

安定成長政策についての一試論*

鴨 田 忠 彦

(58) 第二卷 第六十六號 經濟叢書一

一 問 題

従来の最適成長論では、一定の経済諸量あるいは効用関数を極大にすることを最適性の基準にしている。小論では産出物、雇用水準等の安定性を基準にする最適計画⁽¹⁾について考察し、それによっていわゆる安定成長政策に基礎理論的説明を与えることを意図する。

初めに我々は簡単なマクロモデルを設定する。我々のモデルは新古典派タイプであり、その特徴は労働市場に不均衡を許し、貨幣と価格を明示的に導入した点にある。このモデルについて、均衡成長経路の一意的存在とその

安定性を吟味する。その結果、大域的安定性については、一般的には保証されることが知られる。競争市場のメカニズムによって安定性が保証されないならば、安定化政策の必要性が生じよう。

そこで、政策目標として均衡成長経路が選択され、この政策目標の実現のために労働市場の操作を考える。積極的労働力政策および労働市場流動化政策は、以下の計画 I では労働市場の超過需要曲線のシフトを、計画 II では労働の就業率の変動を一定の範囲内で可能にするとして、この時、安定化政策として設定される計画 I, II はそれぞれ以下の内容を持つ。

計画Ⅰ：任意の初期状態にある経済を均衡成長経路に
 極小時間で到達させる。⁽²⁾

計画Ⅱ：均衡からの諸変数の乖離を極小にして均衡成長経路に到達させる。

小論の主要な問題はこの二つの計画の最適解を求めることである。

※ 小論を作成するに際し、荒憲治郎、鍋谷清治、二階堂副包、梅村又次、南亮進、時子山和彦の各先生および田村紀之氏から多数の貴重なコメントを与えられた。これらの方々に心から感謝する次第である。しかし小論に誤りがあるならば、それらは全て筆者に帰せられることを明記したい。

(1) 安定政策は通常価格の安定を意味しているが、小論ではより広義に生産物、雇用水準等の安定的成長をも意味している。

(2) 佐藤隆三〔12〕、第15章「異時点間の効率と最適成長政策」でこの種の計画問題の基本的叙述がなされている。

二 ⁽¹⁾モデル

Y, K を実質生産量、資本ストック、 E を雇用労働者とする。 F を生産関数とすれば、

$$Y = F[K, E] \quad (1)$$

である。 F は一次同次の関数で以下の新古典派の諸条件を満足する。

$$F_i > 0, F_{ii} < 0, i = 1, 2$$

$$F_1[0, 1] = \infty, F_1[\infty, 1] = 0, F_2[1, 0] = \infty, F_2[1, \infty] = 0.$$

貨幣量を M 、価格水準を p とすれば、貨幣需要は次式で示される。

$$\frac{M}{p} = \kappa Y \quad (2)$$

貨幣は外生的に一定の増加率で供給される。

$$\dot{M} = \theta M \quad (3)$$

貯蓄投資式は貨幣の実質残高の変動を考慮して、

$$\dot{K} + \frac{\dot{M}}{p} = s \left(Y + \frac{\dot{M}}{p} \right) \quad (4)$$

⁽²⁾
となる。

労働需要は労働の限界生産力で決定される。 w を貨幣賃金率とすれば、

$$\frac{w}{p} = F_E[K, E]. \quad (5)$$

労働供給は外生的に与えられる。

$$L = \lambda L \quad (6)$$

労働の超過需要関数として、以下の関数 U を仮定する。

$$\left(\frac{w}{p}\right) = U\left[\frac{E}{L}\right] \quad (7)$$

ただし、

$$U' > 0, U'' < 0, U[w^*] = 0$$

で、 w^* は一時的或いは摩擦的失業を除いた完全雇用水準とする。この水準では、実賃金率は変動しない。

以上が我々のマクロモデルを構成する7個の方程式で外生変数は M, L, P, w であり変数の合計も7個である。また $s, \lambda, \kappa, \theta$ は正のパラメターである。

以上のモデルの特徴は、Solow-Swan タイプの新古典派モデルから労働の完全雇用の制約を除いたこと、および貨幣と価格水準を明示的に導入したこと、この二点である。

我々のモデルは、若干の定式化の変更によって、より現実的なモデルにすることが可能である。

- i. 貨幣供給を内生化すること。つまり θ を内生変数にする。もしモデルをコストインフレーションの分析に用いることが目的ならば、新たに貨幣賃金率と

価格水準との間に一定の関係を導入すればよい。⁽³⁾

- ii. 労働の超過需要関数の定式化を、

$$\frac{w}{p} = U\left[\frac{L-E}{L}\right]$$

とすれば、これは周知の Phillips Curve に他なら⁽⁴⁾ない。

- iii. 生産関数と労働の超過需要関数に若干の変更を加えれば、外生的技術進歩を容易にモデルに導入することができる。

我々のモデルは、以上の修正が為されるならば、特に長期的な成長過程のコストインフレーションのマクロ的分析では意味のあるモデルになり得るだろう。しかし小論では、我々はその種の分析は試みず、基礎的なモデルの分析にとどめたい。

