生産數量指數の經濟的意味について

山田 勇

一 緒 論

生産數量指數の問題は、從來、物價指數論に於ける程、世の注意を惹くことが出来なかつた。それは、經濟が價格を中心にして動く、と云ふ簡單な表現の中にその理由を求めることが出来るであらう。しかしながら一九二九年の世界經濟恐慌以來、特に最近に於ける戰時經濟に於て、一方過剰生産の打解策として、他方生産力擴充政策として、貨幣的統制が常に財の生産に規制せられ、之を離れては、最早その存在の意義を失ふに至つたことは今更云ふまでもない。茲に更めて生産數量指數の、經濟政策の要具としての、新しい意味が見られるであらう。

然らば云ふところの生産數量指數 (index of physical production, Produktionsindex) とは何か。此一見甚だ容易なる問題が、實は我々をして、極めて險阻なる暗礁へと押しやるのである。

一般に「生産數量指數とは二時點に於ける生産數量の變化の比(註し)」と云ふやうに理解せられるであらう。かゝる生産數量指數の定義を以て、満足出来るか、否か、は甚だ疑問とするところである。蓋し此場合、生産數量は、これに直

接關聯する生産費若しくは一般物價と相互に依存關係を保つと考へる方が、より現實の事態に即應するからである。フリツシエ (R. Frisch) の言葉を藉りて云へば、「數量と價格とは函數的關係にある」と考へる方が、より妥當であるからである。^(註2) 然らば何故に從來の生産數量指數に於て、かくの如き考慮が拂はれなかつたか。それは専ら生産數量指數なるものを、單に數學的、形式的、更に云ひ換へれば、所謂原子論的にのみ局限して論じ來つたためである。従つて、此問題を、經濟的意味を附與せられた指數によつて、解決することが、我々に課せられた務めである。本稿に於て、我々の誘導した、經濟的な意味を有する、或は別の言葉を用ふれば、函數論的な、生産數量指數を、假に經濟技術的生產數量指數と名附けるならば、かゝる指數の意味するところは次の如くである。即ち「生産數量指數とは、基準比較兩時點の名目的生産費が相等しい場合に於ける、兩時點の生産數量の比」を云ふ。

今函數論的物價指數論に於ける物價指數の定義を考へれば、「0時點に於て一定の満足を得るに要する支出 p_0 と、1時點に於てこれと同程度の満足を得るに要する支出 p_1 との比」であり、従つて、此定義による物價指數 P_{01} は

$$P_{01} = \frac{p_1}{p_0} \quad (1)$$

である。此場合 p_0 と p_1 とは等價 (equivalent, gleichwertig) であると云ふ^(註3)。然らば、之に對應する生産數量指數は如何に定義せられるか。次に之について述べる。

「生産數量指數 Q_{01} とは、0時點に於て一定の名目的生産費を投下して得たる生産數量 q_0 と、1時點に於てこれと同じ名目的生産費を投下して得たる生産數量 q_1 との比」であり、従つて

生産數量指數の經濟的意味につらへ

$$Q_1 = \frac{q_1}{q_0}$$

(2)

となる。此場合の q_1 とは等價である。

(1) 式によつて定義せられた物價指數の概念より、(2) 式によつて定義附けられた生産數量指數へと移り行くときは、その受ける感じは逆である。この逆の感じにこそ、正に數量指數の物價指數と本質的に異なる所以が存在するのである。尙生産數量指數に於て、 q_0 と q_1 とが等價であると云ふ定義はワルトに於ても見られる。^(註4)

以下、本稿に於ては、先づ在來の原子論的生產數量指數を一瞥し、然る後にワルトの函數論的生產數量指數を紹介批判し、更に我々の得たる經濟技術的生產數量指數について述べることにする。

(註1) J. W. F. Rowe : The Physical Volume of Production (London and Cambridge Economic Service, Special Memorandum, No. 8, 1924) p. 3.

A. F. Burns : The Measurement of the Physical Volume of Production. (Quarterly Journal of Economics, Vol. 44, 1930.) p. 246

F. F. Penrose : Food Supply and Raw Materials in Japan, 1930, p. 11.

League of Nations : Indices of Industrial Production. (Studies and Reports on Statistical Methods No. 6, 1929.) p. 6.

名古屋高等商業學校產業講習會著「本邦生産發見指數總覽」昭和八年 p. 2.

(註2) R. Frisch : Annual Survey of General Economic Theory : The Problem of Index-Numbers. (Econometrica, Vol. 4, 1936) p. 3.

(註3) Frisch : *Ibid.*, p. 11. 森田優三教授著「物價變動の測定」昭和十五年 p. 33.

40 或は (3) 式を變形して

$$Q_{01} = \frac{h_0^1 q_0^1 \left(\frac{q_1^1}{q_0^1} \right) + h_0^{11} q_0^{11} \left(\frac{q_1^{11}}{q_0^{11}} \right) + \dots + h_0^{(n)} q_0^{(n)} \left(\frac{q_1^{(n)}}{q_0^{(n)}} \right)}{h_0^1 q_0^1 + h_0^{11} q_0^{11} + \dots + h_0^{(n)} q_0^{(n)}} \quad (4)$$

(4) 式の意味するところは次の如くである。即ち (4) 式は個別的生産數量指數 $q_1 q_0$ の、基準時點に於ける生産額 $h_0 q_0$ を秤量値とする、秤量算術平均である。

(3) (4) 兩式に於ける特徴は、その計算が秤量平均としては最も簡單であることであるが、その反面、これは比較時點に於ける生産額の變化を考慮してゐない點が缺點である。指數が長期に亙る變動をその對象とする結果、各時點に於ける財相互間の重要性の一測度としての比較時點の生産額を、考慮外におくことは、全く許し難い缺點と云はねばならぬ。

(3) 若しくは (4) 式を實際に用ひて生産數量指數を算出してゐるものに國際聯盟の指數がある。^(註3)

(2) パーシェ式 (Paasche formula)

此場合には、パーシェの物價指數算式の價格と數量の置換式となるから、結局次の如きものとなる。即ちパーシェの生産數量指數は、兩時點に於ける數量に、比較時點に於ける價格を秤量値として乘じたる積の總和の比

$$Q_{01} = \frac{q_1^1 p_1^1 + q_1^{11} p_1^{11} + \dots + q_1^{(n)} p_1^{(n)}}{q_0^1 p_1^1 + q_0^{11} p_1^{11} + \dots + q_0^{(n)} p_1^{(n)}} \quad (5)$$

である。^(註4)

