伝統的損益分岐分析の改善

岡　本　清

一　はじめに

損益分岐分析 (break-even analysis) は、企業における大綱的利益計画において、必ずといってよいほど多く用いられる。その理由は、まず第一に、この分析手法が単純であって、会計を知らぬ者にとっても容易に理解できること、第二に、この分析全体を単純明快な図に表わすことが出来、分析結果を視覚に訴えて深く印象づけることにあると思われる。

しかしながら分析手法が単純明快であるということは、言葉を換えていえば、複雑きわまる企業活動の現実を、大胆な仮定によってすっぱりと割り切って工夫した手法であるということになる。その仮定とは、次の基礎的な諸仮定からなっている。

(1)　将来の企業活動によって生ずる収益および費用は、確実に予測できることを仮定する。したがって伝統的な損益分岐分析のモデルは、確定モデル (deterministic model) である。

(2)　収益線および総原価線は、直線を仮定する。つまり収益線についていえば、製品の販売量が増減しても販売単価には変化が生じないことを仮定する。また総原価線については、総原価を変動費、固定費、準変動費と分解するか、あるいは変動費、固定費、準固定費に分解するかによって、総原価線の推移はやや異なるが、いずれも変動費は製品の販売量に応じて比例的に増減し、固定費は製品の販売量の変化

にまったく反応しないものとする。そのためには、原価に影響を及ぼす営業量以外の要因、たとえば生産販売能力、製造方法、経営組織、作業能率、原価財の価格、経営方針、会計処理方法などはすべて一定であるという前提が必要である。これを要するに伝統的損益分岐分析は、直線下の損益分岐分析(linear break-even analysis) にほかならない。

(3)　取扱い製品は、たった一種類であるか、あるいは多品種の場合はセールス・ミックスが一定であることを仮定する。

(4)　生産量と販売量とは等しい。あるいは同じことであるが、製品の期首在庫量と期末在庫量とが等しいことを仮定する。

以上述べたように、伝統的損益分岐分析はきわめて大胆な仮定の上に立脚する分析手法である。したがってこの仮定を明確に意識せずに使用することは、非常に危険である。このような反省からさらに、分析するデータの入手可能性にもとづき正常操業圏の仮定が追加され、正常操業圏内における分析のみが有効であるとされるにいたった。

さてこの小論の課題は、これらの諸仮定を一つずつ取り除くことによって、伝統的損益分岐分析の手法を改善することにある。そこでどの仮定の除去から作業を開始したらよいかを考えてみると、最後に述べた正常操業圏の仮定は、実績データを利用して収益線や原価線を予測する以上必要不可欠な前提であるので、この仮定はそのままとし、それ以外の仮定を前述の順序とは逆の順序、つまり(4)、(3)、(2)、の順に、その除去を考えてみることにしたい。

二　生産量と販売量とが異なる場合の損益分岐分析

伝統的損益分岐分析は、全部原価計算の場合にも直接原価計算の場合にも、これを適用することができる。なぜならば生産量と販売量とが等しいという仮定に立脚しているので、いずれの原価計算方法を採用する場合でも、分析の結果は同じになるからである。もし生産量と販売量とが等しくないとしても、直接原価計算を採用する場合には特別の工夫をしなくとも、伝統的な損益分岐分析の手法を使用することができる。なぜならば直接原価計

算においては、製品原価は変動製造原価のみによって計算され、固定製造原価の期間発生額の全額がその期の収益に対応せしめられるために、生産量と販売量とが等しくなく、したがって期首在庫量と期末在庫量とが等しくなくても、在庫量のそのような期間的増減とは無関係に、常に固定製造原価の全額がその期の収益と対応せしめられるからである。したがって生産量と販売量とが等しくない場合、損益分岐分析に特別の工夫を要するのは全部原価計算を採用する場合である。そこで次に生産量と販売量とが等しくなく、しかも全部原価計算を採用する場合の損益分岐分析の方法を計算例によって考察しよう。

いま第1表の条件が与えられたものとし、

第1表　(計算条件)

当社は製品Aを製造販売し，全部標準原価計算を採用している。

(1)　製品販売単価……200円

(2)　製品単位あたり標準製造原価

変動費

直接材料費……50円

直接労務費……40

製造間接費……20

固定費

製造間接費……40

合　計　150円

(3)　製品単位あたり固定製造間接費40円は，次の式によって計算されている。

$$40\text{円／個}=\frac{\text{年間固定製造間接費予算}\ 400{,}000\ \text{円}}{\text{年間正常生産量}\quad 10{,}000\ \text{個}}$$

