経済研究
Vol. 51, No. 3, Jul. 2000

Forward Premium Puzzle について*

——日米金利差は円高を予想していたか——

坪 内 浩

Forward Premium Puzzle というのは，変動相場制を採用している主要通貨間で，先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっていないだけでなく，直物為替レートの変動と直先スプレッドの間に負の相関がみられるというパズルである．このうち，「先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっていない」という点については，先物為替レートがリスク・プレミアムを反映していると仮定することによって説明することが可能であるが，「直物為替レートの変動と直先スプレッドの間に負の相関がみられる」という点については，リスク・プレミアムの存在を仮定するだけでは説明することはできない．

本論においては，先行研究において為替レートのリスク・プレミアムを確率変数と仮定していたことが Future Premium Puzzle を発生させる原因になっていた可能性があり，リスク・プレミアムを確定的トレンドと考えることによってパズルが解消されることを示す．また，変動相場制への移行以来観測された，先行き円高の直先スプレッドつまり米国の相対的な金利高は主としてリスク・プレミアムの存在によるものであり，円高を予想していたわけではないこと，さらに，直物為替レートの変化はほとんど期待されていなかった要因に基づくものであることがわかった．

1. はじめに

Forward Premium Puzzle[1]というのは，変動相場制を採用している主要通貨間で，先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっていないだけでなく，直物為替レートの変動と直先スプレッドの間に負の相関がみられるというパズルである[2]．

t 期の直物為替レート(対数値)を $e(t)$，先物為替レート(対数値)を $f(t)$，自国の金利を $i(t)$，相手国の金利を $i^*(t)$，t 期における期待を表わすオペレータを $E(.|t)$ とすると，これらの間には次のような関係がある．

$$\begin{aligned} e(t+1)-e(t) &= \{E(e(t+1)|t)-e(t)\} \\ &\quad +\{e(t+1)-E(e(t+1)|t)\} \\ &= u(t)+v(t+1) \qquad \text{(a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(t)-e(t) &= \{E(e(t+1)|t)-e(t)\} \\ &\quad +\{f(t)-E(e(t+1)|t)\} \\ &= u(t)+w(t) \qquad \text{(b)} \end{aligned}$$

$$f(t)-e(t) = i(t)-i^*(t) \qquad \text{(c)}$$

ここで，(a)式は t 期から $t+1$ 期にかけての直物為替レートの変化が t 期において期待されていた部分($u(t)$)と期待されていなかった部分($v(t+1)$)に分けられることを示している．また，(b)式は t 期における直先スプレッドが t 期において期待される直物為替レートの変化($u(t)$)と先物為替レートと直物為替レートの期待値との差($w(t)$)からなることを示している．(a)式と(b)式の $u(t)$ は共通である．従って，$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$ がそれぞれ確率変数でありお互いに独立であれば，t 期から $t+1$ 期にかけての直物為替レートの変化と t 期における直先スプレッドの間には正の相関がみられるはずである．さらに，先物市場が効率的である場合には先物為替レートと直物為替レートの期待値が一致し $w(t)$ がゼロになるはずである．

しかし，実際には，変動相場制を採用している主要通貨間で，t 期から $t+1$ 期にかけての直物為替レートの変化を直先スプレッドに回帰すると，先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっている($w(t)=0$)という仮説が棄却されてしまうだけでなく，直先スプレッ

ドの係数がマイナスになってしまい，直物為替レートの変動と直先スプレッドの間には負の相関がみられることが経験的に確認されている[3]．

また，(c)式のように自国の金利と相手国の金利との間には，為替レートについてのスプレッドを介して裁定関係が成り立っている(Covered Interest Rate Parity)．従って，このパズルは，内外金利差が直物為替レートの変動の効率的な期待値になっていない，というパズルにもなっている(Obstfeld and Rogoff(1998))．

このパズルについては，これまでに多くの研究が行われてきており，先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっているという仮説が棄却されてしまうのは，リスク・プレミアムが存在しているため $w(t)$ がゼロにはならず，またその変動も大きいことが原因であるということがほぼ通説となっている(Hodrick(1987), Lewis(1995))[4]．しかし，直物為替レートの変動と直先スプレッドの間に負の相関がみられるという点についてはパズルのままである．

ここでは視点を変え，これまでの分析が主として $u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ が確率変数であることを前提として「確率的トレンド」間の関係を分析するものであったのに対し，「確定的トレンド」を考慮に入れて分析を行なう．

全体の構成は以下のとおりである．まず2において，円ドル・レートについて $u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ がそれぞれ独立した確率変数であると仮定して推計すると，Future Premium Puzzle が生じることを確認する．また，続く3において，2とは別の推計方法(Kalman Filter)を用いて，やはり $u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ がそれぞれ独立した確率変数であると仮定すると，$u(t)$, $w(t)$ が確率過程として推定されてこないことを示す．以上のようなパズルが生じてしまうのは，$u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ が確率変数であるという前提に原因がある可能性があるため，次に，$u(t)$, $v(t)$, $w(t)$ のうち少なくともどれかは確定的トレンドを含んでいると仮定して分析を行なう．ただし，$v(t)$ は確率変数(white noise)であると想定することができることから，$u(t)$, $w(t)$, またはその両方が確定的トレンドを含んでいると仮定する．そして4において，(a)式と(b)式の確定的トレンドの有無を検定することを通じて $u(t)$ は確定的トレンドを含んでいないと考えられるのに対して，$w(t)$ は確定的トレンドを含んでいると考えられることを示す．そこで，$w(t)$ が確定的トレンドであると仮定して $w(t)$, $u(t)$ を推計する．そして推計された $u(t)$ を用いると Future Premium Puzzle が解消されることを示す．最後に5において，議論をまとめるとともに，円ドル・レートの動きと日米金利差の動きの間の関係について考察する．また，残された課題についても言及する．