(5) 式の (3) 式と異るところは、その秤量値にある。即ち前者の秤量値は、前述の如く、比較時點に於けるものであるに對し、後者の秤量値は基準時點に於けるものである。従つて (5) 式の場合に於ても、(3) 式の場合と趣を同じくして、基準時點に於ける價格の大きさが考慮外にあると云ふ缺點を伴ふ。しかしながら翻つて考へるに、(3) 式より誘導せられる (4) 式に於ける秤量値 q_0 は、基準時點に於ける生産額であるから、計算に當つて常に一定であり、その意味に於て、先にも觸れた如く、固定秤量値であつて、その時々に移り行く財相互間の重要性を無視するものであるが、(5) 式に於ては、之に反して、秤量値が常に比較時點に於ける生産額を以て表はされる結果、かゝる不合理性は認められない。何となれば、(5) 式は更に次の形に變形し得られるからである。

$$Q = \frac{p_{11}^1 y_{11}^1 + p_{12}^1 y_{12}^1 + \dots + p_{1n}^1 y_{1n}^1}{p_{11}^0 y_{11}^0 + p_{12}^0 y_{12}^0 + \dots + p_{1n}^0 y_{1n}^0} \quad (6)$$

此式の意味するところは、パーシェ式は、個別的生産數量指數 q_1 q_0 を比較時點に於ける生産額を秤量値として、調和平均したる結果に外ならない。従つて此場合には、常に移行く比較時點の生産額が秤量値として採擇せられてゐるところに、固定秤量値に關する、ラスパイレズ式に對する非難は免れることとなる。

さて、パーシェ式に於ても、基準時點に於ける生産額に無關係と云ふ、秤量値に關する不合理性を有するのであるから、かゝる缺點を除く目的を以て、他方、(3) (5) 兩式の偏倚性を中和する目的を以て、兩式を平均すること
41
が考へられる。しかしして此場合の平均法としては、幾何平均が用ひられる。蓋し、算式の交叉には、原則として、幾

生産數量指數の經濟的意味について

42 何平均が最も理想的であるからである。之が即ち「理想的」算式である。

(3) 「理想的」算式 ("Ideal" formula)

先づ公式を先に示せば

$$Q_m = \sqrt{\frac{q_1' p_0' + q_1'' p_0'' + \dots + q_1^{(n)} p_0^{(n)}}{q_0' p_0' + q_0'' p_0'' + \dots + q_0^{(n)} p_0^{(n)}} \cdot \frac{q_1' p_1' + q_1'' p_1'' + \dots + q_1^{(n)} p_1^{(n)}}{q_0' p_1' + q_0'' p_1'' + \dots + q_0^{(n)} p_1^{(n)}}} \quad (7)$$

(7) 式はフィッシャー (I. Fisher) の所謂「理想的」算式に於ける價格と數量とを置換した値である。我々は之を假に「理想的」生産數量指數算式と名附けよう。之が何故に「理想的」であるかはフィッシャー自身の説明に譲る(註7)こととして、(7) 式が實際の計算に當つて、如何に繁瑣であるかは、想像に難くないであらう。

(4) エッジワース式 (Edgeworth formula)

(3) (5) 兩式の秤量値が、基準、比較兩時點の何れか一方を逸脱してゐると云ふ不合理性を除去するものとしてエッジワース式がある。即ち此場合は (3) (5) 兩式に於ける秤量値の算術平均を以て新しい秤量値とするものである(註7)。

$$Q_m = \frac{(p_0' + p_1') q_1' + (p_0'' + p_1'') q_1'' + \dots + (p_0^{(n)} + p_1^{(n)}) q_1^{(n)}}{(p_0' + p_1') q_0' + (p_0'' + p_1'') q_0'' + \dots + (p_0^{(n)} + p_1^{(n)}) q_0^{(n)}} \quad (8)$$

(8) 式は、兩時點に於ける秤量値を共に考慮したる (7) 式と比較して、著しく簡單であり、更に最も強調すべきことは、我々が後に誘導せんとする經濟技術的生產數量指數と全然同一の式となることこれである。しかも (8)

式はボーンイ (A. L. Bowley) が函數論的に誘導した物價指數算式に於て、價格と數量とを逆に置換した式に等し
 のであつて、原子論的生產數量指數に於て最も推奨せらるべき算式たる資格を失はないのである。

(5) モントゴメリー式 (Montgomery formula)

形式的數學的整形性を最もよく具備したと考へられるものにモントゴメリー式^(註8)がある。モントゴメリー (J. K. Montgomery) に於ては、一般に、指數を以て總金額の變化を測定するには、兩時點に於ける總金額の比 $\sum p_1 q_1 : \sum p_0 q_1$ のみならず、その差 $\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ も亦その算式中に包含せらるべしとする前提^(註9)の下に、一定の數學的條件^(註10)に適合する算式として、次式を誘導してゐる。

$$Q_M = \frac{\left(\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \right)^{\frac{\log \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{\log \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}} \sum (p_1 q_1 - p_0 q_0)}{\sum (p_1 q_1 - p_0 q_0)} \quad (9)$$

此算式によるときは、たとへ近似的なる場合があるとは云へ、普通一般に考へられる數學的テストには殆んど全部合格すると云ふ特徴を有する一方、實際の計算の場合に於ける繁瑣は、フィッシャーの「理想的」算式(7)を遙かに凌駕すると云ふ看過すべからざる缺點を伴つてゐるので、未だ充分その實用的價値が認められるに至つてゐない。

(6) ロウ式 (Rowe formula)

(4) 式に於て、基準時點に於ける生産額 $p_0' q_0', p_0'' q_0'', \dots, p_0^{(n)} q_0^{(n)}$ の代りに、任意の常數 $w', w'', \dots, w^{(n)}$ を用ひれば次式を得る。

生産數量指數の經濟的意味につて

$$Q_{01} = \frac{q_{01}^I w_{01}^I + q_{01}^{II} w_{01}^{II} + \dots + q_{01}^{(n)} w_{01}^{(n)}}{w_{01}^I + w_{01}^{II} + \dots + w_{01}^{(n)}} \quad (10)$$

(10) 式はロウ (J. W. F. Rowe) が生産數量指數作成の場合に用いた算式である。^(註12) 彼は w の決定に當り一定年度 (一九〇七年) に於ける生産額を以てしてゐるから、形式的には (4) 式と同一の形である。即ち (10) 式は個別的生産數量指數の秤量算術平均を示すものである。此式に於て用ひられる固定秤量値に對しては、(3) 式若しくは (4) 式に對すると同様の注意が必要である。