なお操業度差異が生ずる場合は，これを売上原価に賦課する。

(4)　販売費および一般管理費

製品単位あたり変動費……10円

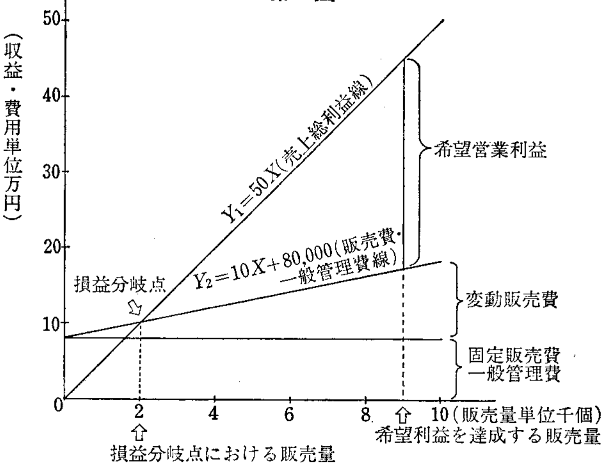
固　定　費　総　額……80,000円

(5)　期首，期末仕掛品在庫量はないものとする。

(1)　期首製品在庫量が一、〇〇〇個、当期計画生産量が一〇、〇〇〇個であるときの損益分岐点における販売量および希望営業利益が二八〇、〇〇〇円である場合、これを達成する販売量を求めてみよう。(1)

この場合は第1図で示したように、損益分岐点における販売量は二、〇〇〇個、希望営業利益を達成する販売量は九、〇〇〇個となる。なぜならば、当期の年間計画生産量と年間正常生産量とが等しいので予定操業度差異は生じない。そこで製品Aの単位あたり売上総利益から単位あたり標準製造原価を差引き(200円−150円=50円)、この額でもって販売量と一般管理費を回収

第1図



すればよい。したがって通常の損益分岐図表において、原価部分は販売費と一般管理費のみとし、これを売上高ではなくて売上原価をすでに回収した売上総利益線でもって回収すればよいわけである。損益分岐点における販売量を計算によって求めるならば、次のようになる。第1図で示したように、売上総利益線をY_1、販売費・一般管理費線をY_2、販売量をXとすれば、

$$Y_1=50X$$

$$Y_2=10X+80,000 \quad (\text{ただし } 0 \leqq X \leqq 11,000)$$

$$\therefore \ 50X=10X+80,000$$

$$\therefore \ X=2,000$$

この検算を第2表で示そう。

次に希望営業利益が二八〇、〇〇〇円であるから、これを達成する販売量は、次のように計算すればよい。

$$50X-(10X+80,000)=280,000$$

$$\therefore \ X= 9,000$$

したがってこの場合は、九、〇〇〇個販売すれば、希望営業利益を獲得することができる。この計算の検算は第3表で示した。

(2) 次に予定操業度差異が見込まれる場合の分析方法を述べよう。前述の計算例において期首製品在庫量が二、〇〇〇個、当期計画生産量が八、〇〇〇個である場合の損益分岐点における販売量、および次期の希望営業利益が二〇〇、〇〇〇円であるとして、これを達成する販売量を求めることにする。

第2表

(検　算)			
売上高	@200円×2,000個		400,000円
売上原価			
期首製品有高	@150円×1,000個	150,000円	
当期完成品	@150円×10,000個	1,500,000	
	合　計	1,650,000円	
期末製品有高	@150円×9,000個	1,350,000	
	売上原価	300,000円	300,000
売上総利益			100,000円
販売費および一般管理費			
変動費	@10円×2,000個	20,000円	
固定費		80,000	
	計	10,000円	100,000
営業利益			0円

第3表

(検　算)			
売上高	@200円×9,000個		1,800,000円
売上原価			
期首製品有高	@150円×1,000個	150,000円	
当期完成品	@150円×10,000個	1,500,000	
	合　計	1,650,000円	
期末製品有高	@150円×2,000個	300,000	
	売上原価	1,350,000円	1,350,000
売上総利益			450,000円
販売費および一般管理費			
変動費	@10円×9,000個	90,000	
固定費		80,000	
	計	170,000円	170,000
営業利益			280,000円

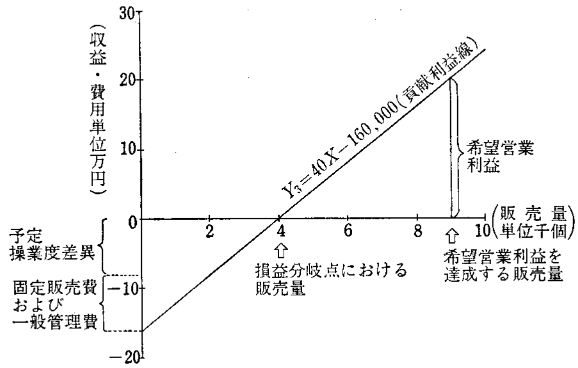
この場合は、

（製造間接費固定費率@40円）×（正常生産量10,000個—計画生産量8,000個）=80,000円（操業度差異）

が生ずる。

他方、製品単位あたり売上総利益は五〇円であり、変動販売費は単位あたり一〇円であるので、その差額四〇円は、前述の操業度差異および固定販売費・一般管理費を回収する一種の貢献利益と考えることができる。そこでこの関係を限界利益図表によって