2. 直物為替レートの変動と直先スプレッド

まず，変動相場制移行後の円ドル・レートの推移をみていくこととする(図1)．変動相場制移行後，円ドル・レートはアップダウンを繰り返しながらも長期的に円高の傾向にあった．

よく知られているように確率変数としてみた場合，為替レート(対数値)は I(1)process であり，円ドル・レートも例外ではない．円ドル・レートについて1階の差分[5]をとったもの(レートの変化率に相当)の推移をみてみると，図2の実線のようになる．また，円ドル・レートは他の為替レートと同じように I(1)process の中でも特殊な(当期の変動が自分自身の過去の変動の影響を受けない)random walk process である[6]．推計結果は(d)式のとおりである．定数項が長期的な円高の比率を示している(年率約3.4%)が，必ずしも有意ではない．

$$e(t+1)-e(t) = -0.008548 \qquad \text{(d)}$$
$$(-1.199)^{7)}$$

推計期間：1978年第1四半期～99年第4四半期[8]

これに対して，直先スプレッド(3か月物)の推移をみたものが図2の点線である．直先スプレッドはおおまかにみて先行き円高であり，その平均は約0.9%(年率約3.6%)であった．また，直先スプレッドと内外金利差は裁定関係にあり，直先スプレッドの動きは内外金利差の動向に対

図1. 円ドル・レートの推移

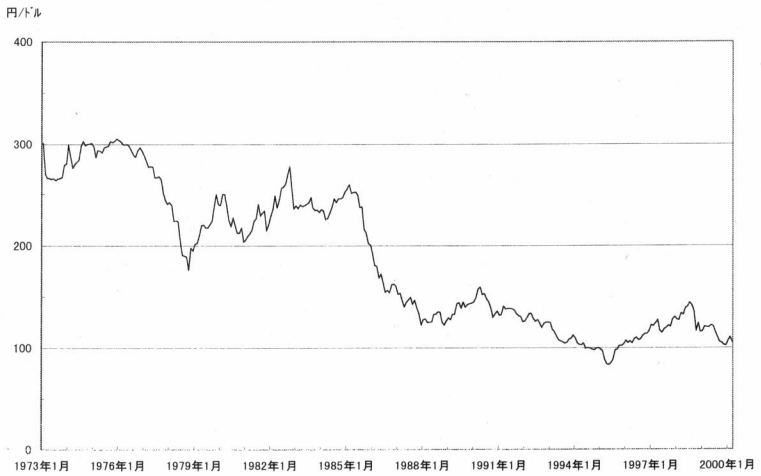


図2. 直物為替レートの変動と直先スプレッド

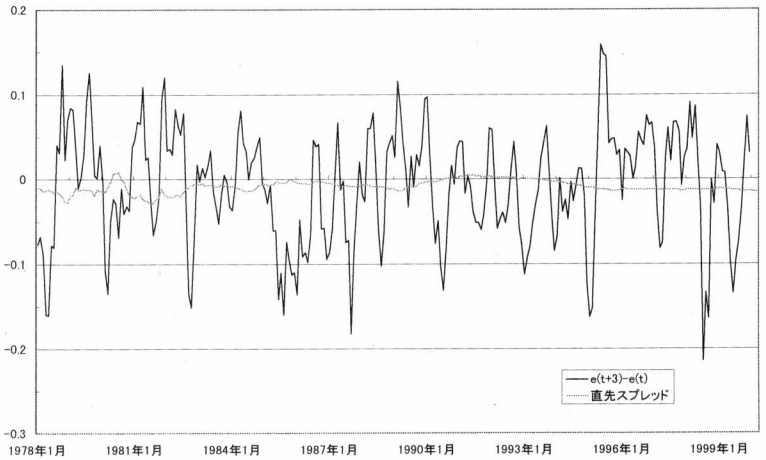
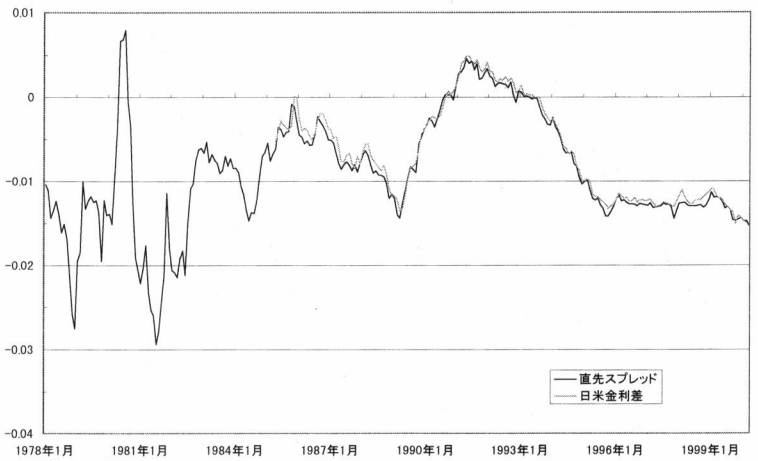


図3. 直先スプレッドと日米金利差



応している[9](図3).