- (1) 小論における文字、記号の使用法は特に必要のない限り、慣例に従う。各変数は時間の関数であるが、明記しない。又・が時間についての導関数を示すこと、および $\Rightarrow$ が同値関係を表現することも慣例に従っている。
- (2) 一つの例として Tobin [7] の第7式を見よ。
- (3) 熊谷尚夫その他 [10] の、所得政策の基本モデル pp. 64—74 は資本蓄積を含まないモデルで、貨幣賃金率と価

格水準の間に

$$\frac{p}{p} = f\left(\frac{W}{W}\right), f' > 0$$

なる関係を仮定している。我々のモデルは、そこでの静学的モデルを動学化したものといえるだろう。

(4) Phillips〔4〕を参照。なお Lipsey〔2〕その他は、名目賃金の決定に価格水準の影響が無視できない点を強調した。我々は価格の効果を考慮して実質賃金の変化率が失業率（就業率）に対応すると考えた。Phillips Curve を労働市場の超過需要関数と解釈することはかなり一般的である。例えば、Phillips の原論文〔4〕および南〔11〕を参照。しかし超過需要関数であるならば、通常の経済理論に従って、賃金の成長率でなく、変化率が失業率（労働市場の需要と供給のバランスを示す）と対応されるのが、自然であろう。我々の定式化は以上の理由に基づいている。しかし

$$\frac{w}{w} - \frac{p}{p} = U[u]$$

と定式化しても、計画 I の第五節を除けば、我々の結論に変更はない。

三 均衡成長経路の性質

この節では、均衡成長経路が一意的に存在することを

確認し、つぎに均衡成長経路の持ついくつかの性質を検討する。

$$k, w, m, u \text{ をそれぞれ, } k = \frac{K}{L}, w = \frac{w}{p}, m = \frac{M}{pL}, u = \frac{E}{L}$$

と定義すれば、モデルは以下の四個の方程式で表現される。

$$\dot{k} = sF[k, u] - (1-s)\theta m - \lambda k$$

$$\dot{w} = U[u]$$

$$w = F_2\left[1, \frac{u}{k}\right]$$

$$m = \kappa F[k, u]$$

三番目の方程式の逆関数を次式で定義すれば、生産関数の仮定からこの逆関数の性質が得られる。

$$\frac{u}{k} = \phi[w], \phi' < 0, \phi[0] = \infty, \phi[\infty] = 0.$$

関数 ϕ によって、上の四個の方程式は整理されて、

$$\dot{k} = s\kappa F\left[1, \phi(w)\right] - \lambda k \quad (8)$$

$$\dot{w} = U[\phi(w)] \quad (9)$$

となり、我々の体系は二つの微分方程式に帰着する。

最初に微分方程式の定常点 (k^*, w^*) を求める。(8)

—(9) 式の左辺を 0 として、

$$0 = SF[1, \phi(W^*)] - \lambda$$

$$0 = U[k^* \phi(W^*)].$$

変数 z についての関数 $F[1, z]$, $\phi(z)$, $U(z)$ の連続かつ単調な性質から、定常点 (k_0^*, W^*) の一意的存在は明らかである。

次に経済が定常点 (k_0^*, W^*) に存在する時の状況を求める。以下では 1. 均衡成長 2. 有効性 3. 価格水準の三つの側面から考察する。

1. 均衡成長経路

経済が定常点に位置する時、各内生変数は、

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{E}}{E} = \lambda, \quad \frac{\dot{w}}{w} = \frac{\dot{p}}{p} = \theta - \lambda$$

で成長している、実質賃金率は一定値だから要素の投入に対する分配率は一定となり、また労働市場では完全雇用が実現している。かくて定常点 (k_0^*, W^*) は均衡成長経路であり、それは一意的に存在する。

2. 有効経路

通常の新古典派成長モデルと同様このモデルでも、長期的に実現可能な最大成長率は、外生的な労働供給の成長

率に等しい。1 で明らかのように、定常点では実質生産量、資本ストックともに労働供給の成長率 λ に等しい率で成長しており、均衡成長経路は同時に、上記の意味での有効成長経路となっている。⁽²⁾

3. 安定成長経路

経済が定常点にある時、貨幣当局が貨幣供給の増加率 θ を、労働供給の成長率 λ に等しくさせるならば、価格水準は一定となる。このような貨幣政策が維持されるならば、インフレーションの問題は回避されるだろう。

経済が定常点 (k_0^*, W^*) に存在する時、その成長経路は以上の性質を備えている。このような成長経路を以下では、黄金時代経済と定義する。黄金時代経済は政策当局にとって十分に望ましい状態と思われるから、政策目標にすることは妥当であろう。