第2図



第4表

（検　算）			
売 上 高	@200円× 4,000個		800,000円
売上原価			
期首製品有高	@150円× 2,000個	300,000円	
当期完成品	@150円× 8,000個	1,200,000	
	合　計	1,500,000円	
期末製品有高	@150円× 6,000個	900,000	
売上原価		600,000円	
予定操業度差異			
@40円×(10,000個—8,000個)		80,000	
	修正売上原価	680,000円	680,000
売上総利益			120,000円
販売費および一般管理費			
変 動 費	@ 10円× 4,000個	40,000	
固 定 費		80,000	
	合　計	120,000円	120,000
営業利益			0円

第5表

(検　算)			
売 上 高	@200円× 9,000個		1,800,000円
売上原価			
期首製品有高	@150円× 2,000個	300,000円	
当期完成品	@150円× 8,000個	1,200,000	
合　計		1,500,000円	
期末製品有高	@150円× 1,000個	150,000	
売上原価		1,350,000円	
予定操業度差異			
	@40円×(10,000個−8,000個)	80,000	
修正売上原価		1,430,000円	1,430,000
売上総利益			370,000円
販売費および一般管理費			
変 動 費	@ 10円× 9,000個	90,000円	
固 定 費		80,000	
合　計		170,000円	170,000
営業利益			200,000円

示せば、第2図のようになる。この貢献利益線をY_3とすれば、

$$Y_3=40X-160{,}000 \quad (ただし\ 0\leqq X\leqq 10{,}000)$$

であり、損益分岐点における販売量は、

$$Y_3=40X-160{,}000=0$$

$$\therefore\ X=4{,}000$$

となる。この検算は第4表に示した。また希望営業利益二〇〇、〇〇〇円を達成する販売量は、

$$40X-160{,}000=200{,}000$$

$$\therefore\ X=9{,}000$$

となる。この検算は第5表で示した。

三　多品種製品の損益分岐分析

伝統的な損益分岐分析やその図表は、取扱い製品がたった一種類であるか、あるいは多品種の場合は、セールス・ミックスが一定であるという仮定に立脚していることはすでに指摘した。そこで取扱い製品が多品種である場合の損益分岐分析やその図表を考察してみよう。

仮に当社は、A、B、C 3種類の製品を製造販売するものとし、直接原価計算方式によって品種別の予定損益

第6表

（製品品種別予定損益計算書）

製品品種	合計	A		B		C	
販売量	個 60,000	個 20,000		個 30,000		個 10,000	
売上高	万円 11,000	円 @1,000	万円 2,000	円 @2,000	万円 6,000	円 @3,000	万円 3,000
差引：変動製造販売費	5,900	@ 550	1,100	@1,000	3,000	@1,800	1,800
限界利益	万円 5,100	円 @ 450	万円 900	円 @1,000	万円 3,000	円 @1,200	万円 1,200
差引：個別キャパシティ・コスト							
プログラムド・コスト	万円 980		万円 180		万円 500		万円 300
コミッテッド・コスト	1,820		360		800		660
計	万円 2,800		万円 540		万円 1,300		万円 960
セグメント・マージン	万円 2,300		万円 360		万円 1,700		万円 240
差引：共通キャパシティ・コスト	1,500						
営業利益	万円 800						

計算書を作成したところ、第6表のようになったとする。この表では、製品品種別に売上高や限界利益が示されているのみならず、キャパシティ・コスト（固定費）は、各製品品種ごとに直接に跡づけられる個別キャパシティ・コストと直接に跡づけられない共通キャパシティ・コストに区分され、さらに個別キャパシティ・コストは、経営者の方針によって決定されるプログラムド・コストと、物的生産販売設備の維持費であるコミッテッド・コストとに区分されている。このような場合に、損益分岐点における販売量の計算は、第7表のようになる。

この表で示したように、各製品別に直接に認識されたプログラムド・コストおよびコミッテッド・コストをそれぞれ製品単位あたり限界利益で割ることによって、プログラムド・コストおよびコミッテッド・コストを回収するために要する販売量が計算される。その結果、各製品の個別キャパシティ・コストを回収するためには、*A*製品(12,000)、*B*製品(13,000)、*C*製品(8,000)個を

第7表

(損益分岐点における販売量の計算)

I　個別キャパシティ・コストを回収する販売量

〔製品 A〕

プログラムド・コストを回収する販売量	1,800,000円÷	450円…	4,000個
コミッテッド・コスト・を回収する販売量	3,600,000円÷	450円…	8,000個
合計：個別キャパシティ・コストを回収する販売量……			12,000個

〔製品 B〕

プログラムド・コストを回収する販売量	5,000,000円÷	1,000円…	5,000個
コミッテッド・コストを回収する販売量	8,000,000円÷	1,000円…	8,000個
合計：個別キャパシティ・コストを回収する販売量……			13,000個

〔製品 C〕

プログラムド・コストを回収する販売量	3,000,000円÷	1,200円…	2,500個
コミッテッド・コストを回収する販売量	6,600,000円÷	1,200円…	5,500個
合計：個別キャパシティ・コストを回収する販売量……			8,000個

