直接税と間接税，一つの比較静学分析

大 城 郁 寛

I．問題

財政支出の決定とその費用分担の方法（つまり，租税体系の決定）は，samuelson（1969）の主張するように理論的には分離できる問題ではない。その事は人々の要求する支出内容が，そのときの所得分配の状況に大きく依存することを考えただけでも明らかである。

従って，もし租税体系が，例えば負の所得税などによって，(1)人々が正当と見做すような所得再分配を十分に成しとげるのであれば，財政支出も成可く受益者負担の原則にそって決定される事が予想される。例えば，道路建設及び維持費用をガソリン税や重量税などで賄う。しかし，もし租税体系が所得再分配を十分に成しえないならば，財政支出の内に再分配を目的とした項目，例えば老人医療の無料化，児童手当の支給，生活保護などを織り込むことによって再分配政策を行わなくてはならない。しかし，事の複雑さからみて現実問題として，財政支出と租税のあり方を同時に決定することは不可能のように思われる。(2)

そこで，ここでは公共的意志決定の問題としては不十分であるが，次のような問題を考えてみることにしよう。今，例えば価値欲求の供給のために，政府が一定額の税収を必要とし，その税収を成可く人々の厚生を損わないように徴収するものとする。そこで，政府にとって税収の調達手段として，線型の所得税と間接税のみが利用可能の場合に，

1. 所得税，間接税の税率を決定する要因は何なのか？
2. 徴税額を変化させた場合に，その税率はどのように変化するのか，その決定要因は何なのか？

なお，最初の問題については Atkinson & Stiglitz（1976）によって解答が与えられているから，ここではその解答をよりわかり易い形に展開することを試

みる。また，この論文の中心テーマである二番目の問題は，比較静学の問題として，経済的選択の背景を知るために必要な問いかけのように思われる。

（注）

(1) 負の所得税の所得再分配機能については，高山憲之『不平等の経済分析』，東洋経済新報社，1980年，6章，をみよ。

(2) 財政の配分部門と分配部門の関りについては，マスグレイブ『財政理論』，木下和夫，大阪大学財政研究会訳，有斐閣，の第一部をみよ。

Ⅱ．モデルの説明

経済には同一の効用関数を持ったH人の個人が存在し，彼らは労働力を供給して所得を得るものとする。しかし彼らの生産性には違いがあり，それを反映して彼らの賃金率にも差違がある。また，経済には労働力の投入のみによって生産されるN個の消費財が存在し，各消費財産業とも完全競争的で，また限界費用は一定と仮定する。従って間接税による課税は，消費者が全部負担する。また，すべての財が完全分割可能で，従って各財の課税前価格が1になるように，数量の調整ができるものとする。

(i) Notation について

x_j^h：個人 h の j 財についての消費量。

w^h：個人 h の賃金率。$\forall_h \quad w^h < w^{h+1}$

L^h：個人 h の労働供給量。

t_j：1単位の j 財の購入に課される税額。

t：所得税率。

a：Poll-tax（$a<0$）。又は Transfer（$a>0$）。

(ii) 税の基準化について

線型の所得税を仮定したから，所得が Y の個人の可処分所得 Y_d は次のようになる。

$$Y_d = (1-t)\cdot Y + a \quad \cdots\cdots(1)$$

従って，賃金率が w の個人の予算制約式は，

$$\sum_i^N (1+t_i)\cdot x_i = Y_d = (1-t)\cdot w\cdot L + a \quad \cdots\cdots(2)$$

今，(2) 式の両辺を $(1-t)$ で割れば，

$$\sum_{i}^{N}(1+t_i')\cdot x_i = w\cdot L + a' \qquad \cdots\cdots(2^1)$$

ただし，

$$\frac{a}{1-t} = a' \qquad \forall i \quad \frac{1-t_i}{1-t} = 1+t_i' \qquad \cdots\cdots(3)$$

（2^1）は（2）を（$1-t$）で割っただけであるから，個人にとって同じ制約式を意味し，従って個人の選択は変らない。次に政府の税収について考えてみる。まず（3）より

$$t_i' = \frac{1+t_i}{1-t} - 1 = \frac{t_i+t}{1-t} \qquad \cdots\cdots(3')$$

これを政府の税収の式に代入すれば，

$$\sum_{i}^{N} t_i'\cdot x_i - a' = \frac{1}{1-t}\left\{\sum_{i}^{N} t_i\cdot x_i + t\cdot\sum_{i}^{N} x_i - a\right\} \qquad \cdots\cdots(4)$$

一方，（2）より

$$\sum_{i} x_i = (1-t)\cdot w\cdot L - \sum_{i} t_i\cdot x_i$$

これを（4）に代入して整理すれば，

$$\sum_{i} t_i'\cdot x_i - a' = \sum_{i} t_i\cdot x_i + t\cdot wL - a$$

従って，政府の税収にも変化がないことがわかる。これより $t=0$ とおいても，家計，政府ともに変化がなく議論の一般性を失うことはないので，簡単化のために今後 $t=0$ とおくことにする。

(iii) 家計の行動

家計は与えられた予算制約内で，効用を最大にするよう消費量，労働供給量を決定すると仮定する。つまり，家計 h は，

$$max \quad U = U(x_1\cdots\cdots x_i\cdots\cdots x_N,\ L_0 - L)$$

$$S\cdot t \quad \sum_{i}^{N}(1+t_i)\cdot x_i = w^h\cdot L + a$$

これを解けば，消費財需要関数と労働供給関数が導出できる。つまり，

$$\forall i \quad x^h{}_i = x_i(q,\ a,\ w^h),\ L^h = L(q,\ a,\ w^h)$$

ただし，　$q_i = 1+t_i,\ q = (q_1\cdots\cdots q_i\cdots\cdots q_N)$

上で導出した消費財需要関数や労働供給関数を効用関数の内に代入すれば，間接効用関数が導出できる。それを例えば個人 h について V^h で示せば，

$$V^h = V^h(q,\ a,\ w^h) = U(x_1{}^h,\cdots\cdots x^h{}_i\cdots\cdots x^h{}_N,\ L_0 - L^h)$$

