

公的教育サービスが人的資本に 及ぼす効果について

鞠 重 鎬

第1節 はじめに

エージェントの効用が自分の消費と公的教育サービスの関数である場合、公的教育サービスが人的資本に及ぼす効果について調べる。一般に所得は物的所得と人的（労働）所得に構成される。本稿では公的教育サービスが存在する場合、人的資本の動学経路やその分布などに焦点を当てる。最近の内生的成長モデルでは人的資本投資が経済成長の原動力である¹⁾、という議論が盛んに行われているのに対して、人的資本投資に伴う所得分布の研究はあまり行われていない²⁾。

人的資本投資には私的投資だけではなく、公的教育投資も存在する。特に、義務教育などの公的教育サービスは公共財としての性質があるので、政府は税収入をもってそのサービスを提供している。すなわち、公的教育のサービスは誰にでも便益が受けられる公共財としての性質もっているので、そのサービスの所得分布を考える際、直感的にそれが所得分布の平等化をもたらす1つの要因となろうということが考えられる。

本稿の結果によると、公的教育サービスをエージェントの効用関数とその制約条件に考慮する場合に直感通りに時間がたつにつれ人的資本の不平等が減少していくことが示される。また、ここでのモデルに基づく限り、ある2つのグループを考える場合、それぞれの平均人的資本の水準が同じであっても、人的資本の分散（あるいは、人的資本分布の不平等）が異なる場合、平等なグループが不平等なグループよりも次期の平均人的資本の水準が高くな

る結果がえられる。

本稿と関連した既存の研究としては Tamura (1991), Glomm and Ravikumar (1992), Nerlove et al. (1993) 及び Galor and Zeira (1993) などの研究がある。Tamura (1991) の研究は人的資本の拡散効果 (spillover effect) により、平均以上の人的資本を持つエージェントよりも平均以下の人的資本を持つエージェントが人的投資に対する高い収益率を達成できるので、国・地域・世代間の所得水準の収束が生じるというものであるが、それは本稿のように公的教育サービスの所得分布への効果を扱うものではない。本稿における公的教育サービスは個人が効用最大化を行う際にコントロールできない変数として効用関数に考慮されており、そのサービスが人的資本に及ぼす効果は、Tamura (1991) の人的資本の拡散効果と似ている。

公的教育サービスがエージェントの効用関数に考慮されている点はむしろ Glomm and Ravikumar (1992) の研究にみられる。彼らは公的教育サービスの所得分布への効果について研究しているが、彼らの研究の焦点は公的教育と私的教育の選択問題に当てられており、また人的資本の所得経路についても扱われていない。それに対して本稿は、既に述べたように公的教育サービスが存在する場合の人的資本の経路と人的資本に及ぼす変数との関係、及び人的資本の分布への効果について注目する。

一方、Nerlove et al. (1993) の研究は包括的所得課税が物的資本投資よりも人的資本投資を差別化させ、その人的資本蓄積に逆の影響 (adverse impact) を及ぼすということを分析した論文であり、本稿のような公的教育サービスの人的資本への効果を扱ったものではない³⁾。人的資本と所得分布の関係を扱ったもう1つの研究として Galor and Zeira (1993) のものがある。彼らは人的投資への流動性制約と資本市場の不完全性があるとき、所得水準が低所得層と高所得層に階層分化する可能性を示している。もし流動性制約や資本市場の不完全性がなくなるとすれば、あるいは財政政策によりその制約を解消できれば、人的投資の効果によって所得分布が平等化していくという結論は本稿と同じである。しかし、Galor and Zeira の論文においても

公的教育サービスの人的資本への効果については言及がない。

本稿の構成は以下のである。第2節ではフレーム・ワークについて説明し、第3節では人的資本の動学経路を導出し、人的資本に影響を与える変数との関係について言及する。第4節では公的教育サービスが存在する場合の人的資本の分布への効果について調べる。そして、第5節では要約と本稿の限界について述べる。

第2節 フレーム・ワーク

公的教育サービスの人的資本への効果を調べるために、以下のようなモデルを構築する。異質的なエージェントが2期間を生存し、公的教育サービスはエージェントがコントロールできない同質のサービスであると仮定する⁴⁾。簡単化のために人口成長のない経済を想定する。エージェントは良質的教育サービスが提供されることを望むので、自分の効用関数には自分の消費だけではなく公的教育サービスが含まれている⁵⁾。また、各エージェントは endowment として1単位の時間を持つと仮定する。というのは、後述するように人的資本を形成するためには一定の時間配分が必要であると考えられるためである。従って、エージェントの場合、自分の消費だけではなく、人的資本の形成のための時間配分もその選択変数となる。上述した状況の下で、もしエージェントの効用関数が対数効用関数とすれば、その形態は以下のよう to 書ける。

$$U_t = \ln(1-\nu_t)C_t C_{t+1} Z_{t+1} \quad (1)$$

$$= \ln(1-\nu_t) + \ln C_t + \ln C_{t+1} + \ln Z_{t+1}, \text{ where } 0 < \nu_t < 1.$$