製品 A, B, C の個別キャパシティコストを回収する
販売量……12,000個＋13,000個＋8,000個＝33,000個

II　共通キャパシティ・コストを回収する販売量

$450a+1,000b+1,200c=15,000,000$

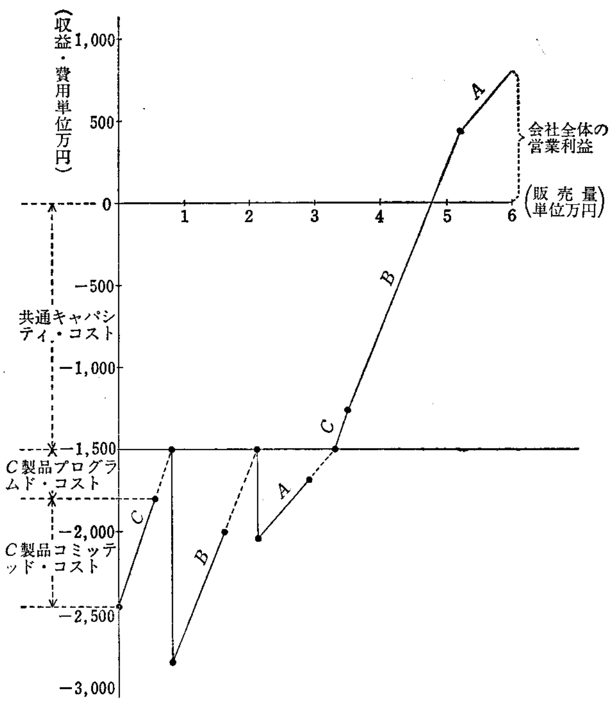
それぞれ販売する必要がある。個別キャパシティ・コストを回収すれば、あとは共通キャパシティ・コストを回収するのみとなる。そのために要する各製品の販売量を a、b、c とすれば、それは次の式によって示される。

$$450a+1,000b+1,200c=15,000,000$$

この式を満足せしめる a、b、c の組合せは、無数にあるわけである。(2)

他方、大綱的利益計画の目的は損益を分岐せしめることにあるわけではなく、生産販売能力の制約、各製品品種別の需要の制約などいくつかの制約条件下において営業利益を最大にすることにあるといってよかろう。もちろん情報が不完全であれば、満足水準の営業利益を目標とせざるをえない。しかし可能であれば、営業利益を最大にするような最適セールス・ミックス (optimum sales mix) を求めようとするであろう。そのためには、直接原価計算とリニアー・プログラミングとを結合させて、最適セールス・ミックスを求めることになる。(3) 前述の共通キャパシティ・コストを回収する a、b、c の組合せ

第3図　製品品種別限界利益図表



は、このような視点から決定されることになる。

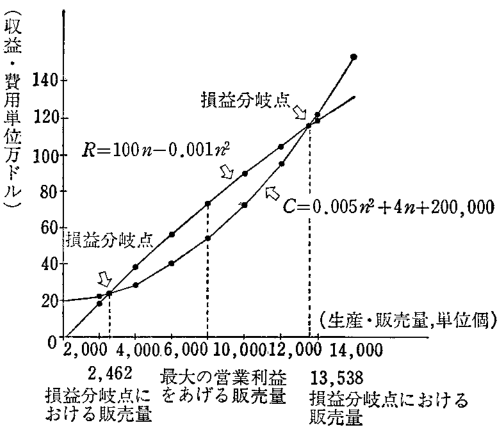
次に多品種製品の損益分岐図表ないし限界利益図表は、(4)どのように画けばよいであろうか。個別キャパシティ・コストがなく、共通キャパシティ・コストが存在する場合の限界利益図表については、マッツらの工夫した図表があり、(5)また共通キャパシティ・コストはないが、個別キャパシティ・コストのみ存在する場合の図表についてはリッグスの図表が参考になる。(6)しかしながら個別キャパシティ・コストをプログラムド・コストとコミッテッド・コストに区分して画いたものは、まだないように思われる。そこで筆者としては、第3図のような限界利益図表を提案したい。この図は基本的には第2図と同じ限界利益図表である。すなわち横軸に各製品の販売量をとり、縦軸には収益・費用をとる。そしてまず、原点（ゼロ）から下方に共通キャパシティ・コスト（￥15,000,000）を目盛る。その点からさらに製品単位あたり限界利益の一番多いC製品の個別キャパシティ・コスト（￥9,600,000）を下方に目盛る。したがってこの図の出発点は（－￥24,600,000）の点である。この点から出発してC製品のコミッテッド・コスト（￥6,600,000）を回収する販売

量（5,500個）へ実線を引き、さらにプログラムド・コスト（¥3,000,000）を回収する販売量（2,500個）に向かって点線を引く。次いで同様にB製品、A製品の順に個別キャパシティ・コストを回収する状況を図に記入する。それが終れば、あとは各製品の個別キャパシティ・コストを回収したのちに残る販売量でもって、共通キャパシティ・コストを回収し利益を生み出す状況を図に記入するのである。たとえばC製品についていえば、(10,000−8,000=2,000)個だけが共通キャパシティ・コストを回収し利益を生み出すために貢献し、その金額は（@¥1,200×2,000=¥2,400,000）である。第3図は短期的に経営管理者の方針によってその発生額を変更せしめることのできるプログラムド・コストと、短期的には重大な損失を蒙ることなしにその発生額を変更せしめることのできないコミッテッド・コストのそれぞれについて、製品別の回収状況を明示し、さらに各製品によって共通キャパシティ・コストを回収し利益を生み出す状況が明確に示されるために、大綱的利益計画にとって充分役立つ図表となると思う。