そして，間接効用関数の性質として，

$$\frac{\partial V^h}{\partial a} = \lambda^h, \qquad \forall_i \quad \frac{\partial V^h}{\partial q_i} = -\lambda^h \cdot x^h{}_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

ただし，λ^h は（q，a，w^h）が与えられた時の所得の限界効用である。

(iv)　政府の行動

政府は一定額の税収入 R° が必要なわけであるが，社会には社会的厚生についての明確な価値基準が存在し，政府はそれに照して厚生ロスを最少にするように税率を決定する。つまり，社会的厚生関数を $\psi\,(u^1\cdots u^h\cdots u^H)$ で示せば，政府の意志決定は次の問題の解決を意味する。

$$\begin{aligned} &Max \quad \psi(q,\ a) = \psi[V^1(q,\ a,\ w^1)\cdots\cdots V^H(q,\ a,\ w^H)] \\ &St \quad R^\circ = \sum_j^N \sum_h^H t_j \cdot x^h{}_j - H \cdot a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6) \end{aligned}$$

ラグランジュの末定乗数法によって上の問題を解けば，

$$J\,(q,\ a,\ \lambda) = \psi(q,\ a) + \lambda\left\{\sum_j^N \sum_h^H t_j \cdot x^h{}_j - H \cdot a - R^\circ\right\}$$

$$\forall_i \quad \frac{\partial J}{\partial q_i} = \sum_h^H \frac{\partial \psi}{\partial V^h} \cdot \frac{\partial V^h}{\partial q_i} + \lambda \cdot \left\{\sum_j^N \sum_h^H t_j \cdot \frac{\partial x_j{}^h}{\partial q_i} + \sum_h^H x_i{}^h\right\} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (7)$$

$$\frac{\partial J}{\partial a} = \sum_h^H \frac{\partial \psi}{\partial V^h} \cdot \frac{\partial V^h}{\partial a} + \lambda \cdot \left\{\sum_j^N \sum_h^H \frac{\partial x_i{}^h}{\partial a} - H\right\} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \sum_j^N \sum_h^H t_j \cdot x_j{}^h - H \cdot a - R^\circ = 0$$

今，（7），（8）に（5）を代入して整理すれば，

$$\forall_i \quad \sum_h^H (-\alpha^h + \lambda) \cdot x_i{}^h + \lambda \sum_j^N t_j \cdot \sum_h^H \frac{\partial x_j{}^h}{\partial q_i} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7^1)$$

$$\sum_h \alpha^h + \lambda \cdot \left\{\sum_j^N t_j \cdot \sum_h^H \frac{\partial x_j{}^h}{\partial a} - H\right\} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8^1)$$

ただし

$$\alpha^h = \frac{\partial \psi}{\partial V^h} \cdot \lambda^h$$

ここで，α^h は（q, a, $w^1 \cdots w^h \cdots w^H$）の状態で所得一単位を h 個人に与えた場合の社会的厚生の限界的増加分を意味している。λ は上と同じ状態で，所得一単位の社会的厚生の限界的増加分を意味している。

今，次のスルツキーの等式

$$\forall i \qquad \frac{\partial x_j^h}{\partial q_i} = S_{jj}^h - x_i^h \cdot \frac{\partial x_j^h}{\partial a}, \qquad S_{ji}^h = \left.\frac{\partial x_j^h}{\partial q_i}\right|_{u^h\text{は一定}}$$

を（7^1）に代入し，（7^1），（8^1）を λ で割れば，

$$\forall i \qquad \sum_h^H \left[\frac{\alpha^h}{\lambda} + \sum_j^N t_j \frac{\partial x_j^h}{\partial a} - 1\right] \cdot x_i^h = \sum_j^N t_j \cdot \sum_h^H S_{ji}^h \qquad \cdots\cdots (7^2)$$

$$\sum_h^H \left[\frac{\alpha^h}{\lambda} + \sum_j^N t_j \cdot \frac{\partial x_j^h}{\partial a} - 1\right] = 0 \qquad \cdots\cdots (8^2)$$

従って

$$\forall i \qquad \sum_h (b^h - 1) \cdot x_i^h = \sum_j^N t_j \cdot \sum_h^H S_{ji}^h \qquad \cdots\cdots (7^3)$$

$$\sum_h (b^h - 1) = 0 \quad \text{or} \quad \frac{1}{H} \sum_h^H b^h = \bar{b} = 1 \qquad \cdots\cdots (8^3)$$

ただし

$$b^h = \frac{\alpha^h}{\lambda} + \sum_j t_j \cdot \frac{\partial x_j^h}{\partial a}$$

（7^3），（8^3）式が Atkinson & Stiglitz（1976）が導出した最適課税の公式となっている。

まず b^h について考えてみよう。α^h を λ で割った値は，個人 h の所得を一単位だけ増加させた事による社会的厚生の限界的増加を，貨幣タームで示したものである。二項目は彼の所得を一単位だけ増やした場合に，その所得が消費財への支出にまわり，その結果として間接税を経由して政府の税収となる金額である。以上より，b^h は個人 h の所得を一単位増やしたときに，政府にとっての粗便益を金銭タームで表示したものである。

この事により，（8^3）は Poll tax 分（$a < 0$），Transfer 分（$a > 0$）である a について，次の事を指示していることになる。つまり，a を一単位増やすことによる粗便益の平均が一に等しくなる水準，つまり粗便益が費用に等しくなる水準に a が決定されるべき事を示している。(3)

Atkinson & Stiglitz (1976) は各個人に違いがないならば，今のモデルで言えばすべての個人について賃金率が等しいならば，Poll-tax だけで ($t_1 = \cdots\cdots = t_j = \cdots\cdots t_N = 0$) で税を徴収するのが一番好しい事を示した。その結論は (7³) で各個人の消費量が皆等しいこと，S_{ji} についてのスルツキー行列式が 0 にならないこと，そして (8³) を利用すれば簡単に導出できる。また，その直感的理由も明白であって，もし個人に差違がないならば Poll-*tax* は lumpsum *tax* を意味し，lumpsum*tax* が均衡の限界条件を乱さないという理由によって，最も好ましい徴税方法である事はよく知られた事実である。

