《研究ノート》

共分散分析法の計算例

磯　野　　修

共分散分析法は回帰分析法の延長とも言うべきものであって，我国の計量経済学界でも，もっと広く利用されて然るべきであると思われるのに，その例が少ないのは適当な解説例を欠いていることにも一つの原因があろう．ここでは非常に簡単な二つの標準的な取扱い方を記して読者の参考に供したい．

第1例はエンゲル曲線の年間差違の検定に関するものである．資料は総理府統計局『家計調査年報』1958年（昭和33年）～1962年（昭和37年）の「現金収入階級別勤労者世帯」「年平均1ヵ月間の収入と支出」「全都市の分」「1月―11月の月平均」の表から次の値を求める．

N_{ij}　第 i 年第 j 階層に属する世帯数，今の場合 i は1958年から1962年までで，この年数5を一般の場合には T とする．j は次に述べる現金収入額による階層別で，階層の個数は年によって異なり，第 i 年の階層数を K_i とする．

$N_i=\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}$ は第 i 年の資料に含まれている世帯数である．

u_{ij}　第 i 年第 j 階層の1世帯当り家族人数．

r_{ij}　第 i 年第 j 階層に属する世帯の1ヵ月当り現金収入額，ここに現金収入というのは，前月からの繰越現金・貯金引出額および借入金額をも含めた，その月の家計の処分可能現金額である．

f_{ij}　第 i 年第 j 階層に属する世帯の1ヵ月当り食料費支出額．

次に総理府統計局の消費者物価指数「全都市」の「総合指数」と「食料費指数」の1月から11月までの数値を算術平均して，前者から p_i を，後者から q_i を求める．

p_i　第 i 年の1月―11月平均生計費指数．

q_i　第 i 年の1月―11月平均食料費指数．

なお消費者物価指数は1960年から改訂されているため，1958年および59年分については，上のようにして求めた p_i, q_i を1960年を100とする指数に換算しなおした．

これらの資料によって，各年毎に階層別の家族1人当り実質収入 $r_{ij}/(u_{ij}p_i)$ と，1人当り実質食料支出 $f_{ij}/(u_{ij}q_i)$ を求め，後者はそのまま y_{ij} とし，前者はその対数をとって x_{ij} とする．すなわち

$$\begin{cases} x_{ij}=\log\{r_{ij}/(u_{ij}p_i)\}, \\ y_{ij}=f_{ij}/(u_{ij}\,q_i). \end{cases}$$

このようにして準備した資料に対して，各年 (i) 毎に，次の回帰直線をあてはめる．

(1)　$y_{ij}=a_i+b_ix_{ij}+\epsilon_{ij}$　（ϵ_{ij} は誤差項）

むろん，その際第 j 階層の観測値 $(x_{ij},\ y_{ij})$ に対しては世帯

第1表

年 i	世帯数 N_i	階層数 K_i	$\bar{x}_i$	$\bar{y}_i$	a_i	b_i	$\hat{\sigma}(b_i)$	$\bar{r}^2$	分散不偏推定値
1958	28767	21	4.596	25.53	−18.74	9.633	0.259	0.986	250.7
1959	28651	16	4.672	26.19	−19.20	9.714	0.358	0.980	457.9
1960	28571	16	4.728	27.05	−20.44	10.044	0.280	0.988	291.1
1961	28320	16	4.815	28.02	−23.01	10.597	0.286	0.989	307.0
1962	27678	16	4.899	28.87	−22.52	10.490	0.367	0.982	439.7

(注意) $\hat{\sigma}(b_i)$ は b_i の標準偏差推定値. $\bar{r}^2$ は自由度修正ずみの決定係数.

数 N_{ij} で加重する. x_{ij} および y_{ij} の単位としては 100 円, 変換に用いる対数としては自然対数を用いた結果は第1表の通りである.

この表で $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$ は各年 (i) についての加重平均値

$$\begin{cases} \bar{x}_i=\dfrac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}\ x_{ij}, \\ \bar{y}_i=\dfrac{1}{N_i}\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}\ y_{ij}, \end{cases}$$

であり, 分散不偏推定値というのは, 第 i 年第 j 階層に属する第 h 番目の家計について成立すべき関係式を,

（2）　$y_{ijh}=a_i+b_ix_{ijh}+\epsilon_{ijh}$　(ϵ_{ijh} は誤差項)

とするとき, ϵ_{ijh} の母分散 σ^2 の推定値である.