四　非直線下の損益分岐分析

これまでの考察では、すべて、収益線も総原価線も直線的に推移することを仮定してきた。原価分解は正常操業圏の範囲内での実績データにもとづいて行なわれるので、その範囲内であるならばすべて直線的に変化すると割り切って考えることにも、一応の根拠はある。また収益線も割引きや割戻しの影響が少なければ、直線と考えてよかろう。しかしながら業種業態のいかんを問わず、また費用のいかんを問わず、収益線や総原価線が常に直線であると割り切って考えることには無理があり、今日においてはそのことは必ずしも必要ではないと考えられる。なぜならば、伝統的な損益分岐分析が工夫された時代と現代とを比較すると、次の二点において状況がいちじるしく異なっている。すなわちまず第一に、現代の企業では大型の電子計算機から小型の電子式卓上計算機にいたるまで大幅に採用され、その計算能力は非常に増加していること、第二に現代では原価計算が普及し原価の実績データが利用可能な状態にある一方、他方においてそれらをモデル化しうる統計学の理論や技術が進歩して

第4図



いる点である。そこで例えばある費目の推移を観察して、もしそれが曲線的に推移すると判断されたときは、何も無理にそれを直線と仮定する必要はない。また後述するように、売上高を増加せしめると、かえって営業利益が減少するような場合には、収益線や総原価線について曲線の可能性を考えてみる必要がある。そこで以下、非直線下の損益分岐分析（nonlinear break-even analysis）を検討することにしよう。

(1) 非直線下の損益分岐分析の計算

第4図の示すように、売上高線 R および総原価線 C が次の式で表わすことができたとする。[7] ただし n は生産販売量とする。

$$R=100n-0.001n^2$$

$$C=0.005n^2+4n+200{,}000$$

(イ) 損益分岐点における生産販売量

この場合は、売上高から総原価を差引けば、営業利益が算出されるので、営業利益がゼロとなる生産販売量を求めればよい。

すなわち次のように計算される。[8]

$$R-C=100n-0.001n^2-0.005n^2-4n-200{,}000$$

$$=-0.006n^2+96n-200{,}000=0$$

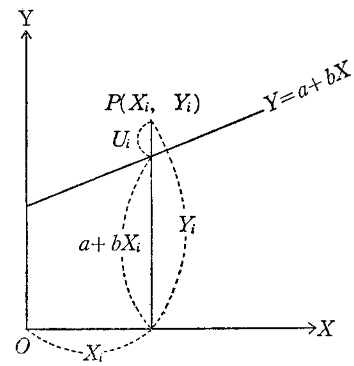
$$n=\frac{-96\pm\sqrt{(96)^2-4(-0.006)(-200{,}000)}}{2\times(-0.006)}$$

$$=\frac{-96\pm\sqrt{4{,}416}}{-0.012}$$

$$\fallingdotseq 2{,}462.5 \text{ または } 13{,}537.5$$

かくしてこの場合は、損益分岐点における販売量は二つ求められる。

第5図



(ロ) 営業利益を最大にする生産販売量

営業利益を最大にする生産販売量は、収益線と総原価線とをそれぞれ微分し、限界収益と限界費用とが等しくなる生産販売量を求めればよい。この計算は次のようになる。

$$\frac{dR}{dn}=\frac{d(100n-0.001n^2)}{dn}$$

$$=100-0.002n$$

$$\frac{dC}{dn}=\frac{d(0.005n^2+4n+200{,}000)}{dn}$$

$$=0.01n+4$$

$$100-0.002n=0.01n+4$$

$$n=96\div0.012=8{,}000\ (\text{個})$$

したがって八、〇〇〇個生産販売するときに、営業利益が最大となる。この場合の営業利益Zは次のようになる。

$$R-C=-0.006n^2+96n-200{,}000$$

$$Z_{8000}=-0.006(8{,}000)^2+96(8{,}000)-200{,}000$$

$$=184{,}000\ (\text{ドル})$$

なお最大の営業利益をあげる生産販売量は営業利益Zを微分してゼロとおくことによっても求められる。

$$\frac{dZ}{dn}=\frac{d(-0.006n^2+96n-200{,}000)}{dn}=0$$

$$n=8{,}000\ (\text{個})$$

(ハ) 平均単位あたり総原価が最小となる生産量

平均単位あたり総原価が最小となる生産量は、総原価線Cをnで割って平均単位原価を表わす式を作り、これを微分してゼロとおけばよい。この計算は次のようになる。

$$C=0.005n^2+4n+200{,}000$$

$$\frac{C}{n}=0.005n+4+200{,}000\cdot n^{-1}$$

$$\frac{d\left(\frac{C}{n}\right)}{dn}=\frac{d(0.005n+4+200{,}000\cdot n^{-1})}{dn}$$