(1) $S = s - (1-s)\kappa\theta$ である。以下 $0 < S < 1$ と仮定する。

したがって貯蓄性向 s は、

$$\frac{\kappa\theta}{1+\kappa\theta} < s < 1$$

を満足しなければならない。

(2) このモデルでは貨幣の供給増加率 θ が、外生的に一定

で与えられているのでこのようになる。もし θ が可変的であると、最大可能な成長率は、一般的には θ に影響を受けるだろう。なお labor-augmenting な外生的技術進歩が存在するならば、最大可能な成長率はそれだけ高くなる。

四 競争市場と大域的安定性

競争市場のメカニズムが、我々のモデルにいかにかに作用するかを吟味する。点 (k, W) の自律的運動を知るために微分方程式 (8)―(9) から、Phase-diagram を作成する。任意の初期状態 (k_0, W_0) から出発する (8)―

(9) の解の運動は、 $t \rightarrow \infty$ の時、

a. limit cycle に収束する⁽¹⁾⁽²⁾か、

b. 定常点 (k^*, W^*) に収束するか

のいずれかであり、必ず定常点に収束する、保証はない。Fig. 1は limit cycle に収束する場合を示している。

かくて経済活動に何らの政策がなされず、自律的な市場メカニズムだけが作用している時には、任意の初期状態から出発する経済が黄金時代に収束すると断定はできない。

limit cycle に収束して周期的変動を繰返すか、或いは

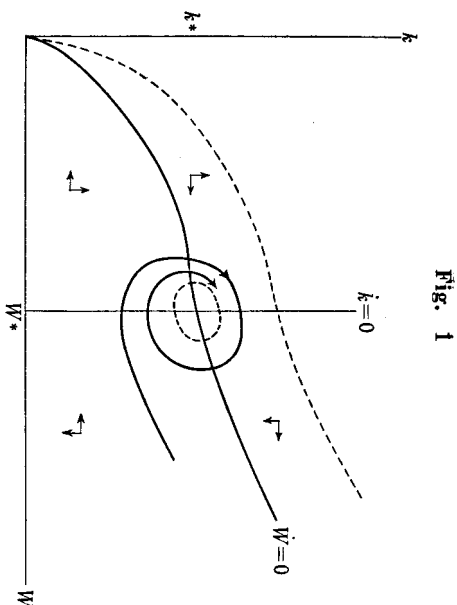


Fig. 1

黄金時代に収束するかは、生産関数および労働市場の超過需要関数の形状、さらにモデルの各パラメターの値に依存している。さらに注意すべきことは、たとえ黄金時代に収束するとしても、黄金時代に到達するのに無限の時間を必要とすることである。理論的には無限の時間がかかるとしても、実際には短期間で十分に黄金時代に漸近するならば、政策的な要請は満足されるのであるが、佐藤〔6〕の分析によれば、単純な新古典派のモデルで

間を必要とすることが、推測される。

五 安定化計画 I

競争市場のメカニズムによっては、黄金時代が必ずしも保証されていないならば、そしてもし保証されるとしても非常に長い時間が必要とされるならば、政策的に黄金時代を実現させる安定化政策を計画することは意味があると思われる。

この節では、任意の初期状態にある経済を極小時間で黄金時代に到達させる計画を考察する。積極的労働政策は労働市場の流動化政策と共に労働の超過需要関数をシフトさせる。政策当局は、一定の範囲内で、各種の労働政策の集約的結果としてこの関数をシフトさせることが可能であるとしよう。例えば労働市場が逼迫し失業率が減少して実質賃金が過度に上昇する時、政策当局はもし望むならば、その労働政策を徹底させて超過需要関数をシフトダウンして市場を沈静することができる。また逆に労働市場が沈滞し失業率が高く実質賃金の下落が顕著である時には、政策的に超過需要関数をシフトアップさせ、実質賃金の大幅な切下げを回避することが可能であ

均衡値に 90% 回復するのに数十年から百年近くかかるという⁽⁸⁾。我々のモデルにおいても長期間を必要とするなら、大域的な安定性が保証されたとしても、なお安定化政策を考察する余地は残されるだろう。

以上の叙述によって、我々のモデルが何らかの政策的配慮を必要とすることは自然と思われる。

(1) limit cycle については、杉山 [13] 第 2 章 [Poincaré-Bendixson の定理]、および占部 [15] 第 5 章を、又経済学に應用された一例としては Uzawa [8] を参照せよ。

(2) [Bendixson の第一定理] 杉山 [13] 第 2 章によれば、limit cycle が存在しない条件は、(8)–(9) の右辺をそれぞれ k および W で偏微分した和、

$$[S F[1, \phi(W)] - \lambda] + k U' \cdot \phi'$$

が一定符号になることである。上式の符号は生産関数、超過需要関数の形状および各パラメーターに依存していて、一義的には定まらない。すなわち limit cycle の存在は否定されない。なお Fig. 1 から明らかに任意の初期値から出発する軌道は、十分な時間の経過の後に一定の閉領域内にとどまることが知られる。このことは上記の [Poincaré-Bendixson の定理] を応用するのに必要である。