このように我が国についてみると，変動相場制への移行以来，米国の方が金利が高く直先スプレッドが先行き円高の傾向にあり，一方，実際に円ドル・レートも円高の傾向にあるので，一見しただけでは内外金利差と直物為替レートの変化は整合的であり，先物市場は効率的であると思われがちであるが，回帰分析を行なってみると，Forward Premium Puzzle は存在している.

このことを確認するために以下のようなモデルを推計した.

$$e(t+1)-e(t) = a0+a1(f(t)-e(t))+\varepsilon(t) \qquad \text{(e)}$$

ただし，$a0$，$a1$ は定数．$\varepsilon(t)$ は t 期における誤差項である.

推計結果は(f)式のとおりであり，直先スプレッドの係数($a1$)が有意にマイナスになっている．しかし，$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$ がそれぞれ独立した確率変数であると仮定すると $0 \leq a1 \leq 1$ とはなっても，$a1$ がマイナスになることはないはずである[10]．また，先物為替レートが直物為替レートの効率的な期待値になっている($w(t)=0$)という帰無仮説($a0=0$ かつ $a1=1$)の下で F 値＝7.14 であり，帰無仮説は有意水準5%($F(2, 80)=3.11$)で棄却される.

$$e(t+1)-e(t) = -0.03347 \quad -2.784(f(t)-e(t)) \qquad \text{(f)}$$
$$(-2.963) \quad (-2.774)$$

推計期間：1978年第1四半期～99年第4四半期

こうしたパズルが生じてしまうのは，$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$ が確率変数であるという前提に原因がある可能性がある.

3. Kalman Filter を用いた推定

ここでは，2とは別の推計方法を用いて，$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$ がそれぞれ独立した確率変数であると仮定すると，$u(t)$，$w(t)$ が確率過程として推定されてこないことを示す.

まず，(a)式において $v(t+1)$ は t 期から $t+1$ 期にかけての直物為替レートの変化のうち t 期において期待されていなかった部分(innovation)であり，市場参加者が合理的であり為替レートに関する予想の形成にあたって各期に入手できる情報をすべて活用している場合には，white noise になるはずである．そこで，$v(t)$ については white noise であると想定する.

すると，(a)式に Kalman Filter を適用することによって $u(t)$ の確率過程を推定することができる[11]．ここでは $u(t)$ が random walk process と AR 過程の和であると仮定して推定した[12]．想定したモデルは以下のようなモデルである.

$$e(t+1)-e(t) = u(t)+v(t+1) \quad \text{観測方程式}$$
$$u(t) = x(t)+y(t) \quad \text{状態方程式}$$
$$x(t) = x(t\text{-}1)+dx(t)$$
$$A(L)y(t) = dy(t)$$

ただし，$v(t)$，$dx(t)$，$dy(t)$ はそれぞれお互いに独立な i.i.d. normal process に従う.

推定結果は以下のようになった.

$$\mathrm{Var}(v(t)) = 0.004422 \qquad \text{(g)}$$
$$\mathrm{Var}(dx(t)) = 0.0001\mathrm{Var}(v(t))$$

推計期間：1978年第1四半期～99年第4四半期

AIC 基準で判断して $A(L)$ については次数が0のときに最適となったが，random walk process 部分($dx(t)$)の分散の推定値が下限にはりついてしまい，推計が収束していない．すなわち，$u(t)$ は確率過程として推定されてこない.

次に，(b)式から $w(t)$ の確率過程を推定する．しかし，(b)式にそのまま Kalman Filter を適用して推計することはできない．というのは，(b)式に Kalman Filter を適用するためには $u(t)$ と $w(t)$ の両方について何らかの確率過程を想定しなければならず，恣意性の入り込む余地が大きいからである．ただし，(a)式と(b)式を組み合わせることによって $w(t)$ の確率過程を推定することが可能となる.

(a)式と(b)式から共通部分である $u(t)$ を消去すると，

$$e(t+1)-f(t) = v(t+1)-w(t)$$

となる．ここで，$v(t)$ は white noise であると

想定しているので，この式にKalman Filerを適用することによって$w(t)$の確率過程を推定することができる．ここでは$u(t)$のときと同じように$w(t)$がrandom walk processとAR過程の和であると仮定して推定した．想定したモデルは以下のようなモデルである．

$$e(t+1)-f(t) = -w(t)+v(t+1) \qquad \text{観測方程式}$$

$$-w(t) = z(t)+n(t) \qquad \text{状態方程式}$$

$$z(t) = z(t-1)+dz(t)$$

$$B(L)n(t) = dn(t)$$

ただし，$v(t)$，$dz(t)$，$dn(t)$はそれぞれお互いに独立なi.i.d. normal processに従う．

推定結果は以下のようになった．

$$\mathrm{Var}(v(t)) = 0.004729 \qquad \text{(h)}$$

$$\mathrm{Var}(dz(t)) = 0.0001\mathrm{Var}(v(t))$$

推計期間：1978年第1四半期～99年第4四半期

AIC基準で判断して$B(L)$については次数が0のときに最適となったが，random walk process部分($dz(t)$)の分散の推定値が下限にはりついてしまい，推計が収束していない．すなわち，$w(t)$も確率過程として推定されてこない．

4. 確定的トレンドの導入

以上の分析は$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$が確率変数であることを前提にしている．$v(t)$については3でみたようにwhite noiseであると想定することができるため，この前提は少なくとも$v(t)$についてはあてはまるだろう．しかし，$u(t)$と$w(t)$を確率変数と想定することが適切かどうかについて論じられることはあまりない．

