠である事の表現である。また、A2'.はレオンチェフ生産体系における、いわゆる**純生産可能性(Net Output Producibility)**条件である。

純生産可能性条件は、2×2型投入産出行列の想定の下、以下のように図示される:

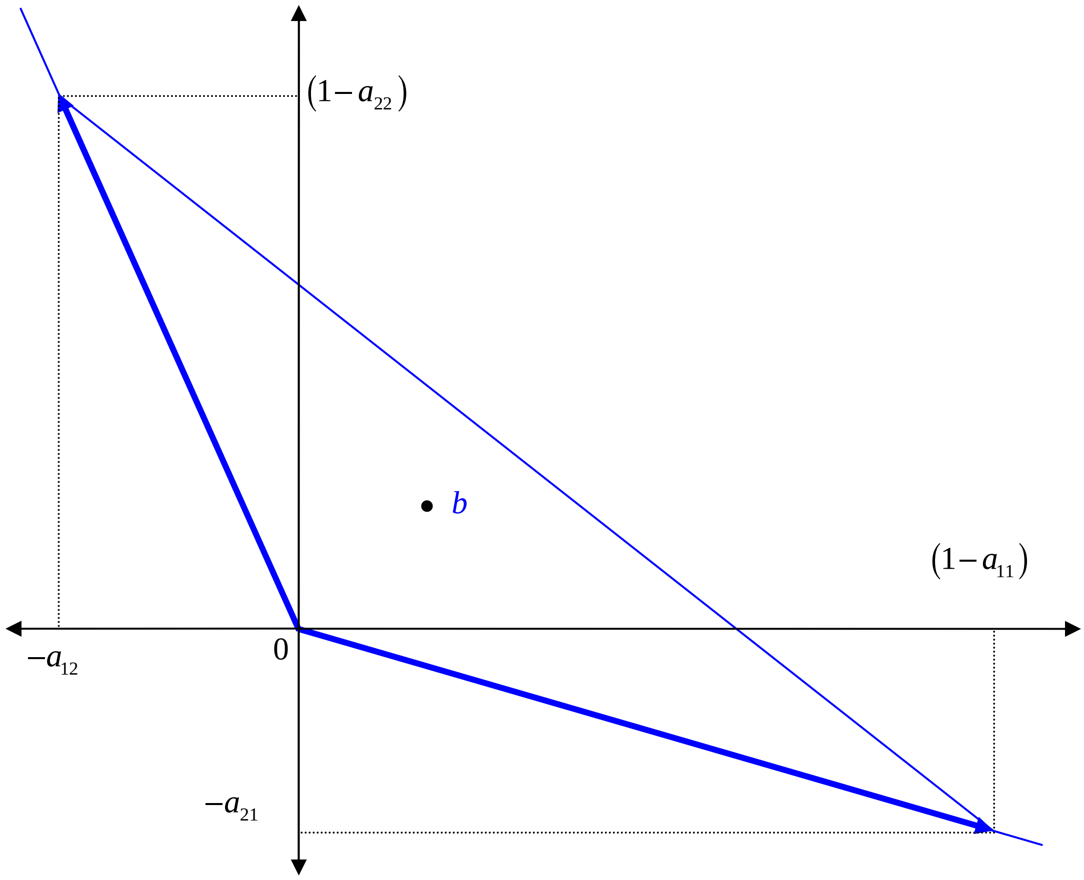

図 2.1: レオンチェフ生産体系の下での純生産可能性

上記の図 2.1 では、財 1 の 1 単位粗産出のために、$a_{11} \geq 0$ の財 1 と $a_{21} > 0$ の財 2 の投入が必要である事、そして、財 1 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix} 1-a_{11} \\ -a_{21} \end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する事を表している。同様に、財 2 の 1 単位粗産出のために、$a_{12} > 0$ の財 1 と $a_{22} \geq 0$ の財 2 の投入が必要である。そして、財 2 産業の 1 単位粗産出活動 $\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ の結果、$\begin{bmatrix} -a_{12} \\ 1-a_{22} \end{bmatrix}$ だけの純産出ベクトルを生産する。さらに、図 2.1 は、産出活動 $\mathbf{e}_1$ と産出活動 $\mathbf{e}_2$ の適切な 1 次結合によって得られる産出活動 $\mathbf{x} = t\mathbf{e}_1 + (1-t)\mathbf{e}_2$（但し $0 \leq t \leq 1$）の適当なスカラー倍 $q\mathbf{x}$（但し、$q > 0$）によって、$\mathbf{R}_+^2$ 上の任意の点をカバーできる事を示している。

例えば図 2.1 の点 $\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^2$ の任意のスカラー倍 $q\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^2$ に対して、それを純産出可能とするような産出活動 $q'\mathbf{x} \in \mathbf{R}_{++}^2$ が存在する事を確認できる。

2.2. 再生産可能解

前節のように定義された資本主義経済 $\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); (\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu \in N} \right\rangle$ の下での人々の経済活動について、議論しよう。今、財市場における完全競争市場を仮定し、各経済主体は市場価格体系 $(\mathbf{p}, w) \in \mathbf{R}_+^{n+1}$ を所与として、合理的経済活動を選択するものとしよう。但し、$\mathbf{p}$ は $1 \times n$ 型財行ベクトルであって、その各成分 $p_j \geq 0$ は財 j の**市場価格**を表す。また、$w \geq 0$ は**名目賃金率**を表す。

第一に、労働者は価格体系が $w \geq \mathbf{pb}$ を満たす限り、資本家に雇用されて 1 日 1 単位労働を提供する事を望む。逆に $w < \mathbf{pb}$ ならば、いずれの労働者も労働市場から撤退する。つまり、もはや 1 日 1 単位労働を提供しようとは考えない。このモデルでは単純化のため、労働者の消費選択の多様性は存在しないものと仮定する。すなわち、全ての労働者は予算制約 $w = q\mathbf{pb}$ を満たす消費財ベクトル $q\mathbf{b}$ を消費選択すると仮定している。

第二に、任意の資本家 $\nu \in N$ は、価格体系 $(\mathbf{p}, w)$ の下で、予算制約下の利潤最大化を達成するように、生産計画を設定する：すなわち、所与の市場価格体系 $(\mathbf{p}, w) \in \mathbf{R}_+^{n+1}$ の下, 以下の様な**予算制約下の利潤最大化問題(P1)**

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}^\nu = \left(-\alpha_0^\nu, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu\right) \in P} \quad \mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu - \left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu + w\alpha_0^\nu\right) \tag{P1}$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu,$$

の解となるような生産計画 $\boldsymbol{\alpha}^\nu = \left(-\alpha_0^\nu, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu, \overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu\right) \in P$ を選択する。価格体系 $(\mathbf{p}, w)$ の下での問題(P1)の解の集合を、$\mathrm{A}^\nu(\mathbf{p}, w)$ で表す事とする。このモデルでは単純化のため、資本家は問題(P1)を解く結果として獲得した利潤収入は全て来期の生産活動のための資本財ストックの蓄積資金に費やされるものと仮定する。すなわち、資本家の消費選択問題は捨象する。

資本家の利潤最大化問題(P1)は、通常の新古典派的一般均衡理論での定式と異なり、資本制約式 $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu$ が制約条件として存在する。これは、この経済モデルでは、生産における時間の要素を本質的に考えているが故である。すなわち、資本家は今日使用した財の投入コストを、その生産成果の収入を明日、受け取る以前に、支払わなければならない、という構造がある。[4]その場合には、信用市場が存在しない当該経済モデルの下では、生産

[4] この生産の時間構造をより厳密に考慮するならば、問題(P1)においても、生産期首の価格と期末の価格体系は一般に違い得るので、利潤関数と資本制約式もそれぞれ、$\mathbf{p}^{t+1}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu - \left(\mathbf{p}^t\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu + w^{t+1}\alpha_0^\nu\right)$ と $\mathbf{p}^t\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu \leq \mathbf{p}^t\boldsymbol{\omega}^\nu$ などと表記されるべきだろう。

のコストは内部金融にて賄うしかない為、各資本家の生産活動は彼の資本制約式によって限定される事になる。[5]そうした構造は、標準的な新古典派的一般均衡理論におけるモデルでは生じない事に留意すべきである。そこでは生産における時間の要素は無視されており、いわば生産諸要素の投入の瞬間に産出を得られる世界を描いている。したがって、生産のコストは産出物の販売による収入で以って瞬間的に相殺される事が可能となり、信用市場が存在しない世界であったとしても、各資本家は彼の元々の資本賦存に制約される事なく、所与の市場価格の下で利潤を最大化させる生産点を、生産可能性集合全体の中から選択する事が可能となる。[6]

以下では財の市場価格ベクトルは全て、$\mathbf{pb}=1$となるように**基準化**されているものとする。以上の設定の下、この経済における均衡は以下のように定義される:

定義 2.1. [Roemer (1980;1981)]: *任意の資本主義経済*$\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$*に対して、あるペア*$((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha})\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}\times P$*が一つの**再生産可能解 (a reproducible solution) (RS)**と呼ばれるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\forall\nu\in N$, $\boldsymbol{\alpha}^{\nu}\in\mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},w)$, 但し$\boldsymbol{\alpha}\equiv\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}^{\nu}$　(利潤最大化条件);

(b) $\hat{\boldsymbol{\alpha}}\geq\alpha_{0}\mathbf{b}$, 但し$\boldsymbol{\alpha}=(-\alpha_{0},-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}})\in P$ & $\hat{\boldsymbol{\alpha}}=\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}$　(再生産可能条件);

(c) $w=\mathbf{pb}$　(生存賃金均衡条件); &

(d) $\underline{\boldsymbol{\alpha}}\leq\boldsymbol{\omega}$　(社会的実行可能性条件).

定義 2.1.の 4 つの条件のうち、(a)は再生産可能解での市場価格体系の下で、全ての資本家は彼らの所有する資本財の貨幣価値額によって規定された予算の制約内で利潤最大化を実現する生産計画を遂行している事を意味する。これは再生産可能解が、市場価格をシグナ

但し、ここで$\mathbf{p}^{t}$は第t期の期首における価格体系を表している。問題(P1)において、そのような記述がないのは、一つは、各資本家の来期の価格体系に関する予測が$\mathbf{p}^{t+1}=\mathbf{p}^{t}$($\forall t$)である、という定常期待(stationary expectation)の構造を持っている、と暗黙裡に仮定されている事であり、また、第二に、再生産可能解という均衡状態においては、各資本家のそうした定常期待が実現化されるような価格体系の系列を考えているからである。この二つの仮定は、少なくとも資本ストック$\boldsymbol{\omega}$がフォン・ノイマン軌道(von Neumann ray)上にある限り、それらを支持する再生産可能解(価格体系と生産点)の時系列が存在する[Roemer (1980, Appendix II, Theorem, p.529)]。

5 だからと言って、このモデルでの帰結が、信用市場の不在という要因に本質的に依存したものであると解釈する必要は無い。実際、Roemer (1981, Chapter 3)が示しているように、信用市場の導入によって、資本家間での利子率を価格シグナルとする資本の貸借行動をモデルとして組み込み、全体の純借入額がゼロである均衡条件を用いて、議論する限り、ここで論じる諸結果に本質的な違いは出てこないのである。その意味で、信用市場の無いモデルの想定は、議論の簡潔化という目的以上のものではない。

6 「瞬間的な生産時間」という解釈の他には、あるいは標準的な新古典派的一般均衡理論は、長期の市場取引をモデル化していると見なす解釈も可能であろう。超長期的には、生産活動における資本賦存制約は本質的ではない、という解釈である。例えば、後節で議論されるフォン・ノイマン経済モデルでも、その標準的な表現では生産要素の賦存制約——資本賦存制約も労働賦存制約も——が一切現れないが、これはこの種のモデルが超長期的な市場経済のメカニズムを扱う目的で構築されたものであるから、という理由が成り立つのである。

ルとした下での経済主体の合理的意思決定の合成として達成されるものである事を意味している。

条件(d)は、社会総体として賦存する総資本財賦存量$\boldsymbol{\omega}$の範囲内で生産活動を行っている事を意味する。これはこの経済モデルに暗黙裡に時間的構造を導入している事を意味している。つまりある生産期間の期首に存在している総資本財賦存量が$\boldsymbol{\omega}$であるとすると、それ以上の資本財を使った生産活動は一生産期間内では不可能である事を意味する。資本財とその他、労働などの生産要素が生産期間の期首に投入されてから、一生産期間の後、その期末に生産物が産出される。この一生産期間内に産出された生産物と期首において生産過程に投入される生産要素のみが、この経済における市場を通じた資源配分の対象となっている。ここでは財の先物市場の存在は想定していない事に注意されたい。また、この経済社会の外部から資本を貸借する事も不可能である。そのような想定の下で、条件(d)は資本財における需給の均衡条件を表している。左辺が生産要素としての資本財への総需要を表し、右辺はその総供給を表している。

条件(c)は労働市場における均衡条件を表している。$w = \mathbf{pb}$とは、再生産可能解においては、労働者の賃金率は、1 単位の 1 日労働の行使に際して必要な生存消費ベクトル$\mathbf{b}$の購入に要する最少額として、決まる事を意味する。これは、当該資本主義社会において、いわゆる**マルクスの相対的過剰人口**が存在する事を前提している。この社会は社会総体として賦存する総資本財賦存量$\boldsymbol{\omega}$の範囲内で生産活動を行うのだが、そのとき、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega})$は社会総体として賦存する総資本財賦存量$\boldsymbol{\omega}$の制約下での労働総需要の最大値を表すとしよう。この$\alpha_0(\boldsymbol{\omega})$は例えば、

$$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) = \max\left\{\alpha_0 \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\boldsymbol{\omega}, \bar{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in \partial SP\right\}$$

で決定される場合もある。[7] 今、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$のとき、相対的過剰人口が存在し得るのであり、かつ均衡賃金水準は生存最小限水準$w = \mathbf{pb}$が均衡賃金水準になり得る。賃金率がより減少すれば、もはやどの労働者も労働市場から撤退してしまうからである。条件(c)は総資本財賦存量$\boldsymbol{\omega}$の制約下での労働総需要以上に潜在的な労働供給(相対的過剰人口)が存在するときの、労働市場均衡条件式を意味する。相対的過剰人口が存在し得る理由は、当該社

---

[7] $\max\left\{\alpha_0 \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\boldsymbol{\omega}, \bar{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in \partial SP\right\}$は全ての可能な$P$に対して常に存在するとは限らない。しかし、ここでは存在するケースをとりあえず考える。その様なケースとして、例えば$P = P_{(A,L)}$の場合、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) = LA^{-1}\boldsymbol{\omega}$となる。逆に、例えば、財 1 が資本財、財 2 が消費財である様な 2 財の世界を考え、そして生産関数$\bar{\alpha}_2 = f(\alpha_0, \underline{\alpha}_1)$が存在して、それがコブ・ダグラス型$f(\alpha_0, \underline{\alpha}_1) = (\alpha_0)^t (\underline{\alpha}_1)^{1-t}$ $(0 < t < 1)$でもって、その効率的フロンティアが表現されるような生産可能性集合Pも、A1, A2, A3 を満たす。この場合、$\max\left\{\alpha_0 \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\boldsymbol{\omega}, \bar{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in \partial SP\right\}$は存在しない。財 1 の賦存量を$\omega_1$で固定したまま、労働投入量を増やせば、常に財 2 の産出量は増大するからである。しかし、このようなタイプの生産可能性集合であっても、$\frac{\partial f(\alpha_0^*, \underline{\alpha}_1)}{\partial \alpha_0} = \frac{w}{p_2} = b_2$となる$\alpha_0^*$は存在する。そして、この$\alpha_0^*$よりも労働投入を増やしたとしても、労働の限界生産性がb_2を下回るが故に、事実上、その様な労働需要は有効ではない。その意味で$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) = \alpha_0^*$と設定しても問題は無い。

会において資本財の社会的賦存が、労働の社会的賦存に比して相対的に稀少である経済環境である点に求められる。資本の相対的稀少性が生じるのも、当該経済モデルに生産の時間構造を想定しているからであり、資本財自体も当該社会の中で生産される生産物の束として取り扱っているからである。ある生産期間において労働が相対的に過剰であるが故に、資本財の生産過程への投下を増やす事で過剰な労働の有効利用によって利潤量を増やそうとしても、資本財の増量投下の為には、資本財の新たな生産を要するのであり、その生産活動もやはり 1 生産期間を要するのである。したがって、我々が特に焦点を当てている任意の 1 期間における資源配分活動を見る限り、そこに資本の相対的稀少賦存という特性が存在しても、なんら不思議な状況ではない。