$$=0.005-200{,}000\cdot n^{-2}=0$$

$$n \fallingdotseq 6{,}325\ (回)$$

またこのさいの平均単位あたり総原価は次のようになる。

$$0.005(6{,}325)+4+200{,}000\cdot(6{,}325)^{-1}$$

$$\fallingdotseq 67.25\ (ドル)$$

五　収益曲線および原価曲線の予測方法

前述した非直線下の損益分岐分析の計算は、収益曲線および総原価曲線を表わす式さえ得られれば、あとは簡単な微分計算にすぎない。したがってむしろ問題なのは、収益曲線および総原価曲線を表わす式を実績データからいかにして求めるかにあり、前述のリッグスもまたその問題は彼の本の扱う範囲外であるとしている(9)。もし曲線を表わす式が求められなければ、非直線下の損益分岐分析は不可能となるので、われわれとしてはこの問題に取り組まざるをえない。そこで次に最小自乗法（method of least squares）を使用して、収益曲線、費目別および総原価曲線を予測する方法を検討しよう(10)。ここでは、実績データの趨勢を観察し、二次放物線をあてはめる場合をとりあげて検討する。しかしながらこの方法を理解するためには、実績データの趨勢を観察し最小自乗法により直線をあてはめる方法を理解することが前提となるので、順序として直線をあてはめる場合から述べることにする。

(1)　直線をあてはめる場合

いま仮にある費目の実績データを観察して、それが直線的に推移すると判断された場合は、すべての実績データのできるだけ近くを通るような回帰線（regression line）を求めれば、それがその費目の推移を表わす直線である。この回帰線は、企業の業務量の変化に伴なって増減する実績データの平均線にほかならない。そこで第5図で示したように、この平均線を $Y=a+bX$ とし、任意の実績データの1点を P、その点の座標を X_i、Y_i とする。点 P からこの直線までの距離（これは垂直の偏差、または残差といわれる）を U_i とすれば、

$$U_i=Y_i-(a+bX_i)$$

である。i はデータの数（N）だけ変化する。ところで変量 X_i とその平均 M との残差の自乗の合計は、変量 X_i と平均以外の他の値との差の自乗の合計よりも小さくなる、

という平均の性質がある。[11] したがって

$$\sum_{i=1}^{N} U_i^2 = \sum_{i=1}^{N} [Y_i - (a + bX_i)]^2 \longrightarrow \min. \tag{1}$$

となるような a、b を求めれば、この回帰線を求めることができる。そのためには①式を偏微分してゼロとおけばよい。この計算は次のようになる。

$$\frac{\partial \sum U_i^2}{\partial a} = \frac{\partial [U_1^2 + U_2^2 + \cdots\cdots + U_N^2]}{\partial a}$$

$$= \frac{\partial U_1^2}{\partial a} + \frac{\partial U_2^2}{\partial a} + \cdots\cdots + \frac{\partial U_N^2}{\partial a}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial U_i^2}{\partial a}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial U_i^2}{\partial U_i} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial a}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} 2U_i \cdot (-1) = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \sum U_i^2}{\partial b} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial U_i^2}{\partial b}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \frac{\partial U_i^2}{\partial U_i} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial b}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} 2U_i \cdot (-X_i) = 0 \tag{3}$$

(2)と(3)より

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} (-2)[Y_i - (a + bX_i)] = 0 & (4) \\ \sum_{i=1}^{N} (-2X_i)[Y_i - (a + bX_i)] = 0 & (5) \end{cases}$$

④を整理して

$$\sum_{i=1}^{N} [Y_i - (a + bX_i)] = 0 \tag{6}$$

⑤を整理して

$$\sum_{i=1}^{N} [X_i Y_i - (aX_i + bX_i^2)] = 0 \tag{7}$$

⑥と⑦より

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} Y_i = na + b\sum_{i=1}^{N} X_i & (8) \\ \sum_{i=1}^{N} X_i Y_i = a\sum_{i=1}^{N} X_i + b\sum_{i=1}^{N} X_i^2 & (9) \end{cases}$$

さて、(8)と(9)を正規方程式といい、この連立方程式を解いて a と b とを求めればよい。この正規方程式は、以上述べたような計算によって導き出せるわけであるが、記憶の仕方としては、$Y = a + bX$ の式に

(イ)　各項に $\sum$ をつけた式を作る（a の係数は1であるから）。すなわち

$$\sum Y=\sum a+\sum bX$$

$$\therefore \quad \sum Y=na+b\sum X \longrightarrow ⑧$$

(ロ) 各項にXを掛けて$\sum$をつけた式を作る（bの係数がXであるから）。

すなわち

$$XY=aX+bX^2$$

$$\sum XY=a\sum X+b\sum X^2 \longrightarrow (9)$$

というように導き出すと思えばよい。次にこの考察の結果にもとづいて、二次放物線をあてはめる場合につき、計算例で検討しよう。

(2) 二次放物線をあてはめる場合

いま仮に、ある費目の実績データが第8表のとおりであったとする。この実績データによってグラフを作成すれば、第6図のようになる。これによれば、この費目は直線よりも二次放物線的に推移すると判断される。そこで求める趨勢曲線（回帰線）を $Y=a+bX+cX^2$ とおけば、最小自乗法により、

$$S=\sum_{i=1}^{N}[Y_i-(a+bX_i+cX_i^2)]^2 \longrightarrow \min.$$

となるような a、b、c を求めればよい。したがって直線の場合と同様に、前述の式を偏微分してゼロとおけばよいわけである。すなわち、

$$\frac{\partial S}{\partial a}=0,\quad \frac{\partial S}{\partial b}=0,\quad \frac{\partial S}{\partial c}=0$$