Hatanaka(1998)は，マクロ経済理論の実証分析，その中でも特に，広く用いられているVARモデルを用いた分析について，研究のはじめの段階において，原データから確定的トレンドを差し引き，確率的な部分だけを分析の対象とすることについて，①諸変数の確定的トレンドの間の関係が確率的な部分の関係と同一であるという仮説が成り立つ保証がない，②またかりにこの仮説が成り立つとしても，構造変化により確定的トレンドが複雑な形状をもつとき，残差として得られる確率的な部分の推定があやふやとなる，という問題点を指摘している．

そこで，以下では$u(t)$，$w(t)$，またはその両方が確定的トレンドを含んでいる可能性を考慮した場合にもForward Premium Puzzleが存在するかどうかについてみることとする．

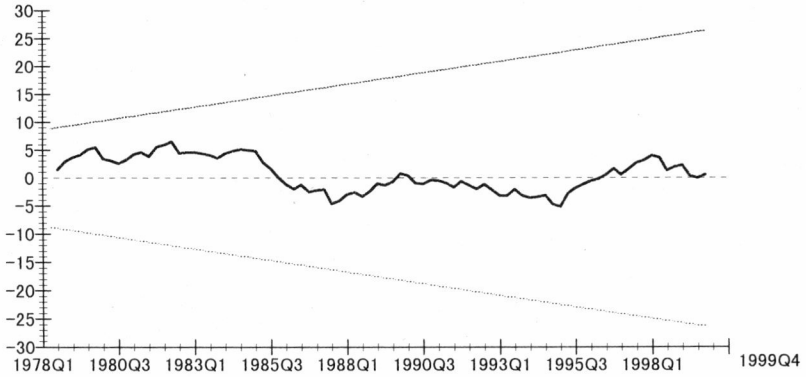
4.1 確定的トレンドの有無の検定

ここでは，(a)式，(b)式のそれぞれについて確定的トレンドを含んでいるかどうかを検討する．$u(t)$だけが確定的トレンドを含んでいる場合，または$u(t)$と$w(t)$の両方が確定的トレンドを含んでいる場合には(a)式と(b)式の両方が確定的トレンドを含み，$w(t)$だけが確定的トレンドを含んでいる場合には(a)式は確定的トレンドを含まず(b)式だけが確定的トレンドを含むことになる．

まず，(a)式が確定的トレンドを含んでいるかどうかを検討する．確定的トレンドを含んでいるかどうかは確定的トレンドがあると仮定して推計した場合にトレンドに変化(ブレイク)があるかどうかによって確認される．ここではトレンドにブレイクがあったかどうか不明(どこであったかについても不明)な場合にその有無を検定するテストとして一般的なCUSUMテスト及びCUSUMSQテストを用いて検定した(Brown, Durbin and Evans(1975))．その結果は図4－1(CUSUMテスト)及び図4－2(CUSUMSQテスト)であり，実線が検定される値，点線の外側が「トレンドにブレイクがない」という帰無仮説に対する有意水準5%の棄却域である．どちらのテストにおいても実線は点線の内側にあり「トレンドにブレイクがない」という帰無仮説は棄却できないことがわかる．従って，(a)式は確定的トレンドを含んでいないと考えられる．

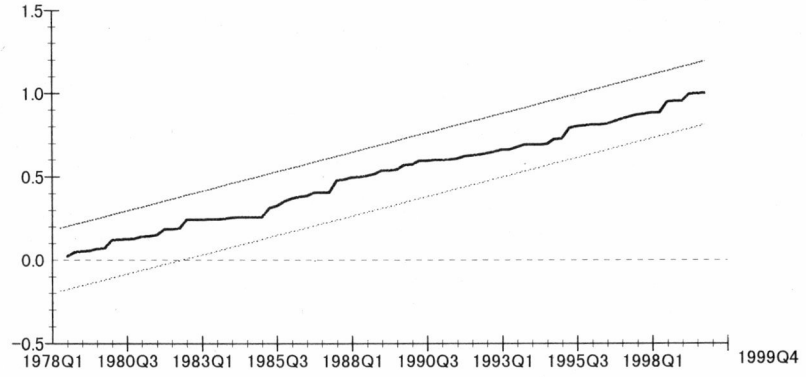
次に，(b)式が確定的トレンドを含んでいるかどうかを検討する．CUSUMテスト及びCUSUMSQテストの結果はそれぞれ図5-1，図5-2のとおりであり，CUSUMSQテストに

図 4-1. Cumulative Sum of Recursive Residuals(CUSUM テスト)



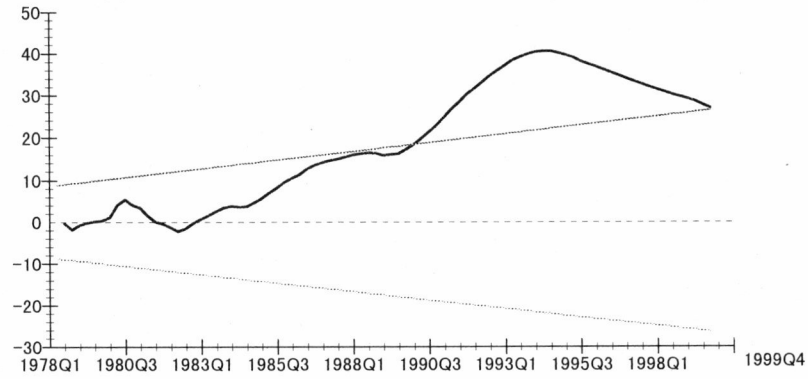
The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