(7) ペンローズ式 (Penrose formula)

原子論的指數の最後にペンローズ式を考へる。^(註13) (4) 式又は (10) 式が秤量算術平均であるに對し、こゝに於ては秤量幾何平均の主張せられるところに、その特徴がある。ペンローズ (E. F. Penrose) が何故に幾何平均を採用したかの理由は、一般に幾何平均が他の平均に對して有する特質より發見し得ること勿論であるが、特に此平均によるときは、基準の變更が容易であると云ふ點を重視する。^(註14) 然らばペンローズ式は如何なる形か。之を次に示す。

$$Q_{01} = \frac{p_{01}^I q_{01}^I + p_{01}^{II} q_{01}^{II} + \dots + p_{01}^{(n)} q_{01}^{(n)}}{\sqrt{\left(\frac{p_{01}^I}{q_{01}^I}\right) \left(\frac{p_{01}^{II}}{q_{01}^{II}}\right) \dots \left(\frac{p_{01}^{(n)}}{q_{01}^{(n)}}\right)}} \quad (11)$$

(11) 式に於ても、その秤量値 $p_{01}^I, q_{01}^I, p_{01}^{II}, q_{01}^{II}, p_{01}^{(n)}, q_{01}^{(n)}$ が一定である結果、(4) 式又は (10) 式と同様、比較時點に於ける各財相互間の重要度を無視することとなる。此式を用ひて計算したものには、前註のペンローズの農産物生産數量指數以外に、同氏の鑛産物生産數量指數及び動物性食料品の生産數量指數並びに名古屋高等商業學校産

業調査室生産數量指數がある^(註16)。

以上によつて、原子論的生產數量指數算式の重要なものについての説明を終つた^(註17)。然らばその指數の經濟的意味は如何、と云ふ指數論上最も重要な課題に對して解決を與へることは以上の指數を以てしては全く不可能である。さればと云つて此等を見視することも亦不當である。蓋し、此等は、一方に於て、歴史の意味を有すると同時に、他方に於て、我々の場合も同様であるが、函數論的指數論に屢々重要な示唆を與へることが可能であるからである。しかして此等原子論的生產數量指數算式のうち、ヘツヂウ・マーン式(8)が、兩時點の秤量値を考慮すると共に、その計算の簡單なる點^(註18)に於て、他の何れの數量にも勝る特質を強調する。このことは、更に我々の考察する經濟技術的生產數量指數算式と考へ併せて興味ある結論に我々を導くであらう。

(註1) W. E. Leonard: An Index of Changes in Extractive Industries. (Journal of the American Statistical Association, Sept. 1913.) 尙數量指數の歴史については又を参照のこと。

A. F. Burns: The Measurement of the Physical Volume of Production. (Quarterly Journal of Economics, Vol. 44, 1930.) pp. 242-243.

(註2) G. W. Walsh: The Measurement of General Exchange Value, 1901. p. 558.

(註3) League of Nations: Indices of Industrial Production. (Studies and Reports on Statistical Methods, No. 6, 1939.) pp. 12-13.

(註4) Walsh: *ibid.* p. 559.

(註5) I. Fisher: The Making of Index Numbers, 1923. p. 174.

生産數量指數の經濟的意味について

一 橋 論 叢 第七卷 第四號

- (註9) Fisher : *ibid.*, pp. 220-225.
- (註10) F. Y. Edgeworth : *Papers Relating to Political Economy*, Vol. 1, 1925, pp. 213-215.
- (註11) J. K. Montgomery : *The Mathematical Problem of the Price Index*, 1937.
- (註12) Montgomery : *ibid.*, p. 4.
- (註13) Montgomery : *ibid.*, pp. 8-28.
- (註14) R. Frisch : *Annual Survey of General Economic Theory : The Problem of Index Numbers*. (*Econometrica*, Vol. 4, 1936.) p. 5.
- (註15) J. W. F. Rowe : *The Physical Volume of Production*. (London and Cambridge Economic Service, Special Memorandum, No. 8, 1924.) p. 4.
- (註16) E. F. Penrose : *Food Supply and Raw Materials in Japan*, 1929, p. 18.
- マハロー氏「日本農産物の生産数量指数に就く」(商業經濟論叢第五卷 pp. 470-476.) (名古屋高等商業學校産業調査室「本邦農産物の生産数量指数に就く」昭和二年 pp. 12-18.)
- (註17) Penrose : *ibid.*, p. 18.
- (註18) 「日本鐵産物の生産数量指数」(商業經濟論叢第六卷下冊 pp. 157-197.) (名古屋高等商業學校産業調査室「本邦鐵産物の生産数量指数」昭和四年) 「日本に於ける動物性食料品の生産」(商業經濟論叢第七卷上冊 pp. 185-204.)
- (註19) 「本邦生産数量指数總覽」昭和八年
- (註20) その他の重要文献として以下の論文がある。E. E. Day : *The Physical Volume of Production in the United States for 1922*. (*Review of Economic Statistics*, July, 1923.)
- (註21) マハロー (W. T. Foster) は、之に對應する物價指數算式が、計算の迅速性と、正確度に於て、推奨せらるべき

三 ワルトの「函數論的生産數量指數

以上の原子論的生産數量指數が單に形式的且數學的であるに對して、函數論的生産數量指數は、その指數に經濟的意味を附與せしめんとするところに、その特質を有すること、既に屢々説明し來つたところである。かくの如き生産數量指數の經濟的意味に世の注意を喚起したものはワルト (A. Wald) ^(註一) である。しかしながら、彼も亦函數論的生産數量指數の導出に積極的であつたと云ふよりも、寧ろ生産數量指數の數學的條件の問題にとらはれ過ぎてゐると云つた方が妥當であらう。然らば彼の理論が何故に函數論的であるか。その理由は後述するところを俟つて明かとなるであらう。従つて本節に於ては、先づ、彼の理論を紹介し、然る後之に若干の批評を加へることゝしよう。

最初に、彼はフィツシャーの數學的指數選擇標準 ^(註二) は次の二點に於て是認し難いものと考へる。即ち、一、フィツシャーの標準は經濟的に基礎附けられてゐないこと、二、彼の標準を満足する算式は無數に存在し、従つてそれらから一つの算式を摘出する理論的根據を缺如すること、これである ^(註三)。然らば、此場合、彼に於ては、如何なる公理が存在するか。以下之についで述べる。