最後に条件(b)は、消費財の需給条件を表している、と解釈可能であろう。この経済社会で財を消費財として利用する必要があるのは、労働力の再生産のエネルギー源としてそれらの財の消費を必要とする労働者たち集合Oのみである。資本家階級の諸個人たちは、財の消費財としての利用には関心がなく、彼らは専ら資本財の蓄積にのみ関心を持つ者達と想定されている。したがって、条件(b)の右辺がこの経済における消費財への総需要を表し、左辺はその総供給を表しているものと解釈可能である。条件(b)のもう一つの説得力ある解釈としては、それは、今生産期間の期首に社会に賦存した資本財ストック量$\boldsymbol{\omega}$を今生産期間の期末において再現可能である為の条件を表しており、来期の生産においても再び最低限$\boldsymbol{\omega}$の量だけの総資本財ストックを投下して生産可能である(少なくともいわゆる単純再生産可能である)事を要請するものである。なぜならば、条件式$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \alpha_0 \mathbf{b}$は

$$\boldsymbol{\omega} + \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0 \mathbf{b} \geq \boldsymbol{\omega} \tag{2.1}$$

と同値である。この(2.1)式の右辺は、今期の生産活動の期首に際して、投下した資本財ストックの総計である。他方、左辺は今期の生産活動によって投下した資本財ストックの今期末における回収分と純生産物から労働者に対して支払わねばならない実質賃金ベクトル$\alpha_0 \mathbf{b}$を控除したものの総計である。左辺が右辺を上回っているので、この社会は生産活動によって投下した資本財ストックを回収・再現し、かつ、労働者がその労働力を来期以降に向けて再生産できるだけの実質賃金ベクトルを支払った後にも、まだ非負の余剰が存在する可能性を意味する。期首に投下した資本ストック$\boldsymbol{\omega}$が期末に回収される事は、条件(d)より保証されている。この余剰分は来期の生産活動のための資本財ストックの蓄積へと廻されるものと解釈可能である。

この再生産可能解は、いわゆる完全競争市場における標準的な均衡解であるワルラシアン解(競争均衡解)といかなる論理的関係にあるのだろうか？その問いを考察する為に、ここで想定する経済環境の下での競争均衡解を定義しよう。

定義 2.2.：*任意の資本主義経済* $\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); (\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して、あるペア*

$\left((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha}\right)\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}\times P$ *が一つの**競争均衡解**（**a competitive equilibrium**）(**CE**)と呼ばれるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\forall\nu\in N$, $\boldsymbol{\alpha}^{\nu}\in A^{\nu}(\mathbf{p},w)$, 但し $\boldsymbol{\alpha}\equiv\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}^{\nu}$ (利潤最大化条件)；

(b') $\underline{\boldsymbol{\alpha}}+\alpha_0\mathbf{b}\leq\boldsymbol{\omega}+\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ (超過総需要条件)；&

(c) $w=\mathbf{pb}$ (生存賃金均衡条件).

この不等式(b')の右辺は資本財と消費財の総供給を、左辺は資本財と消費財の総需要を表している。よって、(b')は標準的な、競争均衡解を構成する総超過需要条件を表している事を確認できよう。上記の競争均衡解の定義では、標準的な議論とは違って、消費者の予算制約下の合理的選択条件が登場しない。それは、この経済環境では、消費者は専ら労働者階級だけからなり、しかも彼らは全員一致して生存消費ベクトル $\mathbf{b}$ の働いた時間分だけの消費にのみ関心があるため、事実上、消費者選択の契機は均衡解の定義から捨象され得る。つまり、経済主体の合理的意思決定による媒介項は資本家たちの利潤最大化条件のみである。

注意すべきは、一般に、再生産可能解の集合は競争均衡解の部分集合になる事である。その意味で、再生産可能解とは競争均衡解のリファインメントである。競争均衡解は条件(a)、(c)、そして(b')を満たすような $\left((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha}\right)$ によって定義される。そして、再生産可能解の 4 つの条件から競争均衡解の 3 条件が全て満たされる事を確認できるので、再生産可能解は競争均衡解である。実際、再生産可能解の条件(b)式と条件(d)式の和を取ると、常に競争均衡解の条件(b')式を導く事が出来る。しかし逆は一般に言えない。(2.1)式は資本蓄積の経路条件に関わる性質であり、そのような条件は競争均衡解には存在しないからである。

なぜマルクス的一般均衡モデルでは、そこで採用すべき均衡解概念として、単なる競争均衡解ではなく、再生産可能解を考えるべきなのだろうか？両者の違いは、(2.1)を要請するか否かに端的に表れている。(2.1)式とは、上述のように、各生産期間における社会全体の資本財ストックの少なくとも単純再生産可能性を意味していた。また、(2.1)式は定義 2.1-(b)の不等式の要請と同値である。したがって、それは 1 生産期首に投下される労働力の再生産に必要な生存消費ベクトルがその期末に供給される事によって、投下された労働力が再生産可能である事を意味する。このようにして、再生産可能解とは、単に価格シグナルの媒介の下での市場における需給の一致を要請するのみならず、資本ストックと労働力の再生産を通じた、資本主義経済システムそのものの再生産をも要請するものである、と解釈可能である。この、経済的資源配分を通じた経済システムそのものの再生産という視点こそが、マルクス的均衡概念によって表現され得る固有の特徴なのである。

再生産可能解を 2 財のレオンチェフ生産体系の世界の下で、幾何的に表現してみ

よう。改めて図2.2は、仮定A1'.とA2'.とを共に満たすレオンチェフ生産体系を描いている。財1産業の1単位粗産出活動$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$の為には、$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix}$だけの投入が必要である。他方、財2産業の1単位粗産出活動$\mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$の為には、$\mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \end{bmatrix}$だけの投入が必要である。それぞれの投入ベクトル$-\mathbf{a}_1$及び$-\mathbf{a}_2$が図2.2の負象限で描かれている。今、非負象限にある単位ベクトル$\mathbf{e}_1$から$-\mathbf{a}_1$だけ移動した点を取ると、それが財1産業の1単位粗産出活動の結果である純生産ベクトル$\mathbf{e}_1 - \mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 1-a_{11} \\ -a_{21} \end{bmatrix}$を構成する。同様に、単位ベクトル$\mathbf{e}_2$から$-\mathbf{a}_2$だけ移動した点が、財2産業の1単位粗産出活動による純生産ベクトル$\mathbf{e}_2 - \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} -a_{12} \\ 1-a_{22} \end{bmatrix}$を構成する。点$\mathbf{e}_1 - \mathbf{a}_1$と点$\mathbf{e}_2 - \mathbf{a}_2$とを結ぶ線分が、いわば単位産出活動の適当な1次結合によって可能となる純生産量の軌跡を表す。それが図2.1で描かれたものであり、通常、**純生産可能曲線(Net Output Possibility Curve)**と呼ばれるものである。

次に、点$\mathbf{e}_1$からベクトル$-\mathbf{a}_1$の方向で、かつ$-\mathbf{a}_1$の長さを超えてさらに移動させてみよう。同様に、点$\mathbf{e}_2$からベクトル$-\mathbf{a}_2$の方向で、かつ$-\mathbf{a}_1$の長さを超えてさらに移動させ

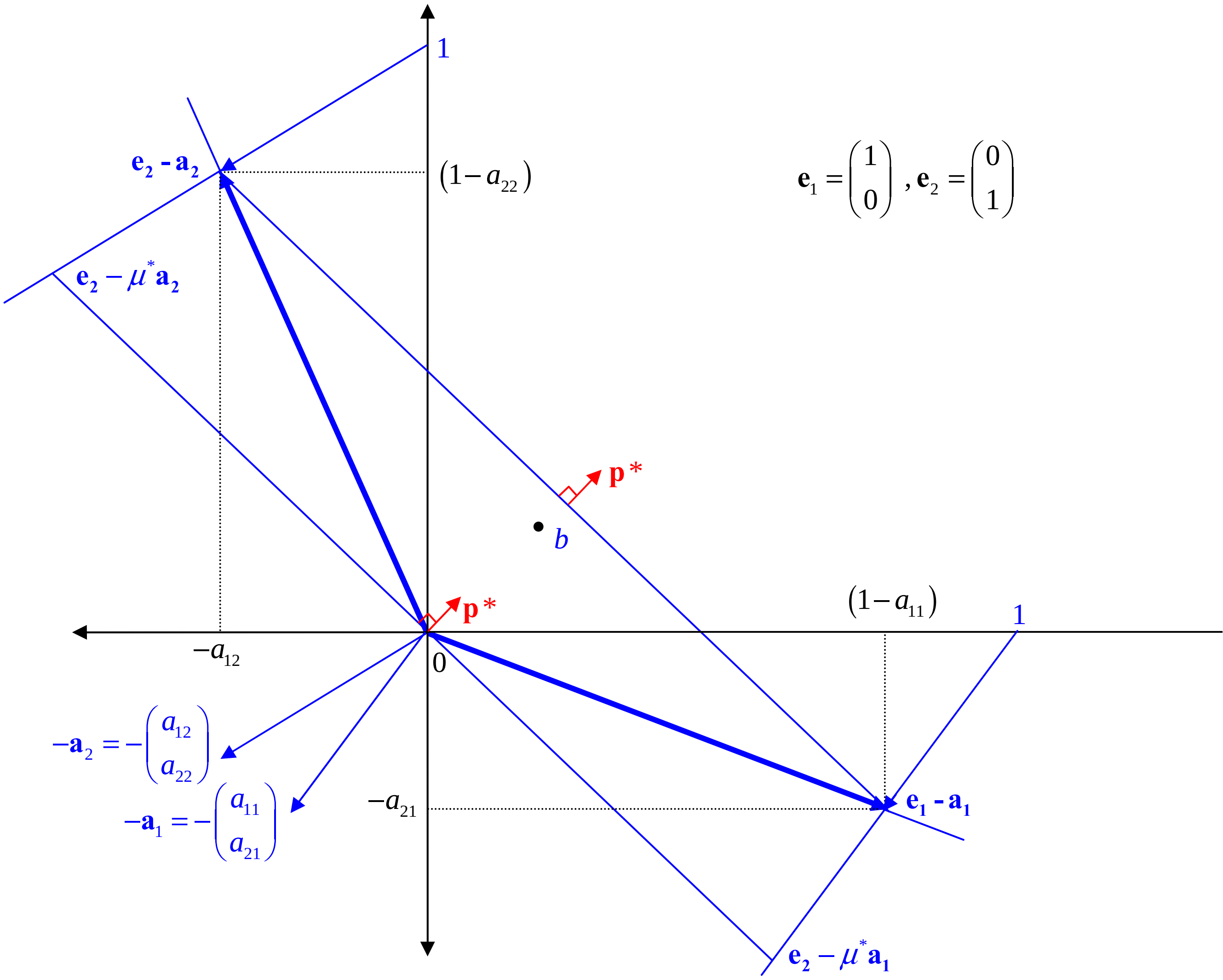

図 2.2: レオンチェフ生産体系と均衡価格
但し $\mu^*>0$ はいわゆるフロベニウス根の逆数

てみよう。すると、ある適当な 1 より大きい正数 $\mu^*>0$ に関して、点 $\mathbf{e}_1$ からベクトル $-\mu^*\mathbf{a}_1$ だけ移動した点 $\mathbf{e}_1-\mu^*\mathbf{a}_1$ と、点 $\mathbf{e}_2$ からベクトル $-\mu^*\mathbf{a}_2$ だけ移動した点 $\mathbf{e}_2-\mu^*\mathbf{a}_2$ とを結ぶと、その線分がちょうど原点 $\mathbf{0}$ を通る、そのような μ^* が存在する。つまり、ベクトル $\mathbf{e}_1-\mu^*\mathbf{a}_1$ とベクトル $\mathbf{e}_2-\mu^*\mathbf{a}_2$ は一次従属である。換言すれば、適当な法線ベクトル $\mathbf{p}^*=\left(p_1^*,p_2^*\right)\gg\mathbf{0}$ と原点 $\mathbf{0}$ によって定義される超平面 $H\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{0}\right)\equiv\left\{\mathbf{x}\in\mathbf{R}^n\middle|\mathbf{p}^*\mathbf{x}=0\right\}$ に、点 $\mathbf{e}_1-\mu^*\mathbf{a}_1$ と点 $\mathbf{e}_2-\mu^*\mathbf{a}_2$、及び両点を結ぶ線分は属している。この 1 より大きい正数 $\mu^*>0$ は、いわゆる**非負行列** A **のフロベニウス根の逆数**であり、それに付随する**唯一の正固有ベクトル**が法線ベクトル $\mathbf{p}^*$ で

ある。ところでこの超平面$H\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{0}\right)$は、点$\mathbf{e}_1-\mathbf{a}_1$と点$\mathbf{e}_2-\mathbf{a}_2$とを結んで定義される直線を、原点を通るように平行移動したものに他ならない。換言すれば、純生産可能曲線は超平面$H\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{0}\right)$と同じ傾きを持つのであり、従って、ベクトル$\mathbf{p}^*$と直交するのである。従って、財の価格体系が$\mathbf{p}^*$であるならば、純生産可能曲線上の点はいずれも同額の売上げ収入を資本家にもたらす事が解る。

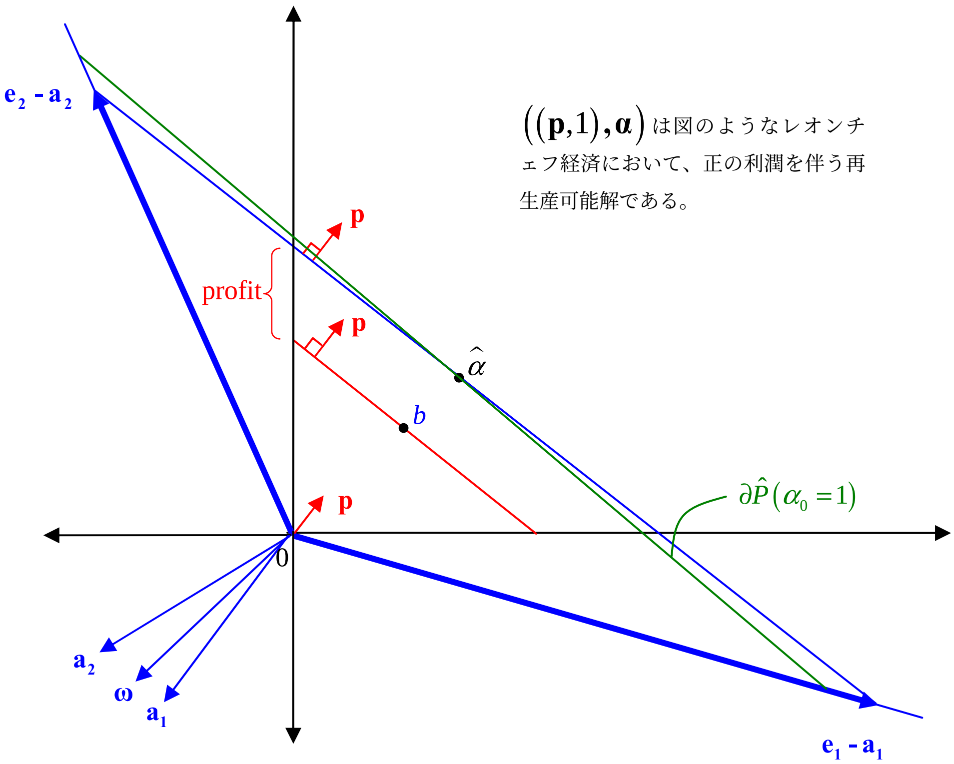

図 2.3: レオンチェフ生産体系における、正の利潤の伴う再生産可能解

レオンチェフ生産技術体系が図 2.2 のように与えられているときに、今、社会全体の総資本賦存$\boldsymbol{\omega}$が図 2.3 の負象限の位置で与えられているものとしよう。財 1 を生産する産業工程$\mathbf{a}_1$と財 2 を生産する産業工程$\mathbf{a}_2$との適度な一次結合によって定まる生産活動水準$\mathbf{x}^*\in\mathbf{R}^2_{++}$の実行によって、総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$をフル稼働できる事を図 2.3 は示している。すなわち、

$$\text{適当な}\,\mathbf{x}^*=\begin{bmatrix}x_1^*\\x_2^*\end{bmatrix}>\mathbf{0}\quad\&\quad x_1^*+x_2^*=1\,\text{に関して、}\;A\mathbf{x}^*=x_1^*\mathbf{a}_1+x_2^*\mathbf{a}_2=\boldsymbol{\omega},\;\text{但し}\;A=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}\\a_{21}&a_{22}\end{bmatrix},$$

