

レオンチェフ體系の計測について

山田 勇

I. はしがき

筆者は、すでに本誌において、ダグラスの生産関数を導入することにより、レオンチェフ體系の計測を可能にするような1つの試論を發表した¹⁾。すなわち、 X を生産物の量、 x をそれを生産するのに必要な生産要素の量とすると、 X と x とが、原理としては、 $x_{ij} = a_{ij} X_i$ といういわゆる limitational な関係であらわされることがレオンチェフの考えた生産関数の特色である。これに對して、 $X_i = f(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$ の1つの形として substitutional なダグラス型の生産関数を採用し、これに經濟餘剩極大の條件を導入することを試みた。その結果は計測に堪えうるような結論をえた。いま、本稿通讀の便宜のために、その要點を再録することとしよう。

まず、需要・供給の數量關係式として

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} (Y_1 - x_{11}) - x_{21} - \dots - x_{n-1, 1} - x_{n1} = 0 \\ -x_{12} + (Y_2 - x_{22}) - \dots - x_{n-1, 2} - x_{n2} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ -x_{1n} - x_{2n} - \dots - x_{n-1, n} + (Y_n - x_{nn}) = 0 \end{array} \right.$$

をうる。ここに Y_i は第 i 部門の總生産量をあらわし、 x_{ij} は第 j 部門の生産物のうちから第 i 部門へ配分せられた量をあらわす。また第 n 部門は家計部門とすることはレオンチェフの場合と變りがない。

さらに收支の關係式はつぎのように與えられる。

$$(2) \left\{ \begin{array}{l} P_1(Y_1 - x_{11}) - P_2 x_{21} - \dots - P_{n-1} x_{1, n-1} \\ \quad - P_n x_{1n} = \pi_1 \\ -P_1 x_{21} + P_2(Y_2 - x_{22}) - \dots - P_{n-1} x_{2, n-1} \\ \quad - P_n x_{2n} = \pi_2 \\ \dots\dots\dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -P_1 x_{n1} - P_2 x_{n2} - \dots - P_{n-1} x_{n, n-1} \\ \quad + P_n(Y_n - x_{nn}) = \pi_n \end{array} \right.$$

P_i は第 i 部門の生産物の價格であり、 π_i は第 i 部門の經濟餘剩、すなわち配分總量 ($= Y_i - x_{ii}$) から費用總額を差引いたものである。そこで、いま、 P_i をパラメーターとして、 π_i の極大條件を求めると、(2) 式から

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{11}} = 1, \frac{\partial Y_1}{\partial x_{12}} = \frac{P_2}{P_1}, \dots, \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1, n-1}} \\ \quad = \frac{P_{n-1}}{P_1}, \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1n}} = \frac{P_n}{P_1} \\ \frac{\partial Y_2}{\partial x_{21}} = \frac{P_1}{P_2}, \frac{\partial Y_2}{\partial x_{22}} = 1, \dots, \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2, n-1}} \\ \quad = \frac{P_{n-1}}{P_2}, \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2n}} = \frac{P_n}{P_2} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n1}} = \frac{P_1}{P_n}, \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n2}} = \frac{P_2}{P_n}, \dots, \\ \quad \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n, n-1}} = \frac{P_{n-1}}{P_n}, \frac{\partial Y_n}{\partial x_{nn}} = 1 \end{array} \right.$$

つぎはダグラス型の生産関数をこの體系のなかへ導入することである。そしてこの場合の生産関数としては、つぎの型のものを採擇した。

$$(4) \left\{ \begin{array}{l} Y_1 = A_1 x_{11}^{b_{11}} x_{12}^{b_{12}} \dots x_{1n}^{b_{1n}} \\ Y_2 = A_2 x_{21}^{b_{21}} x_{22}^{b_{22}} \dots x_{2n}^{b_{2n}} \\ \dots\dots\dots \\ Y_n = A_n x_{n1}^{b_{n1}} x_{n2}^{b_{n2}} \dots x_{nn}^{b_{nn}} \end{array} \right.$$

A_i, b_{ij} はともに、これらの生産関数のパラメーターであるが、このうち b_{ij} は (4) 式から、つぎのように與えられる。

$$(5) \left\{ \begin{array}{l} b_{11} = \frac{x_{11}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{11}}, b_{12} = \frac{x_{12}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{12}}, \dots, \\ \quad b_{1n} = \frac{x_{1n}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1n}} \\ b_{21} = \frac{x_{21}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{21}}, b_{22} = \frac{x_{22}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{22}}, \dots, \end{array} \right.$$