次に (7³) が示している意味について考えてみよう。(7³) はそのままの形では解釈不可能であるから，Atkinson & Stiglitz (1976) は次の簡単化の仮定を置くことによって，その解釈を試みている。今，すべての個人について，すべての消費財間で代替関係がないと仮定しよう，つまり

$$\forall_{h,ij} \qquad i \neq j \longrightarrow S_{ji}^{h} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (A-1)$$

そのとき (7³) は，次のように書き直すことができる。

$$\forall_i \qquad \frac{t_i}{1+t_i} = \frac{\varphi_i}{\hat{\varepsilon}_i} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots (7^4)$$

ただし，

$$\varphi_i = 1 - \frac{1}{H}\sum_h^H b^h \cdot \frac{x_i^{\,h}}{\bar{x}_i}, \qquad \hat{\varepsilon}_i = -\frac{q_i}{\bar{x}_i} \cdot \frac{1}{H}\sum_h^H S_{ii}^{\,h}$$

b^h はそのポイントにおいて，個人 h に所得を与えることの好ましさの程度を示すものと見做せるから，それと相対的消費量の相関関係を示す φ_i は，財 i の所得分配に関する特徴 (charactaristic) と呼ばれる。大きなウェイトを与えられた個人が多く消費する財ほど，φ_i は小さくなり (7⁴) よりわかるように税率は低くなる。

$\hat{\varepsilon}_i$ は財 i の補償需要の弾力性となっている。$\hat{\varepsilon}_i$ が大きい程税率が低くなるのは，課税による消費量余剰の減少を成可く少なくしようとする配慮による。例えば，〔Fig－1〕で PS が課税以前，$q \cdot S'$ が課税以後の供給曲線とする。弾力性の小さい需要曲線 d の場合には，消費者余剰 $q \cdot bap$ の内 $qbcp$ が税収として政府の側に移り，abc がロスとなる。それに定して，弾力性が大きい d' の場合には，消費者余剰 $q \cdot b'ap$ の内 $qb'c'p$ が税収となり $ab'c'$ がロスとなる。このように弾力性が大きい程，税収に比較してロスの割合いが大きくなる。

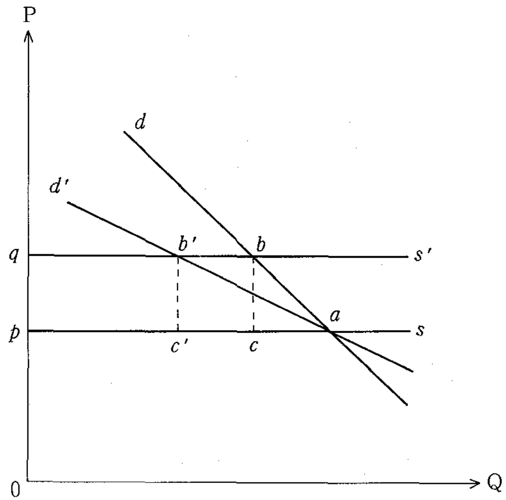


Fig - 1

（注）

(3) Shesinski（1972）は，線型の所得税のみが存在するケースで a の解釈について，まったく同じことを主張している。

Ⅲ．最適課税公式の再定式化と比較静学分析

以上が Atkinson & Stiglitz（1976）のモデルと，導出した結論の紹介であった。そこでは（A－1）が仮定され，（7），（8）の含意が吟味された。しかし φ_i が b^h によって定義されためにその内に税率を含んでおり，我々が最初で提示した二番目の問題を考察するためには適当でない。そこで我々は（A－1）よりも強い次のような仮定を置くことによって，（7），（8）の再解釈を試みることにする。今，すべての消費財についてその需要が，その財の価格と所得水準のみによって決定されると仮定する。[4] つまり，

$$\forall_{h,ij} \quad \text{if} \quad i \neq j \longrightarrow \frac{\partial x_j^h}{\partial q_i} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{A—2})$$

そのとき，(7^1)，(8^1) より

$$\forall i \qquad \frac{t_i}{1+t_i}=\frac{\bar{\beta}\cdot\phi_i}{\varepsilon_i} \qquad \cdots\cdots(9)$$

$$\frac{1}{H}\sum_h^H\beta^h=\bar{\beta}=\frac{1}{H}\sum_j^N t_j\cdot\sum_h^H\frac{\partial x_j{}^h}{\partial a} \qquad \cdots\cdots(10)$$

ただし，

$$\beta^h=1-\frac{\alpha^h}{\lambda},\ \phi_i=\frac{1}{H}\sum_h\left(\frac{\beta^h}{\bar{\beta}}-1\right)\cdot\left(\frac{x_i{}^h}{\bar{x}_i}-1\right)+1,\ \varepsilon_i=-\frac{q_i}{\bar{x}_i}\cdot\frac{\partial\bar{x}_i}{\partial q_i}$$

もし想定した社会厚生関数 ψ によって特徴づけられる社会において，個人 h の所得が少ない程彼に所得を分け与える事が大きな意味を持ち，その結果として β^h が小さくなるとしよう。その時，ϕ_i が大きい事は，財 i がより所得の多い人々によって相対的に多く消費されている事を意味し，逆に ϕ_i が小さい事は，所得の低い人々が相対的にその財を多く消費している事を示す。その意味で ϕ_i は φ_i と違い，純粋な意味で財 i の分配的特徴となっている。一般に ϕ_i は一より大きい事が予想され，ϕ_i が負になるのは財 i が強度のギフェン財の場合である。

次に $\bar{\beta}$ について考えてみよう。$\bar{\beta}$ は税込価格体系 q が与えられたもとで，平均的個人に一単位の所得を与えた場合に間接税を経由して，政府に戻ってくる税額である。今，予算制約式より恒等的に，

$$\sum_j(1+t_j)\cdot x_j{}^h(q,\ a)-w^h\cdot L^h(q,\ a)-a\equiv 0$$

a について偏微分して整理すれば，

$$\sum_j t_j\frac{\partial x_j{}^h}{\partial a}=1+w^h\cdot\frac{\partial L^h}{\partial a}-\sum_j\frac{\partial x_j{}^h}{\partial a}$$