（1）と（2）の関係は次の諸式によって与えられる.

$$\begin{cases} x_{ij}=\dfrac{1}{N_{ij}}\sum_{h=1}^{N_{ij}}x_{ijh}, \\ y_{ij}=\dfrac{1}{N_{ij}}\sum_{h=1}^{N_{ij}}y_{ijh}, \\ \epsilon_{ij}=\dfrac{1}{N_{ij}}\sum_{h=1}^{N_{ij}}\epsilon_{ijh}. \end{cases}$$

第2表の初めの5行は各年毎の直線回帰計算についての諸量をまとめたもので, 各々の i について

$$\begin{cases} Sx^2=\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2, \\ Sxy=\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_i)(y_{ij}-\bar{y}_i), \\ Sy^2=\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}(y_{ij}-\bar{y}_i)^2, \end{cases}$$

である. SSR とあるのは Sy^2 のうち回帰で説明される部分, SSE は説明されずに残る部分, DF というのはむろん自由度で今の場合 K_i から変数の個数2（説明変数と従属変数の2個）を引いたものになる. 第2表最下行では, 初めの5行に記された値の合計を求め, Sx^2, Sxy, Sy^2 の合計をそのまま第3表最下行の層内の行へ書き込む. 第2表の SSE の欄の合計を (A) とし, その値を自由度の合計と共に第4表の初めの行へ書く.

第3表の初めの行に記されているのは, 年別を無視して, すべての資料（サンプルの大きさ $\sum_{i=1}^{T}K_i=85$）に対して直線回帰分析を行なったときの結果で, そのときの SSE を (E) として

第2表

i	K_i	Sx^2	Sxy	Sy^2	SSR	SSE	DF
1958	21	3745	36081	352334	347571	4763	19
1959	16	3581	34785	344312	337901	6411	14
1960	16	3704	37200	377697	373622	4075	14
1961	16	3760	39850	426583	422284	4299	14
1962	16	3257	34166	364551	358396	6155	14
計	85	18047	182082	1865477	1839774	25703 (A)	75

自由度 85−2=83 と共に第4表の最下行に記す．第3表の2行目は，各年平均の回帰であって，第1表の $T=5$ 対の $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ に対して K_i をウェィトとして用いたときの結果である．その SSE を（C）として第4表の3行目に記す．自由度はむろん，$T-2=5-2=3$ である．第3表の Sx^2, Sxy, Sy^2 の列については，総計＝層間＋層内　という関係があるから，既に記入されている値を用いて験算する．第3表の最下行については

$$b=182082/18047=10.080$$

$$SSR=(10.089)\ (182082)\ =1837025$$

$$SSE=1865477-1837025=28452$$

となる．この SSE を（A)+(B）とする．この値から（A）の値を引いて（B）を求め，第4表第2行に記入する．（B）の自由度は $T-1=5-1=4$ である．第4表では（D）の行だけが残されているが，この行の値は

$$(E)-(A)-(B)-(C)$$

として求める．（D）の自由度は直線回帰分析の場合は常に1である．第4表の（A）から（D）までの各行の SS（偏差平方和）を DF（自由度）で割って MS（平均平方）が出る．（A）の行の 342.7 が検定に用いるべき残差分散である．

第3表

		Sx^2	Sxy	Sy^2	b	SSR	SSE	DF
総計	85	19635	20083	2070577	10.190	2038783	31794 (E)	83
層間	5	1588	18001	205100	11.335	204054	1046 (C)	3
層内		18047	182082	1865477	10.089	1837025	28452 (A)+(B)	

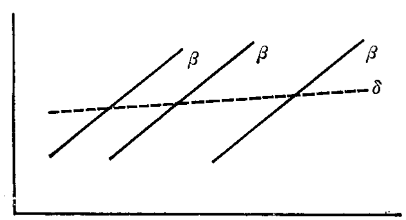
第4表

要因	SS	DF	MS
(A)	25703	75	342.7
(B)	2749	4	687.3
(C)	1046	3	348.6
(D)	2296	1	2296.0*
(E)	31794	83	

(B) は各年の回帰係数 b_i の同一性を検定する項で，687.3/342.7=2.05 を自由度 4～75 の F 分布で検定すると 5% 有意水準で有意でないから，毎年の b_i の間には有意な喰違いは存在せず，これらはすべて同一の母集団値をもつとみなしても差支えない．この母集団値を β とする．