1) 山田勇「レオンチェフ體系と生産関数」『經濟研究』第3巻 3號, 1952年7月, pp. 191—196

$$\begin{cases}
 b_{2n} = \frac{x_{2n}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2n}} \\
 \dots\dots\dots \\
 b_{n1} = \frac{x_{n1}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n1}}, b_{n2} = \frac{x_{n2}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n2}}, \dots, \\
 b_{nn} = \frac{x_{nn}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{nn}}
 \end{cases}$$

$$(2a) \begin{cases}
 -P_1 x_{21} + P_2 (Y_2 - S_2 - x_{22}) - \dots - P_n x_{2n} \\
 = \pi_2' \\
 \dots\dots\dots \\
 -P_1 x_{n1} - P_2 x_{n2} - \dots - P_n (Y_n - S_n - x_{nn}) \\
 = \pi_n'
 \end{cases}$$

(5) 式と (3) 式とを組合わせることによって、つぎの結果をうる。

$$(6) \begin{cases}
 x_{11} = b_{11} Y_1, x_{12} = b_{12} \frac{P_1}{P_2} Y_1, \dots, \\
 x_{1n} = b_{1n} \frac{P_1}{P_n} Y_1 \\
 x_{21} = b_{21} \frac{P_2}{P_1} Y_2, x_{22} = b_{22} Y_2, \dots, \\
 x_{2n} = b_{2n} \frac{P_2}{P_n} Y_2 \\
 \dots\dots\dots \\
 x_{n1} = b_{n1} \frac{P_n}{P_1} Y_n, x_{n2} = b_{n2} \frac{P_n}{P_2} Y_n, \dots, \\
 x_{nn} = b_{nn} Y_n
 \end{cases}$$

以上は前稿の結果の要約であるが、これからさき、前稿の所論を多少變更して、つぎのように均衡値を確定するものとする。

II. 需給方程式の一般化と夫に伴う體系の修正

まず、(1) 式の需給方程式をさらに一般化することを試みよう。いま、第 i 部門の生産物の前期からの繰越量を S_i' とし、後期への繰越量を S_i'' とすれば、つぎの方程式が成立することは明かである。

$$\begin{aligned}
 & -x_{1i} - x_{2i} - \dots + (Y_i + S_i' - x_{ii}) - \dots - x_{ni} = S_i'' \\
 & \text{あるいは } S_i'' - S_i' \equiv S_i \text{ とすれば} \\
 & -x_{1i} - x_{2i} - \dots + (Y_i - x_{ii}) - \dots - x_{ni} = S_i
 \end{aligned}$$

となる。したがって、(1) 式の代りに

$$(1a) \begin{cases}
 (Y_1 - x_{11}) - x_{21} - \dots - x_{n-1, 1} - x_{n1} = S_1 \\
 -x_{12} + (Y_2 - x_{22}) - \dots - x_{n-1, 2} - x_{n2} = S_2 \\
 \dots\dots\dots \\
 -x_{1n} - x_{2n} - \dots - x_{n-1, n} + (Y_n - x_{nn}) = S_n
 \end{cases}$$

これに伴って、(2) 式の收支関係式も變更をうけ、つぎの形に修正せられる。

$$(P_1(Y_1 - S_1 - x_{11}) - P_2 x_{12} - \dots - P_n x_{1n} = \pi_1'$$

ここに π_i' は、新しい體系における經濟餘剰であって、(2) 式の π_i に對應することはいうまでもない。いま、ここで S_i を常數を考えて、 π_i' の極大の條件を求めると、その結果は (3) 式と全然同一である。

ところで、(4) 式の生産函数、したがってこれから導き出された (5) 式、および、(3) 式と (5) 式とを組合わせた (6) 式は、このような S_i の導入によって影響を受けないことは容易にわかるであらう。そこで、均衡値の求め方は、(6) 式と (1a) 式とを連立方程式として解くことにある²⁾。すなわち、(6) 式を (1a) 式に代入して

$$(7) \begin{cases}
 ((1-b_{11})Y_1 P_1 - b_{21} Y_2 P_2 - \dots - b_{n1} Y_n P_n \\
 = S_1 P_1 \\
 -b_{12} Y_1 P_1 + (1-b_{22})Y_2 P_2 - \dots \\
 + b_{n2} Y_n P_n = S_2 P_2 \\
 \dots\dots\dots \\
 -b_{1n} Y_1 P_1 - b_{2n} Y_2 P_2 - \dots \\
 + (1-b_{nn})Y_n P_n = S_n P_n
 \end{cases}$$