従って，

$$\bar{\beta}=\frac{1}{H}\sum_h\sum_j t_j\frac{\partial x_j{}^h}{\partial a}=\frac{1}{H}\sum_h w^h\cdot\frac{\partial L^h}{\partial a}-\sum_j\frac{\partial\bar{x}_j}{\partial a}+1$$

これより，

$$\frac{\partial\bar{\beta}}{\partial a}=\frac{1}{H}\sum_h w^h\cdot\frac{\partial^2 L^h}{\partial a^2}-\sum_j\frac{\partial^2\bar{x}_j}{\partial a^2}$$

そこで，我々は次の仮定をする。つまり，

$$\forall h \qquad \sum_j \frac{\partial {x_j}^h}{\partial a^2} = 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{A—3})^{(5)}$$

この仮定より，$\bar{\beta}$ は労働供給の所得効果を反映していると見做すことができる。つまり，

$$\frac{1}{H}\sum_h w^h \cdot \frac{\partial^2 L^h}{\partial a^2} \gtrless 0 \longrightarrow \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial a} \gtrless 0^{(6)}$$

(ii)　間接税体系から所得税の抽出

今まで最適課税の決定式をみてきた。ところで，我々は税の基準化を行う事によって，Poll-*tax* の分は除いて所得税を間接税の内に吸収させてしまった。そこで我々はこの節で脇道に逸れる事になるが，間接税から所得税を抽出することを考えよう。

間接税率の分散が大きいほど租税体系は間接税的要素が大きく，その分散が小さいほど直接的になるから，まず間接税率の分散を計算してみよう。(9)で税率を r_i で示せば，

$$\forall i \qquad \frac{t_i}{1+t_i} \equiv r_i = \frac{\bar{\beta}\cdot\phi_i}{\varepsilon_i}$$

今，ε_i の平均値を $\bar{\varepsilon}$ で示し，$\varepsilon_i/\bar{\varepsilon}$ が1より大きく離れていないという仮定のもとに Taylor 展開して，r_i の近似値を求めれば，

$$r_i = \frac{\bar{\beta}}{\bar{\varepsilon}}\cdot\frac{\phi_i}{(\varepsilon_i/\bar{\varepsilon})} \doteqdot \frac{\bar{\beta}}{\bar{\varepsilon}}\cdot\phi_i\cdot\left(2-\frac{\varepsilon_i}{\bar{\varepsilon}}\right)$$

ϕ_i と ε_i が独立であるとすれば[(7)]

$$Var(r) = \left(\frac{\bar{\beta}}{\bar{\varepsilon}}\right)^2\cdot\left\{Var(\phi)\cdot Var\left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right)+\bar{\phi}^2\cdot Var\left(\frac{\varepsilon}{\bar{\varepsilon}}\right)+Var(\phi)\right\} \qquad \cdots\cdots\cdots(11)$$

ただし，

$$Var(r) = \frac{1}{N}\sum_i^N (r_i-\bar{r})^2, \quad \bar{r} = \frac{1}{N}\sum_i^N r_i, \quad \phi = \frac{1}{N}\sum_i^N \phi_i$$

(11)式から明らかのように，ϕ や ε の分散が大きい程，つまり財間で分配的特徴や価格変化に対する人々の反応度に大きな違いがあれば，租税体系はより間接税的になる。

ϕ_i の定義からもわかるように，価格変化に対して ϕ_i はかなり安定的となり

$Var(\phi)$ も安定的となる。また，$Var(\varepsilon/\bar{\varepsilon})$ も価格変化に対して安定的であることが予想されるから，税率変化に対応する $Var(r)$ の動きは主として $\bar{\beta}$ や $\bar{\varepsilon}$ の動きを反映することになる。

(iii) 比較静学分析

次に我々が最初に提起した2番の問題，R°が変化したとき r_i や a がどのように動くのかという比較静学の問題を分析しよう。

前にも述べたように，ϕ_i は価格の変化に対して安定的である。つまり，税率が少し変化したぐらいでは，財の分配的特徴は影響を受けない。そこで，（9）の右辺は $\bar{\beta}$ の値を所与とすれば，ε_i が価格 q_i の増加関数であるのか減少関数であるのかに依存して，q_i に対して右下りか右上りになる。以下では ε_i が q_i の増加関数のケースについてのみ考え，ε_i が q_i の減少関数のケースについては注[8]で考察する。

まず $\bar{\beta}$ について次の仮定を行う。

$$\forall_{h,i} \qquad w^h \cdot \frac{\partial^2 L^h}{\partial a \partial q_i} - \frac{\partial^2 x_i{}^h}{\partial a \partial q_i} > 0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{A}-4)$$ [9]

この仮定は，$\bar{\beta}$ がすべての価格に対して上昇関数である事を意味する。

（9）の左辺については，

$$\frac{t_i}{1+t_i} = r_i = 1 - \frac{1}{q_i}$$

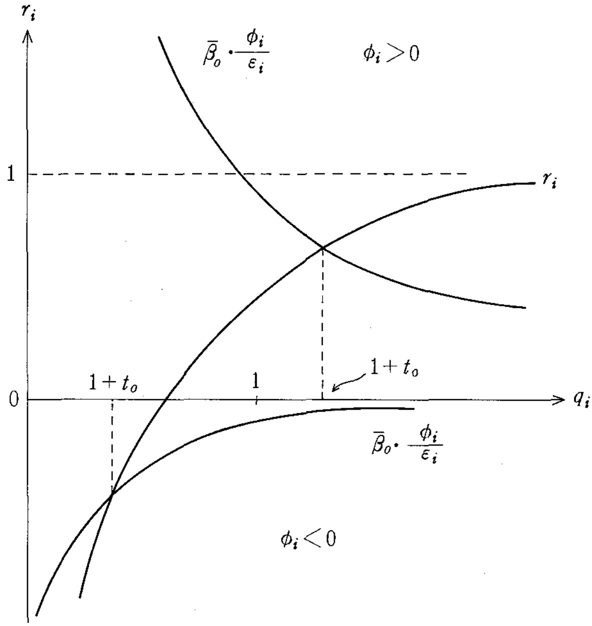
これより，r_i は q_i に対して右上りの曲線となることがわかる。

今，$R = R^{\circ}$ のときの最適解を（$t^{\circ}{}_1 \cdots\cdots t^{\circ}{}_i \cdots\cdots t^{\circ}{}_n$，$a^{\circ}$）で示し，それを図示すれば〔Fig－2〕，〔Fig－3〕，〔Fig－3′〕のように書ける。〔Fig－3〕は労働の所得弾力性が1より大きいケース，〔Fig－3′〕は労働の所得弾力性が1より小さいケースに対応する。