となる。このとき、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}\equiv\mathbf{x}^*-A\mathbf{x}^*$が対応する純産出ベクトルである。このときの必要な直接

投入労働量 $L\mathbf{x}^*$ を 1 と基準化しよう。定義より、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \in \partial \hat{P}_{(A,L)}(\alpha_0 = 1)$ である。このとき、労働者へ支払わなければならない実質賃金ベクトルの最低限は $\mathbf{b}$ となる。今、図 2.3 に描くように、点 $\mathbf{b}$ は点 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ の南西方向に位置しているものとしよう。すなわち、$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{b}$ である。また、図 2.2 においてその存在が確かめられた行列 A のフロベニウス正固有ベクトルに相当する財の価格ベクトルを $\mathbf{p} \gg \mathbf{0}$ とする。また、$\boldsymbol{\alpha} \equiv \left(-L\mathbf{x}^*, -A\mathbf{x}^*, \mathbf{x}^*\right)$ と置けば、ペア $\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)$ はこの 2 財レオンチェフ生産経済における再生産可能解を構成する。

実際、純産出ベクトル $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ も実質賃金ベクトル $\mathbf{b}$ も、価格ベクトル $\mathbf{p}$ を法線ベクトルとする超平面に属しており、実質賃金ベクトル $\mathbf{b}$ と価格ベクトル $\mathbf{p}$ によって構成される超平面は、非負象限において、$\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)$ の下で労働 1 単位提供した労働者の受け取る所得曲線

$$B(\mathbf{p},1) \equiv \left\{\mathbf{c} \in \mathbf{R}_+^n \middle| \mathbf{pc} = 1\right\}$$

に一致する。このとき、資本家の利潤量は $\mathbf{p} \cdot (\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{b})$ に等しく、これは価格 $(\mathbf{p},1)$ の下で確かに、$\boldsymbol{\alpha}$ によって最大化されている。それはフロベニウス正固有ベクトル $\mathbf{p} \gg \mathbf{0}$ の下では、純生産可能曲線上のいずれの点も同一の利潤率を保証する:

$$\frac{\mathbf{p} \cdot (\mathbf{e}_1 - \mathbf{a}_1) - L_1}{\mathbf{pa}_1} = \frac{\mathbf{p} \cdot (\mathbf{e}_2 - \mathbf{a}_2) - L_2}{\mathbf{pa}_2}$$

のであり、今、労働 1 単位と資本財ストック $\boldsymbol{\omega}$ をフル稼働できる生産計画は $\boldsymbol{\alpha}$ のみであるからである。また、図 2.3 の構成より $\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \mathbf{b}$ であった。$\boldsymbol{\alpha}$ においては $\alpha_0 = L\mathbf{x}^* = 1$ であったから、これは再生産可能解の条件(b)が満たされている事を意味する。すでに $w = \mathbf{pb} = 1$ 及び、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} = A\mathbf{x}^* = \boldsymbol{\omega}$ については図 2.3 の構成より確認済みである。以上より、$\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)$ は再生産可能解である。さらに、図 2.3 では $\hat{\boldsymbol{\alpha}} > \mathbf{b}$ より、利潤 $\mathbf{p} \cdot (\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \mathbf{b})$ は正である事も確認できる。

2.3. 再生産可能解の存在定理

前節で導入された均衡解の存在問題について、ここでは議論したい。第一に、ここで想定する様な閉凸錘的生産技術体系を持つ私的所有生産経済では、競争均衡解の存在は比較的容易に証明できる。2.1 節で定義した経済環境では、社会の生産可能性集合が閉凸錘である事から、全ての資本家はこの生産可能性集合に自由にアクセス可能である。つまり企業ごとにアクセス可能な生産可能性集合が異なるという、一般均衡理論における標準的なワルラス市場モデルのような複雑な要因は、ここでは存在しない。また、資本家の目的は専ら資本財の蓄積にあり、したがって、彼の問題は所有資本制約下の利潤最大化問題として定式化された。他方、消費行動は労働者階級にのみ見られ、しかも全ての労働者は 1 単位労働提供に対して生存消費ベクトル $\mathbf{b}$ を消費する事にのみ関心がある。すなわち、消費選

択問題はここでは実質上、存在しない。このようにかなり簡単化された競争市場モデルをここでは想定しているが故に、競争均衡解の存在問題も簡単化されていると見なせる。以下では、2.1 節で定義された資本主義経済モデルの下での完全競争解の存在定理の議論から始める事にしよう。

以下、$\Delta \equiv \left\{ \mathbf{p} \in \mathbf{R}_+^n \middle| \ \mathbf{pb} = 1 \right\}$としよう。市場価格$\mathbf{p} \in \Delta$が所与の下で、各資本家$\nu \in N$にとっての実行可能な生産集合を$B^\nu(\mathbf{p}) \equiv \left\{ \boldsymbol{\alpha}^\nu \in P \middle| \ \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^\nu \leq \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu \right\}$と定義しよう。

Lemma 2.1: *任意の$\nu \in N$に関して、$\boldsymbol{\omega}^\nu \in \mathbf{R}_{++}^n$としよう。このとき、任意の$\mathbf{p} \in \Delta$に対して、$B^\nu(\mathbf{p})$は非空、凸、かつコンパクトである。また、対応$B^\nu : \Delta \to\to P$は劣半連続である。*

証明： $B^\nu(\mathbf{p})$が非空である事は、$\mathbf{0} \in B^\nu(\mathbf{p})$より従う。凸性と有界閉集合である事も、定義より明らかである。最後に、対応B^νの劣半連続性について。今、$\boldsymbol{\alpha} \in B^\nu(\mathbf{p})$でありかつ、$\mathbf{p}^\mu \to \mathbf{p}$としよう。このとき、各$\mu$に関して$\boldsymbol{\alpha}^\mu \in B^\nu(\mathbf{p}^\mu)$であるような点列$\boldsymbol{\alpha}^\mu \to \boldsymbol{\alpha}$の存在を示したい。今、各$\mu$に関して

$$\boldsymbol{\alpha}^\mu = \begin{cases} \boldsymbol{\alpha} & \text{if } \boldsymbol{\alpha} \in B^\nu(\mathbf{p}^\mu) \\ \lambda^\mu \boldsymbol{\alpha} & \text{if } \boldsymbol{\alpha} \notin B^\nu(\mathbf{p}^\mu) \end{cases} \quad \text{但し } \lambda^\mu = \max\left\{ \lambda \in \mathbf{R}_+ \middle| \lambda \mathbf{p}^\mu \underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \mathbf{p}^\mu \boldsymbol{\omega}^\nu \right\}$$

と、点列$\left\{\boldsymbol{\alpha}^\mu\right\}$を定義しよう。$\boldsymbol{\omega}^\nu \in \mathbf{R}_{++}^n$である事より任意の$\mathbf{p}^\mu \in \Delta$に対して、$\mathbf{p}^\mu \boldsymbol{\omega}^\nu > 0$である事から、$\lambda^\mu$は well-defined である事を確認できる。また、定義より、$\lambda^\mu \geq 1$。定義より、この点列$\left\{\boldsymbol{\alpha}^\mu\right\}$においては、各$\mu$に関して$\boldsymbol{\alpha}^\mu \in B^\nu(\mathbf{p}^\mu)$である。さらに、$\mathbf{p}^\mu \to \mathbf{p}$、及び$\boldsymbol{\alpha} \in B^\nu(\mathbf{p})$から、$\lambda^\mu \to 1$が従う。それゆえに、$\boldsymbol{\alpha}^\mu \to \boldsymbol{\alpha}$が従う。 **Q.E.D.**

Lemma 2.2: *任意の$\nu \in N$に関して、$\boldsymbol{\omega}^\nu \in \mathbf{R}_{++}^n$としよう。このとき、任意の$\mathbf{p} \in \Delta$に対して、$A^\nu(\mathbf{p}, w)$は非空、凸、かつコンパクトである。また、対応$A^\nu : \Delta \to\to P$は優半連続である。*

証明： $A^{\nu}(\mathbf{p},w)$の非空、凸性は明らか。また、関数$\mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}-\left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+w\alpha_0^{\nu}\right)$は連続であるので、コンパクト集合$B^{\nu}(\mathbf{p})$上でのその最大値の集合はコンパクトである。

最後に、対応A^{ν}の優半連続性を証明する。今、ある点列$\mathbf{p}^{\mu}\to\mathbf{p}$に対して、$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}\in A^{\nu}\left(\mathbf{p}^{\mu},w\right)$かつ$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}\to\boldsymbol{\alpha}$であるとしよう。　このとき、$\boldsymbol{\alpha}\in A^{\nu}(\mathbf{p},w)$である事を証明する。逆に$\boldsymbol{\alpha}\notin A^{\nu}(\mathbf{p},w)$と仮定しよう。ここで$\mathbf{p}^{\mu}\to\mathbf{p}$かつ$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}\to\boldsymbol{\alpha}$であるので、$\boldsymbol{\alpha}\in B^{\nu}(\mathbf{p})$は容易に従う。実際、$\boldsymbol{\alpha}\notin B^{\nu}(\mathbf{p})$ならば$\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}>\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$であり、したがって十分に$\boldsymbol{\alpha}$に近い$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}$に関しても$\mathbf{p}^{\mu}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\mu}>\mathbf{p}^{\mu}\boldsymbol{\omega}^{\nu}$となり、これは$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}\in A^{\nu}\left(\mathbf{p}^{\mu},w\right)$に矛盾する。よって、$\boldsymbol{\alpha}\in B^{\nu}(\mathbf{p})$。今、$\boldsymbol{\alpha}\notin A^{\nu}(\mathbf{p},w)$であると仮定する。したがって、ある$\boldsymbol{\alpha}'\in B^{\nu}(\mathbf{p})$が存在して、そのとき

$$\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}'-w\alpha_0' > \mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}} - w\alpha_0$$

となる。すると、B^{ν}の劣半連続性より、各μに関して$\boldsymbol{\alpha}'^{\mu}\in B^{\nu}\left(\mathbf{p}^{\mu}\right)$となり、かつ、$\boldsymbol{\alpha}'$に収束する別の点列$\left\{\boldsymbol{\alpha}'^{\mu}\right\}$が存在する。よって十分に大きい$\mu$に関して、

$$\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}'^{\mu}-w\alpha_0'^{\mu}>\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\mu}-w\alpha_0^{\mu}$$

が成立する事になり、これは$\boldsymbol{\alpha}^{\mu}\in A^{\nu}\left(\mathbf{p}^{\mu},w\right)$に矛盾。よって$\boldsymbol{\alpha}\in A^{\nu}(\mathbf{p},w)$が従う。　**Q.E.D.**

定理 2.1： *任意の*$\nu\in N$ *に関して、*$\boldsymbol{\omega}^{\nu}\in\mathbf{R}^n_{++}$ *となるような資本主義経済*$\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$*を考える。今、*$\alpha_0(\boldsymbol{\omega})\leq\#O$ *かつ*$\mathbf{b}\in\mathbf{R}^n_{++}$ *とする。*[8] *このとき、競争均衡解*$\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)$*が存在する。*

証明： $\mathbf{b}\in\mathbf{R}^n_{++}$であるので、$\Delta$は単体に位相同型的(homeomorphic)になる。総超過需要対応$Z:\Delta\to\to\mathbf{R}^n$を以下のように定義しよう：任意の$\mathbf{p}\in\Delta$に対して、総超過需要集合を

$$Z(\mathbf{p})\equiv\left\{\sum_{\nu\in N}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+\sum_{\nu\in N}\alpha_0^{\nu}\mathbf{b}-\left(\boldsymbol{\omega}+\sum_{\nu\in N}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\right)\middle|\boldsymbol{\alpha}^{\nu}\in A^{\nu}(\mathbf{p},1)(\forall\nu\in N)\right\}$$

8　正の生存消費ベクトルの仮定は、証明のプロセスを簡潔にする為に導入したものであって、競争均衡の存在にとって、この仮定は本質的なものではない。

とする。この総超過需要対応が非空、コンパクト凸値であり、かつΔ上において優半連続であることを確認することができる。さらに、任意の総超過需要ベクトル$\mathbf{z}(\mathbf{p}) \in Z(\mathbf{p})$に関して、$\mathbf{p} \cdot \mathbf{z}(\mathbf{p}) \leq 0$となる。それは、第一に、任意の$\nu \in N$に関して$\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in A^{\nu}(\mathbf{p},1)$かつ$\mathbf{0} \in B^{\nu}(\mathbf{p})$である事から、$\sum_{\nu \in N} \mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} - \sum_{\nu \in N} \alpha_0^{\nu} \geq 0$が従う為に、また第二に、$\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in B^{\nu}(\mathbf{p})$ $(\forall \nu \in N)$である事より$\mathbf{p} \cdot \left(\sum_{\nu \in N} \underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} - \boldsymbol{\omega}\right) \leq 0$が従う事から、確認できる。

以上の議論より、Debreu (1959)のレンマ[Debreu (1959; section 5.6, (1); p. 82)]を適用すれば、ある価格ベクトル$\mathbf{p}^* \in \Delta$及び、ある超過需要ベクトル$\mathbf{z}(\mathbf{p}^*) \in Z(\mathbf{p}^*)$が存在して、$\mathbf{z}(\mathbf{p}^*) \leq \mathbf{0}$となることを確認できる。これは定義 2.2-(b')の条件が満たされている事を意味する。また、総超過需要の定義より、$\mathbf{z}(\mathbf{p}^*)$に対応する$\left(\boldsymbol{\alpha}^{*\nu}\right)_{\nu \in N} \in \times_{\nu \in N} A^{\nu}(\mathbf{p}^*,1)$が存在する。賃金率は$w=1$であるが、これは$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$の前提と整合的である。以上の議論より、当該経済において$\left((\mathbf{p}^*,1),\left(\boldsymbol{\alpha}^{*\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$が競争均衡解を構成する。 **Q.E.D.**

次に再生産可能解の存在問題について議論しよう。前述のように、再生産可能解は競争均衡解のリファインメントである為、その存在問題は固有に探求しなければならない。競争均衡解の存在が保証されたとしても、その均衡配分が資本蓄積の経路条件である(2.1)式を満たすものであるか否かは自明な問題ではない。

生産可能性集合Pを所与として、$\tilde{P} \equiv \left\{\overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0 \mathbf{b} \in \mathbf{R}^n \middle| (-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}) \in P\right\}$としよう。今、資本財の社会的初期賦存$\boldsymbol{\omega}$に関して、以下のような限定された定義域集合を考える：

$$\mathbb{C}^* \equiv \left\{\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^n_+ \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} \in P : \underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \boldsymbol{\omega}, \neg(\underline{\boldsymbol{\alpha}} \ll \boldsymbol{\omega}), \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0 \mathbf{b} \geq \underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\omega} - \alpha_0 \mathbf{b} \in \partial \tilde{P}\right\}$$

この集合は非空な閉凸錘集合である。もし$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^*$であるならば、この$\boldsymbol{\omega}$の下で、定義 2.1-(b)式及び定義 2.1-(d)式を満たすような生産計画が実行可能となる事を意味する。さらに、このとき$\overline{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\omega} - \alpha_0 \mathbf{b} \in \partial \tilde{P}$も従う。

我々は、上記の集合$\mathbb{C}^*$に総資本財ストックが賦存している事が再生産可能解の存在の必要十分条件である事を証明する事ができる：

定理 2.2 [Yoshihara (2007)]：$\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^n_{++}$*であるような資本主義経済*$\left\langle N, O; (P, \mathbf{b}); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$*を*