この方程式において、 $b_{11}, b_{21}, \dots, b_{n1}; b_{12}, b_{22}, \dots, b_{n2}; \dots; b_{1n}, b_{2n}, \dots, b_{nn}$ は生産函数に關する常數であり、 P_i および S_i はパラメーターと考へたから、この式の未知數は Y_i だけであり、上の n 個の方程式から $Y_i (i=1, 2, \dots, n)$ は一義的に決定せられる。 Y_i が決定せられれば、これから、(6) 式によって、 x_{ij} も決定する。以上によって Y_i と x_{ij} の均衡値がえられる。

III. 統計資料のあてはめ——レオンチエフの方法

以上の修正體系に現實の統計資料をあてはめるに先立って、レオンチエフが行っているあてはめの方法を省み、これについて検討することとしよう。

2) 前稿では、(6) 式と (4) 式とを連立せしめるように述べたが、これを本稿のように修正する。

このような分析に當って、まず最初に行わねばならない仕事は、現實の統計資料の蒐集である。これには多くの困難を伴うことは誰でもが認めるところであろう。レオンチェフ體系が原理としては極めて單純であるにもかかわらずこれが現在重要視せられる所以は、これに統計資料をあてはめるといふ點にあり、そして、この意味からいって、原理に合致するように統計資料を蒐集、編成した點に、レオンチェフの偉大な業績をまず認めなければならないであろう。しかし、かれの方法には、計測の問題として、なお幾多の疑問の餘地を残すのであって、この點を検討することが、われわれの修正體系の計測の問題に對して、参考となるものといわねばならない。

レオンチェフは實際にアメリカの經濟を分析するにあたって、全産業を、最初、44 部門(1919, 1929 年の分析の場合)ないし 42 部門(1939 年の分析の場合)に分割し、さらに計算にあたってはこれを 10 部門(1919, 1929 年の場合)ないし 11 部門(1939 年の場合)に統括している。ここに 10 部門というものは、1919 年および 1929 年の分析においては、(1) 農業および食品工業、(2) 鑛業、(3) 金屬工業、(4) 燃料および動力工業、(5) 紡績および皮革工業、(6) 輸送業、(7) 外國貿易、(8) その他の工業、(9) その他の産業、(10) 家計、がこれであり、1939 年の分析における 11 部門というものは、(1) 農業、(2) 鑛業、(3) 金屬工業、(4) 燃料および動力工業、(5) 紡績、皮革およびゴム工業、(6) 鐵道業、(7) 外國貿易、(8) その他の工業、(9) 政府、(10) その他の産業および(11) 家計がこれである。

ところで、レオンチェフが行った實際の計算の方法を説明するには、これらの 10 部門ないし 11 部門のレオンチェフ表によるよりも、出来るかぎり、さらに部門の統括を行うことがわかり易いと思われるので、以下の所論では、アメリカの全國民經濟を、企業、家計、その他の 3 大部門に統括することとする。その基礎になるアメリカの經濟に關する統計資料は、レオンチェフ自身の作成したものであることはいうまでもない³⁾。3 つの部門に統括するにあたって、1919 年および 1929

年については、農業および食品工業、鑛業、金屬工業、燃料および動力工業、紡績および皮革工業、輸送業、その他の工業を一括して企業部門とし、家計およびその他の産業はレオンチェフの場合と同様に取扱った。また、1939 年については、農業、鑛業、金屬工業、燃料および動力工業、紡績、皮革およびゴム工業、鐵道業を一括して企業部門とし、企業および個人のサービス (business and personal service) および家計 (household) を一括して家計部門とし、その他の部門、すなわち、外國貿易、政府、飲食施設、ストックおよび配分不能の部分を一括してその他の部門とした。⁴⁾

以上のように統括した結果を示せば第 1 表の如くである。⁵⁾

第 1 表 インプット・アウトプット総額表
(單位 100 萬ドル)
1919 年

	企 業	家 計	そ の 他	計
企 業	44,381	29,609	26,831	100,821
家 計	36,159	8,846	19,288	64,293
そ の 他	26,248	13,907	307	40,462
計	106,788	52,362	46,426	205,576

3) この統計資料は、1919 年、1929 年については W. W. Leontief, *The Structure of American Economy*, 1st ed. 1941, 所掲のものであり、1939 年については Ditto, 2nd ed. 1951, p. 140 ならびに巻末附表所掲のものである。なお、1947 年の同様のレオンチェフ表がアメリカ労働統計局 (U. S. Bureau of Labor Statistics) で作成されているが、これは使用しないこととする。さらに、現在入手しうるものとしてイタリー經濟のレオンチェフ表がある (U. S. A. Mutual Security Agency, *The Structure and Growth of the Italian Economy*, Rome 1953) が、これの分析も割愛することとした。