我々の目的は，税収 R°が変化したときに r_i や a がどう動くか見ることである。

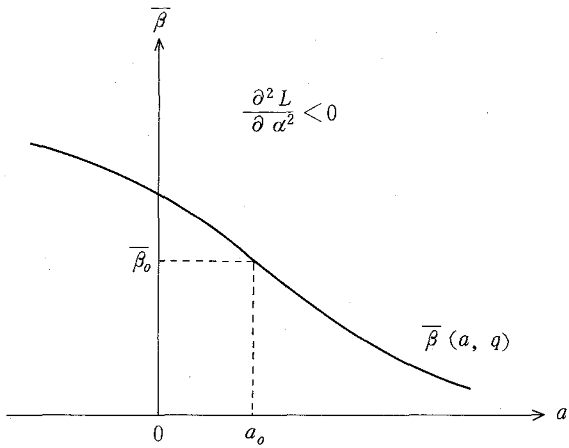
(イ) 労働の所得弾力性が1より大きい場合。

まず〔Fig－4′〕で a を大きくしていけば，$\bar{\beta}$ 曲線は右下りであるから $\bar{\beta}$ は小さくなる。$\bar{\beta}$ が小さくなれば，〔Fig－4〕で $\bar{\beta} \cdot \phi_i / \varepsilon_i$ は下にシフトする。そのシフトは q_i を引下げ，それは（A－4）の仮定より $\bar{\beta}$ 曲線を下にシフトさせる。ただし，平均的個人にとって彼の所得に占める a の割合が小さく，a の



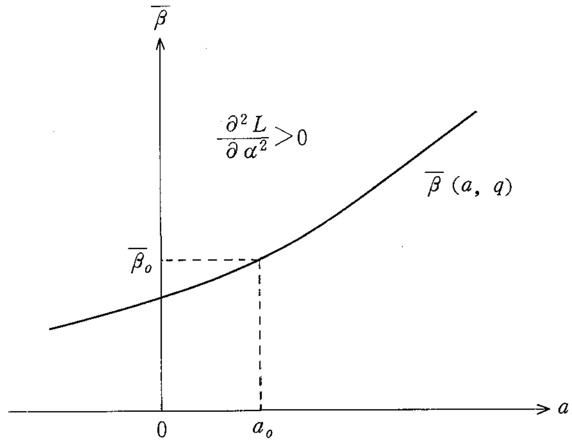
r_i
$\overline{\beta}_o \cdot \frac{\phi_i}{\varepsilon_i}$
$\phi_i > 0$
1
r_i
$1+t_o$
$1+t_o$
1
0
q_i
$\overline{\beta}_o \cdot \frac{\phi_i}{\varepsilon_i}$
$\phi_i < 0$

Fig－2

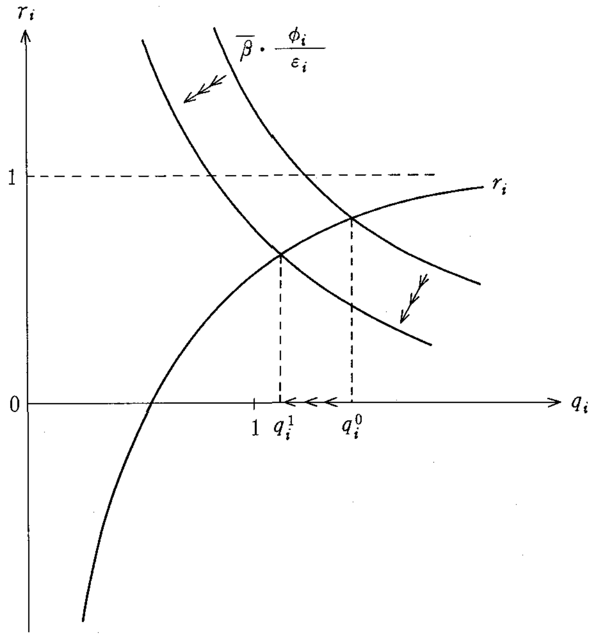


$\overline{\beta}$
$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha^2} < 0$
$\overline{\beta}_o$
$\overline{\beta}\ (a,\ q)$
a
0
a_o

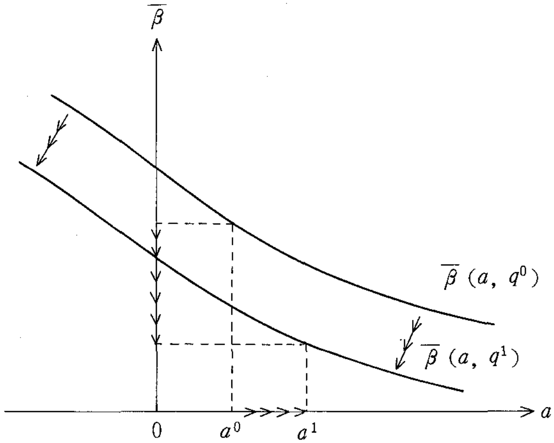
Fig－3


$\overline{\beta}$
$\frac{\partial^2 L}{\partial \alpha^2} > 0$
$\overline{\beta}\ (a,\ q)$
$\overline{\beta}_o$
a
0
a_o

Fig－3′


r_i
$\overline{\beta} \cdot \frac{\phi_i}{\varepsilon_i}$
1
r_i
0
1
q_i^1
q_i^0
q_i