今商品 $G_1, \dots, G_n$ の t 時點に於ける生産數量を夫々 $q_0^t, \dots, q_n^t$ 、 t 時點に於ける生産數量を夫々 $q_1^t, \dots, q_n^t$ とし、且 n の商品の組合せ (Güterkombination) を $A_0 = (q_0^t, \dots, q_n^t)$ 及び $A_1 = (q_1^t, \dots, q_n^t)$ とすれば、此等 A_0 及び A_1 の函數 $\phi(A_0, A_1)$ が所謂生産指數 (Produktionsindex) である。 A_0 と A_1 とが等價性 (Gleichwertigkeit) 生産數量指數の經濟的意味について

48

を保つか否かを符號を以て示し、之を夫々 $A_0 \sim A_1, A_0 \not\sim A_1$ とす。
 さて等價性即ち $A_0 \sim A_1$ は次の如き條件を必要とする。

(I) $A_0 = (q_0', \dots, q_0^{(n)})$ 及び $A_1 = (q_1', \dots, q_1^{(n)})$ が $q_0' = q_1', \dots, q_0^{(n)} = q_1^{(n)}$ なる如き條件を満足する二つの組合せならば $A_0 \sim A_1$ である。

(II) $A_0 \sim A_1$ ならば $A_1 \sim A_0$ である。

(III) $A_0 \sim A_1$ 及び $A_1 \sim A_2$ ならば $A_0 \sim A_2$ である。

(IV) $A_0 = (q_0', \dots, q_0^{(n)})$ 及び $A_1 = (q_1', \dots, q_1^{(n)})$ が $q_0^{(i)} \vee q_1^{(i)}$ ($i = 1, \dots, n$) 及び $q_0' + \dots + q_0^{(n)} \wedge q_1' + \dots + q_1^{(n)}$ なる如き條件を満足する二つの組合せならば $A_0 \not\sim A_1$ である。

(V) $A_0 = (q_0', \dots, q_0^{(n)})$, $B_0 = (r_0', \dots, r_0^{(n)})$ 及び $A_1 = (q_1', \dots, q_1^{(n)})$ が $q_0^{(i)} \vee q_1^{(i)}$ ($i = 1, \dots, n$),

$r_0^{(i)} \vee q_1^{(i)}$ ($i = 1, \dots, n$) なる如き二つの條件を満足するならば A_0 から B_0 に移る場合 $C_0 \sim A_1$ なる如き組合せが存在する。

更に指數算式 $Q(A_0, A_1)$ は次の如き條件を満足しなければならぬ。

(I) $A_0 \sim A_1$ ならば $Q(A_0, A_1) = 1$ である。

(II) $B_1 \sim A_1$ ならば $Q(A_0, A_1) = Q(A_0, B_1)$ である。

(III) $A_0 = (q_0', \dots, q_0)$ 及び $A_1 = (q_1', \dots, q_1^{(n)})$ が二つの組合せであつて、 $\lambda q_0' = q_1', \dots, \lambda q_0^{(n)} = q_1^{(n)}$ ならば $Q(A_0, A_1) = \lambda$ である。

茲で次の命題が容易に理解せられるであらう。即ち

二つの組合せ $A_0 \equiv (q_0^1, \dots, q_0^m)$ 及び $A_1 \equiv (q_1^1, \dots, q_1^m)$ が (1) より (5) までの条件を満足するならば (I) より (III) までの条件を満足する唯一つの函数 $Q(A_0, A_1)$ が存在する。

さて、かくの如き等價性に關する限り、最も重要な彼の立言は次の點にある。即ち、 A_0 及び A_1 の如何なる組合せに對して、等價性 $A_0 \sim A_1$ が妥當すべきか、否か、は、一つは、經濟的諸考慮 (ökonomische Erwägungen) より、他は、生産數量指數作成の目的より、決定せらるべきものである。

以上の諸条件のうち、(I) に關して一つだけ注意する必要がある。それは、 $A_0 \sim B_0$ より、當然、 $Q(A_0, A_1)$ $\equiv Q(B_0, A_1)$ が誘導せられると考へることは誤りであると云ふことこれである。しかも尙、上述の關係が成立するためには、次の条件を附加することを要する。即ち

(IV) $A_0 \equiv (q_0^1, \dots, q_0^m)$ $B_0 \equiv (r_0^1, \dots, r_0^m)$ が二つの等價的な組合せであり、更に λ が任意の正數である

ならば、他の二つの組合せ $C_0 \equiv (\lambda q_0^1, \dots, \lambda q_0^m)$ $D_0 \equiv (\lambda r_0^1, \dots, \lambda r_0^m)$ は互に等價である。

(IV) の条件を満足する組合せは、上述の關係即ち $A_0 \sim B_0$ なるとき $Q(A_0, A_1) \equiv Q(B_0, A_1)$ なる關係が成立するのみならず、更に進んで、 $A_0 \sim B_1$ 及び $A_1 \sim B_1$ より $Q(A_0, A_1) \equiv Q(B_0, B_1)$ を誘導することが出来る。

今以上の諸条件を、簡單なる數學的例題によつて、更に明確ならしめよう。^(註4)

二つの組合せを夫々

生産數量指數の經濟的意味について

50

$$A = (q^1, \dots, q^{(n)}) = a_1 (q^1)^2 + a_2 (q^{1'})^2 + \dots + a_n (q^{(n)})^2$$

$$\text{及び } B = (r^1, \dots, r^{(n)}) = a_1 (r^1)^2 + a_2 (r^{1'})^2 + \dots + a_n (r^{(n)})^2 \quad (12)$$

とす且

$$a_1 (q^1)^2 + a_2 (q^{1'})^2 + \dots + a_n (q^{(n)})^2 = a_1 (r^1)^2 + a_2 (r^{1'})^2 + \dots + a_n (r^{(n)})^2 \quad (13)$$

の場合にのみ $A \sim B$ とする。かくの如く定義せられた關係式は (1) より (5) までの條件を満足する。更に、之を基礎として二つの組合せ

$$A_0 = (q_0^1, \dots, q_0^{(n)}) = a_1 (q_0^1)^2 + a_2 (q_0^{1'})^2 + \dots + a_n (q_0^{(n)})^2$$

$$\text{及び } A_1 = (q_1^1, \dots, q_1^{(n)}) = a_1 (q_1^1)^2 + a_2 (q_1^{1'})^2 + \dots + a_n (q_1^{(n)})^2 \quad (14)$$