4) この統括には、理論的に見て、多くの論議すべき點が残されようが、本稿の主な目的が、計測の方法にあるので、この統括自體の問題は、他日に譲ることとする。

5) 統括を行うことによって、レオンチェフ表の對角線上の x_{ii} に入るべき數値の大きさが異ってくる。したがって、レオンチェフが計算したように、この對角線上の數値を、それぞれこれに對應する縱横の合計から差引いて、net output, net input を求める方式では、この統括にあたっての純額の吟味を行う必要があるが、本稿のように、 x_{ii} の値を、それぞれの縱横の合計から差引かない場合には、この種の問題は起き

1929 年

	企業	家計	その他	計
企業	47,587	37,305	26,827	111,719
家計	39,794	14,153	32,003	85,950
その他	29,170	24,188	475	53,833
計	116,551	75,646	59,305	251,502

1939 年

	企業	家計	その他	計
企業	65,860	47,990	23,570	137,420
家計	46,187	31,591	14,852	92,630
その他	26,068	11,949	2,407	40,424
計	138,115	91,530	40,829	270,474

さて、これからレオンチェフの行った計算の方法を示してみよう。この場合、1919年、1929年のレオンチェフ表の計算と、1939年の場合の計算とは計算の方法を異にしている。それは、レオンチェフ體系そのものが異なるためである。そこで、1919、1929年の場合の體系と、1939年の場合のそれを要約し、これに基づいて、レオンチェフの計測の方法を示してみよう。

1. 1919, 1929 年の經濟分析に用いられた
レオンチェフ體系⁶⁾

需給均等方程式は

$$(A) \begin{cases} -X_1 + x_{21} + \dots + x_{n1} = 0 \\ x_{12} - X_2 + \dots + x_{n2} = 0 \\ \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots - X_n = 0 \end{cases}$$

ここに、 $X_i = Y_i - x_{ii}$ である。つぎに收支方程式はつぎの如くである。

$$(B) \begin{cases} -\frac{P_1 X_1}{B_1 \beta} + P_2 x_{12} + \dots + P_n x_{1n} = 0 \\ P_1 x_{21} - \frac{P_2 X_2}{B_2 \beta} + \dots + P_n x_{2n} = 0 \\ \dots \\ P_1 x_{n1} + P_2 x_{n2} + \dots - \frac{P_n X_n}{B_n \beta} = 0 \end{cases}$$

B_i は貯蓄係数もしくは投資係数であって、これ

て来ない点を注意しておく。

6) W. W. Leontief, *The Structure*, 2nd ed., pp. 33-51.

が1に等しいときは、收支は均衡するが、1より大きいときは收支の差額は貯蓄をあらわし、1より小さいときは投資をあらわす。 β は他のパラメーターである。最後に生産関係式は

$$(C) \begin{cases} x_{12} = \frac{a_{12} X_1}{A_1 B_1 \beta}, \dots, x_{1n} = \frac{a_{1n} X_1}{A_1 B_1 \beta} \\ x_{21} = \frac{a_{21} X_2}{A_2 B_2 \beta}, \dots, x_{2n} = \frac{a_{2n} X_2}{A_2 B_2 \beta} \\ \dots \\ x_{n1} = \frac{a_{n1} X_n}{A_n B_n \beta}, x_{n2} = \frac{a_{n2} X_n}{A_n B_n \beta}, \dots \end{cases}$$

上式中の A_i は第 i 番目の部門特有の技術的パラメーターである。ところで (C) 式を (A) 式に代入すれば

$$(D) \begin{cases} -X_1 + \frac{a_{21} X_2}{A_2 B_2 \beta} + \dots + \frac{a_{n1} X_n}{A_n B_n \beta} = 0 \\ \frac{a_{12} X_1}{A_1 B_1 \beta} - X_2 + \dots + \frac{a_{n2} X_n}{A_n B_n \beta} = 0 \\ \dots \\ \frac{a_{1n} X_1}{A_1 B_1 \beta} + \frac{a_{2n} X_2}{A_2 B_2 \beta} + \dots - X_n = 0 \end{cases}$$

この式は X_i に關する方程式であり、しかも連立同次一次方程式であるから、 X_i が0以外の解を有するための必要條件は

$$(E) \begin{vmatrix} -A_1 B_1 \beta & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & -A_2 B_2 \beta & & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & -A_n B_n \beta \end{vmatrix} = D(\beta) = 0$$

である。 X_1 をかりに numéraire にとれば、他の X の値は

$$X_i = \frac{D_{1i}}{D_{11}} \frac{A_i}{A_1} \frac{B_i}{B_1}$$

によって與えられる。ここに D_{11} あるいは D_{1i} は D の第1列第1行あるいは第1列第 i 行の餘因子をあらわす。

そこで、これからさき、以上のレオンチェフ體系の計測の方法を、レオンチェフ自身のところみた方式により、まへの企業、家計、その他という3部門に統括した第1表に基づいて紹介し、さらにこれを批判することとしよう。