Fig－4



Fig－4′

変化が需要の価格弾力性に影響を与えない事が前提されている。

さて〔Fig－4〕,〔Fig－4′〕で示した事は，最適課税の公式（9），(10）を満足させるように（$t_1\cdots\cdots t_i\cdots\cdots t_N$, a）を動かすとき，a が増加したとき間接税率は減少しなくてはいけない事を示している。つまり（6），（9），(10）を解いたとき（$t_1\cdots\cdots t_i\cdots\cdots t_n$, a）が，次のように解ける。$\forall_i$　$t_i = t_i(a)$, $a = a(R°)$。そして〔Fig－4〕,〔Fig－4′〕で示されていることは，

$$\forall_i \quad \frac{\partial t_i}{\partial a} < 0 \quad \cdots\cdots(12)$$

ただし，ギッフェン財は存在せず，すべての財について ϕ_i は正とした。

ところで（6）より，

$$R = \sum_i \sum_h t_i \cdot x_i^h(t_i, a) - a \cdot H$$

a で偏微分すれば，

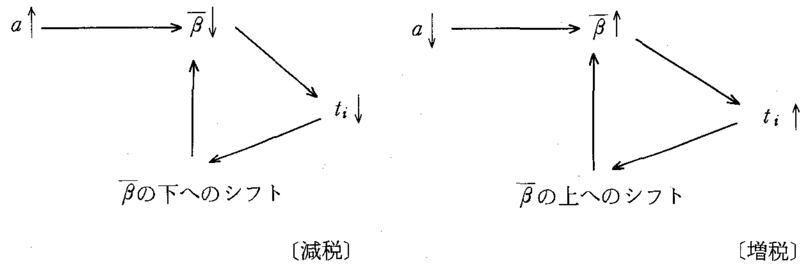
$$\frac{dR}{da} = \sum_i^N \left\{ \sum_h^H t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial t_i} + x_i^h \right\} \frac{dt_i}{da} + \left\{ \sum_i^N \sum_h^H t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial a} - H \right\} \quad \cdots\cdots(13)$$

（7^1），（8^1）より

$$\forall i \qquad \sum_h \left(t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial t_i} + x_i^h\right) = \sum_h \frac{\alpha^h}{\lambda} < 0 \qquad \cdots\cdots(14)$$

$$\sum_i \sum_h t_i \frac{\partial x_i^h}{\partial a} - H = -\sum_h \frac{\alpha^h}{\lambda} < 0 \qquad \cdots\cdots(15)$$

従って（12）より，a の増加は減税を意味することになる。逆に増税する場合には，a を小さくし（$t_1 \cdots\cdots t_i \cdots\cdots t_N$）を大きくすればよい。今の結論を図で整理すれば〔Fig－5〕になる。



Fig－5

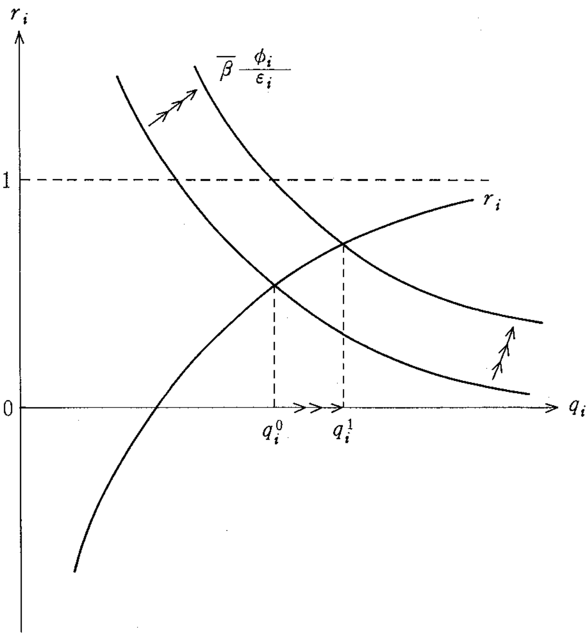
(ロ) 労働の所得弾力性が1より小さい場合。

〔Fig－6′〕で a を大きくしていけば，$\bar{\beta}$ 曲線は右上りであるから $\bar{\beta}$ は大きくなる。$\bar{\beta}$ が大きくなれば，〔Fig－6〕で $\bar{\beta}\phi_i/\varepsilon_i$ は上にシフトして q_i を引上げる。q_i の上昇は（A－4）の仮定より $\bar{\beta}$ 曲線を上にシフトさせる。このように，a の増加は間接税率の増大をもたらす。ただし，ここでも a の変化が需要の価格弾力性に影響を与えない事，ϕ_i が正である事が前提とされている。

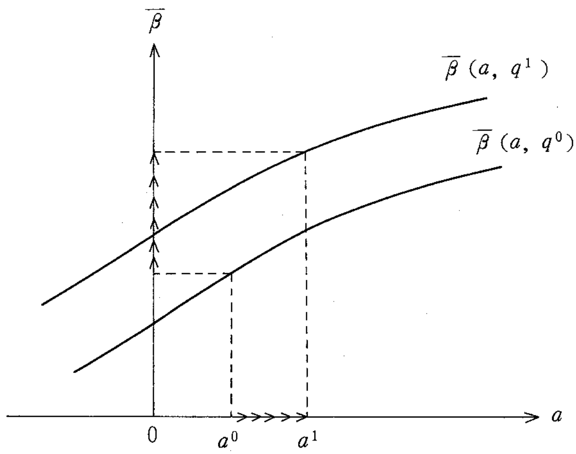
〔Fig－6〕，〔Fig－6′〕でわかった事は，

$$\forall i \qquad \frac{\partial t_i}{\partial a} > 0$$

従って，（13），（14），（15）式より a の変化の方向が必ずしも税収の変化の方向と一致しない。つまり今の場合，間接税率を高めながら，a を大幅に大きく


r_i
$\overline{\beta}\ \frac{\phi_i}{\varepsilon_i}$
1
r_i
0
q_i
q_i^0
q_i^1

Fig－6


$\overline{\beta}$
$\overline{\beta}$ $(a,\ q^1)$
$\overline{\beta}$ $(a,\ q^0)$
a
0
a^0
a^1

Fig－6′

する事によって減税する場合もあれば，a の増加幅を小さくする事によって増税を行うこともできる。同様に間接税率を低くしながら，それを上まわるだけ a を減少させることによって増税することもでき，逆に a の減少を押える事によって減税が行われる場合もある。