考える。今、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$ かつ $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n_{++}$ とする。[9] *このとき、再生産可能解 $((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha})$ が存在するのは、$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^*$ であるとき、そしてそのときのみである。*

証明：1. $(\Rightarrow)$ について。$((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha})$ が再生産可能解であるとしよう。再生産可能解の下では、$\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ である。よって、定義 2.1-(d)より、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \boldsymbol{\omega}$ かつ $\neg(\underline{\boldsymbol{\alpha}} \ll \boldsymbol{\omega})$ である。また、定義 2.1-(b)より、$\overline{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0\mathbf{b} \geq \underline{\boldsymbol{\alpha}}$ である。また、定義 2.1-(a)より、$\boldsymbol{\alpha} \in \sum_{\nu\in N} A^\nu(\mathbf{p},1)$ である。したがって、$\frac{\mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega})-\alpha_0}{\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}}$ は価格体系 $(\mathbf{p},1)$ の下での最大利潤率を実現している。よって、$\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}' = \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ となるような任意の $\boldsymbol{\alpha}' \in P$ に関して、$\mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega})-\alpha_0 \geq \mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}'-\underline{\boldsymbol{\alpha}}')-\alpha_0'$ である。これは $\tilde{P}$ の凸性より、$\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega}-\alpha_0\mathbf{b} \in \partial\tilde{P}$ である事を意味し、かつ、$\mathbf{p} \in \Delta$ が点 $\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega}-\alpha_0\mathbf{b}$ の一つの支持価格であることを意味する。[10] ここで、$\boldsymbol{\alpha} \in P$、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \boldsymbol{\omega}$、かつ A3 より、$(-\alpha_0, -\boldsymbol{\omega}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}) \in P$ である事は保証されている事に留意せよ。

2. $(\Leftarrow)$ について。$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^*$ としよう。そのとき、ある生産計画 $\boldsymbol{\alpha} \in P$ が存在して、$\underline{\boldsymbol{\alpha}} \leq \boldsymbol{\omega}$ かつ $\neg(\underline{\boldsymbol{\alpha}} \ll \boldsymbol{\omega})$ となる。さらに、$\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega}-\alpha_0\mathbf{b} \in \partial\tilde{P}$ でもある。この最後の性質より、支持超平面定理(Supporting Hyperplane Theorem)が適用できて、ある価格 $\mathbf{p} \in \Delta$ が存在して、集合 $\tilde{P}$ 上で $\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega}-\alpha_0\mathbf{b}$ を支持する事を確認できる。したがって、$\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}' = \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ となるような任意の $\overline{\boldsymbol{\alpha}}'-\underline{\boldsymbol{\alpha}}'-\alpha_0'\mathbf{b} \in \tilde{P}$ に対して、$\mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega})-\alpha_0 \geq \mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}'-\underline{\boldsymbol{\alpha}}')-\alpha_0'$ である。これは、価格体系 $(\mathbf{p},1)$ の下で、$\boldsymbol{\alpha}$ が利潤率最大化を実現している事を意味する。さらに、$\mathbf{0} \in \tilde{P}$ である事から、$\mathbf{p}\cdot(\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\boldsymbol{\omega})-\alpha_0 \geq 0$ も保証される。

さて、$(\boldsymbol{\omega}^\nu)_{\nu\in N}$ がこの経済環境における資本財初期賦存の分布であった。当然ながら、$\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\omega}^\nu = \boldsymbol{\omega}$ である。そのとき、P の凸錘性より、任意の資本家 $\nu \in N$ に関して、$\boldsymbol{\alpha}^\nu \equiv \frac{\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu}{\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}}\boldsymbol{\alpha}$ とすれば、$\boldsymbol{\alpha}^\nu \in A^\nu(\mathbf{p},1)$ となる。また、$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^*$ かつ、$\boldsymbol{\alpha}$ の定義より、$\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\alpha_0\mathbf{b} \geq \underline{\boldsymbol{\alpha}}$ である。最後に、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$ である事より、$w = \mathbf{p}\mathbf{b} = 1$ も成立する。以上より、$((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha})$ が再生産可能解となる。 **Q.E.D.**

---

[9] 正の生存消費ベクトルの仮定は、証明のプロセスを簡潔にする為に導入したものであって、再生産可能解の存在にとって、この仮定は本質的なものではない。

[10] 例えば、Rockafellar (1970)における Corollary 11.6.2, p.100 を参照の事。

再生産可能解の存在問題は、Roemer（1980,1981)においても議論されている。最初に、Roemer（1980,1981)は分解不可能な投入産出行列を持つレオンチェフ生産経済の下での再生産可能解の存在定理を提示しており、その定理では解が存在する為の必要十分条件として、総資本ストック $\boldsymbol{\omega}$ の定義域をある閉凸錘な集合として特徴づけていた。それは以下のような集合である：

$$\mathbb{C}^{**} \equiv \left\{ \boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}_{+}^{n} \middle| \exists \boldsymbol{\alpha} \in P_{(A,L)} : \underline{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\omega}, \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0 \mathbf{b} \geq \underline{\boldsymbol{\alpha}} \right\}.$$

系 2.1 [Roemer (1981; Chapter 1)]：$\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ *である資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P_{(A,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *を考える。今、* $\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$ *かつ* $\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ *とする。*[11] *また、投入産出行列 A は分解不能であるとする。このとき、*再生産可能解 $((\mathbf{p},1), \mathbf{x})$ *が存在するのは、* $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^{**}$ *であるとき、そしてそのときのみである。また、このとき利潤率の均等化が成立する。*

証明：$\mathbb{C}^{**}$ をレオンチェフ経済モデルの表記で改めて書き換えると、

$$\mathbb{C}^{**} \equiv \left\{ \boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}_{+}^{n} \middle| \exists \mathbf{x} \in \mathbf{R}_{+}^{n} : A\mathbf{x} = \boldsymbol{\omega}, \mathbf{x} - (L\mathbf{x})\mathbf{b} \geq A\mathbf{x} \right\}.$$

1. $(\Rightarrow)$ について。$((\mathbf{p},1), \mathbf{x})$ が再生産可能解であるとしよう。ここで定義 2.1-(b)より、再生産可能条件 $\mathbf{x} - (L\mathbf{x})\mathbf{b} \geq A\mathbf{x}$ が成り立つ。$\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ かつ、A2'より、$\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ ならば $(L\mathbf{x})\mathbf{b} \gg \mathbf{0}$ である。さらに A1'及び A の分解不可能性より、正の逆行列 $[I-A]^{-1} \gg \mathbf{0}$ が存在して、

$$\mathbf{x} \geq [I-A]^{-1}(L\mathbf{x})\mathbf{b} \gg \mathbf{0}.$$

つまり再生産可能解 $((\mathbf{p},1), \mathbf{x})$ においては、全ての産業部門は正の生産活動を行っている。

この事は、各資本家は価格 $(\mathbf{p},1)$ の下で利潤最大化をすべく生産活動を選択しており、その結果としての $\mathbf{x} \gg \mathbf{0}$ である事から、価格 $(\mathbf{p},1)$ において全ての産業部門の利潤率が等しくなければならない事を意味する。するとペロン＝フロベニウス定理より、そのような価格ベクトル $\mathbf{p}$ が唯一、行列 A の正固有ベクトルとして存在する。ところで再生産可能解においては $\mathbf{p}A\mathbf{x} = \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ が成り立っており、かつ、$\mathbf{p} \gg \mathbf{0}$ である事から、$A\mathbf{x} = \boldsymbol{\omega}$ でなければならない。以上より、$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^{**}$ である。

---

11 正の生存消費ベクトルの仮定は、証明のプロセスを簡潔にする為に導入したものであって、再生産可能解の存在にとって、この仮定は本質的なものではない。

2. $(\Leftarrow)$について。$\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^{**}$としよう。するとある非負のベクトル$\mathbf{x} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$が存在して、

$$\mathbf{x} - (L\mathbf{x})\mathbf{b} \geq A\mathbf{x}$$

であり、**1.**と同じ理由で、$\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ならば$\mathbf{x} \gg \mathbf{0}$である。そのような$\mathbf{x}$に関して、$A\mathbf{x} = \boldsymbol{\omega}$である。このとき、ペロン＝フロベニウス定理より、行列Aの唯一の正固有ベクトル$\mathbf{p} \gg \mathbf{0}$に関して、$\mathbf{p} \in \Delta$となるように基準化すれば、フロベニウス固有値の逆数$1+\Pi$よりも小さいある 1 よりも大きい正数$(1+\pi)$に関して

$$\mathbf{p} = (1+\pi)\mathbf{p}A + L$$

となる。この価格体系$(\mathbf{p},1)$の下では、全ての産業部門の利潤率が均等である為、総生産活動ベクトルが$\mathbf{x}$であれば、それは全ての資本家の資本制約下の生産活動を利潤最大化行動として支持する。また、$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$であるので、賃金率$w=1$は均衡となる。よって、$((\mathbf{p},1),\mathbf{x})$は再生産可能解となり、そのとき全ての産業部門の利潤率が等しくなっている。　　**Q.E.D.**

我々が上記で議論した$\mathbb{C}^{*}$との主な違いは、第 3 条件$\bar{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\omega} - \alpha_0 \mathbf{b} \in \partial\tilde{P}$を要請していない点である。この条件は、剰余生産物に関する効率的生産の条件と言えるものであり、これによって$\boldsymbol{\omega}$の下でアクセス可能な生産点$\boldsymbol{\alpha}$がある価格体系の下での利潤率最大化を保証している。一般的な凸錘生産可能性集合の場合、全ての生産点が利潤率最大化を保証するという状況はまれである。従って、この条件は一般的な凸錘生産技術をもつ生産経済では不可欠な要請である。他方、分解不可能な投入産出行列を持つレオンチェフ生産経済の場合、再生産可能解の下ではn財全ての生産部門が稼動されるという特性を持つ。それが故に、この種の経済では、再生産可能解の下ではn財全ての生産部門の利潤率は均等でなければならない、という性質を持つ。したがって、レオンチェフ生産経済の場合、いかなる生産点もn財全ての部門の生産活動の何らかの一次結合として表されるという性質から、結局、いかなる生産点も$\mathbb{C}^{*}$の第 3 条件$\bar{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\omega} - \alpha_0 \mathbf{b} \in \partial\tilde{P}$を自動的に満たしている事が従う。つまり、分解不可能な投入産出行列を持つレオンチェフ生産経済の場合には、再生産可能解の存在を保証する資本財初期賦存の定義域に関する制約は、残りの二つの要請、つまり定義 1-(b)と定義 1-(d)の条件との整合性だけで十分なのである。

第二に、Roemer (1980,1981)は、一般的な凸生産可能性集合を持つ生産経済の下での再生産可能解の存在証明も行っている。そこでは、Roemer (1980,1981)はこの解の存在証明を直接行うのでなく、準再生産可能解(quasi-reproducible solution; QRS)という概念を導入し、一旦、準再生産可能解の存在を証明するという媒介を経て、再生産可能解の存在について議論している。しかしその証明方法では、再生産可能解が存在する為の、総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の定義域についての特徴づけに成功していない。つまり、再生産可能解の存在を保証するような、総資本ストック$\boldsymbol{\omega}$の賦存領域に関するプリミティヴなデータについて、Roemer (1980,1981)は何も明らかにしていない。もちろん、Roemer (1980,1981)の場

合は、凸錘ではなく、単に凸性を要請しているだけという点で、より一般的な生産経済を扱っているという違いはある。対して、我々がここで論じた Yoshihara (2007)においては、生産可能性集合は凸錘に制約されているものの、上記の課題に関して、完全な解答を与えているのである。

2.4. 一般凸錘生産経済の特殊ケース：フォン・ノイマン経済と均斉成長解

資本主義経済$\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$の生産可能性集合$P$のもう一つの代表的特殊形態として、いわゆる**フォン・ノイマン生産技術体系**(A,B,L)がある。ここでAは$n\times m$型非負行列であって、その各成分$a_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準に必要な財iの投入量を意味する。行列Aを**投入行列**と言う。また、Bは$n\times m$型非負行列であって、その各成分$b_{ij}\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準で可能な財iの産出量を意味する。行列Bを**産出行列**と言う。他方、Lは$1\times m$型非負行ベクトルであって、その各成分$L_j\geq 0$は、第j工程の 1 単位操業水準当たりに必要な直接労働投入量を意味する。ベクトルLは**直接労働投入ベクトル**と言われる。フォン・ノイマン生産体系(A,B,L)から導出される生産可能性集合は$P_{(A,B,L)}\equiv\left\{(-L\mathbf{x},-A\mathbf{x},B\mathbf{x})\middle|\mathbf{x}\in\mathbf{R}_{+}^{m}\right\}$で与えられる。この$P_{(A,B,L)}$は$\mathbf{R}_{-}\times\mathbf{R}_{-}^{n}\times\mathbf{R}_{+}^{n}$における閉凸錘集合であり、また$\mathbf{0}\in P_{(A,B,L)}$である。また、生産可能性集合一般に対して仮定された A1.と A2.は、フォン・ノイマン生産体系(A,B,L)の下では以下のように記載される:

A1”. $L\gg\mathbf{0}$；
A2”. $\forall\mathbf{c}\in\mathbf{R}_{+}^{n}$, $\exists\mathbf{x}\in\mathbf{R}_{+}^{m}$ s.t. $B\mathbf{x}-A\mathbf{x}\geq\mathbf{c}$.

但し$\mathbf{x}\in\mathbf{R}_{+}^{m}$は$m\times 1$型列ベクトルであって、その各成分$x_j\geq 0$は第$j$工程の操業水準を表す。

ここで、A1”.は直接労働投入ベクトルが正ベクトルである事を意味し、これは全ての財生産活動において直接労働投入が不可欠である事の表現である。また、A2”.はフォン・ノイマン生産体系における、**純生産可能性(Net Output Producibility)**条件である。

前節まで我々は、主に 2 つの均衡概念について考察してきた。一つは競争均衡解であり、もう一つは再生産可能解であった。この節では、フォン・ノイマン生産体系(A,B,L)を持つ資本主義経済$\left\langle N,O;\left(P_{(A,B,L)},\mathbf{b}\right);(\boldsymbol{\omega}^{\nu})_{\nu\in N}\right\rangle$の下でしばしば議論される、もう一つの代替的均衡概念について議論したい。それは**均斉成長解(balanced growth solution)**と呼ばれるもので、以下のように定義される：

定義 2.3. [von Neumann (1945)]: *任意の資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P_{(A,B,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *に対して、あるペア* $\left((\mathbf{p}, w), \mathbf{x}\right) \in \mathbf{R}_{+}^{n+1} \times \mathbf{R}_{+}^{m}$ *が一つの**均斉成長解(balanced growth solution) (BG)**と呼ばれるのは、ある実数* $\pi > -1$ *が存在して、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\mathbf{p}B \leq (1+\pi)\left[\mathbf{p}A + wL\right]$;

(b) $B\mathbf{x} \geq (1+\pi)\left[A + \mathbf{b}L\right]\mathbf{x}$;

(c) $w = \mathbf{pb}$ (生存賃金均衡条件);

(d) $\mathbf{p}B\mathbf{x} = (1+\pi)\left[\mathbf{p}A + wL\right]\mathbf{x}$; &

(e) $\mathbf{p}B\mathbf{x} > 0$.