に於て、 A_0 の λ 倍と A_1 とが等價であるやうな正數 λ が存在することは (1) より (5) までの條件より容易に誘導せられる。之より

$$a_1 (\lambda q_0^1)^2 + a_2 (\lambda q_0^{1'})^2 + \dots + a_n (\lambda q_0^{(n)})^2 = a_1 (q_1^1)^2 + a_2 (q_1^{1'})^2 + \dots + a_n (q_1^{(n)})^2 \quad (15)$$

$$\text{故に } \lambda = \sqrt{\frac{a_1 (q_1^1)^2 + a_2 (q_1^{1'})^2 + \dots + a_n (q_1^{(n)})^2}{a_1 (q_0^1)^2 + a_2 (q_0^{1'})^2 + \dots + a_n (q_0^{(n)})^2}} \quad (16)$$

(I) より (III) までの條件を考慮すれば

$$Q(A_0, A_1) = \lambda \quad (17)$$

となる。

以上の豫備知識を経て、愈々ワルトの函數論的生産數量指數の説明に移る。^(註5)

〔A〕今 T なる期間の最初の時点に於て商品 $Q^{(0)}$ ($i=1, \dots, k$)より生産せられる數量を $q_1^{(0)}$ 第二時点に於けるそれを $q_2^{(0)}$ とし、かくして最後の第 K 時点に於けるそれを $q_k^{(0)}$ とし、更に $q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, \dots, q_k^{(1)}$ に對應する生産額を夫々 $w_1^{(1)}, w_2^{(1)}, \dots, w_k^{(1)}$ とする。又 $Q^{(0)}$ の總生産數量及び總生産額を夫々 $Q^{(0)}$ 及び $W^{(0)}$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} Q^{(0)} &= q_1^{(0)} + q_2^{(0)} + \dots + q_k^{(0)} \\ W^{(0)} &= w_1^{(0)} + w_2^{(0)} + \dots + w_k^{(0)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

となる。次に單位時點當りの平均生産數量並びに平均生産額を夫々 $q^{(0)}$ 及び $w^{(0)}$ とすれば

$$q^{(0)} = \frac{q_1^{(0)} + q_2^{(0)} + \dots + q_k^{(0)}}{k} \quad (19)$$

$$w^{(0)} = \frac{w_1^{(0)} + w_2^{(0)} + \dots + w_k^{(0)}}{q_1^{(0)} + q_2^{(0)} + \dots + q_k^{(0)}} = \frac{W^{(0)}}{Q^{(0)}} \quad (20)$$

さて茲で次の如く定義する。

(2) 二つの組合せ $A_1 = (q_1', q_1'', \dots, q_1^{(n)})$ と $A_2 = (q_2', q_2'', \dots, q_2^{(n)})$ とに於て

$$q_1' p' + q_1'' p'' + \dots + q_1^{(n)} p^{(n)} = q_2' p' + q_2'' p'' + \dots + q_2^{(n)} p^{(n)} \quad (21)$$

なるとする限り、 $A_1 \sim A_2$ とせらる。

生産數量指數の經濟的意味について

かくの如く定義せられた關係式は實に (I) より (v) までの條件を満足するのみならず、更に又 (IV) なる條件をも満足することが容易に證明せられるであらう。

次に (ii) の組合せ $A_1 = (q_1^I, q_1^{II}, \dots, q_1^{(k)})$ 及び $A_2 = (q_2^I, q_2^{II}, \dots, q_2^{(k)})$ は (I) より (III) までの條件により、次式を與へる。

$$Q(A_1, A_2) = \frac{q_2^I p^I + q_2^{II} p^{II} + \dots + q_2^{(k)} p^{(k)}}{q_1^I p^I + q_1^{II} p^{II} + \dots + q_1^{(k)} p^{(k)}} \quad (22)$$

今特に $A_1 = A = (q^I, \dots, q^{(k)})$ 即ち T 期間に於ける平均生産數量の組合せを考慮に入れるときは

$$\begin{aligned} Q(A, A_2) &= \frac{q_2^I p^I + q_2^{II} p^{II} + \dots + q_2^{(k)} p^{(k)}}{q^I p^I + q^{II} p^{II} + \dots + q^{(k)} p^{(k)}} = \frac{q_2^I \frac{W^I}{Q^I} + q_2^{II} \frac{W^{II}}{Q^{II}} + \dots + q_2^{(k)} \frac{W^{(k)}}{Q^{(k)}}}{\frac{W^I}{k} + \frac{W^{II}}{k} + \dots + \frac{W^{(k)}}{k}} \\ &= \frac{\frac{q_2^I}{q^I} W^I + \frac{q_2^{II}}{q^{II}} W^{II} + \dots + \frac{q_2^{(k)}}{q^{(k)}} W^{(k)}}{W^I + W^{II} + \dots + W^{(k)}} \quad (23) \end{aligned}$$

之より次の重要な命題を得る。

T 期間に於ける平均的生産數量の組合せ $A = (q^I, \dots, q^{(k)})$ を基準にとれば、生産數量指數 $Q(A, A_2)$ は、同期間に於ける各財の生産額 $W^{(i)}$ を秤量値とする。

個別的生産數量指數 $\frac{q_2^I}{q^I}, \frac{q_2^{II}}{q^{II}}, \dots, \frac{q_2^{(k)}}{q^{(k)}}$ の秤量算術平均に外ならぬ。

かゝる命題について一點補足することを要する。即ち生産數量指數 $Q(A, A_0)$ の値は、その期間 T の選擇如何と云ふ事實に依存してゐることこれである。しかして此場合の T は勿論經濟的見地より選擇せらるべきことが要請せられる。

〔B〕前と同様にして、任意の第 i 番目の財に於ける生産數量 $q_{1(i)}, q_{2(i)}, \dots, q_{n(i)}$ を定義する。又之等の生産數量を生産するに必要な労働者數を $V_{1(i)}, V_{2(i)}, \dots, V_{n(i)}$ とする。更に之に加へて、總生産數量並びに總労働者數を夫々 $Q_{(i)}$ 及び $V_{(i)}$ とする。然らば

$$\begin{aligned} Q_{(i)} &= q_{1(i)} + q_{2(i)} + \dots + q_{n(i)} \\ V_{(i)} &= V_{1(i)} + V_{2(i)} + \dots + V_{n(i)} \end{aligned} \quad (24)$$

前と同様にして、單位時點についての平均生産數量並びに生産財一單位を生産するに要する平均労働者數を夫々 $q^{(i)}$ 及び $v^{(i)}$ とすれば

$$\begin{aligned} q^{(i)} &= \frac{Q_{(i)}}{A} \\ \text{及び } v^{(i)} &= \frac{V_{(i)}}{Q_{(i)}} \end{aligned} \quad (25)$$