(3) 調整時間の問題についての佐藤 [6] は、もちろん小論とは異なるモデルで分析している。しかし労働市場に超過需要関数を加えた我々のモデルでは、さらに長い期

る。

つまり計画 I における積極的労働政策は、以下のよう
に定式化される。

$$\dot{W} = U[k\phi(W)] + x \quad (9)'$$

x は政策的なシフトパラメーターで、時間について piece-
wise continuous であり、

$$x \leq \bar{x}, \bar{x} < 0 < \bar{x}, U(0) + \bar{x} < 0 < U(1) + \bar{x}$$

を満足するとしよう。 $\bar{x}$, $\bar{x}$ はそれぞれ経済で許容される
シフトパラメーターの上限と下限である。政策当局はこの
範囲内で x を操作することが可能である。

⁽¹⁾⁽²⁾
[時間最適計画]

任意の初期状態 (k_0, W_0) から最短時間で定常点 (k^*, W^*) に到達させる。

制約条件は (8)–(9)' の微分方程式で、この時ハミ
ルトン関数 $\mathcal{H}$ は、

$$\mathcal{H} = \varphi_1[SF[k, k\phi(W)] - \lambda k] + \varphi_2[U[k\phi(W)] + x]$$

であり、補助変数ベクトル (φ_1, φ_2) は O でない連続的
な時間の関数である。計画が最適であるための必要条件
を求めよう。

[必要条件]

$$\begin{aligned} \text{i} \quad & \max_x \mathcal{H}(k, W, x, \varphi_1, \varphi_2) \Leftrightarrow \max_x \varphi_2 x \\ \text{ii} \quad & -\dot{\varphi}_1 = \varphi_1[SF[1, \phi(W)] - \lambda] + \varphi_2 U' \phi(W) \\ \text{iii} \quad & -\dot{\varphi}_2 = \varphi_1 SF_2[1, \phi(W)] \phi'(W) + \varphi_2 U' k \phi' \\ \text{iv} \quad & \dot{k} = SF[1, \phi(W)] k - \lambda k \\ \text{v} \quad & \dot{W} = U[k\phi(W)] + x \end{aligned}$$

i より明らかに φ_2 の符号によって x の値が定まるか
ら、 φ_2 の符号で二つの phase に分類する。

Phase 1. $\varphi_2 > 0, x = \bar{x}$

政策当局が超過需要関数をその上限までシフトアップさ
せた状態で必要条件 iv, v は、

$$\begin{aligned} \text{iv} \quad & \dot{k} = SF[1, \phi(W)] k - \lambda k \\ \text{v} \quad & \dot{W} = U[k\phi(W)] + \bar{x} \end{aligned}$$

となる。この時、点 (k, W) の運動は Fig. 7 で示され
る、これは Fig. 1 で $\dot{W} = 0$ の曲線をシフトダウンさせ
たものに他ならない。

Phase 2. $\varphi_2 < 0, x = \bar{x}$

政策当局が超過需要関数をその下限までシフトダウンさ
せた状態であり、必要条件の iv と v は、

$$\begin{aligned} \text{iv} \quad & \dot{k} = SF[1, \phi(W)] k - \lambda k \\ \text{v} \quad & \dot{W} = U[k\phi(W)] + \bar{x} \end{aligned}$$

Fig. 2

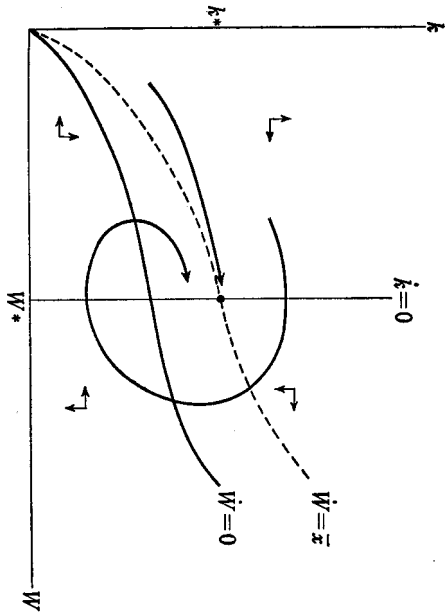
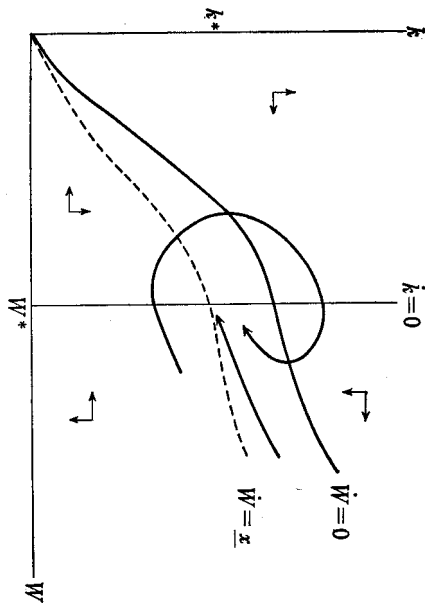


Fig. 3



となる. 点 (k_0, W) の運動は Fig. 8 で示される. これは Fig. 1 で $\dot{W}=0$ の曲線をシフトアッさせたものではない.