図 4-2. Cumulative Sum of Recursive Residuals(CUSUMSQ テスト)



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

図 5-1. Cumulative Sum of Recursive Residuals(CUSUM テスト)

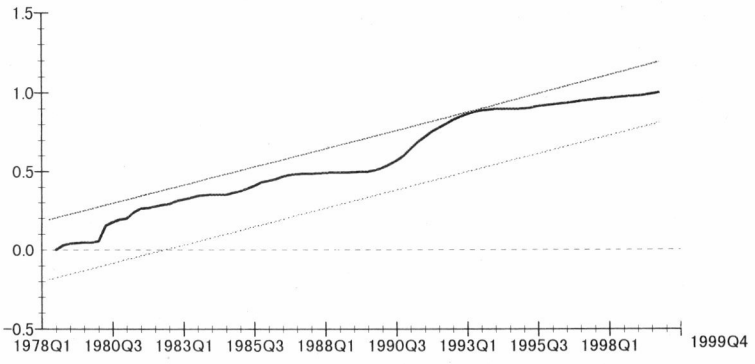


The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

おいては実線は点線の内側にあるが，CUSUM テストにおいては実線が点線の外側にはみだしてしまうことから「トレンドにブレイクがない」という帰無仮説は棄却できることがわかった．従って，(b)式は確定的トレンドを含んでいると考えられる．

以上，(a)式は確定的トレンドを含まず(b)式だけが確定的トレンドを含んでると考えられることから，$u(t)$ は確定的トレンドを含んでいないのに対して，$w(t)$ は確定的トレンドを含んでいる可能性が高いことがわかった[13]．

図 5-2. Cumulative Sum of Recursive Residuals(CUSUMSQ テスト)



The straight lines represent critical bounds at 5% significance level

4.2 確定的トレンドの推計

4.1 において $w(t)$ が確定的トレンドを含んでいる可能性が高いことがわかったので，次にそれを推計することとする．確定的トレンドはトレンドの変化(ブレイク)を推計することによって推計される．ここでは以下のような手続きによってトレンドの変化(ブレイク)を推計した．

①まず，各期におけるブレイクの有無をみるため，推計期間の毎年第 1 四半期にブレイクがあったと仮定し，ブレイクを示すダミー変数の係数がゼロという帰無仮説が有意水準 5% で棄却されてしまう四半期を除いた．そして残ったダミー変数の示す四半期をブレイクの候補とした．ここで用いたブレイクは，一般的に想定されることの多い水準に関するトレンドの変化を表すブレイクと階差に関するトレンドの変化を表すブレイクの 2 種類である．

②次に，ブレイクの候補としたそれぞれの四半期の前後にダミー変数を動かして残差平方和を最小とするような四半期を探し，その期にブレイクがあったものとした．このときブレイクの数は変わらないので，残差平方和を最小とする四半期は AIC を最小にする四半期になっている．

$$
\begin{aligned}
f(t)-e(t) = {} & -0.01077 \quad -0.002968\ T7801 \\
& (-5.945) \quad (-4.880) \\
& +0.01736\ D7901 \quad +0.01315\ T8001 \\
& (6.123) \quad (9.368) \\
& -0.01797\ T8003 \quad +0.01093\ T8103 \\
& (-13.073) \quad (16.316) \\
& -0.004482\ T8302 \quad +0.003344\ T8403 \\
& (-8.446) \quad (5.681) \\
& -0.002643\ T8504 \quad +0.002584\ T8902 \\
& (-7.176) \quad (11.003) \\
& -0.002414\ T9102 \quad -0.001096\ T9303 \\
& (-8.363) \quad (-3.858) \\
& +0.001533\ T9503 \qquad \text{(i)} \\
& (7.281)
\end{aligned}
$$

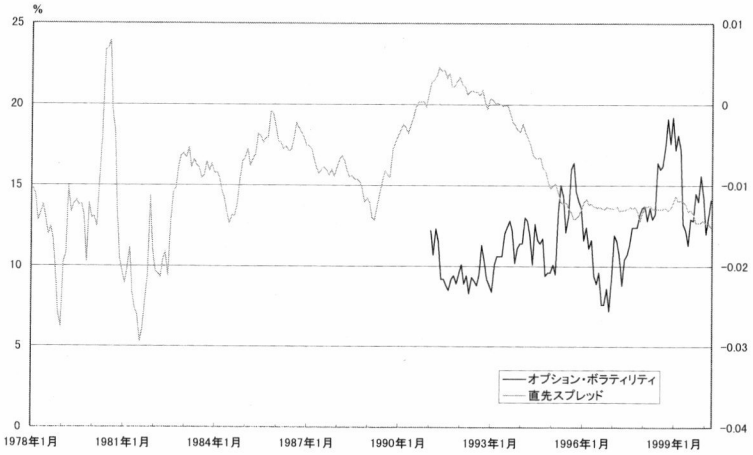
推計期間：1978 年第 1 四半期～99 年第 4 四半期

推計結果によると，80 年第 1 四半期，80 年第 3 四半期，81 年第 3 四半期，83 年第 2 四半期，84 年第 3 四半期，85 年第 4 四半期，89 年第 2 四半期，91 年第 2 四半期，93 年第 3 四半期，95 年第 3 四半期にそれぞれ階差に関するトレンドの変化が，79 年第 1 四半期に水準に関するトレンドの変化があったことがわかる．