が得られる。

さて次の如く定義する。

53 (B) 一二の組合せ $A_1 = (q_1^1, q_1^2, \dots, q_1^{(n)})$ 及び $A_2 = (q_2^1, q_2^2, \dots, q_2^{(n)})$ に於て
生産數量指數の經濟的意味について

$$q_1' d' + q_1'' d'' + \dots + q_1^{(n)} d_1^{(n)} = q_2' d' + q_2'' d'' + \dots + q_2^{(n)} d_2^{(n)} \quad (26)$$

なるときに限り $A_1 \sim A_2$ である。

最早證明するまでもなく、前と同様にして次の命題を得る。

T 期間に於ける平均生産數量の組合せ $A = (q_1', \dots, q_n')$ を基準にとれば、生産數量指數 $O(A; A_2)$ は、同期間に於て生産するために雇傭せられる勞働者數 N を秤量値とする、個別生産數量指數 $\frac{q_2''}{q_1''}, \frac{q_2'''}{q_1'''}, \dots, \frac{q_2^{(n)}}{q_1^{(n)}}$ の秤量術平均に外ならない。

以上がワルトの函數論的生產數量指數の概説であつて、彼は (β) の定義に従つて實際の計算を行つてゐる。
さて以下かゝるワルトの指數に對して若干の批評を試みよう。

彼の理論は次の三點に要約出来るであらう。

- (a) 二つの組合せの等價性を決定すべき原理は、數學的ではなくして、正にその指數の目的に照應して經濟的意味を持つ如く構成せらるべきものである。
 - (b) 經濟的に意味附けられた等價性は、更に、(I) より (V) までの條件を満足しなければならぬ。
 - (c) かくの如き等價性より誘導せられた生産數量指數は、尙、(I) より (IV) までの條件を満足せねばならぬ。
- (a) の點に於て、ワルトの理論が正に經濟的であると云はれる論據が見られるのであるが、しかも尙 (b) 及び (c) に於て依然として形式的、數學的であると考へられる。しかして等價性の實際の例としては (a) 並びに (b) を擧げてゐるのであるが、(a) に於ては (21) 式の、(b) に於ては (26) 式の、經濟的意味については彼は説明

を省略してゐる。かゝる等價性の經濟的意味附けにして判然たらざる限り、即ち (a) についての説明を缺如する限り、彼の數量指數の經濟的意味については、我々をして十分に理解せしめ得ないであらう。然らば一步譲つて、敢て例へば $q_1^1 p_1^1 + \dots + q_1^m p_1^m \parallel q_2^1 p_1^1 + \dots + q_2^m p_1^m$ について解釋を下し、「價格をその期間に於ける平均値によつて表はされるものとし、かゝるその期間についての固定價格を以て計算したる、異なる二時點の總生産額が互に相等しいもの」とすることが、等價性に幾何の經濟的意味を附與するやは、疑はしきところである。更に讓歩してたとへかゝる等價性の經濟的意味にして確立せられたとしても、ワルトによれば、更に (b) (c) の兩條件を満足することが必要とせられるが、此等二つの條件は數學的、形式的なることは既に注意した如くである。此點に關する限り、彼の理論も亦、フィッシャーの理論に對する批評を避け得ない。

しかしながら、彼の理論に於ける特徴は飽くまでも (a) の點にあることを認めたい。積極的に函數論的指數算式を誘導してゐないからと云つて、之を否認することは許されない。それは物價指數論に於けるハーバラーの業績(註 3)にも比すべきものである。

(註 1) A. Wald : Grundsätzliches zur Berechnung des Produktionsindex. (Monatsberichten des Oesterreichischen Institutes für Konjunkturforschung, Beilage No. 6, 1937.)

(註 2) I. Fisher : The Making of Index Numbers, 1928, pp. 62-82.

(註 3) Wald : a. a. O. S. 3.

Wald : Zur Theorie der Preisindexziffern. (Zeitschrift für Nationalökonomie, Bd. VIII, Heft 2, 1937.) SS. 177-184.

(註 4) Wald : Grundsätzliches, SS. 4-5.

生産數量指數の經濟的意味について

(註5) Wald : Grundsätzliches. Ss. 5-6.

(註6) Wald : Grundsätzliches. Ss. 5-7.

山田雄三教授「オーネストリア景氣研究所の方法」(日本統計學會年報 第八年 p. 5)

(註7) G. Harberler : Der Sinn der Indexzahlen, 1927. Ss. 70-127.

四 經濟技術的生產數量指數

我々は漸く茲に、我々の誘導したる生産數量指數を説明する立場に到達した。之は次に展開する如く、純粹に經濟理論より出發するものであつて、函數論的生產數量指數の問題に對し、一の試案を提供するものに外ならない。

先づ我々は次の點に注意することを要する。即ち、物價指數並びに生産數量指數に於ける、最も普遍的にして、しかも、具體的なる算式は、或意味の弾力性係數をそのうちに包含するものでなければならぬ。その弾力性係數に或る特別の値を當嵌める場合に、各時點に相應する具體的指數算式が得られるのである。物價指數論に於て弾力性法が重視せられる所以も實に茲に存する^(註8)。しかしながら、我々の算式に於ては、後述する如く、かくの如き弾力性係數をそのうちに含むものではない。茲に指數論上の重要な問題が秘められてゐる。即ち、同一の指數算式(勿論弾力性係數は含んでゐない。以下に於ける考察に於ては、悉くかくの如き指數をその對象とする)を以て、相異れる時點間の比較を行ふことは果して妥當なりやの問題が即ち之である。函數論的生產數量指數の場合、單に、その前提となるべき經營形態(我々の場合は利潤極大原則の作用する營利經濟である)が、或時點に於ける、今考察の對象となりつ

つある、その産業の經營形態に、即應してゐないからと云ふ理由のみを以て、かゝる指數を放擲すべしとなすのは早計である。蓋し、一産業が各時點に於て、相異なる經營形態を取りつゝ發展することは容易に想像せられるところであり、かゝる産業の各時點に即應する經營形態より誘導せられた函數論的生産數量指數は、又相互に相異なる算式によつて計算せられるべく、かくしては、同一の地盤に於て、それらの指數を、互に比較考量することを不可能ならしめるからである。我々の要求は、むしろ一つの典型的な指數算式に基いて、あらゆる形態の産業に於ける生産數量指數を對照するところに、眞の意義が包攝せられることを知るべきである。もとより云ふまでもないことではあるが、その典型的な一つの指數算式の基礎となるべき經營形態は、その指數の計算せらるべき當該産業に於て、既にあり來つた、又は現に存在しつゝある、若しくは將來かくあるべき經營形態の何れかに即應したものを要する。若し然らざれば、かゝる算式は最早科學性を要求することが出来なくなるからである。更にその指數算式は、常に一つの産業の各時點に於ける生産數量指數を比較する用に供せられるのみならず、又以て各種産業間の生産數量指數の比較をも可能ならしめることが要請せられる結果、その指數の據つて以て立つところの經營形態は、又各産業の、同一の若しくは相異なる任意の時點に於て、共通せる形態を採擇しなければならぬ。