Phase 1-2 において, 微分方程式 iv. v の定常点への任意の初期値からの運動は $t \rightarrow \infty$ の時, 前節の結果と同様で,

- (a) limit cycle に収束するか,
- (b) 定常点に収束するか

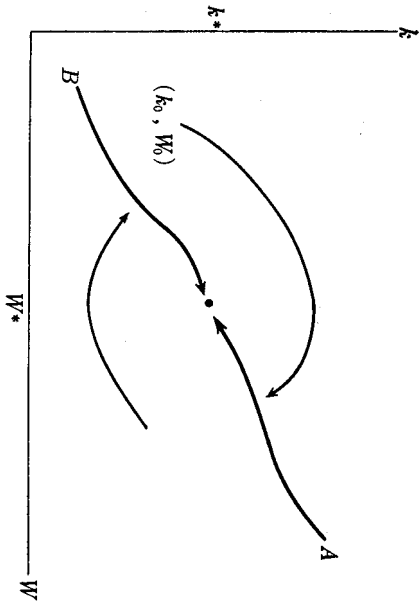
のどちらかである.

かくて (a), (b) いずれの場合にも Fig. 2, Fig. 3 の太い矢印で示される様に, 点 (k_0^*, W^*) に到達して $k-W$ 平面を二分する経路が, 微分方程式の解の一意的性によって, それぞれ一個ずつ存在し Phase 1-2 を組合わせて Fig. 4 を得ることができる.⁽⁴⁾

最適制御を要約しよう.

- (a) 初期値が太線 A~B より上方にある場合

Fig. 4



(67) 確能一の安定政策についての

- 最初に $x = \bar{x}$ とする. やがて経済は太線 A に到達する. この時 $x = \bar{g}$ に switch すれば, 黄金時代 (k^*, W^*) に到達する.
- (b) 初期値が太線 A ~ B より下方にある場合
最初に $x = \bar{g}$ とすれば, やがて太線 B に到達する. この時 $x = \bar{x}$ に switch すればよい.
- (c) 初期値が太線 A 上にある場合
 $x = \bar{g}$ とすれば経済は直接黄金時代に到達する.

(d) 初期値が太線 B 上にある場合

$x = \bar{x}$ とすれば経済は直接黄金時代に到達する.

最後に (a) ~ (d) によって黄金時代に到達したならば, $x = 0$ とする. すなわち労働市場の競争メカニズムに任せれば, 経済は永続的に黄金時代にとどまる.

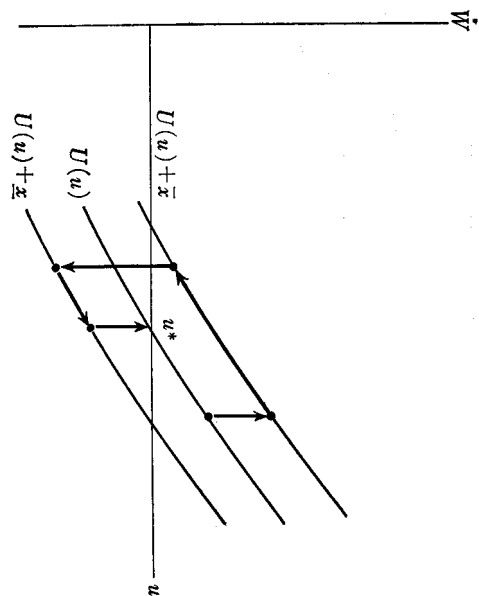
次に最適計画が実行されている時の労働の超過需要関数に注目しよう.

いま初期値が Fig. 4 のように与えられたとする. この時政策当局は超過需要関数が, その上限にシフトアップされるような労働政策を遂行する. 就業率は下落し賃金上昇率も鈍化する. やがて政策は変更され下限にまでシフトダウンされる労働政策が採択される. 就業率は上昇し, 一時急激に大幅となった賃金下落率も漸時小幅になる. 就業率が w^* になり完全雇用が達成された時点で, 政策は再び変更され, 競争市場のメカニズムが復活し計画は終了して, 経済は黄金時代に到達する.

上記の経過は Fig. 5 の太い矢印で示される.

(1) 時間最適問題では, ヴェ・ゲ・ホルチャンスキー [14] 第一章, 第二章を参考にした.

Fig. 5



- (2) 時間最適の経済学への応用として例えば, Kurz [1] がある. 同論文に対する簡潔なコメントは厚見 [9] P116 で与えられている. 小論は i) 均衡経路の存在, ii) 均衡経路へ $t \rightarrow \infty$ のとき漸近するか否かの二点について確認している. 厚見の Kurz に対する批判は, i), ii) について Kurz が確認せずに時間最適の問題を分析した点にある. 従って我々の分析は厚見の批判を免がれると思われる.
- (3) 本節の計画 I のモデルは, 第二節で提示されたモデル

に政策手段変数 x を加えて計画モデルとしての自由度を許してある.