このとき，$R^2=0.9299$ である．このことは，$(f(t)-e(t))$ の動きはリスク・プレミアム $(w(t))$ によって説明され，期待されていた直物為替レートの変化 $(u(t))$ によって説明される部分がほとんどないことを示している．すなわち，変動相場制への移行以来観測された，先行き円高の直先スプレッドつまり米国の相対的な金利高は主としてリスク・プレミアムの存在によるものであり，円高を予想していたわけではないことになる．

ただし，直先スプレッドの動きは市場が想定している為替レートの予想変動率について計算されるオプション・ボラティリティ(Implied

図6. オプション・ボラティリティと直先スプレッド



Volatility)[14]の動き(図6)とも異なっており，直先スプレッドとリスク・プレミアムとの関係については別途検討が必要である．

次に，念のためにここで推計された確定的トレンドが $u(t)$ に含まれるものではないことを確認しておく．4.1 おいて $u(t)$ が確定的トレンドを含んでいない可能性が高いことがわかったが，CUSUM テストも CUSUMSQ テストも検定力が弱いことが指摘されている[15]．もしも $u(t)$ が確定的トレンドを含んでいる場合にはここで推計された確定的トレンドは $u(t)$ に含まれるものである可能性がある．そこで，このことを確かめるために(i)式で推計されたトレンドの変化の点で(a)式についてもトレンドの変化があったと仮定してその係数を比較した．$u(t)$ が確定的トレンドを含んでいる場合には，(a)式から(i)式に似た確定的トレンドが推計されるはずである[16]．

$$
\begin{aligned}
e(t+1)-e(t) = {} & -0.07132+0.02201\ T7801 \\
& \quad (-1.224)\quad (1.124) \\
& -0.04413\ D7901 \quad -0.08551\ T8001 \\
& (-0.4837) \quad (-1.893) \\
& +0.09398\ T8003 \quad -0.04301\ T8103 \\
& (2.124) \quad (-1.994) \\
& +0.02702\ T8302 \quad -0.04164\ T8403 \\
& (1.583) \quad (-2.198) \\
& +0.03624\ T8504 \quad -0.01573\ T8902 \\
& (3.057) \quad (-2.081) \\
& +0.004191\ T9102 \quad +0.01255\ T9303 \\
& (0.4511) \quad (1.373) \\
& -0.01397\ T9503 \qquad\qquad (j) \\
& (-2.067)
\end{aligned}
$$

推計期間：1978 年第 1 四半期～99 年第 4 四半期

推計結果によると，すべてのダミー変数の係数の符号が逆転している．すなわち(a)式からは(i)式に似た確定的トレンドは推計されなかった．このことからも，$u(t)$ は確定的トレンドを含んでいないこと，ここで推計された確定的トレンドは $w(t)$ に含まれるものであることが確認された．

4.3　$u(t)$ の推定値と Forward Premium Puzzle

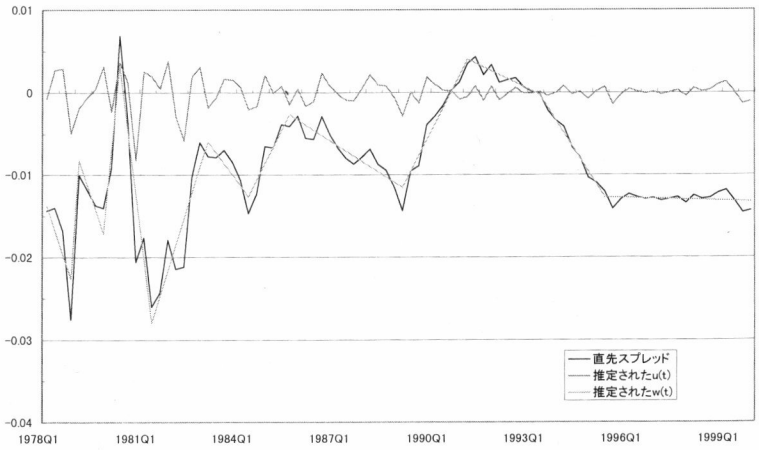
4.2 で推計された確定的トレンドが $w(t)$ そのものである場合には，(i)式の残差は $u(t)$ の推定値になる(図7)[17]．そこで，次にこの推計が適切なものであったかどうかをみるため，(e)式と同じように推定された $u(t)$ $(=eu(t))$ が直物為替レートの変動の効率的な期待値になっているかどうかについて以下のようなモデルを用いてテストを行った．

$$e(t+1)-e(t) = b0+b1eu(t)+\gamma(t) \quad \text{(k)}$$

ただし，$b0$，$b1$ は定数．$\gamma(t)$ は t 期における誤差項である．

推計結果は(l)式のとおりであり，$eu(t)$ の

図7. 推定された $u(t)$ と $w(t)$



係数($b1$)はマイナスではあるが有意ではない．また，$eu(t)$ が直物為替レートの変動の効率的な期待値なっているという帰無仮説($b0=0$ かつ $b1=1$)の下で F 値=0.79 であり，帰無仮説は有意水準 5%($F(2, 100)=3.09$)で棄却されない．

$$e(t+1)-e(t) = -0.008548 \quad -0.09830\, eu(t) \qquad (1)$$
$$(-1.192) \quad (-0.02489)$$