により求めるのであるが、その結果は、直線の場合と同様な正規方程式がえられる。この正規方程式は、次のように記憶するのが便利である。すなわち

第8表

資料の数（N）	直接作業時間（X）	費目実績（Y）
1	7.0 千時間	452.0 万円
2	7.2	456.0
3	7.5	462.5
4	7.8	468.3
5	8.0	472.0
6	8.5	480.5
7	8.8	485.1
8	9.0	488.0
9	9.5	494.5
10	10.0	500.0

$Y=a+bX+cX^2$ の式に

(イ) 各項に$\sum$をつけた式を作る。

$$\sum Y=\sum a+\sum bX+\sum cX^2$$

$$\therefore \quad \sum Y=na+b\sum X+c\sum X^2$$

(ロ) 各項にXを掛けて$\sum$をつけた式を作る。

$$XY=aX+bX^2+cX^3$$

$$\sum XY=\sum aX+\sum bX^2+\sum cX^3$$

$$\therefore \sum XY=a\sum X+b\sum X^2+c\sum X^3$$

(ハ) 各項にX^2を掛けて$\sum$をつけた式を作る。

$$X^2Y=aX^2+bX^3+cX^4$$

$$\sum X^2Y=\sum aX^2+\sum bX^3+\sum cX^4$$

$$\therefore \sum X^2Y=a\sum X^2+b\sum X^3+c\sum X^4$$

以上によって求めた連立方程式、すなわち

$$\begin{cases} \sum Y=na+b\sum X+c\sum X^2 \\ \sum XY=a\sum X+b\sum X^2+c\sum X^3 \\ \sum X^2Y=a\sum X^2+b\sum X^3+c\sum X^4 \end{cases}$$

が求める正規方程式である。そこで計算機を使用して、第9表を作成する。第9表の計算結果を前述の正規方程式に代入すれば、次の連立方程式がえられる。

$$\begin{cases} 4759.1=10a+83.3b+702.87c \\ 39789.01=83.3a+702.87b+6006.647c \\ 336951.299=702.87a+6006.647b+51973.0323c \end{cases}$$

これを解けば、

$$\begin{cases} a\fallingdotseq 199.3 \\ b\fallingdotseq 50.15 \\ c\fallingdotseq -2.008 \end{cases}$$

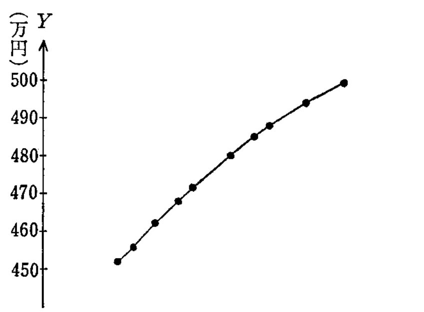
となるので、求める費目曲線は、

$$Y=199.3+50.15X-2.008X^2$$

である。

なおこの曲線は、次のような簡便法によっても求められる(12)。すなわち、第10表で示したように、直接作業時間数のデータを等間隔に区分し、Xの合計がゼロになるように工夫する。

第6図



そうすれば、前述の正規方程式において、

$$\sum X=0,\quad \sum X^3=0$$

となるので、次の連立方程式がえられる。

第9表

N	X	Y	$X\cdot Y$	X^2	$X^2\cdot Y$	X^3	X^4
1	7.0	452.0	3164.00	49.00	22148.000	343.000	2401.0000
2	7.2	456.2	3284.64	51.84	23649.408	373.248	2687.3856
3	7.5	462.5	3468.75	56.25	26015.625	421.875	3164.0625
4	7.8	468.3	3652.74	60.84	28491.372	474.552	3701.5056
5	8.0	472.0	3776.00	64.00	30208.000	512.000	4096.0000
6	8.5	480.5	4084.25	72.25	34716.125	614.125	5220.0625
7	8.8	485.1	4268.88	77.44	37566.144	681.472	5996.9536
8	9.0	488.0	4392.00	81.00	39528.000	729.000	6561.0000
9	9.5	494.5	4697.75	90.25	44628.625	857.375	8145.0625
10	10.0	500.0	5000.00	100.00	50000.000	1000.000	10000.0000
合計	83.3	4759.1	39789.01	702.87	336951.299	6006.647	51973.0323

$$\begin{cases} \sum Y = na + c\sum X^2 \\ \sum XY = b\sum X^2 \\ \sum X^2Y = a\sum X^2 + c\sum X^4 \end{cases}$$

そこで第11表を作成し、その計算結果を簡略化された正規方程式に代入すれば、次のようになる。

$$\begin{cases} 3349.5 = 7a + 28c \\ 224 = 28b \\ 13356 = 28a + 196c \end{cases}$$