- (4) もし (a) の limit cycle が Phase 1-2 で定常点 (k^* , W^*) を含むならば, 太線の矢印が存在せず, 最適計画を解くことは出来ない. 我々はこのような場合を排除する.

六 安定化計画 II

前節では黄金時代へ到達するための最短時間問題を考察した. 解が最適であるためには, 政策手段変数である超過需要関数のシフトパラメータ x が, その上限および下限を交互に取らねばならなかった. このように政策の内容が極端に変動する計画は, その遂行にあたって困難な点が多いと思われる.

実践的な見地に立てば, 計画はできるだけ変動の幅が小さい方が望ましい. 安定化計画であるならば, 特にかかることは強調されなければならない.

この節では, 手段変数として就業率 u に注目する. 積極的労働政策をここでは, 就業率を直接操作可能にするものと解釈する. もちろん労働市場流動化政策その他の労働政策の援用が必要とされることはいう迄もない. 手

段変数 u は時間についての piecewise-continuous な関数でその定義域は,

$$u \leq \bar{u} \leq \bar{u}, \quad 0 \leq u < u^* < \bar{u} \leq 1$$

で, $\bar{u}$ と u はそれぞれ経済に許容される就業率の上限と下限である. 政策当局は, この範囲内で就業率を上記の労働政策によって直接操作することが可能であるとしてよう.

そこで政策当局は, 就業率を操作して任意の初期状態から黄金時代経済に至る, overtime の per-capita の資本ストックおよび就業率の均衡値からの乖離を極小にするとしてよう. すなわち, これらの経済諸量の変動をできるだけ少なくするという意味での安定化政策を考察する.

〔均衡値からの乖離を極小にする計画〕⁽¹⁾

目的関数は, 次のような汎関数である.

$$\max_u \int_{t_0}^{t_1} -[(k - k^*)^2 + (u - u^*)^2] dt \quad (2)$$

制約条件は,⁽³⁾

$$\dot{k} = SF[k, u] - \lambda k.$$

投資の shadow price を $\varphi(t)$ とすれば, 計画 II におけるハミルトン関数 $\mathcal{H}$ は,

$$\mathcal{H} = -[(k - k^*)^2 + (u - u^*)^2] + \varphi \dot{k}$$

となる.

〔必要条件〕

- i $\max_u \mathcal{H}(k, u, \varphi)$
- ii $\lambda \varphi - \dot{\varphi} = -2(k - k^*) + \varphi SF_1[k, u]$
- iii $k = SF[k, u] - \lambda k$
- iv $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0$

最適解が存在するには, 上式を満足する連続関数 $\varphi(t)$ が存在しなければならない. i より,

$$\max_u \mathcal{H}(k, u, \varphi) \Leftrightarrow \max_u -[u - u^*]^2 + \varphi SF[k, u]$$

だから shadow price φ の符号によって二つの case に分けることができる.

Phase 1. $\varphi(t) > 0$

$$\frac{\partial^2 \mathcal{H}}{\partial u^2} = -2 + \varphi SF_{22}[k, u] < 0$$

従って関数

$$\frac{\partial \mathcal{H}(k, u, \varphi)}{\partial u} = -2(u - u^*) + \varphi SF_2[k, u]$$

は u について単調減少関数で、上式は $u = \bar{u}$ で

$$2(u^* - u) + \varphi SF_2[k, u] > 0$$

となるから、(a) $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} \Big|_{u=u} \geq 0$ と (b) $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} \Big|_{u=u} < 0$ の二つの sub-case に分けて考える。

(a) ならば関数 $\mathcal{H}$ は u の定義域で単調増加関数となるから $u = \bar{u}$ で $\mathcal{H}$ は極大となり、(b) ならば $u^* < u(k, \varphi) < \bar{u}$ となる $u(k, \varphi)$ で $\mathcal{H}$ は極大となる。

$$(a) \quad \varphi \leq \frac{2(\bar{u} - u^*)}{SF_2[k, \bar{u}]} \text{ の時, } u = \bar{u}.$$

前節と同様に Phase diagram を作成するために以下の関係が必要である。

$$\varphi \leq 0 \Leftrightarrow \varphi[\lambda - SF_1[k, \bar{u}]] \leq 2(k^* - k) \quad (4)$$

$$k \leq 0 \Leftrightarrow SF[k, \bar{u}] \leq \lambda k$$

$$(b) \quad \varphi < \frac{2(\bar{u} - u^*)}{SF_2[k, \bar{u}]} \text{ の時, } u = u(k, \varphi).$$