推計期間：1978 年第 1 四半期～99 年第 4 四半期

すなわち，$w(t)$ が確定的トレンドであると仮定した場合には，Forward Premium Puzzle が解消されることがわかった．

ただし，$R^2=0.000007$ なので説明力はない．このことは，$(e(t+1)-e(t))$ の動きは $v(t+1)$ によって説明され，$u(t)$ によって説明される部分がほとんどないことを示している．すなわち，直物為替レートの変化はほとんど期待されていなかった要因に基づくものであることになる．

5. おわりに

以上の議論から，先行研究において為替レートのリスク・プレミアムを確率変数と仮定していたことが Future Premium Puzzle を発生させる原因になっていた可能性のあることがわかった．そして，円ドル・レートについてはリスク・プレミアムを確定的トレンドと考えることによってパズルが解消されることもわかった．今回の分析においては，Hatanaka(1998)が指摘したような確定的トレンド間の関係を見出すことはできなかったが，「確定的トレンド」を考慮に入れて分析を行うことの重要性が確認された．ただし，リスク・プレミアムを確定的トレンドであると考えるとパズルが解消される理由については今後の課題として残されている．

また，変動相場制への移行以来，円高と米国の相対的な金利高が同時に観察されることについて，$(e(t+1)-e(t))$ の式も $(f(t)-e(t))$ の式も $u(t)$ の項を含んでいることから当然のことのように思われているが，$(f(t)-e(t))$ の動きはリスク・プレミアム($w(t)$)によって説明され，期待されていた直物為替レートの変化($u(t)$)によって説明される部分はほとんどないことがわかった．このことは，先行き円高の直先スプレッドつまり米国の相対的な金利高は主としてリスク・プレミアムの存在によるものであり，円高を予想していたわけではないことを示している．

さらに，直物為替レートの変化は期待されていた部分と期待されていなかった部分に分けられるが，実際の変化はほとんど期待されていなかった要因に基づくものであることがわかった．

なお，本論においては，データの利用可能性の観点から直先スプレッドについて 3 か月物の

データを，また直物為替レートについては3か月先の値との差を用いているが，それぞれ1か月物のデータ，1か月先の値との差を用いた場合も同様の結果が得られた(分析の対象となった期間は84年6月以降)．

本論においては，直先スプレッドがリスク・プレミアムを反映しているとする通説に基づいて議論を進めてきた．しかし，リスク・プレミアムが直先スプレッドの主要な決定要因かどうかについては課題として残されることになった．直先スプレッドの動きは市場が想定している為替レートの予想変動率について計算されるオプション・ボラティリティの動きとも異なっており，直先スプレッドとリスク・プレミアムとの関係については別途検討が必要である．その際，1か月物のデータを用いた場合においても直先スプレッドとオプション・ボラティリティの動きが異なっていることに変わりはないので，更に細かいデータを用いて分析することが必要になると思われる．

(一橋大学経済研究所／2000年6月30日現在)

注

＊ 本稿をまとめるにあたっては，北村行伸氏，中妻照雄氏，福田公正氏，細野薫氏から適切な助言をいただいた．また，伊藤彰敏氏，高橋豊治氏，筒井義郎氏をはじめとする1999年金融学会春季大会参加者，経済研究所定例研究会参加者から有益なコメントをいただいた．ここに記して感謝したい．なお，本研究は，文部省科学研究費(「金融革新の進展とマクロ経済への影響」，基盤研究(C)(2))から助成を受けた．

1) Predictable Excess Return Puzzle と呼ばれることもある．

2) 教科書的な説明としては Obstfeld and Rogoff (1996)，サーベイについては Hodrick (1987)，Lewis (1995)参照．

3) このことはまだ利用されていない何らかの収益機会があることを示唆している．Elliott and Ito (1999)は，回帰分析による為替レートの予測に基づいて取引を行った場合とサーベイ調査の予測に基づいて取引を行った場合の超過収益を比較した．その結果，どちらの場合も収益の変動は大きく収益自体は小さいこと，超過収益はリスク変数と関係があることがわかった．また，ランダム・ウォーク・モデルに基づく予測の方が予測誤差は小さいものの，サーベイ調査の予測に基づいて取引をしていた方が多くの収益をあげていることもわかった．

4) 為替レートの期待変化率の変動($\mathrm{Var}(u(t))$)よりもリスク・プレミアムの変動($\mathrm{Var}(w(t))$)の方が大きければ，このようなパズルは発生する可能性がある(Fama (1984))．

5) 直先スプレッドについて3か月物のデータを用いているので直物為替レートについても3か月先の値との差を示している．

6) この点については，(d)式において誤差項に系列相関がないことからも確認される．

7) ( )内は t 値．

8) 分析の対象とする期間は78年以降とする．これは，この年から直先スプレッドのデータが発表されるようになったことと，この頃から直物為替と様々な期日の先物為替の間，更には先物為替相互間の金利裁定取引が厚みを増し，常に金利裁定の均衡関係がほぼ正確に成立するようになったことによる．

「直先スプレッドはかつては発表されていなかったので，発表されている直物レートと先物レートから直先スワップのスプレッド(直先スプレッド)を計算するしかなかったが，そのような計算はいちじるしく正確さを欠いたものであった．しかし，1978年6月からは直先スワップのスプレッドが発表されるようになったので，ようやく「真の」直先レートの開き(直先スプレッド)を表わす値を知ることができるようになった．」(小宮・須田(1983)「理論編」31-32頁)