かゝる意味に於て、我々は、先にも一言したる如く、指數算式的前提となるべき經營形態を、最大利潤の獲得をその特徴とする營利經濟に於ける經營形態に求めたのである。茲に注意せらるべき點は、であるからと云つて、我々は決して、かくの如き經營形態が現在の社會に現實に動きつゝあると見るものではなく、かゝる形態は指數算式の比較性より來る便宜的の手段に過ぎないことが、上來の説明によつて容易に理解せられるであらう。(註) 然らばあらゆる産業

生産數量指數の經濟的意味について

が、かくの如き經營形態に規制せられてゐるか。答へは然りである。最も遅れた形態を有する我國米作農業に於てさえ、將來かくの如き方向への傾向が見られるのである。^(註)

さて愈よ本論に入る。今 q を或企業家の提供する財の價格、 q をその數量、 C をその生産費とすれば、利潤 δ を示す方程式は次の如くである。

$$\delta = pq - C$$

(27)

此場合企業家は(27)式の δ を極大ならしめんと努めるであらう。茲に注意すべきは、一企業家は同時に數種の財の生産に従事するかも知れない。かくる場合には、各財について(27)式が成立するものと見ればよい。従つて此場合の生産費 C は、第一義的には、その生産費を要する一財の生産數量によつて決定せられるものと考へることが出来る。さて(27)式に於て δ が極大なる條件は、價格が限界生産費に等しいことである。即ち一企業に於て、限界生産費が價格に等しい點迄、生産を續けることを以て、最大の利潤を獲得し得るのである。尙茲に注意すべき點は、(27)式の極大條件として、價格或は限界生産費と平均生産費との相等しいことを條件とするものではないことこれである。寧ろ平均生産費が前二者に相等しからざる短期均衡を考へることが、均衡過程を把握する手段としての指數に於ける常態である。

漸く茲に至つて生産數量指數を定義することが出来る。即ち生産數量指數とは、二つの時點に於ける社會的生產費(之は單に個別企業の生産費の總計である)が互に相等しき場合に於ける、兩時點の生産數量の比を云ふ。かくの如き比は、正に兩時點間に於ける經濟技術の進歩の測定として考へられるから、之を假に經濟技術的生產數量指數と名

附けよう。それは生産費を考慮してゐると云ふ意味に於て、純粹技術的とは相異なる、經濟技術的なるものである。^(註4)今兩時點に於ける生産費が相等しき場合に、生産數量が二倍に増加したとするならば、生産數量指數は二〇〇であつて、物價に變動がなければ、それは正に、純粹技術の進歩によるか、將又經營の合理化によるか、或は兩者の結合によるものであつて、共に經濟技術の進歩を示すものである。又、今比較時點に於て、生産費を基準時點のその二倍とした場合、比較時點の生産數量が基準時點のその二倍となつた場合を假定しても、その場合の經濟技術には何等の進歩もなかつたものとして、生産數量指數は一〇〇となる。更に、一層重要なことは次の點である。それは二時點に於ける社會的生產費が相等しいと云つた場合の生産費とは、實質生産費 (real cost) なりや、將又名目生産費 (nominal cost) なりやと云ふことこれである。但し此場合實質生産費とは、名目生産費を一般物價指數を以て除して得たる値を云ふ。此間に對する解答は次の如くである。それは二時點に於ける名目生産費こそ相等しいとした場合に於て、經濟技術的生產數量指數が成立すると考へる。前例に於ては、總て一般物價は變化せざるものとして考察した。然らば一般物價にして變化する場合は如何。今簡單に之を例示すれば、基準時點の一般物價に對して、比較時點のそれが二分の一に下落したため、比較時點の實質生産費が、基準時點のそれに比して、同じ名目的生産費を以てするも、よく二倍の増加を示し得たる結果、生産數量が一倍半となつた場合に於ける生産數量指數は、經濟技術が一倍半に進歩したものと見て、一五〇となる。従つて茲に云ふ經濟技術とは、單なる純粹技術を含むのみならず、それは又同時に、經營技術の進歩、物價の騰落による影響をも考慮したる上に於ける、生産數量の變化率を示すものである。

さて以上の如く定義せられた生産數量指數に、限界生産費・價格相等の條件を入れることによつて、次式を得る。

$$Q_m = \frac{(h_0^{(1)} + h_1^{(1)})q_1^{(1)} + (h_0^{(2)} + h_1^{(2)})q_1^{(2)} + \dots + (h_0^{(m)} + h_1^{(m)})q_1^{(m)}}{(h_0^{(1)} + h_1^{(1)})q_0^{(1)} + (h_0^{(2)} + h_1^{(2)})q_0^{(2)} + \dots + (h_0^{(m)} + h_1^{(m)})q_0^{(m)}} \quad (28)$$

(28) 式は原子論的生産數量指數算式としてのエツチウェアース式(8)と全く相等しい。先に原子論的指數としてエツチウェアース式が最も推奨せらるべき式なることを指摘しておいたのであるが、函數論的に得られた指數も亦、エツチウェアース式に外ならないことが證明せられた。^(註6)

(註1) 森田優三教授著「物價變動の測定」昭和十五年 pp. 14-157. 拙稿「物價指數に於ける弾力性法について」(統計集誌 第七百四號 昭和十五年 pp. 1-21.)

(註2) 生活經濟學的考察に於てさへ、收益追及なる觀念は排斥されるものではない。只從來の如く營利が企業の目的であると云ふ點は修正されねばならない。(宮田喜代藏教授「生活經濟學研究」昭和十五年 pp. 79-90.)

(註3) 東畑精一教授著「日本農業の展開過程」昭和十一年 p. 19, p. 45.

(註4) 中西寅雄氏「經濟費用論」昭和十五年 p. 10.