ただし $u(k, \varphi)$ は、

$$-2[u(k, \varphi) - u^*] + \varphi SF_2[k, u(k, \varphi)] = 0$$

を満足する。この時、

$$\varphi \leq 0 \Leftrightarrow \varphi[\lambda - SF_1[k, u(k, \varphi)]] \leq 2(k^* - k)$$

$$k \leq 0 \Leftrightarrow SF[k, u(k, \varphi)] \leq \lambda k.$$

Phase 2. $\varphi(t) < 0$

Phase 1. と同様に (a) $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} \Big|_{u=\bar{u}} \leq 0$ と (b) $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} \Big|_{u=\bar{u}} > 0$ の二つの sub case に分けることができる。

$$(a) \quad \varphi \leq \frac{2(\bar{u} - u^*)}{SF_2[k, \bar{u}]} \text{ の時, } u = \bar{u}.$$

$$\varphi \leq 0 \Leftrightarrow \varphi[\lambda - SF_1[k, \bar{u}]] \leq 2(k^* - k)$$

$$k \leq 0 \Leftrightarrow SF[k, \bar{u}] \leq \lambda k$$

$$(b) \quad \varphi > \frac{2(\bar{u} - u^*)}{SF_2[k, \bar{u}]} \text{ の時, } u = u(k, \varphi).$$

ただし $u(k, \varphi)$ は、 $u < u(k, \varphi) < u^*$ で

$$-2[u(k, \varphi) - u^*] + \varphi SF_2[k, u(k, \varphi)] = 0 \quad (5)$$

によって定まる。

$$\varphi \leq 0 \Leftrightarrow \varphi[\lambda - SF_1[k, u(k, \varphi)]] \leq 2(k^* - k)$$

$$k \leq 0 \Leftrightarrow SF[k, u(k, \varphi)] \leq \lambda k$$

Phase 1—2 を統合すると Fig. 6 を作成することができる。Fig. 6 は per-capita の資本ストックと投資の shadow price に対応し、点線は $\varphi > 0$ では

$$\varphi = \frac{2(\bar{u} - u^*)}{SF_2[k, \bar{u}]},$$

$\varphi < 0$ では、

$$\varphi = \frac{2(u - u^*)}{SF_2[k, u]}$$

を示して、Phase 1—2 の sub-case の境界となっている。
必要条件を満足する経路は、太線の矢印で示される。
次に最適制御を per-capita の資本ストックと対応さ

Fig. 6

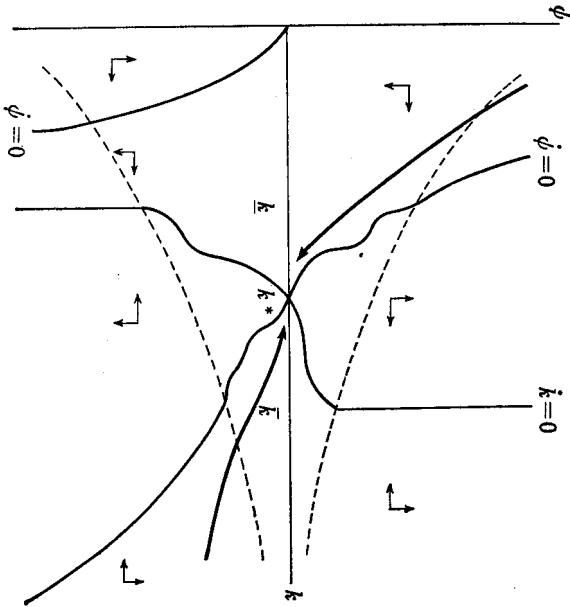
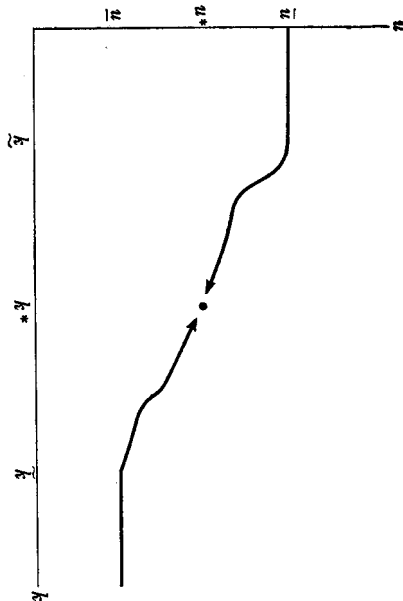


Fig. 7



せると Fig. 7 を得る。

この最適解に従えば、任意の初期値から出発する経済は、 k の値に対応する就業率を操作することによって、変動を極小にしながら、十分な時間の経過の後に黄金時代に到達する。いま $k_0 > \bar{k}^{(b)}$ としよう。この時、対応する最適就業率は u であり、政策当局がしばらくこの値に就業率をとどめておくならば、やがて $k = \bar{k}$ となる。 $k < \bar{k}$ では対応する最適な就業率は $u = u(k, \varphi)$ であり、

就業率は漸増させねばならない。そして k が減少して k^* に到達する時、最適就業率は w^* である。初期状態が k よりも左にある時も同様にして、対応する最適就業率を求めることができる。