(C) は年平均値回帰の直線性を検定するもので，348.8/342.7=1.09 を自由度 3～75 の F 分布で検定すると 5% 有意水準で有意ではないから，年平均値の回帰を直線とみなすことができる．この回帰の母集団回帰係数を δ とする．

これら二つの検定を通過した後に (D) を用いる検定に進む．これは $\beta=\delta$ という仮説を検定するもので，各年についての母集団回帰線の方向係数が同一で，しかも平均値回帰のそれと一致するならば，すべての母集団回帰線は完全に一致する．($\beta \neq \delta$ の場合の下図参照)



ところが，第4表の (D) を用いて 2296.0/342.7=6.69 を自由度 1～75 の F 分布で検定すると，5% の有意水準で有意となるから，年別を無視してすべての回帰がただ一つの同一母集団回帰から出たものであるという仮説は棄却される．

従って結論としては，第1表に見られる b_i の年次変化は一見するところ体系的変化を示しているようであるが，この程度の年数の資料では未だ統計的変動に紛れてしまうために，b_i の体系的変化を突き止めることができず，b_i は 5 年間を通じて同一の母集団値をもつとみなしてもよい．従って (1) 式で示されるエンゲル直線（ただし説明変数の方は対数化してある）の方向係数については年次変化がなく，年と共にエンゲル直線は平行移動をしているに止まることが分る．この平行移動の大きさは，むろん第1表の a_i の値に反映されている．

5 年間全体を通じて a_i に有意な喰違いが認められるとしても，任意に選んだ 2 ヵ年の a_i の間に有意な差違があるとは限らない．この点を明かにするためには，

$$a_i=\bar{y}_i-b_i\bar{x}_i$$

の分散を計算する必要がある．(2) 式の ϵ_{ijh} の母分散を σ^2 とするとき，

$$\mathrm{var}(\bar{y}_i)=\sigma^2/N_i$$

$$\mathrm{var}(b_i)=\sigma^2/\sum_{j=1}^{Ki}N_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2$$

で $\bar{y}_i$ と b_i は独立な正規分布に従うから，a_i も正規分布に従い，その分散は

$$\sigma^2\left\{\frac{1}{N_i}+\frac{(\bar{x}_i)^2}{\sum_{j=1}^{K_i}N_{ij}(x_{ij}-\bar{x}_i)^2}\right\}$$

となる．この括弧内第1項の N_i は第1表に，第2項の分母は Sx^2 として第2表に示されている．σ^2 の推定値としては第4表の自由度75の342.7を使うことができるから，例えば1960年と1961年とで a_t に有意差があるかどうかを見るには，

$$-20.44-(-23.01)=2.57$$

と

$$\left[(342.7)\left(\frac{1}{28571}+\frac{1}{28320}+\frac{(4.728)^2}{3704}+\frac{(4.815)^2}{3760}\right)\right]^{1/2}=2.05$$

との比を求め，自由度75の t 分布で検定すればよい．結果は5% 有意水準で有意でないから，両年の a_t 間にははっきりした喰違いは存在しない．同じようにして1958年と1961年とで a_t の間に喰違いが存在するかどうかを検定すると5% 有意水準で有意な差違の存在することが分る．自由度75の t 分表の5% ポイントの値は約2.00であり，上記のように t の値を求めるとき分母にくる値もおよそ2の近くであるため，大体の目安としては a_t の間に4.00位の差がないと5% 水準で有意にならない．

なお今の場合，t 分布の両側検定を用いたのは対比される2ヵ年の a_t について，どちらが大きくてどちらが小さいかを問わない立場であるが，もしエンゲル直線が横座標の正の方向へ平行移動して a_t が年と共に減少するという立場から検定を行なうならば，t についての片側検定を用い，5% 有意水準での t の値は t 分布表の10% ポイントの値（自由度75で約1.76）を用いるべきである．このときは1958年から1961年，1958年から1962年，1959年から1961年への推移も5% 有意水準で有意となるであろう．