したがってこれを解けば、

$$\begin{cases} a = 480.5 \\ b = 8 \\ c = -0.5 \end{cases}$$

を得るので、求める曲線の式は、

$$Y = 480.5 + 8X - 0.5X^2$$

となる。

第10表

X	
7.0 →	−3
7.5 →	−2
8.0 →	−1
8.5 →	0
9.0 →	+1
9.5 →	+2
10.0 →	+3
合計	0

次に、通常の方法によって求めた曲線の式と、前述の簡便法によって求めた曲線の式とを比較して

みよう。例えば直接作業時間が六、五〇〇時間の場合、この費目の発生額を予測してみると、通常の方法によって求めた曲線の式によれば次のようになる。

$$Y=199.3+50.15(6.5)-2.008(6.5)^2$$
$$=440.437$$

簡便法によれば六、五〇〇時間は、

$$X=-4$$

第11表

N	X	Y	$X\cdot Y$	X^2	$X^2\cdot Y$	X^4
1	−3	452.0	−1356	9	4068	81
2	−2	462.5	−925	4	1850	16
3	−1	427.0	−472	1	472	1
4	0	480.5	0	0	0	0
5	1	488.0	488	1	488	1
6	2	494.5	989	4	1978	16
7	3	500.0	1500	9	4500	81
合計	0	3349.5	224	28	13356	196

に相当するので、

$$Y=480.5+8(-4)-0.5(-4)^2$$
$$=440.5$$

となり、いずれの結果もほぼ一致することがわかる。

最後に、二次放物線について注意すべき点を述べておこう。前述の費目は逓減的に推移したが、これはX^2の係数がマイナスであるためである。X^2の係数がプラスであれば、その曲線は逓増することになる。一般的にいってある費目が二次放物線的趨勢をもつか否かは、第12表で示したように、第二次差額を計算し、それらがほぼ等しくなるか否かによって判断すればよい。(13)

第12表

X	Y	第1次差額	第2次差額
7.0	452.0		
		10.5	
7.5	462.5		1
		9.5	
8.0	472.0		1
		8.5	
8.5	480.5		1
		7.5	
9.0	488.0		1
		6.5	
9.5	494.5		1
		5.5	
10.0	500.0		

また費目によっては、操業時間の増加に応じて急激に増加するものがあるかもしれない。このような場合には、指数曲線をあてはめる可能性を検討すべきである。(14)

以上われわれは、伝統的な損益分岐分析の基礎的諸仮定を一つずつ除去することによって、この分析手法を改善しようと試みた。将来の企業活動によって生ずる収益および費用を確実に予測できないけれども、それらの確率分布が知られている場合に

は、確率モデル(stochastic model; risk model) と組合わせた損益分岐分析を行なうことになるが、この問題の検討は、他日を期すことにしたい。

（1） 生産量と販売量とが等しくない場合でしかも全部原価計算を採用する場合の損益分岐分析については Welsch, G. A., *Budgeting, Profit Planning and Control* (N. J.: Prentice-Hall, Inc., 2 nd ed., 1964; Tokyo: Tuttle, C. E., Modern Asian Edition) pp. 340—345. に説かれている方法もあるが、この方法よりも Brummet, R. L., *Overhead Costing, The Costing of Manufactured Products* (Ann Arbor: University of Michigan, Bureau of Business Research, School of Business Administration, 1957) chapter IV に記述されている方法のほうがすぐれていると思われる。

（2） Keller, I, W. and Ferrara, W. L, *Management Accounting for Profit Control* (N. Y.: McGraw-Hill Book Company, 2nd ed., 1966; Tokyo: Kogakusha Company, Ltd.) p. 662.

（3） この問題について詳しくは、岡本清、大成節夫稿「直接原価計算とリニアー・プログラミング」企業会計昭和四六年九月号—十二月号を参照されたい。

（4） この図表は P–V chart ともいわれる。

（5） Matz, A., Curry, O. J. and Frank, G. W., *Cost Accounting* (Cincinnati: South-Western Publishing Company, 4 th ed., 1967) p. 831.

（6） Riggs, J. L., *Economic Decision Models for Engineers and Managers* (N. Y.: Mc Graw-Hill Book Company, 1968) p. 53.

（7） この計算例は Riggs, *ibid.*, pp. 62—64.

（8） リッグスの計算はミスプリントかあるいは計算の誤りであるので訂正して示す。

（9） Riggs, *ibid.*, p. 57.

（10） これについては、拙稿「最小自乗法による原価予測の方法」神戸商大「商大論集」第二五巻、一、二、三合併号で述べた。したがってこの小論では二次放物線をあてはめる場合のみにつき、計算例を変え、また前掲の論文で扱わなかった簡便法についても述べることにする。

（11） 拙著「原価計算」国元書房昭和四八年一六五ページ参照。

（12） Costis, H. G., *Statistics for Business* (Ohio: C. E. Merrill Publishing Company, 1972) pp. 163—164.

（13） Costis, *ibid.*, pp. 165—166.

（14） （10）の拙稿を参照されたい。

（一橋大学教授）