（注）

(4)　（A－2）の仮定は次のように書ける。

$$\frac{\partial x_j^h}{\partial q_i}=\frac{\partial x_j^h}{\partial q_i}\bigg|_{u_h}-x_i^h\cdot\frac{\partial x_j^h}{\partial m^h}=0$$

両辺に q_i と x_j^h の逆数をかけて整理すれば，

$$\frac{q_i}{x_j^h}\frac{\partial x_j^h}{\partial q_i}=\frac{q_i}{x_j^h}\cdot\frac{\partial x_j^h}{\partial q_i}\bigg|_{u^h}-\frac{q_i\cdot x_i^h}{m^h}\cdot\frac{m^h}{x_j^h}\frac{\partial x_j^h}{\partial m^h}=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ただし，$m^h=w^h\cdot L^h+a$。Atkinson & Stiglitz の仮定，(16)の右辺の一項目が0になるという仮定は，消費財全体が全く用途の違う N 種類の財より構成され，従って各財間で代替関係がない事を意味している。（A－2）の我々の仮定は，それに付け加えて，所得に占める各財の消費支出の割合が小さく，従って第二項目も0とみなせることを意味する。

コブーダグラス型効用関数は（A－2）の条件を満足させる。しかしコブーダグラス型効用関数は，財及び余暇の需要の価格弾力性，所得弾力性に最初から制約を与えるから，この効用関数を用いて一般的結論を出すことは危険である。

(5)　一般にすべての財について，$\partial x_j^h/\partial a>0$ であるが，$\partial^2 x_j^h/\partial a^2$ は財によって正とも負ともなりうるから，それの合計の符号は決定できない。ところで予算制約式より，

$$\sum_j(1+t_j)\cdot x_j^h-w^h\cdot L^h-a=0$$

a について2回偏微分して整理すれば，

$$w^h\cdot\frac{\partial^2 L^h}{\partial a^2}=\sum_j(1+t_j)\frac{\partial^2 x_j^h}{\partial a^2}=\sum_j\frac{\partial^2 x_j^h}{\partial a^2}+\sum_j t_j\cdot\frac{\partial^2 x_j^h}{\partial a^2}$$

この式より労働意欲の変化率 $\partial^2 L^h/\partial a^2$ が，財の限界支出性向の変化率に等しい事がわかる。一般に，限界支出性向の変化の方向と，間接税による税収の変化の方向は一致していると見なしてよいから，

$$\mathrm{sign}\left(\frac{\partial^2 L^h}{\partial a^2}\right)=\mathrm{sign}\left(\sum_j t_j\frac{\partial^2 x_j^h}{\partial a^2}\right)=\mathrm{sign}\left(\frac{\partial\bar{\beta}}{\partial a}\right)$$

つまり，$\sum_j^N\partial^2 x_j^h/\partial a^2$ が大きな影響力を持たない。そこで我々は，簡単化のために，$\sum_j^N\partial^2 x_j^h/\partial a^2=0$ を仮定する。

(6)　余暇を $\hat{L}$ で示せば，個人の予算式は次のようになる。

$$w\cdot L_0+a=\sum_i^N q_i\cdot x_i(q,\ w\cdot L_0+a)+w\hat{L}(q,\ wL_0+a)$$

$w \cdot L_0 + a = m$とおき，両辺をmで偏微し整理すれば，

$$1 = \sum_i^N q_i \frac{\partial x_i}{\partial m} + w \frac{\partial L}{\partial m} = \sum \frac{q_i \cdot x_i}{m} \frac{m}{x_i} \frac{\partial x_i}{\partial m} + \frac{w \cdot \hat{L}}{m} \frac{m}{\hat{L}} \frac{\partial \hat{L}}{\partial m}$$

今 $\dfrac{m}{x_i} \dfrac{\partial x_i}{\partial m} = \eta_i, \ \dfrac{m}{L} \dfrac{\partial \hat{L}}{\partial m} = \eta_l$ と書けば

$$\frac{w \cdot \hat{L}}{m} = 1 - \sum \frac{q_i \cdot x_i}{m}$$

より

$$1 - \eta_l = \sum_i \frac{q_i \cdot x_i}{m} \cdot (\eta_i - \eta_l)$$

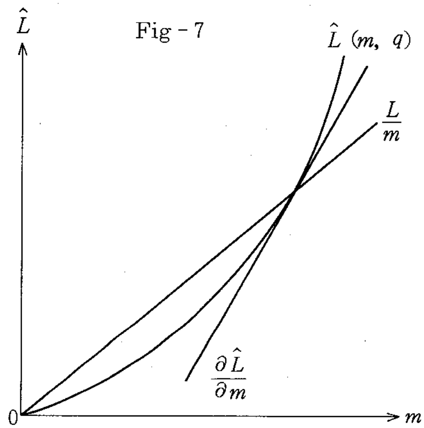


Fig - 7

この式より，労働の所得弾力性が1より大きい場合には，消費財全体の所得弾力性が1より小さく，逆に，労働の所得弾力性が1より小さい場合には，消費財全体の所得弾力性は1より大きくなる。

ところで，

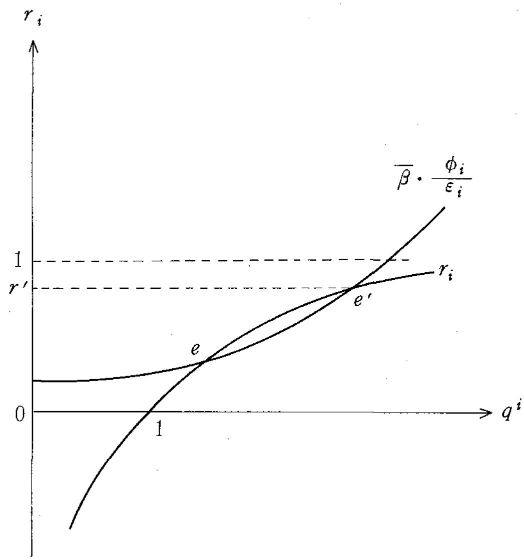
$$\eta_l = \frac{m}{\hat{L}} \frac{\partial \hat{L}}{\partial m} \gtrless 1 \longleftrightarrow \frac{\partial \hat{L}}{\partial m} \gtrless \frac{\hat{L}}{m}$$

