

博士学位請求論文審査報告書

申請者：吉澤容一

論文題目：Evolution of copulas: continuous, discrete, and its application to quantitative risk management

1. 論文の主題と構成

本論文は、吉澤容一氏が大学院博士課程において研究してきた **copula** の時間発展に関する論考と、そのリスク管理への応用についての取り組みの、いくつかの成果をまとめたものである。

本論文の主題である **copula** は、それがリスク管理へ応用されるようになった 1990 年頃から以後、大いに注目を集めることとなった研究対象であるが、基本概念の嚆矢そのものは 1940 年代に遡る。一般に、独立同分布の確率変数列を取り扱う場合などのように、複数個以上の確率変数を考察するときには、それらの確率変数は独立であると仮定することが多い。しかしながら一方で、金融機関で必須の事項となったリスク管理などでは、各リスク因子は必ずしも独立であるとは限らない。実際例えば、日本円と複数の他国通貨との為替変動リスクは、それぞれが独立な事象であるとは言い切れず、これらの変動リスクを統合したリスクを考察する際には、独立である場合と、独立でない非線形な関係の場合では、全体を統合したリスク評価が異なってくる。このような、必ずしも独立とは限らない非線形な関係や相関を解析し、リスク管理に有効かつ便利な手法として、**copula** が利用されることとなったのである。

今、2 つの確率変数があり、その同時分布をそれぞれの周辺分布を用いて表そうとすると、その結びつきを表す関数が **copula** となる。よって **copula** 関数は、しばしば連接関数とも訳されている。2 つの確率変数が独立な場合は、**copula** 関数は単に周辺分布関数の積であり、非線形な関係の場合は他の適当な関数となる。解析の道具として **copula** が重宝される理由はこの柔軟性にある。

ところが、この **copula** の定義では時間依存性が考慮されていない。現実の対象では、複数の確率変数間の関係は、多くの場合時間に依存する。そのため、**copula** の理論にどのように時間依存性を持たせるかは大きな課題であった。一つの考えは、A. Patton (2006) による **dynamic copula** の概念であり、この方向に沿っての研究は既に多い。

本論文では、時間依存 **copula** に関して、別方向からのまったく新しい概念を導入した。それは一言で述べれば、単純な拡散方程式に従って **copula** そのものが時間とともに変化して行くという考え方である。複数の確率変数の関係が、ある規則に従って時間とともに変化して行く、と捉えることもできる。本論文では、このような **copula** の族の存在をまず示し、その具体的な計算方法を提示している。さらには、実際の問題にどのように適用されるか数値的に例示している。

本論文の具体的な構成は次の通りである。

Chapter 1. Introduction

Chapter 2. Evolution of copulas

Chapter 3. Evolution of copulas in discrete processes

Chapter 4. Conclusion

Appendix A, B

2. 各章の概要

第1章では、本論文における研究の背景とこの研究で明らかにしたい目的、さらに得られた結果が概説されている。また、copula の定義、基本的な Sklar の定理や順位相関などの性質や特徴が簡潔にまとめられている。

第2章からが本論文の主たる内容である。まず第2章では、時間が連続に変化する場合の copula の発展を論じている。拡散方程式に従って時間発展するような copula の族の存在、および時間が無限大になったときの収束を示している。代表的な順位相関である Kendall の tau と Spearman の rho の収束も論じている。ともに収束先は単純なものであり、この点は今回の copula の発展の理論におけるやや物足りない点であろう。そのひとつの回避策として、時間を逆方向にした満期問題としての copula の発展に関しても触れられている。現実の問題では、この時間を逆方向にした場合が有効であろう。

第3章は時間が離散的に変化する場合の copula の発展について論じている。時間が連続な場合を離散化するわけであるが、実際の計算ではむしろこの離散版が有益である。連続な場合と対応した性質が示され、さらには、離散化を細かくしたときには連続な場合に収束することが明らかにされている。この部分はやや理論的な興味がまざった内容であり、現実の応用にはそれほど効果的ではないかも知れない。

第3章の最後には、そこまで得られた理論的な結論に対して数値的なひとつの検証を与えている。Bloomberg から取得した為替変動データを用い、2015年1月15日の Swiss Franc shock を例にとり、Kendall の tau の時間変化について、実測値と時間発展 copula による計算結果の値とを比較している。実測値・計算値ともに、shock が落ち着くにつれて tau の値が徐々に収束して行くことが見て取れ、計算結果は現実をある程度再現できていることが伺える。時間発展の規則を上手く設定してやれば、他の現象の解析にも有効ではないかと期待を持たせる内容となっている。

第4章は結論である。達成された成果が手際よくまとめられている。いくつかの今後の課題についても述べられている。

Appendix は本論の適切な補足となっている。まず、Quantitative risk management と題される Appendix A は、copula がリスク管理に用いられている実際の例を説明となっている。一方、Time variance of dependence structure という題の Appendix B は、為替変動における関係が時間に依存していることを示唆する説明である。

3. 全体的な評価

本論文で得られた時間発展 *copula* に関するいくつかの結論は、既存の研究を進展させる概念を提出しており、この分野での理論面の大きな貢献である。従って、吉澤氏が得たこれらの結果が実際の現象に適用されれば、大いに有効な手法となることが期待できる。また、そこでの解析における理論計算に関しても、入念にかつ正確に行われており、吉澤容一氏が実務家としてだけではなく、今後さらに研究を行うにあたっての基礎的な見識や能力を十分に備えていることが判断される。第2章、および第3章の内容の多くは、それぞれ国際会議や学会での発表を基とした査読付き雑誌に既に掲載されており、この分野の学界においても一定の評価を得ていることが了解される。

しかしながら、論文に不備な点や研究の内容に関して不満がないわけではない。実際にも、2012年5月18日に実施された口述試験において、全体の研究の成果そのものには一定の評価を得たものの、論文の構成や英文に関して厳しい批判がなされた。例えば、リスク管理への応用を表題にしながら、内容があまりに数学的に細かな点に偏っているのではないかと、さらに、論文の主題とかけ離れた一般的な事項が多すぎるのではないかと、などであった。それらに関しては改訂によって十分に改善されており、同時に題目も変更された。現行の論文では時間発展 *copula* に関する内容で統一が図られており、細かな解析内容にはあまり立ち入らず、一方で実際の数値検証も加えられた。さらに英文についても *native speaker* の校閲を受けている。

それでもいくつか今後さらに取り組むべき点は残っている。そのひとつは、やはりリスク管理への応用がまだまだ手薄なことは否めない点である。実際現象の解析にどのように有効なのか、現実のデータをもとにさらなる追求が欲しいところである。もちろん、そのような実証研究は、それだけで別のひとつの大きな課題であろう。吉澤容一氏には、今後も実際の経済現象から離れることなく、現実の応用に耐えうる研究を大胆に遂行してもらいたいと期待する。

よって以上により、我われ審査員一同は、吉澤容一氏が一橋大学博士（経済学）の学位を授与されるに十分な資格を有していると判断する。

2015年3月11日

論文審査員（五十音順）

青木 玲子

石村 直之

斯波 恒正

高岡 浩一郎

本田 敏雄

論文審査委員長 石村 直之