ここで、(a)式は、価格-費用不等式を表しており、競争によって均等利潤率πを超える利潤は消滅することを含意している。(b)は、財の資本財としての消費であれ個人的消費であれ、今期の消費量は前期に生産された粗産出量を上回ることは出来ない事を意味する。(d)は収益性のルールを表明しており、すなわち、均等利潤率を実現できないプロセスは操業されない事を含意している。同時に、自由財のルール、すなわち、過剰生産の生じる財の価格はゼロになる事を含意する。(e)は総産出の価値は正であることを示す。[12]

均斉成長解の存在については、以下の定理が示すように、一般的に保証される：

定理 2.3 [von Neumann (1945)]： $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ *であるような資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P_{(A,B,L)}, \mathbf{b}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \right\rangle$ *を考える。今、* $\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \# O$ *かつ* $\mathbf{b} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ *とする。*[13] *このとき、*均斉成長解 $\left((\mathbf{p}, 1), \mathbf{x}\right)$ *が存在する。*

証明：所与の市場価格$\mathbf{p} \in \Delta$の下で，以下の最適化問題を定義しよう：

$$\min_{\pi \geq -1} \ (1+\pi) \quad s.t. \quad \mathbf{p}B \leq (1+\pi)\left[\mathbf{p}A + L\right]. \tag{Q1}$$

A2''.より、ある適当な操業水準ベクトル$\mathbf{x}$に対して、$B\mathbf{x} \gg \mathbf{0}$とならなければならない。これは、各財$i$に対して、行列$B$の各行は非負，非ゼロ$m$次元ベクトルである事を意味する。したがって，$\mathbf{p}B \neq \mathbf{0}$であるので，上記の問題(Q1)の解は一意に存在し，その解$\left(1+\pi(\mathbf{p})\right)$は

12 フォン・ノイマン経済体系における均斉成長解の各条件の意味について、より詳細に展開した文献として、Morishima (1969)を挙げる事ができる。

13 正の生存消費ベクトルの仮定は、証明のプロセスを簡潔にする為に導入したものであって、再生産可能解の存在にとって、この仮定は本質的なものではない。

正値となる。$\pi(\mathbf{p})$を価格$\mathbf{p}$の下での**保証利潤率**(warranted profit rate)と呼ぶ。

所与の市場価格と対応する保証利潤率のペア$(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))\in\Delta\times\mathbf{R}$の下で，各資本家$\nu\in N$に関して，以下の最適化問題を考える：

$$\max_{\mathbf{x}^\nu}\quad \mathbf{p}B\mathbf{x}^\nu-(1+\pi(\mathbf{p}))[\mathbf{p}A+L]\mathbf{x}^\nu \quad s.t.\ [\mathbf{p}A+L]\mathbf{x}^\nu\le\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^\nu. \tag{Q2}$$

ここで問題(Q2)の解の集合を$\mathbf{A}^\nu(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))$で表す。集合$\mathbf{A}^\nu(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))$は非空であり，ゼロの生産活動ベクトルを要素として含んでいる。

次に，所与の市場価格と対応する保証利潤率のペア$(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))\in\Delta\times\mathbf{R}$の下で，各資本家$\nu\in N$に関して，任意に問題(Q2)の解$\mathbf{x}^\nu\in\mathbf{A}^\nu(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))$を取り出して，プロファイル$(\mathbf{x}^\nu)_{\nu\in N}$を１つ構成する。次に，以下の総超過需要対応

$$Z(\mathbf{p})\equiv\left\{(1+\pi(\mathbf{p}))[A+\mathbf{b}L]\mathbf{x}-B\mathbf{x}\,\middle|\,\mathbf{x}=\textstyle\sum_{\nu\in N}\mathbf{x}^\nu\ \&\ \mathbf{x}^\nu\in\mathbf{A}^\nu(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))(\forall\nu\in N)\right\}$$

を定義する。この総超過需要対応が非空、コンパクト凸値であり、かつΔ上において優半連続であることを確認することができる。さらに、任意の総超過需要ベクトル$\mathbf{z}(\mathbf{p})\in Z(\mathbf{p})$に関して、$\mathbf{p}\cdot\mathbf{z}(\mathbf{p})=0$となる事も確認できる。

以上の議論より、Debreu (1959)のレンマ[Debreu (1959; section 5.6, (1); p. 82)]を適用すれば、ある価格ベクトル$\mathbf{p}^*\in\Delta$及び、ある超過需要ベクトル$\mathbf{z}(\mathbf{p}^*)\in Z(\mathbf{p}^*)$が存在して、$\mathbf{z}(\mathbf{p}^*)\le\mathbf{0}$となることを確認できる。これは，ある生産活動水準ベクトルのプロファイル$(\mathbf{x}^{\nu*})_{\nu\in N}\in\prod_{\nu\in N}\mathbf{A}^\nu(\mathbf{p}^*,\pi(\mathbf{p}^*))$が存在して，

$$B\mathbf{x}^*\ge(1+\pi(\mathbf{p}^*))[A+\mathbf{b}L]\mathbf{x}^*\quad\&\quad\mathbf{p}^*B\le(1+\pi(\mathbf{p}^*))[\mathbf{p}^*A+L]$$

となることを意味する。また$\mathbf{p}^*B\mathbf{x}^*>0$となることも容易に確認される。賃金率は$w=1$であるが、これは$\alpha_0(\boldsymbol{\omega})\le\#O$の前提と整合的である。以上の議論より、当該経済において$((\mathbf{p}^*,1),(\mathbf{x}^{\nu*})_{\nu\in N})$が均斉成長解を構成する。 **Q.E.D.**

前節までのモデルと違い、この節では労働者への賃金支払いは生産期間の期首に行われるものと仮定している。その違いがあるとはいえ、均斉成長解は競争均衡解とも再

生産可能解とも、著しく異なった外見を持っている。実際、以下で確認するように、均斉成長解は競争均衡解とはまったく独立な均衡概念であり、したがって、再生産可能解とも互いに独立な均衡概念である。すなわち、均斉成長解の集合と競争均衡解の集合とは、一般的にいずれの方向の包含関係も成り立たない。その点を見る為に、以下の数値例を考えよう：

例 2.1. (均斉成長解と競争均衡解の相互独立性)： 以下のようなフォン・ノイマン経済体系を考える：

$$B=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 2 & 1\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix},\ L=(1,1),\ \mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{\omega}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}.$$

このとき，均斉成長解の集合は

$$\left(\mathbf{p}^*,\mathbf{x}^*,\pi^*\right)\in\ \left(\left\{(0,1)\right\}\times\left\{\mathbf{x}\in\mathbf{R}^2_+ \middle| x_1+x_2=1\right\}\times\left\{0\right\}\right) \tag{2.2}$$

となる。すなわち，均斉成長解においては常に$\pi^*=0$となる。他方、競争均衡解を考えると，その集合は

$$\left(\mathbf{p}^{**},\mathbf{x}^{**},\pi^{**}\right)\in\left(\left(\Delta\setminus\left\{(0,1)\right\}\right)\times\left\{\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\right\}\times\left\{\frac{p_1}{2p_1+p_2}\middle|(p_1,p_2)=\mathbf{p}^{**}\right\}\right)\cup\left(\left\{(0,1)\right\}\times\left\{\begin{bmatrix}0\\ 0\end{bmatrix}\right\}\times\left\{0\right\}\right) \tag{2.3}$$

となる。明らかに、均斉成長解でもあり、競争均衡解でもあるような価格と総生産点の組み合わせは、この経済環境の下では存在しない。均斉成長解の集合と競争均衡解の集合の交わり(Intersection)は空になっているのである。

均斉成長解の集合について、証明しよう。$(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)$が上記の経済体系における均斉成長解であるとしよう。すると定義 2.3-(a)より、

$$(p_1+p_2,2p_1+p_2)-(1,1)\leq\pi(p_1+p_2,p_1)+\pi(1,1)$$

ここで$\mathbf{b}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}$、及び$\mathbf{p}\in\Delta$である事より、$p_1+p_2=1$である事を考慮すれば、上の不等式は、

$$(0,p_1)\leq\left(2\pi,(1+p_1)\pi\right) \tag{2.4}$$

となる。他方、定義 2.3-(b)より、

$$\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}\geq\pi\left(\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}\right).$$

今、$\mathbf{x}>\mathbf{0}$を$x_1+x_2=1$となるように基準化した下で、上記の不等式を整理すると、

$$\begin{bmatrix}x_2\\ 0\end{bmatrix}\geq\pi\begin{bmatrix}2\\ 1+x_1\end{bmatrix} \tag{2.5}$$

となる。よって、(2.5)式より、$\pi=0$でなければならない。その結果、$x_1+x_2=1$となる任意の非負・非ゼロベクトル$\mathbf{x}>\mathbf{0}$に関して、(2.5)式が成立する。次に、(2.4)式に$\pi=0$を代

入すると、(2.4)式の成立の為には $p_1=0$ でなければならない事がわかる。つまり $\mathbf{p}=(0,1)$ でなければ、(2.4)式は成立しない。最後に $\mathbf{p}=(0,1)$ と任意の $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ に関して、$\mathbf{p}B\mathbf{x}>0$ である。よって、定義 2.3-(e)が満たされる。

次に、競争均衡解の集合について、証明しよう。$(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)$ が上記の経済体系における競争均衡解であるとしよう。第一に、

$$\mathbf{p}(B-A)-L=(p_1,p_2)\begin{bmatrix}1 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}-(1,1)=(p_1+p_2,2p_1+p_2)-(1,1)=(0,p_1)$$

であるので、$p_1\neq 0$ となるような任意の $\mathbf{p}\in\Delta$ に対して、$\mathbf{x}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ が唯一、利潤最大化を実現する。この $\mathbf{x}$ に関して、$A\mathbf{x}=\boldsymbol{\omega}$ が成立している事に留意。さらに、この $\mathbf{x}$ に関して、総需要を求めると、

$$A\mathbf{x}+\mathbf{b}L\mathbf{x}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$$

となり、他方、総供給を求めると、

$$\boldsymbol{\omega}+(B-A)\mathbf{x}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}$$

となる。かくして、この $\mathbf{x}$ に関して、定義 2-(b)が満たされる。よって、

$$(\mathbf{p},\mathbf{x})\in\left(\Delta\setminus\{(0,1)\}\right)\times\left\{\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\right\}$$

は競争均衡解を構成し、対応する利潤率はこの場合、$\pi=\dfrac{p_1}{2p_1+p_2}>0$ である。ちなみに、このタイプの競争均衡解は、この経済では再生産可能解でもある。実際、$\mathbf{x}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ に関して、

$$(B-A)\mathbf{x}=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}\geq\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\mathbf{b}L\mathbf{x}$$

である事より、定義 2.1-(b)が満たされている事を確認できるのである。

次に、$\mathbf{p}=(0,1)$ の場合は、$x_1+x_2=1$ となる任意の非負・非ゼロベクトル $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ も $\mathbf{x}=\mathbf{0}$ も、いずれも最大利潤ゼロを実現する。しかしながら、$\mathbf{p}=(0,1)$ の場合、$\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}=0$。よって、$\mathbf{x}>\mathbf{0}$ は資本家の予算制約を満たさないので、結局、$\mathbf{p}=(0,1)$ の場合、$\mathbf{x}=\mathbf{0}$ のみが定義 2.2-(a)を満たす。このとき、定義 2-(b)が満たされるのは自明。定義 2.2-(c)も同様である。よって、

$$(\mathbf{p},\mathbf{x})=\left((0,1),\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}\right)$$

は自明な競争均衡解を構成し、対応する利潤率は $\pi=0$ である。このとき、$\mathbf{p}B\mathbf{x}=0$ となるので、この競争均衡解は均斉成長解ではない。 **Q.E.D.**

2.5. マルクス的均衡解に関する厚生経済学の基本定理

本節では、前節まで議論してきた再生産可能解を、配分効率性の観点から、その厚生経済学的含意について、分析する。すなわち、ここで考察している経済環境の下での効率性条件を、以下において導入し、上記の均衡解がこの性質を満たすか否かの確認を行う。もっとも、再生産可能解は競争均衡解のリファインメントであったので、競争均衡解一般に関して、それがパレート効率性を満たすという厚生経済学の第一定理により、再生産可能解についてもパレート効率的である事が従う。但し、このパレート効率性概念は以下の仮定を前提とするだろう。

A4. 生存賃金下における労働者の無差別性： *一単位労働当たりの実質賃金が生存消費財ベクトル* $\mathbf{b}$ *に等しいとき、労働者階級* O *の構成メンバーは全て、労働時間の供給に対して無差別である。すなわち、任意の労働供給時間* $l, l' \in [0,1]$ *に関して、全ての労働者は以下の二つの消費財と余暇時間の組み合わせ、* $(1-l, \mathbf{b}l)$ *と* $(1-l', \mathbf{b}l')$ *、の選好に関して無差別である。*

この仮定によって、均衡において生存賃金率が成立している限り、全ての労働者にとって、雇用されて何時間働くか否か、あるいは失業して何らかの留保所得を得て食いつなぐかの選択に関して、まったく無差別であることを意味する。この仮定は生存賃金概念に照らせば理に適っていると言えるだろう。そしてこの仮定は、労働者が余暇への選好を持たないとの想定と合わせれば、当該社会の人々の効用に関するパレート改善の余地を考察する際に、労働者の効用や失業率などを考慮しなくてよい事を意味する。すなわち、我々が考察する均衡状態からのパレート改善の可能性を分析する際に、我々は労働者の効用改善について考察する必要はない。労働者の効用改善の可能性は、均衡における賃金率を生存賃金水準よりも上昇させる事しか有り得ない。しかし、それは資本家の利潤収入を減らすであろう故に、パレート改善に繋がらない。したがって、パレート改善の可能性は、労働者の単位時間当たりの収入を生存賃金率に留めたままで、資本家階級内での彼らの利潤収入に関するパレート改善の可能性を考察すれば十分である。

かくして A4.の下では、ここで考察する資本主義経済においては、パレート効率的配分とは、各資本家の利潤収入の配分に他ならない。したがって、均衡価格の下で評価された社会全体の総利潤が、再生産可能解の下での総生産点によって最大化されている限り、この解の下での資源配分はパレート効率的である。また、実際に、社会全体の総利潤最大化が実現されている事も、定義より容易に確認できるのである。

以上より、再生産可能解の効率性機能の評価の為には、パレート効率性以上の条件の導入が望ましいと言える。この均衡解は、もともと Roemer(1980)によって、時間の存在する経済環境での一時的市場均衡の解概念として提示されたものであり、資本財ストックの拡大再生産の可能性に関する解概念である事から考えても、資本財ストックの蓄積に関する効率性を考えるのが望ましいかもしれない。そのような効率性概念として、以下の

ような条件を考えよう：

定義 2.4.：*任意の資本主義経済* $\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、ある総生産点* $\boldsymbol{\alpha}\in P$ *が*実行可能(feasible)*であるとは、それが以下の条件を満たすときである*：$\underline{\boldsymbol{\alpha}}\leq\boldsymbol{\omega}$.