レオンチェフ自身の體系に適合するように、第1表を作り換えることから初める。これが第2表

である。

第2表 インพุット・アウトプット純額表
(単位 100 萬ドル)

		1919 年			
		企業	家計	その他	計
企業	業計		29,609	26,831	56,440
家計	その他	36,159		19,288	55,447
その他		26,248	13,907		40,155
計		62,407	43,516	46,119	152,042

		1929 年			
		企業	家計	その他	計
企業	業計		37,305	26,827	64,132
家計	その他	39,794		32,003	71,797
その他		29,170	24,188		53,358
計		68,964	61,493	58,830	189,287

		1939 年			
		企業	家計	その他	計
企業	業計		47,990	23,570	71,560
家計	その他	46,187		14,852	61,039
その他		26,068	11,949		38,017
計		72,255	59,939	38,422	170,616

この表では、第1表における左上から右下へかけての対角線上にある数字が、この数字のある縦横のそれぞれの合計額から差引いてある。たとえば、1919年の表についていえば、第1横行(企業)と第1縦欄(企業)との交叉点にある数字、44,381が第1横行の合計、すなわち企業のアウトプットの総額 100,821 から差引かれて、その値 56,440 が、第2表 1919年の表の第1横行の合計欄に記入されている。また、第1表の第1縦欄の合計、すなわち企業のインプットの総額 106,788 から、いまの交叉点の数字 44,381 が差引かれて、その結果 62,407 が、第2表の該當の箇所に記入されている。他の数字についても、第1表と第2表との間に同様な関係がある。このようにして、第1表はインプット・アウトプットの総額表であるのに対して、第2表はその純額表ともいうことが出来る。

こんどは、パラメーターの推定の問題である。これについては、まず $A_i=1$, $\beta=1$ とおく。し

たがって (E) 式は

$$(E') \begin{vmatrix} -B_1 & a_{21} & \cdots & a_{n1} \\ a_{11} & -B_2 & \cdots & a_{n2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & -B_n \end{vmatrix} = 0$$

となる。貯蓄・投資係数 B_i の推定はつぎのようにして行われる。第2表において、たとえば、1929年の企業についての B (この場合は B_1) を計算すれば

$$B_1 = \frac{64,132}{68,964} = 0,9299$$

家計部門では

$$B_2 = \frac{71,797}{61,493} = 1,1676$$

以下同様にして B_i を計算する。つぎは、生産係数 a_{ij} の推定の問題であるが、ここに疑問の點がある。レオンチエフはこれを求めるのに、つぎの方法を採用している。たとえば、1929年の表において、 a_{12} 、すなわち第1縦欄(企業)第2横行(家計)の生産係数は

$$a_{12} = \frac{39,794}{64,132} \times 0,9299 = 0,5770$$

と計算せられる。これを記號で書けば

$$a_{12} = \frac{P_{22} a_{12}}{P_1 X_1} B_1$$

一般に

$$(8) \quad a_{ij} = \frac{P_{j2} a_{ij}}{P_i X_i} B_i$$

とあらわされる。この方式によってパラメーターの表を作成すればつぎの第2表となる。

第3表 パラメーターの表

1919 年

$i \backslash j$	企業(1)	家計(2)	その他(3)
企業(1)	$-B_1 = -0,9044$	$a_{21} = 0,6804$	$a_{31} = 0,5818$
家計(2)	$a_{12} = 0,5794$	$-B_2 = -0,5330$	$a_{32} = 0,4182$
その他(3)	$a_{13} = 0,4206$	$a_{23} = 0,3196$	$-B_3 = -0,8707$

1929 年

$i \backslash j$	企業	家計	その他
企業	$-B_1 = -0,9299$	$a_{21} = 0,6067$	$a_{31} = 0,4560$
家計	$a_{12} = 0,5770$	$-B_2 = -1,1676$	$a_{32} = 0,5440$
その他	$a_{13} = 0,4230$	$a_{23} = 0,3933$	$-B_3 = -0,9070$