計画 I の最適解のように手段変数が極端に変動することはない。従って一般的には黄金時代へ到達するのに必要とする時間は長くなるが、計画自体は比較的ゆるやかな内容であり、計画の遂行に際しては障害も少なく実際的で安定化政策としては妥当と思われる。

なお計画 I, II はいずれも有限の計画期間である。有限の計画期間では、例えばターンパイク定理のように、計画終了後の状態が問題になる。しかし我々の計画では、計画終了後は黄金時代に永続的にとどまることを計画の内容としており、終了後の状態についての問題は生じない。

- (1) Pontryagin et. al [5] の最大原理を使用した。
- (2) t_0, t_1 はそれぞれ計画開始時点、および黄金時代に到達して計画が終了する時点を示している。
- (3) 計画 II では、計画 I と比較して制約条件の一つにし内生変数であった u を手段変数として計画モデルとしての自由度を維持してある。

- (4) $\lambda = SF_1[k, \bar{u}]$ を満足する k は $\bar{u}$ のとり方によって容易に $k^* > k$ となる。
- (5) $-2[u(k, \varphi) - w^*] + \varphi SF_2[k, u(k, \varphi)] = 0$ が $\bar{u} \leq u(k, \varphi) \leq \bar{u}$ で二根をもつ可能性は単純化のために排除する。
- (6) $\bar{u}$ および k は、それぞれ Fig. 6 で太線の矢印で示される最適経路と点線との交点で定義される。

七 結 語

小論で得られた結論のうち主要な点を整理しよう。

【1】労働市場の超過需要関数を含むマクロ成長モデルは、自律的な市場のメカニズムのみによっては、一意的に存在する黄金時代の大域的安定性を必ずしも保証されない。

【2】労働政策を手段として政策当局が、安定化政策を遂行する時、任意の初期状態から出発して黄金時代の経済に到達する時間最適計画と、黄金時代の経済からの乖離を極小にする最適計画の双方について、若干の付加的な仮定の下でその必要条件が得られる。

次に計画 II で就業率を手段変数にしたことの問題点を指摘しよう。就業率を手段変数にする時、具体的には就業機会を調節するための労働諸施策、とくに積極的労働

政策等の正統的な労働政策を意味している。ところで我々のモデルは新古典派タイブであって、Keynesian モデルではない。従って、Phelps [3] のように有効需要政策による雇用水準の調節を図ることは考察の外にある。労働政策によって、どの程度有効に就業率を操作し得るか否かは、さらに吟味を必要とする。

最後に小論では主として労働政策による安定化政策を考察したが、およそ全ての経済政策は各種の財政、金融、労働 etc. の政策の併用による policy mix によって初めて有効に機能するものであり、成長モデルにおける policy mix の問題はかなり重要と思われるので、今後の課題として⁽¹⁾、

(1) 最近話題になっていゝ所得政策の議論は、理論的にはこの種の policy mix の問題を静学的でなく動学的に整理した上で展開されることが、特に必要と痛感される。

REFERENCES

- (1) Kurz, M. "Optimal Paths of Capital Accumulation Under Minimum Time Objective" *Econometrica*, January 1965.
- (2) Lipsey, R. G. "The Relation Between Unemployment and the Rate of Changes of Money Wage Rate in the United Kingdom, 1862—1957; A Further Analysis" *Econometrica*, 1960, 1—31.
- (3) Phelps, S. E. "Phillips Curves, Expectations of Inflation and Optimal Unemployment, Overtime" *Econometrica*, August 1967.
- (4) Phillips, A. W. "The Relation Between Unemployment and the Rate of Changes of Money Wage Rate in the United Kingdom, 1862—1957" *Econometrica*, 25, 1958.
- (5) Pontryagin, L. S. and others. "*The Mathematical Theory of Optimal Processes*" (translated from the Russian), Pergamon Press 1964.
- (6) Sato, R. "Fiscal Policy in a Neo-Classical Growth Model: An Analysis of Time Required for Equilibrating Adjustment" *The Review of Economic Studies*, February 1963.
- (7) Tobin, J. "A Dynamic Aggregative Model", *Journal of Political Economy*, April 1955.
- (8) Uzawa, H. "On a Two-Sector Model of Economic Growth" *The Review of Economic Studies*, 30, 1963.
- (9) 厚見博「最適成長理論の展望」筑井甚吉、村上泰亮編『経済成長理論の展望』第5章, 1968.
- (10) 熊谷尚夫その他『物価安定と所得政策』第3章, 1968.
- (11) 南亮進「労働需給と賃金決定」数量経済研究シリーズ,

- 1968.
- [12] 佐藤隆三『経済成長の理論』第15章, 1968.
- [13] 杉山昌平『非線形振動』第2章, 1965.
- [14] ジェ・グ・ボルチャンスキー『最適制御の数学的方

法』坂本実訳 第2章, 1968.

[15] 占部実『非線形問題—自助系振動論—』第5章, 1968.
(一橋大学大学院博士課程)