定義 2.5.：*任意の資本主義経済* $\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、ある総生産点* $\boldsymbol{\alpha}\in P$ *が*効率的(efficient)*であるとは、それが実行可能な生産点であり、かつ、それ以外の任意の実行可能な総生産点* $\boldsymbol{\alpha}'\in P$ *で、以下の条件を満たすものが無いときである*：

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}'-\alpha_0'\mathbf{b}>\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\alpha_0\mathbf{b}.$$

定義 2.6.：*任意の資本主義経済* $\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *において、あるペア* $((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha})\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}\times P$ *が*効率的再生産可能解 (an efficient reproducible solution) (ERS)*と呼ばれるのは、* $((\mathbf{p},w),\boldsymbol{\alpha})$ *が一つの再生産可能解であって、かつ他の実行可能総生産点* $\boldsymbol{\alpha}'\in P$ *によって以下の様にならないとき、そのときのみである*:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}'-\alpha_0'\mathbf{b}>\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\alpha_0\mathbf{b}.$$

定理 2.4：$\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}_{++}^{n}$ *であるような資本主義経済* $\left\langle N,O;(P,\mathbf{b});\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *を考える。今、* $\alpha_0(\boldsymbol{\omega})\leq\#O$ *かつ* $\mathbf{b}\in\mathbf{R}_{++}^{n}$ *とする。*[14] *このとき、* $((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha})$ *が*再生産可能解*ならば*効率的再生産可能解 $((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}')$ *が存在する。*

証明：$((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha})$ は再生産可能解であるが、効率的ではないとしよう。このとき、別の実行可能総生産点 $\boldsymbol{\alpha}'\in P$ が存在して、$\hat{\boldsymbol{\alpha}}'-\alpha_0'\mathbf{b}>\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\alpha_0\mathbf{b}$ であるとしよう。この不等式に両辺から価格ベクトル $\mathbf{p}$ を乗じると、

$$\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}'-\alpha_0'\geq\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}-\alpha_0. \tag{2.6}$$

$\boldsymbol{\alpha}'$ の実行可能性より、 $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}'\leq\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ であり、かつ、再生産可能解の下では $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}=\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ である。こ

[14] 正の生存消費ベクトルの仮定は、証明のプロセスを簡潔にする為に導入したものであって、再生産可能解の存在にとって、この仮定は本質的なものではない。

こで $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}' < \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ であるとしよう。すると(2.6)式より、

$$\frac{\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}' - \alpha_0'}{\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}'} > \frac{\mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}} - \alpha_0}{\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}}$$

となり、これは $\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)$ が再生産可能解である故に、$\boldsymbol{\alpha}$ が価格 $(\mathbf{p},1)$ の下で、予算制約下の利潤最大化問題(P1)の解でなければならない事に矛盾する。よって $\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}' = \mathbf{p}\boldsymbol{\omega}$ である。同様に、$\boldsymbol{\alpha}$ が価格 $(\mathbf{p},1)$ の下で、予算制約下の利潤最大化問題(P1)の解である事から、(2.6)式は厳密に等式で成立しなければならない。これは、$\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}'\right)$ も再生産可能解である事を意味する。 **Q.E.D.**

定理 2.4 は再生産可能解が存在する経済環境――具体的には $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{C}^*$ となる事――であれば必ず、効率的再生産可能解が存在する事を意味する。

上記のような性質は、フォン・ノイマン経済体系の下での均斉成長解では必ずしも保証されない。すなわち、均斉成長解の配分はパレート効率的になる保証はないし、その総生産点が効率的になる保証もないのである：

定理 2.5： $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{R}^n_{++}$，$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$，*かつ* $\mathbf{b} \in \mathbf{R}^n_{++}$ *であるような資本主義経済* $\left\langle N,O;\left(P_{(A,B,L)},\mathbf{b}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^\nu\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *であって、全ての*均斉成長解*の*配分*が*パレート効率的*でもその*総生産点*が*効率的*でもないものが存在する。*

証明：フォン・ノイマン経済体系として、以下のような経済環境を考えよう：

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix},\ L = (1,1,1),\ \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

この経済環境における均斉成長解の集合を導出する。定義 3-(a)より、

$$\mathbf{p}[B-A] - L \leq \pi[\mathbf{p}A + L]$$
$$\Leftrightarrow (p_1 + 2p_2 - 1, 3p_1 + 2p_2 - 1, 4p_1 + 2p_2 - 1) \leq \pi(p_1 + 1, p_1 + 1, p_2 + 1,).$$

ここで $\mathbf{p} \in \Delta$ より $p_1 + p_2 = 1$ であるので、上の不等式は、

$$\Leftrightarrow (p_2, p_1 + 1, 2p_1 + 1) \leq \pi(p_1 + 1, p_1 + 1, p_2 + 1,). \tag{2.7}$$

この不等式の左辺と右辺それぞれの第二項を見れば、共に $p_1 + 1$ であるので、π は少なくとも 1 以上である事が従う。したがって、上の不等式を満たす π の最小値は 1 である。ここで、$\pi = 1$ のときの上記の不等式を満たす価格ベクトルは

$$\mathbf{p} \in \Delta \ \text{ s.t. } \ 0 \leq p_1 \leq \frac{1}{3}$$

である事が従う。

次に、定義 2.3-(b)より、

$$[B-A]\mathbf{x}-\mathbf{b}L\mathbf{x}\geq\pi[A\mathbf{x}+\mathbf{b}L\mathbf{x}]\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x_1+3x_2+4x_3-1\\2x_1+2x_2+2x_3-1\end{bmatrix}\geq\pi\begin{bmatrix}x_1+x_2+1\\x_3+1\end{bmatrix}.$$

ここで $x_1+x_2+x_3=1$ となる非負・非ゼロベクトル $\mathbf{x}>\mathbf{0}$ に基準化して考えると上の不等式は：

$$\begin{bmatrix}2x_2+3x_3\\1\end{bmatrix}\geq\pi\begin{bmatrix}2-x_3\\1+x_3\end{bmatrix}\tag{2.8}$$

となる。今、

$$\mathbf{x}^1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix},\quad \mathbf{x}^2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix},\quad \mathbf{x}^3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

に関して、それぞれ(2.8)式に代入して、その不等式を満たす π の最大値を求めると、

$$\mathbf{x}^1\text{のとき}\ \pi=0;\ \mathbf{x}^2\text{のとき}\ \pi=1;\ \mathbf{x}^3\text{のとき}\ \pi=\frac{1}{2}$$

となる。したがって、$\mathbf{x}^2$ で $\pi=1$ が(2.8)式で求めるべき解になる。実際、$\pi=1$ は、(2.7)式における最小値であるので、それが均斉成長解の保証利潤率となる。また、均斉成長解の集合は

$$(\mathbf{p},\mathbf{x},\pi)\in\left(\left\{\mathbf{p}\in\Delta\,\middle|\,0\leq p_1\leq\frac{1}{3}\right\}\times\{\mathbf{x}^2\}\times\{1\}\right)$$

となる。

均斉成長解における総生産点は常に $\mathbf{x}^2$ の生産活動ベクトルに対応するものであり、

$$\left(-L\mathbf{x}^2,-A\mathbf{x}^2,B\mathbf{x}^2\right)=\left(-1,-\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\2\end{bmatrix}\right)$$

である。そのとき

$$A\mathbf{x}^2+\mathbf{b}L\mathbf{x}^2=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}<\boldsymbol{\omega}$$

より、この生産点は実行可能である。しかし、$\mathbf{x}^2$ に対応するこの生産点は効率的ではない。なぜならば、生産活動ベクトル $\mathbf{x}^3$ を採用する事によって、我々は総生産点

$$\left(-L\mathbf{x}^3,-A\mathbf{x}^3,B\mathbf{x}^3\right)=\left(-1,-\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4\\3\end{bmatrix}\right)$$

を選択可能であり、かつ

$$A\mathbf{x}^3+\mathbf{b}L\mathbf{x}^3=\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}<\boldsymbol{\omega}$$

より、この生産点は実行可能である。さらに剰余生産ベクトルを比較すると、

$$[B-A]\mathbf{x}^3-\mathbf{b}L\mathbf{x}^3=\begin{bmatrix}3\\1\end{bmatrix}>\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}=[B-A]\mathbf{x}^2-\mathbf{b}L\mathbf{x}^2 .$$

これは、この経済環境では全ての均斉成長解の対応する総生産点は効率的ではないことを意味する。さらに、

$$\mathbf{p}[B-A]-L=(p_2, p_1+1, 2p_1+1)$$

より、任意の $\mathbf{p}\in\left\{\mathbf{p}\in\Delta \middle| 0<p_1\leq\frac{1}{3}\right\}$ に関して

$$\mathbf{p}[B-A]\mathbf{x}^3-L\mathbf{x}^3>\mathbf{p}[B-A]\mathbf{x}^2-L\mathbf{x}^2 \tag{2.9}$$

となる。この $\mathbf{p}$ は均斉成長解の下での均衡価格であるので、(2.9)式は、 $\mathbf{x}^2$ に対応する生産点が、$\mathbf{x}^3$ に対応する生産点によって、パレート優越されている事を意味する。 **Q.E.D.**

以上の定理より、結合生産の存在を許容するフォン・ノイマン経済体系の下では、均斉成長解のように生産部門間の利潤率均等化を均衡条件として要請する事と、パレート効率性より従う、総生産点の利潤最大化条件とが一般的には両立しない事が確認できる。マルクスが資本論 III で論じたように、マルクス的長期市場均衡の条件として、産業部門間の利潤率の均等化が要請される。その要請と、配分のパレート効率性、ないしは総生産点の利潤最大化条件とは、レオンチェフ経済体系を想定する限り、投入産出行列が分解不可能であれば、常に両立する。実際、2.3 節の系 2.1 で見たように、分解不可能な投入産出行列を持つレオンチェフ経済体系の下では、任意の再生産可能解は常に部門間の利潤率均等化を実現している。つまり利潤率の均等化という性質は、レオンチェフ経済体系の下では、資本家の利潤最大化という合理的意思決定によるミクロ的基礎付けが存在し、その配分結果はパレート効率的な性質をもたらすのである。他方、我々はこの節での分析を通じて、マルクス派にとって望ましい資本主義的均衡のそうした性質は、フォン・ノイマン経済体系の下では、もはや一般的に成立しない事を確認した。つまり、部門間の利潤率均等化によって条件づけられた資本主義的市場均衡は、資本家の利潤最大化という合理的意思決定によるミクロ的基礎付けを与える事が一般には出来ないのであり、その配分結果もパレート効率的である保証はないのである。その意味で、市場の長期均衡においては産業部門間の資本移動が均衡する状況であるので、部門間の利潤率均等化として特徴付けられるだろうと主張する、古典派経済学及びマルクス派の議論は、合理的根拠を持ったものではなかったと、総括できるかもしれない。

2.6. 労働者階級内の異なる消費選好の存在する経済での均衡解

前節までの議論では、資本家たちは利潤収入をもっぱら資本蓄積に投資すると想定し、他方、労働者たちは賃金収入を通じて購入する消費財ベクトルが、全て共通の生存消費ベクトルであるものと想定して、議論を行ってきた。以下では、労働者階級の消費選択行動

をモデルに導入し、かつ、個々の労働者のタイプによって、同一の労働供給に対する同一の賃金収入の下であっても選択される消費財ベクトルが異なり得る、というより一般的な想定を行い、そのような経済環境での再生産可能解の定式化を行う。

任意の労働者$o \in O$の消費空間$\mathbf{R}_{+}^{n}$上での選好を表す実数値関数$u^{o}:\mathbf{R}_{+}^{n} \to \mathbf{R}$が存在し、$u^{o}$は$\mathbf{R}_{+}^{n}$上で連続、強単調、強準凹、かつホモセティックであると仮定する。今、名目賃金率$w \in \mathbf{R}_{++}$であるときに 1 労働日を提供する労働者$o \in O$の消費選択行動は、以下の問題によって定式化される：

$$\max_{\mathbf{d} \in \mathbf{R}_{+}^{n}} u^{o}\left(\mathbf{d}\right) \ \text{ s.t. } \ \mathbf{pd} = w. \tag{2.10}$$

この問題の解を$\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}, w\right)$で表す事にする。今、単純化の為、各労働者の効用関数は強準凹と仮定されている為、解$\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}, w\right)$は価格体系$\left(\mathbf{p}, w\right)$の連続関数となる。さらに今、ホモセティックな効用関数を仮定していたので、$\mathbf{p} \in \mathbf{R}_{+}^{n}$に関するある連続関数$\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}\right)$が存在して、$\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}, w\right) = w\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}\right)$となる。よって、労働者$o \in O$の消費行動は彼の消費に関する需要関数$\mathbf{d}^{o}\left(\cdot\right)$によって表す事が出来るのである。かくして、いまや一つの資本主義経済はリスト$\left\langle N, O; \left(P, \left(\mathbf{d}^{o}\left(\cdot\right)\right)_{o \in O}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$によって与えられる。

次に、今、価格体系$\left(\mathbf{p}, w\right)$の下で、各労働者$o$の労働供給が$\alpha_{0}^{o} \in \mathbf{R}_{+}$であるとする。ここである個人の$\alpha_{0}^{o}$はゼロであるという可能性を排除していない事に留意せよ。そのとき、この経済全体での総労働供給は$\alpha_{0} = \sum_{o \in O} \alpha_{0}^{o}$である。このとき、各労働者が賃金収入を予算制約として消費選択を行う結果、各個人の消費需要は$w\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}\right)$となる。したがって、この経済全体の平均的消費需要は

$$w\mathbf{d}\left(\mathbf{p}; \left(\alpha_{0}^{o}\right)_{o \in O}\right) \equiv \frac{\sum_{o \in O} w\alpha_{0}^{o}\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}\right)}{\alpha_{0}} \tag{2.11}$$

となる。定義より、$\mathbf{pd}\left(\mathbf{p}; \left(\alpha_{0}^{o}\right)_{o \in O}\right) = 1$が成立する。

ここで記号として、$\Delta^{n} \equiv \left\{\mathbf{p} \in \mathbf{R}_{+}^{n} \middle| \sum_{i=1}^{n} p_{i} = 1\right\}$としよう。以上の設定の下で、資本主義経済$\left\langle N, O; \left(P, \left(\mathbf{d}^{o}\left(\cdot\right)\right)_{o \in O}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$における再生産可能解の定式化の準備が整った：

定義 2.7. [Yoshihara (2006)]: *任意の資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P, \left(\mathbf{d}^{o}(\cdot)\right)_{o\in O}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *に対して、あるペア* $\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)\in \Delta^{n}\times\mathbf{R}_{+}\times P$ *が一つの**再生産可能解 (a reproducible solution) (RS)**と呼ばれるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a) $\forall \nu\in N$, $\boldsymbol{\alpha}^{\nu}\in \mathrm{A}^{\nu}(\mathbf{p},1)$, 但し $\boldsymbol{\alpha}\equiv\sum_{\nu\in N}\boldsymbol{\alpha}^{\nu}$ (利潤最大化条件);

(b) $\hat{\boldsymbol{\alpha}}\geq\alpha_0\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\alpha_0^{o}\right)_{o\in O}\right)$, 但し $\boldsymbol{\alpha}=\left(-\alpha_0,-\underline{\boldsymbol{\alpha}},\overline{\boldsymbol{\alpha}}\right)\in P$ & $\hat{\boldsymbol{\alpha}}=\overline{\boldsymbol{\alpha}}-\underline{\boldsymbol{\alpha}}$ (再生産可能条件);

(c) $\mathbf{p}\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\alpha_0^{o}\right)_{o\in O}\right)=1$ (生存賃金均衡条件); &

(d) $\underline{\boldsymbol{\alpha}}\leq\boldsymbol{\omega}$ (社会的実行可能性条件).

この定義は基本的に定義 2.1 と同じである。違いは、雇用労働者の集計的消費需要が、彼らの消費需要関数によって内生的に決まるという点だけである。

定義 2.7 の再生産可能解の存在証明をする為に、以下では、準再生産可能解(quasi-reproducible solution)という概念を導入しよう。まず資本家の最適化問題は(P1)の代わりに、以下のように与えられるとする。$W^{\nu}>0$ という金融資本を所有する任意の資本家 $\nu\in N$ は、価格体系 $(\mathbf{p},w)$ の下で、予算制約下の利潤最大化を達成するように、生産計画を設定する: すなわち、所与の市場価格体系 $(\mathbf{p},w)\in\mathbf{R}_{+}^{n+1}$ の下,以下の様な**予算制約下の利潤最大化問題(P1*)**

$$\max_{\boldsymbol{\alpha}^{\nu}=\left(-\alpha_0^{\nu},-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\right)\in P}\ \mathbf{p}\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}-\left(\mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}+w\alpha_0^{\nu}\right) \qquad \text{(P1*)}$$

$$\text{s.t. } \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\leq W^{\nu},$$

の解となるような生産計画 $\boldsymbol{\alpha}^{\nu}=\left(-\alpha_0^{\nu},-\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu},\overline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu}\right)\in P$ を選択する。価格体系 $(\mathbf{p},w)$ の下での問題(P1*)の解の集合を、$\overline{\mathrm{A}}^{\nu}(\mathbf{p},w)$ で表す事とする。このとき：

定義 2.8.: *任意の資本家の金融資本プロフィール* $\left(W^{\nu}\right)_{\nu\in N}\in\mathbf{R}_{++}^{n}$ *の下で、あるペア* $\left((\mathbf{p},1),\boldsymbol{\alpha}\right)\in\Delta^{n}\times\mathbf{R}_{+}\times P$ *が一つの**準再生産可能解 (a quasi-reproducible solution) (QRS)**と呼ばれるのは、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみである*:

(a)　$\forall \nu \in N$，$\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in \bar{\mathrm{A}}^{\nu}(\mathbf{p},1)$，但し $\boldsymbol{\alpha} \equiv \sum_{\nu \in N} \boldsymbol{\alpha}^{\nu}$　（利潤最大化条件）;

(b)　$\hat{\boldsymbol{\alpha}} \geq \alpha_0 \mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\alpha_0^o\right)_{o \in O}\right)$，但し $\boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P$　&　$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \overline{\boldsymbol{\alpha}} - \underline{\boldsymbol{\alpha}}$　（再生産可能条件）; &

(c)　$\mathbf{pd}\left(\mathbf{p};\left(\alpha_0^o\right)_{o \in O}\right) = 1$　（生存賃金均衡条件）.