わち家計部門で直接使用せられる數量をあらわす。同様にして
つぎに、(C) 式に對應する生産關係式は

$$(G) \begin{cases} x_{12} = a_{12}X_1, \dots, x_{1n} = a_{1n}X_1 \\ x_{21} = a_{21}X_2, \dots, x_{2n} = a_{2n}X_2 \\ \dots \dots \dots \\ x_{m1} = a_{m1}X_m, x_{m2} = a_{m2}X_m, \dots \end{cases}$$

$$a_{21} = \frac{23,570}{38,017} = 0.6200$$

そしてこの場合もまた、(G) 式のプロダクション関数とは矛盾する。何となれば、一般に

$$a_{ij} = \frac{P_j x_{ij}}{P_i X_i}$$

(G) 式を (F) 式に代入すれば

$$(H) \begin{cases} X_1 - a_{21}X_2 - \dots - a_{m1}X_m = x_{n1} \\ -a_{12}X_1 + X_2 - \dots - a_{m2}X_m = x_{n2} \\ \dots \dots \dots \\ -a_{1m}X_1 - a_{2m}X_2 - \dots + X_m = x_{nm} \end{cases}$$

と計算されているからである。家計についての a_{ni} は、1919、1929 年の場合と異って、雇用人員を純アウトプットで除することによって求められているから、この場合は、他の a_{ij} の推定とは全く別種が取扱いがなされているといわねばならない。さらに、 x_{ni} を常數として取扱うことについては、たとえ、便宜的な手段であるとしても、許し難い假定であるであろう。

この式における X_i が未知數であつて、他はすべて常數とする。とくに、レオンチエフは x_{ni} は、「特殊な計算をする目的から」これらを常數と考へるのである⁸⁾。この式を解けば、その根はつぎの形であらわすことが出来る。

以上によって、レオンチエフが構成したかれの體系と、かれの實際の計測との間には超え難い矛盾が含まれていることを指摘した。

$$(J) \begin{cases} X_1 = A_{11}x_{n1} + A_{12}x_{n2} + \dots + A_{1m}x_{nm} \\ X_2 = A_{21}x_{n1} + A_{22}x_{n2} + \dots + A_{2m}x_{nm} \\ \dots \dots \dots \\ X_m = A_{m1}x_{n1} + A_{m2}x_{n2} + \dots + A_{mm}x_{nm} \end{cases}$$

IV. 修正體系の計測

ところで、實際に a_{ij} を推定するにあつて、レオンチエフの採用した方法は、まえの第 2 表について述べれば、つぎの如くである。まず、1939 年の表を、(F) 式に對應するように、書き換えて

レオンチエフ自身の計測については、以上に考察したような矛盾點が考えられる。それでは、第 II 節でとり上げた修正體系についての計測はどうなるか。まえにも述べたように、レオンチエフ表において示される統計數値はすべて數量と價格とが掛け合わされた金額によって表示されている。いま、部門を 3 つに分けた場合のレオンチエフ表を、このような數量と價格とであらわせばつぎのようになる。

第 5 表

$j \backslash i$	企業 (1)	その他 (2)	家 計
企 業 (1)	-71,560	23,570	47,990
そ の 他 (2)	26,068	-38,017	11,949
家 計	46,187	14,852	61,039

第 6 表

各横行について見れば、企業とその他の兩部門の合計が家計部門の數字と一致する。この場合、左上から右下へかけての對角線上にある數字は、それぞれの部門のアウトプットの純額である。そこで、第 1 縦欄 (企業) と第 2 横行 (その他) との交叉點にある生産係數 a_{12} は、つぎのようにして求められる。

$j \backslash i$	企業(1)	家計(2)	その他 (3)	計
企 業 (1)	$P_1 x_{11}$	$P_1 x_{21}$	$P_1 x_{31}$	$P_1(Y_1 - S_1)$
家 計 (2)	$P_2 x_{12}$	$P_2 x_{22}$	$P_2 x_{32}$	$P_2(Y_2 - S_2)$
そ の 他 (3)	$P_3 x_{13}$	$P_3 x_{23}$	$P_3 x_{33}$	$P_3(Y_3 - S_3)$
計	$\Sigma P_i x_{i1}$	$\Sigma P_i x_{i2}$	$\Sigma P_i x_{i3}$	

$$a_{12} = \frac{26,068}{71,560} = 0.3643$$

したがって、このような表を原資料として、數量と價格とを分離しようとすることに無理がある。もちろん、このような金額のうち、價格もしくは數量の一方がわかれば、他方は容易に求められる。たとえば、企業については、その生産物の平均價

8) W. W. Leontief, *The Structure*, 2nd ed., p. 145.