第2例は日本銀行貸出金の増減を財政資金の撤超又は揚超と全国銀行貸出金の増減によって説明しようとする例である．

z を日本銀行貸出金の対前月増加額（減少ならば z は負），u_1 を財政資金の撤超額（揚超ならば u_1 は負），u_2 を全国銀行貸出金の対前月増加額（減少ならば u_2 は負）とする．時点 t における各変数の値を $z(t)$，$u_1(t)$，$u_2(t)$ で示すとき，

(3)　$$z(t)=a+b_1u_1(t)+b_2u_2(t)+w(t)$$

とし，残差 $w(t)$ については一階の自己回帰

(4)　$$w(t)=-w(t-1)+\epsilon(t)$$

を想定し，$\epsilon(t)$ は各時点について独立で母平均0，母分散 σ^2 の正規分布に従うと考える．(4) の式を前提したのは，統計技術的には，(3) をあてはめて回帰分析を行なってみると残差が交替的に正負正負となるような体系的な動きが見られること，一階の自己回帰としては右辺 $w(t-1)$ の係数を決めておけば取扱いが簡単であることによるが，(4) 式の具体的な経済的意味は，$a+b_1u_1(t)+b_2u_2(t)$ で示されるいわば「正常な」日銀貸出増加額を越えて日銀がその貸出を行ない $w(t)$ が正になると，それだけの超過分は翌月の日銀貸出の際に修正して，本月と翌月との2ヵ月を通じて「正常な」日銀貸出増加を維持しようとするような日銀の行動を示すことになる．$t-1$ 時点につ

いての (3) と t 時点についての (3) とを辺々相加えて (4) を用いると，

$$z(t-1)+z(t)=2a+b_1\{u_1(t-1)+u_1(t)\}+b_2\{u_2(t-1)+u_2(t)\}+\epsilon(t)$$

が出て，

$$\begin{cases} y(t)\ =z(t-1)+z(t), \\ x_1(t)=u_1(t-1)+u_1(t), \\ x_2(t)=u_2(t-1)+u_2(t), \end{cases}$$

とおくと，

$$y(t)=a+b_1x_1(x)+b_2x_2(t)+\epsilon(t) \tag{5}$$

を得る．

y および x_1 については，日本銀行統計局編『本邦経済統計』の「日本銀行券発行の径路」(昭和 31 年報まで) と「日本銀行券発行還収要因」(昭和 32 年報以降) により，x_2 については，同じ資料の「全国銀行勘定」によって，その値を求めた．計算単位はすべて億円である．

次に計算の期間としては次の 4 つを用いる．

I　1951 年 8 月から 1952 年 9 月までの朝鮮戦争休戦に伴う動乱景気の下降期　14 カ月

II　1952 年 10 月から 1953 年 12 月まで景気上昇期　15 ヵ月

III　1954 年 1 月から 1955 年 6 月までの景気下降期　18 ヵ月

IV　1955 年 7 月から 1957 年 5 月までのいわゆる神武景気上昇期　23 ヵ月

以上の景気上昇期・下降期の区分に当っては日本銀行統計局『わが国の景気変動指標』(昭和 34 年 9 月) を参考にした．第II期の終りを示す第 1 回金融引締は 1953 年 10 月に行なわれているが，上記の統計資料の u_1 についての値は 1953 年末を境にしてその前後でかなり性格が違うように思われるので，第II期と第III期の境を同年 10 月末とせずに 12 月末とした．なおこの時点で資料が一旦連続性を失うと考えたから，z, u_1, u_2 から移動和をとって y, x_1, x_2 を作るとき，第III期の観測数は 18 でなく 17 となっている．

これら 4 期間に対して (5) をあてはめて計算した結果は第 5 表の通りである．この表に示された各期の回帰平面の間に有意な差違があるか否かを研究するのが重共分散分析法の課題である．

そのためには先ず各期についての回帰分析で得られる値を第 6 表のようにまとめる．

各期についてサンプルの大きさを n とするとき，

$$\bar{x}_i=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}x_i(t),\quad \bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}y(t),$$