(註5) 數學附錄參照。

(註6) 目下、東京商科大学東亞經濟研究所に於て、本稿に於ける經濟技術的生產數量指數を用ひて、内地、朝鮮並びに臺灣に於ける農產物生産數量指數を作成中であり、近く公刊の運びに至るであらう。

五 數學 附 錄

經濟技術的生產數量指數算式が何故に(28)式となるかを證明しよう。

先づ初めに、企業利潤方程式は次の形に於て與へられる。

$$g_i = p_i q_i - C_i \quad (29)$$

茲に p_i は第 i 番目の財の價格であり、 q_i はその數量である。又 C_i は q_i を生産するに要する生産費であり、従つて g_i はその場合の企業利潤である。

今 p_i を一定とし、 q_i を獨立變數と考へ、更に C_i を q_i のみの函數とする。然らば g_i の極大條件は、(29)式を q_i に關して微分して之を零に等しくすることによつて得られる。即ち

$$\frac{dg_i}{dq_i} = p_i - \frac{dC_i}{dq_i} = 0$$

これより

$$p_i = \frac{dC_i}{dq_i} \quad (30)$$

但し(30)式が(29)式の極大條件たるためには

$$\frac{d^2 g_i}{dq_i^2} < 0 \quad (31)$$

なることを要する。

(30)式の意味するところは、價格は限界生産費に等しと云ふことである。

61

さて次に、 t_0 時點に於ける n 個の財の數量を $q_1^0, q_2^0, \dots, q_m^0$ とし、 t_1 時點に於けるそれらを $q_1^1, q_2^1, \dots, q_m^1$ とす。生産數量指數の經濟的意味につきて

を得る。次に

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_{01}^2} \frac{d^2 C_1}{dq_{01}^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_{02}^2} \frac{d^2 C_2}{dq_{02}^2} + \dots + \frac{\partial^2 C_n}{\partial q_{0n}^2} \frac{d^2 C_n}{dq_{0n}^2} \\ &= \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_{01}^2} \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_{01}^2} \frac{d^2 C_1}{dq_{01}^2} \right) + \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_{02}^2} \left(\frac{\partial^2 C_2}{\partial q_{02}^2} \frac{d^2 C_2}{dq_{02}^2} \right) + \dots + \frac{\partial^2 C_n}{\partial q_{0n}^2} \left(\frac{\partial^2 C_n}{\partial q_{0n}^2} \frac{d^2 C_n}{dq_{0n}^2} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

更に

$$\begin{aligned} \frac{dC_1}{dq_{01}} &= f_1(q_{01}), & \frac{dC_1}{dq_{11}} &= f_1(q_{11}) \\ \frac{dC_2}{dq_{02}} &= f_2(q_{02}), & \frac{dC_2}{dq_{12}} &= f_2(q_{12}) \\ & \dots & & \dots \\ \frac{dC_n}{dq_{0n}} &= f_n(q_{0n}), & \frac{dC_n}{dq_{1n}} &= f_n(q_{1n}) \end{aligned} \quad (36)$$

よって

$$\begin{aligned} f_1(q_{11}) - f_1(q_{01}) &= \frac{df_1}{dq_{01}} = \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_{01}^2} \frac{d^2 C_1}{dq_{01}^2} \\ f_2(q_{12}) - f_2(q_{02}) &= \frac{df_2}{dq_{02}} = \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_{02}^2} \frac{d^2 C_2}{dq_{02}^2} \\ & \dots & & \dots \end{aligned} \quad (37)$$

(30), (35), (36) 及び (37) 式より

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 q_{0i}}{\partial q_{0i}^2} + \frac{\partial q_{0i}^2}{\partial q_{0i}^2} + \dots + \frac{\partial q_{0i}^2}{\partial q_{0i}^2} + \dots + \frac{\partial^2 C_1}{\partial q_{0i}^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_{0i}^2} + \dots + \frac{\partial^2 C_n}{\partial q_{0i}^2} \\ & = \partial q_{0i} (p_{1i} - p_{0i}) + \partial q_{0i} (p_{2i} - p_{0i}) + \dots + \partial q_{0i} (p_{ni} - p_{0i}) \end{aligned} \quad (38)$$

従つて (34) 及び (38) 兩式を (33) 式に代入すれば

$$\begin{aligned} \sum C_i(q_{0i}) - \sum C_i(q_{0i}) &= p_{0i} \partial q_{0i} + p_{0i} \partial q_{0i} + \dots + p_{0i} \partial q_{0i} \\ &+ \frac{1}{2} \left\{ \partial q_{0i} (p_{1i} - p_{0i}) + \partial q_{0i} (p_{2i} - p_{0i}) + \dots + \partial q_{0i} (p_{ni} - p_{0i}) \right\} = \frac{1}{2} \sum \partial q_{0i} (p_{1i} + p_{0i}) \end{aligned} \quad (39)$$

さて、ここで、經濟技術的生產數量指數の定義を用ひる。即ち、相異なる二時點に於ける社會的名目生産費、 $\sum C_i(q_{0i})$ と $\sum C_i(q_{1i})$ とが相等しい場合に於ける、それによつて生産せられる二時點の生産數量の比を、生産數量指數 Q_0^i とする。従つて

$$Q_{0i} = \frac{q_{1i} + \partial q_{1i}}{q_{0i}} = \frac{q_{1i} + \partial q_{0i}}{q_{0i}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (40)$$

これより ∂q_{0i} を求め、之を (39) 式に代入して、更にこの等式を零に等しとおくことにより

$$\sum (Q_{0i} q_{0i} - q_{1i}) (p_{1i} + p_{0i}) = 0 \quad (41)$$

$$\therefore Q_{0i} = \frac{\sum (p_{1i} + p_{0i}) q_{1i}}{\sum (p_{1i} + p_{0i}) q_{0i}} \quad (42)$$

(42) 式は (28) 式と全然同一である。

〔附記〕 本稿所載の要旨は、東京商科大学學内研究會並びに金曜會にて報告したものである。その節、示されたる會員諸賢の御厚意を深謝する次第である。特に、杉本、中山、赤松諸教授の御指導に對しては感謝の辭を知らない。更に又、關、成實兩博士並びに安井、山田雄三兩教授の並々な御援助に對して衷心より謝意を表する次第である。(二六〇一・三・七)

本號執筆者紹介

井藤半彌氏	東京商科大学教授
中山伊知郎氏	東京商科大学教授
山田勇氏	東京商科大学東亞經濟研究所研究員
山田雄三氏	東京商科大学助教授
山口茂氏	東京商科大学教授
高島善哉氏	東京商科大学助教授
川島信太郎氏	東京商科大学講師