格、家計についてもその生産物すなわち労働・サービスの平均価格を求めることが出来るとすれば、企業と家計の生産物の量は、原理上計算出来よう。しかしこの場合の企業なり家計なりの平均価格は、平均的な総合物價指數のような比率では意味がない。何となれば、レオンチエフ表の金額は現實の生産額の實額をもってあらわされているからである。同様に、かりに企業と家計との生産量が求められたとすれば、原理としては、これらに対応する価格がえられるはずであるが、このような生産量は、総合的な生産指數の形では、レオンチエフ表の目的に沿うことが出来ない。以上の事實は部門の統括を一層高度に行えば行くほど一層著しくあらわれてくることは見易いところであろう。

そこで、レオンチエフ表の統計的分析では、數量と價格とを掛け合わせた金額そのものによって分析する方法を考える必要が起きてくるといえよう。このような觀點から、われわれの修正體系を吟味し、しかるのち、實際の統計資料に基づいて、その計測を行うこととしよう。

ところで第II節に考察した修正體系申計測に必要な結論的部分を摘録すればつぎの2點となる。

まず、(4)式のダグラス函数のパラメーター b_{ij} の値は、(6)式から計算する。この(6)式を書き直せば、つぎようになる。

$$(8) \left\{ \begin{array}{l} b_{11} = \frac{P_1 x_{11}}{P_1 Y_1}, \quad b_{12} = \frac{P_2 x_{12}}{P_1 Y_1}, \dots, \quad b_{1n} = \frac{P_n x_{1n}}{P_1 Y_1} \\ b_{21} = \frac{P_1 x_{21}}{P_2 Y_2}, \quad b_{22} = \frac{P_2 x_{22}}{P_2 Y_2}, \dots, \quad b_{2n} = \frac{P_n x_{2n}}{P_2 Y_2} \\ \dots\dots\dots \\ b_{n1} = \frac{P_1 x_{n1}}{P_n Y_n}, \quad b_{n2} = \frac{P_2 x_{n2}}{P_n Y_n}, \dots, \quad b_{nn} = \frac{P_n x_{nn}}{P_n Y_n} \end{array} \right.$$

上式のそれぞれの方程式の右邊について考えてみる。そこには、1つの著しい特徴が見出される。すなわち、分母、分子とも、それらの數値は金額で表示せられ、しかも、それらは現實にレオンチエフ表に掲載されている數値にほかならない。ここに1つ注意しなければならないことがらつぎの點である。(6)式ないし(8)式は、生産函数でなくて(2)式の π_i を極大にするための均衡條件式であり、これと(1a)式とを組合わして(7)

式がえられ、この式から Y_i の均衡値が決定せられる。そして Y_i の均衡値から(6)式ないし(8)式によって x_{ij} の均衡値も求められる。言葉を換えていえば、(8)式は、 Y_i と x_{ij} との均衡値を求めるための連立方程式の一部であり、 Y_i と x_{ij} とが均衡値であるかどうかには關係なく、この式の關係が成立しなければならぬことはいうまでもないことである。したがって、現實のレオンチエフ表に掲載されている $P_i Y_i$ および $P_j x_{ij}$ の數値からも b_{ij} が求められなければならない。本來 b_{ij} は、(4)式であらわされた生産函数から、たとえば最小自乗法によって與えられた統計資料に基づいて推定されるものであるが、また同時に(8)式によって現實のレオンチエフ表からも求められる。

つぎに、(7)式について考察する。この式においてパラメーターは b_{ij} および P_i と S_i である。ところで、 b_{ij} はいま述べた方法によって推定が出来るが、 P_i はレオンチエフ表の知識だけからは求められない。ところが、(7)式を Y_i についての方程式を見る代りに $Y_i P_i$ の方程式とし、未知數を $Y_i P_i$ とすることによって、その均衡値を求めることにすれば、レオンチエフ表から解くことが出来る。

S_i については、1919年および1929年のアメリカ經濟については、レオンチエフ表に関するかぎり、明確ではなく、むしろ0と假定すべきであろう。これに對して、1939年のレオンチエフ表にはストックの部門があるが、これをわれわれの S_i に等しいものと假定することが出来るかどうかを検討する必要がある。われわれの場合の S_i は、まえに述べた如く、前期繰越量 S_i' から後期繰越量 S_i'' を差引いたものである。ところが、このうち S_i' は、當該期間ではこれをパラメーターとして取扱うことが妥當であっても、 S_i'' はむしろ、レオンチエフ體系のなかで決定せられる變數と見るのが正當であろう。また、1939年のレオンチエフ表もそのように作成せられている。そこで、この S_i'' は(1a)式の方程式の左邊のいずれかの x と考えることによって、(1a)式をつぎのように變形することが、實際の場合により一層適切とな

るであろう。

$$(9) \begin{cases} (Y_1 - x_{11}) - x_{21} - \dots - x_{n1} = -S_1' \\ -x_{12} + (Y_2 - x_{22}) - \dots - x_{n2} = -S_2' \\ \dots \dots \dots \\ -x_{1n} - x_{2n} - \dots + (Y_n - x_{nn}) = -S_n' \end{cases}$$