$$S_{ij}=\sum_{t=1}^{n}(x_i(t)-\bar{x}_i)(\bar{x}_j(t)-\bar{x}_j),$$

$$S_{iy}=\sum_{t=1}^{n}(x_i(t)-\bar{x}_i)(y(t)-\bar{y}),$$

$$S_{yy}=\sum_{t=1}^{n}(y(t)-\bar{y})^2,\qquad (i,j=1,2)$$

であり，SSR, SSE の意味は第 2 表の場合と同じである．第 6

第5表

期間	サンプルの大きさ	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{y}$	a	b_1	$\hat{\sigma}(b_1)$	b_2	$\hat{\sigma}(b_2)$	$\bar{r}^2$	Neuman比	分散不偏推定値
I	14	40.4	961.0	134.1	−186.9	−0.349	0.106	0.349	0.265	0.506	1.03	41270
II	15	186.2	953.9	21.1	−122.0	−0.492	0.061	0.246	0.160	0.822	1.13	28355
III	17	98.1	323.1	−139.3	−159.0	−0.623	0.048	0.250	0.160	0.937	0.97	18552
IV	23	34.6	1226.7	78.4	−370.8	−0.419	0.042	0.378	0.045	0.888	1.25	32902

(注意)　$\hat{\sigma}(b_i)$ は b_i の標準偏差推定値．$\bar{r}^2$ は自由度修正ずみの決定係数．

第6表

期間	サンプルの大きさ	S_{11}	S_{12} / S_{22}	S_{1y} / S_{2y}	S_{yy}	SSR	SSE	DF
I	14	3866600	−355800 619800	−1473500 340300	1086900	633000	453900	11
II	15	8573500	1096800 1241800	−3947600 −233900	2224600	1884300	340300	12
III	17	13214300	2453700 1181100	−7620100 −1233600	4699200	4439500	259700	14
IV	23	18831300	−473400 16511000	−8066000 6439200	6470300	5812200	658100	20
計	69	44485700	2721300 19553700	−21107200 5312000	14481000	12769000	1712000 (A)	57

第7表

	サンプルの大きさ	S_{11}	S_{12} / S_{22}	S_{1y} / S_{2y}	S_{yy}	b_1 / b_2	SSR	SSE	DF
総計	69	44728500	2257600 27755100	−21279600 7413800	15172200	−0.491 0.307	12730300	2441900 (E)	66
層間	4	242800	−463700 8201400	−172400 2101800	691200	−0 248 0.242	551900	139300 (C)	1
層内		44485700	2721300 19553700	−21107200 5312000	14481000	−0.495 0.341	12263800	2217200 (A)+(B)	

表の4つの時期についての和を同表の最下行に記し，S_{ij}，S_{iy}，S_{yy} の値をそのまま第7表最下行に移す．

第6表最下行の SSE の欄の和を (A) として自由度と共に第8表に転記する．

第7表最下行に移された値を用いて，

$$44485700\ b_1+\ 2721300\ b_2=-21107200$$
$$2721300\ b_1+19553700\ b_2=\ \ 5312000$$

を解き，

$$b_1=-0.495,\qquad b_2=0.341$$

が出る．その行の SSR は

$$(-0.495)(-21107200)+(0.341)(5312000)$$

として計算され，その行の S_{yy} からこの SSR を引いて SSE が出る．これから (A) の値を引いて (B) が求められ，第8表へ記す．(B) の自由度は

(説明変数の個数)×(期間の数マイナス 1)=2×(4−1)=6

である．

4 つの期間のデータ 69 個に対して平面回帰分析を行なって第7表の (E) が求められ，4 つの各期間平均値に対して各期のサンプルの大きさで加重した平面回帰分析を行なって同表の (C) が出る．これら両者をそれぞれの自由度と共に第8表に移し，その表 (D) の数値は引き算で求める．念のためにこの表の自由度を一般の場合について記すと，全サンプル数を N，説明変数の個数をK，期間の数を T とすれば，自由度は上から順に，$N-T(K+1)$，$K(T-1)$，$T-K-1$，K，$N-K-1$ である．

第8表で平均平方を求め，層内のバラツキを示す (A) の平

第8表

要因	SS	DF	MS
(A)	1712000	57	30035
(B)	505200	6	84200*
(C)	139300	1	139300
(D)	85400	2	42700
(E)	2441900	66	

均平方を誤差項に用いて検定する．まず (B) については 84200/30035=2.83 が自由度 6～57 の F 分布の 5% 有意水準で有意となり，4 つの期間の間では回帰係数ベクトル$\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$について有意な差が存在する．(C) については，139300/30035=4.64 が自由度 1～57 の F 分布で有意でないから，層平均値の回帰は平面とみなしてよい．(B) の検定で$\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$は全期間を通じて同一とみなし得ないから，(D) を用いての検定へ進むことができない．