この定義は、労働者の需要が生存消費ベクトルに固定されているモデルで定式化された、Roemer（1980,1981)における準再生産可能解の定義に準じている。違いは、労働者の平均的消費需要が $\mathbf{b}$ として外生的に固定されているのではなく、$\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\alpha_0^o\right)_{o \in O}\right)$ として内生的に決定される点である。

以下では、Roemer（1980,1981)における、労働者の平均的消費需要が $\mathbf{b}$ として外生的に固定されているモデルでの、準再生産可能解の存在証明、そしてその系としての再生産可能解の存在証明、という手法に基づいて、内生化された労働者の平均的消費需要モデルでの再生産可能解の存在証明を行う事としたい。市場価格 $\mathbf{p} \in \Delta^n$ が所与の下で、金融資本 W^{ν} を所有する各資本家 $\nu \in N$ の実行可能な生産集合を $\bar{B}^{\nu}(\mathbf{p}) \equiv \left\{\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in P \middle| \ \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} \leq W^{\nu}\right\}$ と定義する。

Lemma 2.3: *任意の* $\nu \in N$ *に関して、* $W^{\nu} > 0$ *としよう。このとき、任意の* $\mathbf{p} \in \Delta^n$ *に対して、* $\bar{B}^{\nu}(\mathbf{p})$ *は非空、凸、かつコンパクトである。また、対応* $\bar{B}^{\nu}: \Delta^n \to\to P$ *は劣半連続である。*

証明:　レンマ 2.1 の証明に準じる。　**Q.E.D.**

Lemma 2.4: *任意の* $\nu \in N$ *に関して、* $W^{\nu} > 0$ *としよう。このとき、任意の* $\mathbf{p} \in \Delta^n$ *に対して、* $\bar{\mathrm{A}}^{\nu}(\mathbf{p},1)$ *は非空、凸、かつコンパクトである。また、対応* $\bar{A}^{\nu}: \Delta^n \to\to P$ *は優半連続である。*

証明:　レンマ 2.2 の証明に準じる。　**Q.E.D.**

記号として、$W \equiv \sum_{\nu \in N} W^{\nu}$ としよう。また、総金融資本額 W の下で雇用可能な労働力の最大値を、記号 $\alpha_0(W)$ で表そう。$\alpha_0(W)$ は以下の様に決まるケースもある：

$$\alpha_0(W) = \max\left\{\alpha_0 \middle| \exists \mathbf{p} \in \Delta^n \ \& \ \exists \boldsymbol{\alpha} = \left(-\alpha_0, -\underline{\boldsymbol{\alpha}}, \overline{\boldsymbol{\alpha}}\right) \in P : \mathbf{p}\underline{\boldsymbol{\alpha}} = W\right\}.$$

このとき：

定理 2.6：*任意の* $\nu \in N$ *に関して、* $W^{\nu} > 0$ *となる資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P, \left(\mathbf{d}^{o}(\cdot)\right)_{o \in O}\right); \left(W^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$ *を考える。今、* $\alpha_0(W) \leq \#O$ *とする。このとき、*準再生産可能解 $\left((\mathbf{p}, 1), \boldsymbol{\alpha}\right)$ *が存在する。*

証明：総超過需要対応 $Z : \Delta^n \to\to \mathbf{R}^n$ を以下のように定義しよう：任意の $\mathbf{p} \in \Delta^n$ に対して、総超過需要集合を

$$Z(\mathbf{p}) \equiv \left\{ \left(\sum_{\nu \in N} \alpha_0^{\nu} \right) \cdot \mathbf{d}\left(\mathbf{p}; \left(\alpha_0^{o}\right)_{o \in O}\right) - \sum_{\nu \in N} \hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} \,\middle|\, \boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in \bar{A}^{\nu}(\mathbf{p}, 1) (\forall \nu \in N) \right\}$$

とする。この総超過需要対応が非空、コンパクト凸値であり、かつ Δ^n 上において優半連続であることを確認することができる。さらに、任意の総超過需要ベクトル $\mathbf{z}(\mathbf{p}) \in Z(\mathbf{p})$ に関して、$\mathbf{p} \cdot \mathbf{z}(\mathbf{p}) \leq 0$ となる。それは、第一に、任意の $\nu \in N$ に関して $\boldsymbol{\alpha}^{\nu} \in \bar{A}^{\nu}(\mathbf{p}, 1)$ かつ $\mathbf{0} \in \bar{B}^{\nu}(\mathbf{p})$ である事から、$\sum_{\nu \in N} \mathbf{p}\hat{\boldsymbol{\alpha}}^{\nu} - \sum_{\nu \in N} \alpha_0^{\nu} \geq 0$ が従う為に、確認できる。

以上の議論より、Debreu (1959)のレンマ[Debreu (1959; section 5.6, (1); p. 82)]を適用すれば、ある価格ベクトル $\mathbf{p}^* \in \Delta^n$ 及び、ある超過需要ベクトル $\mathbf{z}\left(\mathbf{p}^*\right) \in Z\left(\mathbf{p}^*\right)$ が存在して、$\mathbf{z}\left(\mathbf{p}^*\right) \leq \mathbf{0}$ となることを確認できる。これは定義 2.8-(b)の条件が満たされている事を意味する。また、総超過需要の定義より、$\mathbf{z}\left(\mathbf{p}^*\right)$ に対応する $\left(\boldsymbol{\alpha}^{*\nu}\right)_{\nu \in N} \in \times_{\nu \in N} \bar{A}^{\nu}\left(\mathbf{p}^*, 1\right)$ が存在する。賃金率は $w = 1$ であるが、これは $\alpha_0(W) \leq \#O$ の前提と整合的である。以上の議論より、当該経済において $\left(\left(\mathbf{p}^*, 1\right), \left(\boldsymbol{\alpha}^{*\nu}\right)_{\nu \in N}\right)$ が準再生産可能解を構成する。 **Q.E.D.**

系 2.2：*任意に、金融資本賦存のプロフィール* $\left(W^{\nu}\right)_{\nu \in N} \in \mathbf{R}_{++}^{n}$ *が与えられているとしよう。このとき、ある物的資本財の初期賦存プロフィール* $\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N} \in \mathbf{R}_{+}^{nN}$ *と* $\alpha_0(W) \leq \#O$ *となる労働者階級の集合* O *が存在して、資本主義経済* $\left\langle N, O; \left(P, \left(\mathbf{d}^{o}(\cdot)\right)_{o \in O}\right); \left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu \in N}\right\rangle$ *において、* $\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu} = W^{\nu} \quad (\forall \nu \in N)$ *となるような*再生産可能解 $\left((\mathbf{p}, 1), \boldsymbol{\alpha}\right)$ *が存在する。*

証明：定理 2.6 より、この金融資本プロフィール$\left(W^{\nu}\right)_{\nu\in N}\in\mathbf{R}^{n}_{++}$に対して、$\alpha_0\left(W\right)\leq\#O$と

なる労働者階級の集合Oが存在して、資本主義経済$\left\langle N,O;\left(P,\left(\mathbf{d}^{o}\left(\cdot\right)\right)_{o\in O}\right);\left(W^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$におい

て準再生産可能解$\left(\left(\mathbf{p},1\right),\boldsymbol{\alpha}\right)$が存在する。今、$\boldsymbol{\omega}\geq\underline{\boldsymbol{\alpha}}$かつ、$\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}=W$となるような$\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}^{n}_{+}$を

任意に選ぶとしよう。これを適度にN人の資本家の間で分割する事によって、$\left(\left(\mathbf{p},1\right),\boldsymbol{\alpha}\right)$は

再生産可能解となり、このとき$\mathbf{p}\boldsymbol{\omega}^{\nu}=W^{\nu}\quad\left(\forall\nu\in N\right)$が保証される。 **Q.E.D.**

この系 2.2 による再生産可能解の存在証明は、解の存在定理として満足いくものではない。なぜならば、再生産可能解の存在を保証するような$\boldsymbol{\omega}$の定義域についての性質が、定理 2.2 における集合$\mathbb{C}^{*}$のような形では明らかになっていないからである。しかしながら我々は、定理 2.6 及び系 2.2 によって、任意の正の金融資本プロフィール$\left(W^{\nu}\right)_{\nu\in N}$に関して、準再生産可能解が存在し、かつ、その解を再生産可能解として支持するような物的資本財の初期賦存プロフィール$\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}$を確定できる事を知っている。これらの確定作業を各正の金融資本プロフィール$\left(W^{\nu}\right)_{\nu\in N}$ごとに行う事によって、結果的には*事後的に*、我々は再生産可能解の存在を保証する$\boldsymbol{\omega}$の定義域を導出する事が出来るのである。

次に、やはり労働者たちの消費選好が異なる場合の、フォン・ノイマン経済における均斉成長解の定式とその存在定理について、議論しよう。最初に、各労働者の雇用労働量は$L\mathbf{x}^{o}$で与えられる。よって、(2.11)式で与えられたような、名目賃金率が 1 の場合の労働者階級の平均的消費需要ベクトルは、

$$\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\mathbf{x}^{o}\right)_{o\in O}\right)\equiv\frac{\sum_{o\in O}\mathbf{d}^{o}\left(\mathbf{p}\right)L\mathbf{x}^{o}}{\sum_{o\in O}L\mathbf{x}^{o}}$$

によって与えられる。そのとき、均斉成長解は以下のように定義される：

定義 2.9 [吉原(2005)]: *任意の資本主義経済*$\left\langle N,O;\left(P_{(A,B,L)},\left(\mathbf{d}^{o}\left(\cdot\right)\right)_{o\in O}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$*に対して、*

あるペア$\left(\left(\mathbf{p},1\right),\mathbf{x}\right)\in\Delta^{n}\times\mathbf{R}_{+}\times\mathbf{R}^{m}_{+}$*が一つの**均斉成長解(balanced growth solution)** (BG)と呼*

ばれるのは、ある実数$\pi>-1$*が存在して、それが以下の条件を満たすとき、そのときのみ*

である:

(a) $\mathbf{p}B \leq (1+\pi)[\mathbf{p}A+L]$;

(b) $B\mathbf{x} \geq (1+\pi)\left[A+\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\mathbf{x}^{o}\right)_{o\in O}\right)L\right]\mathbf{x}$;

(c) $1=\mathbf{pd}\left(\mathbf{p};\left(\mathbf{x}^{o}\right)_{o\in O}\right)$ (生存賃金均衡条件);

(d) $\mathbf{p}B\mathbf{x}=(1+\pi)[\mathbf{p}A+L]\mathbf{x}$; &

(e) $\mathbf{p}B\mathbf{x}>0$.

それぞれの条件式について、説明を繰り返す必要は無いだろう。

この解の存在定理は以下のように、かなり一般的に与えられる：

定理 2.7 [吉原(2005)]： *任意の資本主義経済* $\left\langle N,O;\left(P_{(A,B,L)},\left(\mathbf{d}^{o}(\cdot)\right)_{o\in O}\right);\left(\boldsymbol{\omega}^{\nu}\right)_{\nu\in N}\right\rangle$ *を考える。今、* $\alpha_0(\boldsymbol{\omega})\leq \#O$ *とする。このとき、均斉成長解* $((\mathbf{p},1),\mathbf{x})$ *が存在する。*

証明： 定理の証明は基本的に、定理 2.3 の証明方法に準じる。所与の市場価格 $\mathbf{p}\in\Delta$ の下で, 以下の最適化問題を定義しよう：

$$\min_{\pi\geq -1}\ (1+\pi)\quad s.t.\quad \mathbf{p}B\leq(1+\pi)[\mathbf{p}A+L]. \tag{Q3}$$

A2”.より、ある適当な操業水準ベクトル $\mathbf{x}$ に対して、 $B\mathbf{x}\gg\mathbf{0}$ とならなければならない。これは、各財 i に対して、行列 B の各行は非負, 非ゼロ m 次元ベクトルである事を意味する。したがって, $\mathbf{p}B\neq\mathbf{0}$ であるので, 上記の問題(Q3)の解は一意に存在し, その解 $(1+\pi(\mathbf{p}))$ は正値となる。

所与の市場価格と対応する保証利潤率のペア $(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))\in\Delta\times\mathbf{R}$ の下で, 各労働者 $o\in O$ に関して, 以下の最適化問題を考える：

$$\max_{\mathbf{x}^{o}}\ \mathbf{p}B\mathbf{x}^{o}-(1+\pi(\mathbf{p}))[\mathbf{p}A+L]\mathbf{x}^{o}\quad s.t.\ L\mathbf{x}^{o}\leq 1. \tag{Q4}$$

ここで問題(Q4)の解の集合を $\mathbf{A}^{o}(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))$ で表す。集合 $\mathbf{A}^{o}(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))$ は非空であり, ゼロの生産活動ベクトルを要素として含んでいる。

次に, 所与の市場価格と対応する保証利潤率のペア $(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p}))\in\Delta^{n}\times\mathbf{R}$ の下で, 各

労働者$o \in O$に関して，任意に問題(Q4)の解$\mathbf{x}^o \in \mathbf{A}^o\left(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p})\right)$を取り出して，プロファイル

$\left(\mathbf{x}^o\right)_{o \in O}$を１つ構成する。次に，以下の総超過需要対応

$$Z(\mathbf{p}) \equiv \left\{ \left(1+\pi(\mathbf{p})\right)\left[A+\mathbf{d}\left(\mathbf{p};\left(\mathbf{x}^o\right)_{o\in O}\right)L\right]\mathbf{x}-B\mathbf{x} \middle| \mathbf{x}=\sum_{o\in O}\mathbf{x}^o \ \&\ \mathbf{x}^o \in \mathbf{A}^o\left(\mathbf{p},\pi(\mathbf{p})\right)(\forall o \in O) \right\}$$

を定義する。この総超過需要対応が非空、コンパクト凸値であり、かつΔ^n上において優半連続であることを確認することができる。さらに、任意の総超過需要ベクトル$\mathbf{z}(\mathbf{p}) \in Z(\mathbf{p})$に関して、$\mathbf{p}\cdot\mathbf{z}(\mathbf{p})=0$となる事も確認できる。

以上の議論より、Debreu (1959)のレンマ[Debreu (1959; section 5.6, (1); p. 82)]を適用すれば、ある価格ベクトル$\mathbf{p}^* \in \Delta^n$及び、ある超過需要ベクトル$\mathbf{z}\left(\mathbf{p}^*\right) \in Z\left(\mathbf{p}^*\right)$が存在して、$\mathbf{z}\left(\mathbf{p}^*\right) \leq \mathbf{0}$となることを確認できる。これは，ある生産活動水準ベクトルのプロファイル$\left(\mathbf{x}^{o*}\right)_{o\in N} \in \prod_{o\in O}\mathbf{A}^o\left(\mathbf{p}^*,\pi\left(\mathbf{p}^*\right)\right)$が存在して，

$$B\mathbf{x}^* \geq \left(1+\pi\left(\mathbf{p}^*\right)\right)\left[A+\mathbf{d}\left(\mathbf{p}^*;\left(\mathbf{x}^{o*}\right)_{o\in O}\right)L\right]\mathbf{x}^* \quad \& \quad \mathbf{p}^*B \leq \left(1+\pi\left(\mathbf{p}^*\right)\right)\left[\mathbf{p}^*A+L\right]$$

となることを意味する。また$\mathbf{p}^*B\mathbf{x}^*>0$となることも容易に確認される。賃金率は$w=1$であるが、これは$\alpha_0(\boldsymbol{\omega}) \leq \#O$の前提と整合的である。以上の議論より、当該経済において$\left(\left(\mathbf{p}^*,1\right),\left(\mathbf{x}^{o*}\right)_{o\in O}\right)$が均斉成長解を構成する。 **Q.E.D.**

このように、均斉成長解の存在問題に関しては、労働者個人間の消費需要の違いは深刻な困難をもたらす事無く、一般的な定理が導き得るのである。

『労働搾取の厚生理論序説』

吉原直毅
一橋大学経済研究所　現代経済研究部門

2008 年 1 月

参照文献リスト

(1)　邦文文献

磯谷明徳･植村博恭･海老塚明(1998):『社会経済システムの制度分析:マルクスとケインズを超えて』, 名古屋大学出版会.