しかし、このような前期繰越量 S_i' は、まえの第1表ないし第2表のレオンチエフ表では不明であり、むしろこれを0とおくことが一應考えられる。

ところで、(6)式を(9)式に代入することによって、(7)式に對應する式として

$$(10) \begin{cases} (1 - b_{11})Y_1P_1 - b_{21}Y_2P_2 - \dots - b_{n1}Y_nP_n \\ \quad \quad \quad = -S_1'P_1 \\ -b_{12}Y_1P_1 + (1 - b_{22})Y_2P_2 - \dots - b_{n2}Y_nP_n \\ \quad \quad \quad = -S_2'P_2 \\ \dots \dots \dots \\ -b_{1n}Y_1P_1 - b_{2n}Y_2P_2 - \dots - (1 - b_{nn})Y_nP_n \\ \quad \quad \quad = -S_n'P_n \end{cases}$$

をうる。いま、 $S_i' = 0$ とおけば、(10)式は連立同次一次方程式となるから

$$(11) \begin{vmatrix} 1 - b_{11} & -b_{21} & \dots & -b_{n1} \\ -b_{12} & 1 - b_{22} & \dots & -b_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -b_{1n} & -b_{2n} & \dots & 1 - b_{nn} \end{vmatrix} = \Delta = 0$$

なることが、 Y_iP_i が0以外の解を持つために必要である。果してこの条件が充たされるか。このことを調べるために、(8)式の値を(11)式に代入してみる。その結果はつぎの如くである。

$$\begin{vmatrix} 1 - \frac{P_1x_{11}}{P_1Y_1} & -\frac{P_1x_{21}}{P_2Y_2} & \dots & -\frac{P_1x_{n1}}{P_nY_n} \\ -\frac{P_2x_{12}}{P_1Y_1} & 1 - \frac{P_2x_{22}}{P_2Y_2} & \dots & -\frac{P_2x_{n2}}{P_nY_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\frac{P_nx_{1n}}{P_1Y_1} & -\frac{P_nx_{2n}}{P_2Y_2} & \dots & 1 - \frac{P_nx_{nn}}{P_nY_n} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{Y_1 \dots Y_n}$$

$$\times \begin{vmatrix} Y_1 - x_{11} - \dots - x_{n1} & -x_{21} & \dots & -x_{n1} \\ -x_{12} + Y_2 - \dots - x_{n2} & Y_2 - x_{22} & \dots & -x_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -x_{1n} - \dots + Y_n - x_{nn} & -x_{2n} & \dots & Y_n - x_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

したがって修正體系では(11)式はつねに満足せられる。そこで、 $Y_iP_i = 1$ とすれば、 Y_iP_i は

$$(12) Y_iP_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_{11}}$$

から求められる。ここに Δ_{11} あるいは Δ_{ii} は Δ の第1列第1行あるいは第1列第*i*行の餘因子である。

最後に、第1表の1939年のレオンチエフ表に、以上のわれわれの體系をあてはめて計測してみよう。まず、(8)式によって b_{ij} を求めると、つぎの第7表の如くである。

第7表

$i \backslash j$	企業(1)	家計(2)	その他(3)
企業(1)	$b_{11} = \frac{65,860}{137,420} = 0.4793$	$b_{21} = \frac{47,990}{92,630} = 0.5181$	$b_{31} = \frac{23,570}{40,424} = 0.5831$
家計(2)	$b_{12} = \frac{46,187}{137,420} = 0.3361$	$b_{22} = \frac{31,591}{92,630} = 0.3410$	$b_{32} = \frac{14,852}{40,424} = 0.3674$
その他(3)	$b_{13} = \frac{26,068}{137,420} = 0.1897$	$b_{23} = \frac{11,949}{92,630} = 0.1290$	$b_{33} = \frac{2,407}{40,424} = 0.0595$

上表に基づいて、(12)式により、 Y_iP_i の均衡値を求めた結果はつぎの如くである。

$$Y_1^0P_1 = 1, \quad Y_2^0P_2 = 0.6740, \quad Y_3^0P_3 = 0.2941$$

また、(6)式あるいは(8)式によって、均衡値 $P_jx_{ij}^0$ を求めて、1表にしたものが第8表である。ただしこの表の値は、 $Y_1^0P_1 = 1$ としたときの値であることを注意する必要がある。

第8表

	企業	家計	その他
企業	0.4793	0.3492	0.1715
家計	0.3361	0.2298	0.1081
その他	0.1897	0.0869	0.0175