4 つの期間の間でベクトル$\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$が喰違うとしても，どちらか一方または双方の成分ともに有意に喰違うのかという疑問が残る．b_1 についての喰違いの検定法について述べると次のようになる．第 6 表の各期間に関する$\begin{pmatrix}S_{11}&S_{12}\\S_{12}&S_{22}\end{pmatrix}$の逆行列を$\begin{pmatrix}C_{11}&C_{12}\\C_{12}&C_{22}\end{pmatrix}$とし，各期について計算した第 5 表の b_1 の値と，第 7 表最下段で求めた b_1 の値 -0.495 とを用いて，各期について

$$(b_1-(-0.495))^2/C_{11}$$

(ただし b_1 は第 5 表の値で C_{11} はその b_1 が属する期についての値である) を求め，これを全期間に亘って合計する．第 I 期から第IV期までの C_{11} の値は，$(0.2731)10^{-6}$，$(0.1315)10^{-6}$，$(0.1232)10^{-6}$，$(0.0531)10^{-6}$ であるから，

$$(-0.349+0.495)^2/(0.2731)10^{-6}$$
$$(-0.492+0.495)^2/(0.1315)10^{-6}$$
$$(-0.623+0.495)^2/(0.1232)10^{-6}$$
$$(-0.419+0.495)^2/(0.0531)10^{-6}$$

の合計を求めて約 321200 となる．

この自由度は $4-1=3$ (一般には $T-1$) であり，平均平方は 321200/3=107066 となる．自由度 57 の誤差分散 30035 を用いて検定すると 107066/30035=3.56 は自由度 3～57 の F 分布を用いて 5% 有意水準で有意となる．従って偏回帰係数 b_1 の値には 4 つの期間の間で有意な喰違いが存在する．同じようにして b_2 の間の喰違いを検定すると，これについては有意な喰違いの存在は認められない．

4 つの時期の b_1 の間では有意な差違の存在が分ったが，任意に選んだ 2 つの時期の b_1 の間に差が存在するかどうかを見るには次のようにする．たとえば第 I 期と第III期の b_1 の間に差があるか否かを見るには，両者の間に差がないという帰無仮説のもとで両者の差 $-0.349-(-0.623)=+0.274$ が，さきの C_{11} の値を用いて，母平均 0，母分散 $\sigma^2\{(0.2731)10^{-6}+(0.1232)\times10^{-6}\}=\sigma^2(0.3963)10^{-6}$ の正規分布に従うことを用いる．母分散 σ^2 の推定としてはむろん第 8 表の (A) から出る自由度 57 の 30035 を用いる．$0.274/\sqrt{(30035)(0.3963)10^{-6}}=2.51$ を自由度 57 の t 分布で検定すると 5% 有意水準で有意となる．同様にして第III期と第IV期の b_1 の間にも 5% 有意水準で有意な差

が存在する．他の任意の2つの時期をとってみてもその間には b_1 の有意差はない．

このようにして4つの時期を通じて全国銀行貸出額の増減が日銀貸出額の増減に及ぼす影響を示す b_2 の方には目立った差違は認められないけれども，財政資金の撒超または揚超額が日銀貸出額の増減に及ぼす影響を示す b_1 については4つの時期の間で有意な差違が認められること，殊に 1953 年 10 月の第 1 回金融引締後の下降期に財政資金の撒超額が日銀貸出額の対前月増加率に及ぼした影響には何らか特異なものがあるのではないかという結論になる．

本ノートでは共分散分析法の計算手続きを二つの実例について述べたが，この方法の基礎理論については，拙稿「正規回帰理論における共分散・重共分散析法」一橋大学研究年報『経済学研究』5 (1961 年) 所収　を参照していただきたい．

（**後記**）本ノートで用いた計算例は，『自然科学研究年報』へ執筆すべき論文のために計算を始めたものの一部であるが，今迄のところ満足すべき結果が得られないので，同年報への執筆を諦め，本稿のような形で中間結果をまとめることにした．このため『自然科学研究年報』編集委員を始め，同年報への執筆者に多大の御迷惑をかけたことをおわびしたい．

計算に当っては本学産業経営研究所の HIPAC 101 を利用させていただいた．関係者各位の御厚意に深く感謝する．

（一橋大学教授）