稲葉振一郎・松尾匡・吉原直毅(2006):『マルクスの使いみち』,　大田出版.

岩田正美(2007):『現代の貧困／ワーキングプア／ホームレス／生活保護』,　ちくま新書.

大西広 (2005):「市場と資本主義の関係についての史的唯物論的理解について」『季刊経済理論』第 42 巻第 1 号, pp. 4-11.

置塩信雄 (1965):『資本制経済の基礎理論――労働生産性・利潤率及び実質賃金率の相互関連――』(増訂版), 創文社.

置塩信雄 (1977):『マルクス経済学: 価値と価格の理論』 筑摩書房.

荻沼 隆 (1988): “資本･階級･搾取, ――選択理論的アプローチ――,” *The Economic Studies Quartery* 39 No.2.

後藤玲子・吉原直毅 (2004):「『基本所得』政策の規範的経済理論――『福祉国家』政策の厚生経済学序説――」『経済研究』第 55 巻第 3 号, pp. 230-244.

佐藤嘉倫 (2008):「格差社会論と社会階層論――格差社会論からの挑戦に応えて――」『季刊経済理論』第 44 巻第 4 号, pp. 20-28.

鈴村興太郎・吉原直毅 (2000):「責任と補償――厚生経済学の新しいパラダイム――」『経済研究』第 51 巻第 2 号, pp. 162-184.

高須賀義博(1992)：『鉄と小麦の資本主義』，世界書院.

高増　明（2001):「アナリティカル・マルクシズム」『アソシエ』6 号, pp.115-128.

津野義道(1990):『経済数学 II　線形代数と産業連関論』，培風館.

内閣府（2007):『平成 19 年版　経済財政白書――生産性上昇に向けた挑戦――』.

二階堂副包（1960):『現代経済学の数学的方法: 位相数学入門』　岩波書店.

二階堂副包（1961): 『経済のための線型数学』，培風館.

橋本健二（2008):「階級間格差の拡大と階級所属の固定化――「格差社会」の計量分析――」『季刊経済理論』第 44 巻第 4 号, pp. 29-40.

松尾匡（1997): 「価値論に関する最近の諸議論について」『経済理論学会年報』第 34 集.

松尾匡（2001):『近代の復権: マルクスの近代観から見た現代資本主義とアソシエーション』, 晃洋書房.

松尾匡（2002): 「価値と再生産について最近の諸議論について」『経済理論学会年報』第 39 集.

松尾匡（2004): 「吉原直毅氏による『マルクスの基本定理』批判」『季刊経済理論』第 41 巻第 1 号.

松尾匡（2007):「規範理論としての労働搾取論――吉原直毅氏による『マルクスの基本定理』批判再論」『季刊経済理論』第 43 巻第 4 号.

水島宏明（2007):『ネットカフェ難民と貧困ニッポン』　日本テレビ放送網.

山下裕歩（2005): 「新古典派的『マルクス・モデル』における Roemer 的『搾取』の検討」『季刊経済理論』第 42 巻第 3 号, pp. 76-84.

吉原直毅（1998):「搾取と階級の一般理論」, ISER Discussion Paper, The Institute of

Social and Economic Research, Osaka University, No. 458.

吉原直毅（1999):「搾取と階級の一般理論」, 高増明・松井暁編『アナリティカル・マルキシズム』 ナカニシヤ出版, pp.66-85.

吉原直毅（2001):「マルクス派搾取理論再検証:—70年代転化論争の帰結—」,『経済研究』52-3, pp. 253-268.

吉原直毅（2003):「分配的正義の経済理論—責任と補償アプローチ—」,『經濟學研究』53-3, pp. 373-402.

吉原直毅（2005):「再論:マルクス派搾取理論再検証」,『季刊経済理論』 42-3, pp. 63-75.

吉原直毅（2006):「分配的正義の経済哲学：厚生主義から非厚生主義へ」,『再分配とデモクラシーの政治経済学』（藪下・須賀・若田部編) 6章, pp. 121-191, 東洋経済新報社.

吉原直毅（2006a):「『福祉国家』政策論への規範経済学的基礎付け」『経済研究』 第57巻第1号, pp. 72-91.

吉原直毅（2006b):「アナリティカル・マルクシズムにおける労働搾取理論」『経済学研究』56-2, pp. 63-97.

(2) 英文文献

Akerlof, G. A. and Yellen, J. (1986): *Efficiency Wage Models of the Labor Market*, Cambridge University Press. Cambridge.

Arneson, R. (1989): “Equality and Equal Opportunity for Welfare,” *Philosophical Stidies* 56, pp.77-93.

Becker, R. A.. (1980): “On the Long-Run Steady State in a Simple Dynamic Model of Equilibirium with Heterogeneous Households,” *Quarterly Journal of Economics* 95(2), pp. 375-382.

Blanchard and Fisher (1989): *Lecture on Macroeconomics*, Cambridge, MA, MIT Press.
O. J. ブランチャード＆S. フィッシャー『マクロ経済学講義』高田聖治訳,, 多賀出版, 1999年.

Bowles, S. (1985): "The Production Process in a Competitive Economy: Walrasian, Neo-Hobbesian, and Marxian Models," *American Economic Review* **75**(1), pp. 16-36.

Bowles, S. and Boyer, R. (1988): "Labor Discipline and Aggregate Demand: A Macroeconomic Model," *American Economic Review* **75**(1), pp. 395-400.

Bowles, S. and Boyer, R. (1990): "A Wage-led Employment Regime: Distribution, Labor Discipline and Aggregate Demand in Welfare Capitalism," in Marglin, S. and Schor, J. (eds.), *The Golden Age of Capitalism: Reinterpreting the Postwar Experienc*e, Oxford University Press. Oxford

Bowles, S. and Gintis, H. (1981): "Structure and practice in the labor theory of value," *Review of Radical Political Economics*, **12**, pp.1-26.

Bowles, S. and Gintis, H. (1988): "Contested Exchange: Political Economy and Modern Economic Theory," *American Economic Review* **78**(2) pp.145-50.

Bowles, S. and Gintis, H. (1990): "Contested Exchange: New Microfoundation for the Political Economy of Capitalism," *Politics and Society* **18**(2) pp.165-222.

Cohen, G. A. (1989): "On the Currency of Egalitarian Justice," *Ethics* **99**, pp.906-44.

Cohen, G. A. (1993): "Equality of What ? On Welfare, Goods, and Capabilities," in *The Quality of Life*, (ed. M. Nussbaum and A. K. Sen), Oxford University Press: Oxford.

Debreu, G. (1959): *Theory of Value*, Wiley, New York.

Devine, J. and Dymski, G. (1991): Roemer's 'General' Theory of Exploitaion is a Special Case: The Limits of Walrasian Marxism," *Economics and Philosophy* **7** pp.235-75.

Devine, J. and Dymski, G. (1992): "Walrasian Marxism Once Again: A Reply to John Roemer," *Economics and Philosophy* **8** pp.157-62.

Dum'enil, G. (1980): *De la Valeur aux Prix de Production*, Economica, Paris.

Dworkin, R. (1981): “What is Equality? Part 2: Equality of Resources,” *Philosophy & Public Affairs* **10** pp.283-345.

Flaschel, P. (1983): “Actual Labor Values in a General Model of Production,” *Econometrica* **51**, pp. 435-454.

Fujimori, Y. (1982): *Modern Analysis of Value Theory*, Springer-Verlag, Berlin.

Foley, D. K..(1982): “The Value of Money, the Value of Labor Power, and the Marxian Transformation Problem,” *Review of Radical Political Economics* **14**, pp. 37-47.

Foley, D. K. (1986): *Understanding Capital: Marx's Economic Theory*, Cambridge, Harvard Univ. Press.

Foley, D. K.. (1989): “Roemer on Marx on Exploitation,” *Economics and Politics* **1**(2) pp.187-199.

Gintis, H. and Ishikawa, T. (1987): “Wages, Work Intensity, and Unemployment,” *Journal of The Japanese and International Economies* **1**, pp.195-228

Houston, D. (1989): “Roemer on Exploitation and Class,” *Review of Radical Political Economics*, **21**, pp.175-87.

Kranich, L. (1994): Equal Division, Efficiency, and the Sovereign Supply of Labor, *American Economic Review* **84**, pp. 178-189.

Krause, U. (1982): *Money and Abstract Labor*, New Left Books, London.

Kreps, D. M. (1990): *A Course in Microeconomic Theory*, Princeton University Press. Princeton.

Lawrance, E. (1991): “Poverty and the Rate of Time Preference: Evidence from Panel Data,” *Journal of Political Economy* **99**, pp. 54-77.

Lipietz, A. (1982): “The So-Called ‘Transformation Problem’ Revised,” *Journal of Economic Theory* **26**, pp.59-88.

Marx, K. (1967): *Das Kapital, Volume I, II, III* Diez Verlag, Berlin.
マルクス 『資本論』,『マルクス＝エンゲルス全集』第 23a,b, 24, 25a,b 巻, 大月書店, 1965-1967 年.

Marx, K. (1963): *Poverty of Philosophy,* International Publishers, New York.
マルクス『哲学の貧困』,『マルクス＝エンゲルス全集』第 4 巻, 大月書店, 1960 年.

Marx, K (1973): *Grundrisse*, Penguin Books, マルクス『経済学批判要綱 III』, 高木幸二郎監訳, 大月書店, 1961 年.

Matsuo, T. (2006): "Profit, Surplus Product, Exploitation and Less than Maximized Utility," forthcoming in *Metroeconomica*.

Morishima, M. (1960): *Equilibrium, Stability, and Growth, Clarendon Press*, Oxford, p.132.

Morishima, M. (1969): *Theory of Economic Growth*, Clarendon Press, Oxford.

Morishima, M. (1973): *Marx's Economics: A Dual Theory of Value and Growth*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
森嶋通夫『マルクスの経済学』高須賀義博訳, 東洋経済新報社, 1974 年.

Morishima, M. (1974): "Marx in the Light of Modern Economic Theory," *Econometrica* **42**, pp.611-32.

Morishima, M. (1989): *Ricard's Economics: A General Equilibrium Theory of Distribution and Growth*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.
森嶋通夫 『リカードの経済学』高増明・堂目卓生・吉田雅明訳, 東洋経済新報社, 1991 年.

Morishima, M. and Seton, F. (1961): "Aggregation in Leontief Matrices and the Labour Theory of Value," *Econometrica* **29**, pp.203-20.

Morishima, M. and Catephores, G. (1978): *Value, Exploitation and Growth,* McGraw Hill. London.
森嶋通夫・G. カテフォレス『価値・搾取・成長：現代の経済理論からみたマルクス』高須

賀義博・池尾和人訳，創文社，1981 年.

von Neumann, J. (1945): "A Model of General Economic Equilibrium," *Review of Economic Studies* 13, pp.1-9.

Nikaido, H. (1983): "Marx on Competition," *Journal of Economics* 43(4), pp.337-362.

Okishio, N. (1963): "A Mathematical Note on Marxian Theorems," *Weltwirtschaftliches* Archiv 91, pp.287-99.

Petri, F. (1980): "Positive Profits without Exploitation: A Note on the Generalized Fundamental Marxian Theorem," *Econometrica* 48, pp. 531-533.

Piketty, T. and Saez, E. (2003): "Income inequality in the United States, 1913-1998," *Quarterly Journal of Economics* 118, pp. 1-39.

Rawls, J. (1971): *A Theory of Justice*, Cambridge: Harvard Univ. Press.

Rawls, J. (2001): *Justice as Fairness: A Restatement*, Cambridge: Harvard Univ. Press. ジョン・ロールズ『公正としての正義　再説』田中成明・亀本洋・平井亮輔訳、岩波書店、2004 年.

Rockfellar, R. T. (1970): *Convex Analysis, Princeton Univ. Press*, Princeton, New Jersey, p.100.

Roemer, J. E. (1980): "A General Equilibrium Approach to Marxian Economics," *Econometrica* 48, pp.505-30.

Roemer, J. E. (1981): *Analytical Foundation of Marxian Economic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982): *A General Theory of Exploitation and Class*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1982a): "Origin of Exploitation and Class: Value Theory of Pre-Capitalist Economy," *Econometrica* 50, pp. 163-192.

Roemer, J. E. (1985): “Should Marxists be interested in exploitation?,” in *Analytical Marxism*, ed. Roemer, J. E., pp.260-282, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1986): *Value, Exploitation and Class*, Harwood Academic Publishers, New York.

Roemer, J. E. (1988): *Free to Lose: An Introduction to Marxist Economic Philosophy*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1990): “A Thin Thread: Comment on Bowles’ and Gintis’ “Contested Exchange”,” *Politics and Society* 18(2), pp.243-249.

Roemer, J. E. (1992): “What Walrasian Marxism Can and Cannot Do,” *Economics and Philosophy,* vol. 8, pp.149-156.

Roemer, J. E. (1994): *Egalitarian Perspectives: Essays in Philosophical Economics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (1996): *Theories of Distributive Justice*, Harvard Univ Press, Cambridge.

Roemer, J. E. (2006): “Socialism vs. Social Democracy as Income-equalizing Institutions,” *mimeo*.

Roemer, J. E. and Silvestre, J. (1993): “The Proportional Solution for Economies with Both Private and Public Ownership,” *Journal of Economic Theory* 59, pp. 426-444.

Ryder, H. E. (1985): “Heterogeneous Time Preferences and the Distribution of Wealth,” *Mathematical Social Sciences* 9, pp. 63-76.

Samuelson, P. (1982): “The normative and positive inferiority of Marx’s vales paradigm,” *Southern Economic Journal* 49-1, pp.11-18.

Sen, A. K. (1980): “Equality of What ?,” in *Tanner Lectures on Human Values*. 1 (ed. S. McMurrin) Cambridge Univ. Press, Cambridge.

Sen, A. K. (1985): *Commodities and Capabilities*, North-Holland: Amsterdam.

A. K.. セン『福祉の経済学-――財と潜在能力』鈴村興太郎訳， 岩波書店，1988 年.

Sen, A. K. (1985a): “Well-being, Agency and Freedom: The Dewey Lectures 1984,” *The Journal of Philosophy* **82**, pp. 169-224.

Sen, A. K. (1997): *On Economic Inequality*, enlarged edition, Oxford: Clarendon Press.
A. K.. セン『不平等の経済学』鈴村興太郎・須賀晃一訳， 東洋経済新報社，2000 年.

Shapiro, C. and Stigliz, J. E. (1984): “Equilibrium Unemployment as a Worker Discipline Device,” *American economic Review* **74**, pp.433-44.

Skillman, G. (1995): “Ne Hic Saltaveris: The Marxian Theory of Exploitation after Roemer,” *Economics and Philosophy* **11**, pp.309-31.

Solow, R. (1979): “Another possible source of wage stickiness,” *Journal of Macroeconomics* **1**, pp.79-82.

Steedman, I. (1977): *Marx after Sraffa*, London: New Left Books.

Van Parijs, P. (1992), “Competing Justification of Basic Income,” in Van Parijs ed., 1992, *Arguing for Basic Income*, Verso.

Van Parijs, P. (1995), *Real Freedom for All: What (If Anything) Can Justify Capitalism?*, Oxford University Press, Oxford.

Veneziani, R. (2007): “Exploitation and Time,” *Journal of Economic Theory* **132**, pp. 189-207.

Yamada, A. and Yoshihara, N. (2007): “Triple Implementation in Production Economies with unequal skills by Sharing Mechanisms,” *International Journal of Game Theory* **36**, pp. 85-106.

Yoshihara, N. (1998): “Wealth, Exploitation and Labor Discipline in the Contemporary Capitalist Economy,” *Metroeconomica* **49**(1) pp23-61.

Yoshihara, N. (2000): “On Efficient and Procedurally-Fair Equilibrium Allocations in

Sharing Games," IER Discussion Paper No. 397, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2006): "Reexamination of the Marxian Exploitation Theory," IER Discussion Paper Series A, No. 481, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2007): "Class and Exploitation in General Convex Cone Economies," IER Discussion Paper Series A, No. 489, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University.

Yoshihara, N. (2007a): "On an Axiomatic Approach to Labor Exploitation Theory," *mimeo*.

Yoshihara, N. and Veneziani, R. (2007): "Class and Exploitation in Convex Subsistence Economies," *mimeo*.