従って〔Fig -7〕からわかるように

$$\frac{\partial^2 \hat{L}}{\partial m^2} \gtrless 0 \longrightarrow \eta_l \gtrless 1$$

これより，$\overline{\beta}$ の a に関する偏微係が負のときは，η_l が1より大きく，正のときは η_l が1より小さい事になる。

(7) 注(4)の(16)式で示したように ε_i は，2つの弾力性に分解できる。ところで，消費財が必需品であるのか奢侈品であるかは，その財の所得弾力性に依存する。従ってϕ_i と ε_i の関係は独立ではなくなる。しかしこの経済では各消費支出額の



Fig－8

所得に占める割合は十分に小さいと想定しているから，ϕ_i と ε_iの関係はほとんど無視する事が可能であろう。

(8)　〔Fig－8〕で示されているように，ε_i が q_i の減少関数であれば，2つの点e，e' が考えられる。ところで(7)より，

$$\frac{t_i}{1+t_i} > \frac{\overline{\beta}\cdot\phi_i}{\varepsilon_i} \longrightarrow \left|\sum_h^H \frac{\partial\psi}{\partial V^h}\frac{\partial V^h}{\partial q_i}\right| > \lambda\cdot\left|\sum_j^N\sum_h^H t_j\frac{\partial x_j{}^h}{\partial q_i}+\sum_h^H x_i{}^h\right|$$

つまり，今の税率 t_i では課税する事によって得られる税収よりも，課税による厚生ロスが大きい事になる。逆に，

$$\frac{t_i}{1+t_i} < \frac{\overline{\beta}\cdot\phi_i}{\varepsilon_i} \longrightarrow \left|\sum_h^H \frac{\partial\psi}{\partial V^h}\frac{\partial V^h}{\partial q_i}\right| < \lambda\cdot\left|\sum_j^N\sum_h^H t_j\frac{\partial x_j{}^h}{\partial q_i}+\sum_h^H x_i{}^h\right|$$

は，厚生ロスよりも税収の価値の方が大きい事を示している。従って e' 点をみた場合に，税率が r' 以前では，税収の価値より課税による厚生ロスが大きいのに，r'を越えると税収の価値が厚生ロスよりも大きくなる。これは最適点の条件に反するから，経済学的に意味を持つのは e 点だけになる。その場合には，ε_i が q_iの増加関数になる場合と，全く同じ結論がでる。

(9)　消費財の限界消費性向は，その財の価格が上昇すれば小さくなるから,(A－4)の第2項目は負になる。しかし，財の価格の上昇は，労働供給に対して相反する2つの効果を与える。まず消費価格の上昇は，賃金の相対価格を低くし代替効果を通じて，労働供給量を少なくする。他方で消費財価格の上昇は，実質所得を小さくし所得効果を通じて，労働供給量を大きくする。これより（A－4）の仮定は，余暇と財の消費との間で代替関係が小さく，代替効果による労働供給の減少

が，他の効果をうち消す程大きくない事を意味する。

Ⅳ．結論

後半の結果を中心に，今までの分析をまとめることにしよう。

徴税総額を変化させた場合に，その変化の額がそれほど大きくないならば，

1. 余暇の所得弾力性が，消費財全体の所得弾力性より大きいならば，保障所得分又は Poll-*tax* 分 a と間接税率は逆方向に動かせた方がよい。この場合，増税は a の減少と間接税率の低下，減税は a の増加と間接税率の上昇となる。
2. 逆に消費財全体の所得弾力性の方が，余暇の所得弾力性より大きいならば，a と間接税率は同方向に動かせた方がよい。ただしこの場合，徴税総額の変化の方向と a の変化の方向との間に対応関係は存在しない。

上の結果についての直観的理由はみつからない。しかし，所得の増加がより多く，消費財への支出に結びつくのか又は余暇の増加になるのか，という事が最適租税体系に大きな影響を与えていることがわかる。

Mirrlees (1971)，Shesinski (1972) は功利主義的社会厚生関数を想定し，所得税のみが存在するケースで，労働所得に対して課税する場合，成可く人々の労働意欲を損なわないよう，所得税関数が配慮されるべき事を主張した。比較静学分析を行うことによって，我々もまた，労働の所得弾力性が大きい場合に，増税するには a を小さくして労働意欲を刺激した方が好ましいという結果をえた。

このように最適租税体系の決定には，財の分配的特徴や需要の価格弾力性だけでなく，租税が要素供給に与える効果も大きな影響を持つ事がわかった。それは民間部門から資源を吸収し，同時に所得再分配を行う場合に，要素供給の減少を成可く少なくする事によって，民間部門と政府部門の間で，又は民間部門間で，分割すべきパイを成可く大きくするという配慮を意味しているように思える。

参考文献

1. Atkinson, A B. "How progressive incometax be ?". J.M. Parkin & A. Nobay eds, *Essays in Modern Economics*. Macmilan. 1973 .
2. Atkinson, A.B & J.E. Stiglitz, "The structure of indirect taxation

and economic efficiency" *Journal of Public Economics* vol. 1. 1972 pp 97-119.

3. Atkinson, A.B & J.E. Stiglitz, "The design of tax structure : Direct vs indirect taxation" *Journal of Public Economics* vol. 6. 1976 pp 55-75.
4. Atkinson, A.B & J.E. Stiglitz, *Lectureson Public Economics* Mcgraw-Hill. 1980.
5. Diamond, P.A & J.A. Mirrlees. "Optimal taxation and Public Production" *American Economic Review* vol. 61. 1971 pp 8-27. pp 261-278
6. Mirrlees. J.A. "An exploration in the theory of optimal taxation" *Review of Economic Studies* vol. 38. 1971 pp 175-208.
7. Ramsey F.P. "A contribution to the theory of taxation" *Economic Journal* vol. 37. 1927. pp 47-61.
8. Samuelson, "Pure theory of Public expenditures and taxation" in Public Economics, J. Margolis and H. Guitton (eds), Macmillan, London. 1969.
9. Shesinski. E. "The optimal linear income tax" *Review of Economic Studies*. vol. 39. 1972. pp 297-302.

(筆者の住所:〒185 東京都国分寺市戸倉2-25-4・八木荘B号)