「1975年に入ってからは，なんらかの形での金利裁定が直先両レートを結びつけるようになり，両者の関係がなんらかの形の金利裁定の均衡関係から著しく乖離したと推定されるような状況はほとんど見られないようになった．」(小宮・須田(1983)「理論編」173頁)

9) 内外金利差については目安として米国のCD3か月物金利と日本のCD3か月物金利との差を示している．

10) このうち，$a1=0$ となるのは $\mathrm{Var}(u(t))=0$ のとき，すなわち直物為替レートの変化が期待されていない要因に基づくものである場合であり，$a1=1$ となるのは $\mathrm{Var}(w(t))=0$ のとき，すなわちリスク・プレミアムが変動しない場合である．

11) (a)式，(b)式には未知の確率変数がそれぞれ少なくとも2つ含まれることから，最小2乗法のような単純な推計方法を用いて推定することはできない．また，Kalman Filter を用いた推定とは別に $e(s+1)-e(t)$，$f(t)-e(t)$ の2変数からなるVARモデルを推定し，Variance Decomposition を行うことにより $u(t)$，$v(t+1)$，$w(t)$ を同時に推計する方法も存在する．ただし，この方法による推定は本質的に(f)式と同じことをしていることになる．その際，$u(t)$，$v(t)$，$w(t)$ の分散の推定値はそれぞれ

$$\mathrm{Var}(v(t)) = \mathrm{Var}(e(t+1)-e(t)) = 0.004419$$
$$\mathrm{Var}(w(t)) = \mathrm{Var}(f(t)-e(t)) = 0.00004830$$
$$\mathrm{Var}(u(t)) = \mathrm{Cov}(e(t+1)-e(t), f(t)-e(t)) = -0.0001431$$

となるが，$\mathrm{Var}(u(t))$ の推定値がマイナスになってしまうため，そのままこれらの値を用いてDecomposition を行うことができない．この場合，$\mathrm{Var}(u(t))=0$ としてDecomposition を行うことが適当であると考えられるが，それは $u(t)$ が確率変数

ではないと仮定していることになる.

12) 推計にあたってはDECOMPを用いた(Kitagawa and Gersch(1984), 北川(1986)). DECOMPは基本的には対象とする時系列データを, トレンド成分(random walk process), 定常AR成分, 季節変動成分, 曜日効果成分とNoise成分(white noise)の各成分に分解したモデルを仮定し, Kalman Filterを用いて推計する手法である. DECOMPは状態空間モデルを用いた季節調整プログラムとして開発されたが, 上記のような性質から時系列データのトレンド成分, 定常AR成分への分解に用いることができる. WWW上で利用可能であり, DECOMPを用いた分析としては肥後・中田(1998)がある.

13) リスク・プレミアム($w(t)$)が確定的トレンドを含んでいると推計された背景として, リスク・プレミアムは滑らかに変化しており, それに対するショックはいつも発生しているわけではなく, ポアソン・ショックのようにたまにしか発生しないようなショックであることが考えられる. 推計結果において, 水準のブレイクよりも階差のブレイクの方は多いことがその可能性を示唆している.

14) 直先スプレッドについて3か月物のデータを用いているのでオプション・ボラティリティについても3か月物のデータを示している.

15) この点を巡る議論についてはMaddala and Kim(1998)参照.

16) このケースが前述のHatanaka(1998)が行った諸変数の確定的トレンドの間の関係の分析にあたる.

17) 推定された$u(t)$は単位根をもっていない.

参 考 文 献

北川源四郎(1986)「時系列の分解――プログラムDECOMPの紹介――」『統計数理』第34巻第2号, pp. 255-71.

小宮隆太郎・須田美矢子(1983)『現代国際金融論――理論・歴史・政策――』日本経済新聞社.

肥後雅博・中田祥子(1998)「経済変数から基調的変動を抽出する時系列的手法について」『金融研究』第17巻第6号, 日本銀行金融研究所, pp. 39-97.

Brown, R. L., J. Durbin and J. M. Evans (1975) "Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationships over Time," *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 37, No. 2, pp. 149-92.

Elliott, Graham and Takatoshi Ito (1999) "Heterogeneous Expectations and Tests of Efficiency in the Yen/Dollar Forward Exchange Rate Market," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 43, pp. 435-56.

Fama, E. (1984) "Forward and spot exchange rates," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 14, pp. 319-38.

Hatanaka, M. (1998) "Reorientation of the Time-Series Analyses for Macroeconomics," *The Japanese Economic Review*, Vol. 49, No. 1, pp. 1-16.

Hodrick, Robert J. (1987) *The Empirical Evidence on the Efficiency of Forward and Futures Foreign Exchange Markets*, Harwood Academic Publishers.

Kitagawa, G. and W. Gersch (1984) "A Smoothness Priors—State Space Modeling of Time Series with Trend and Seasonality," *Journal of American Statistical Association*, Vol. 79, No. 386, pp. 378-89.

Lewis, Karen K. (1995) "Puzzles in international financial markets," in *Handbook of International Economics*, Vol. III, Edited by G. Grossman and K. Rogoff.

Maddala, G. S. and In-Moo Kim (1998) *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Cambridge University Press, ch. 13, pp. 387-424.

Obstfeld, M. and K. Rogoff (1996) *Foundations of International Macroeconomics*, MIT Press, ch. 8, pp. 588-91.

Obstfeld, M. and K. Rogoff (1998) "Risk and Exchange Rates," *NBER Working Paper No. 6694*, August.