ここで、 C_t, C_{t+1} はそれぞれエージェントの t 期の消費と $(t+1)$ 期の消費を、 Z_{t+1} は $(t+1)$ 期の公的教育サービスを意味する。即ち、(1) 式のエージェントの効用関数は自分の消費だけではなく $(t+1)$ 期の教育サービスの関数であることを意味する。そして、 ν_t は1単位の endowment の時間のうち人的資本形成のための時間配分である⁶⁾。

次に、人的資本形成、即ち人的資本の生産関数について述べよう。本稿は

物的資本ではなく人的資本に焦点を当てているので、 $(t+1)$ 期の人的資本形成は t 期の人的資本に直接に影響を受けると仮定する。それ以外に人的資本形成に影響を及ぼす変数としては、 t 期に形成された公的教育サービスがある。以上の人的資本の関係を表現する際、本稿では簡単化のためにその生産関数は以下のようにコブ・ダグラス型に特定化して議論する。

$$h_{t+1} = A v_t h_t^\beta Z_t^\gamma, \text{ where } 0 < \beta, \gamma < 1 \quad (2)$$

ここで、 h_t, h_{t+1} は t 期、及び $(t+1)$ 期の人的資本であり、 Z_t は t 期の公的教育サービス、そして A は任意の定数である。

以下では、人的資本の分布に関する仮定と公的教育サービスの予算制約について述べよう。まず、人的資本の分布において、その人的資本 h_t は平均 μ 、分散 σ^2 の値を持つ対数正規分布(lognormal distribution)であるとする。即ち、これは

$$\text{If } h_t \sim \text{lognormal}[\mu, \sigma_t^2], \text{ then } \ln h_t \sim N[\mu, \sigma_t^2].$$

ということを意味する。また、 h_t の確率密度関数(probability density function)を $f(h_t)$ であるとする⁷⁾。

一方、教育サービスの提供において、政府はそのサービスを提供するために各エージェントから税金を徴収し、公的教育サービスはその税率の増加関数である予算制約を満たすとする⁸⁾。ここで、 t 期の当該社会全体の平均人的資本を $\bar{h}_t$ とおくと、 $\bar{h}_t = \int h_t f(h_t) dh_t$ のような関係式が成立する。簡単化のために、政府が課税により公的教育サービスを調達する際、 Z_t と $\bar{h}_t$ の関係式は以下のように線形関係にあるとする。即ち、それは

$$Z_t = \tau_t \bar{h}_t \quad (3)$$

の形であると仮定する。 τ_t は平均人的資本に対する税率を表す。(3)式の公的教育サービスの関係式を確率密度関数 $f(h_t)$ を用いて表すと、

$$Z_t = \tau_t \bar{h}_t = \tau_t \int h_t f(h_t) dh_t \quad (4)$$

となる。ここで、 t 期に若年期を生きる個人は、 $\bar{h}_t, Z_t$ を所与として、効用を最大化するように v_t を選択する。即ち、それぞれの時点で公的教育サービ

スの量 Z_t を所与（コントロールできない変数）として、 t 期に若年期を生きるエージェントが効用最大化を行うと仮定する。

以上のような状況の下で、エージェントの効用の最大化問題は以下の通りである。

$$\text{Maximize } U_t = \ln(1-\nu_t) + \ln C_t + \ln C_{t+1} + \ln Z_{t+1} \quad (5)$$

$$\text{s. t. } C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_{t+1}} = (1-\tau_t)w_t h_t + \frac{(1-\tau_{t+1})w_{t+1}h_{t+1}}{1+r_{t+1}} \quad (6)$$

$$h_{t+1} = A\nu_t h_t^\beta Z_t^\gamma \quad (7)$$

ここで、 w_t, w_{t+1} はそれぞれ t 期と $(t+1)$ 期の人的資本の収益率（賃金）であり、 τ_t, τ_{t+1} はそれら収益率（賃金）に対する課税率である。(7) 式を(6) 式に代入して Lagrange 関数を構成すると以下の (8) 式となる。

$$\begin{aligned} \Psi_t = & \ln(1-\nu_t) + \ln C_t + \ln C_{t+1} + \ln Z_{t+1} \\ & + \lambda \left(C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_{t+1}} - (1-\tau_t)w_t h_t - \frac{(1-\tau_{t+1})w_{t+1}A\nu_t h_t^\beta Z_t^\gamma}{1+r_{t+1}} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

この (8) 式を用いて 1 単位の endowment の時間のうち人的資本形成のための時間配分 ν_t と、その他変数との関係式、及び人的資本の動学経路について調べることができる。本稿は部分均衡分析モデルなので、 t 期と $(t+1)$ 期の賃金率と課税率及び利子率が一定である仮定して議論する⁹⁾。即ち、 $w_t = w_{t+1} = w$, $\tau_t = \tau_{t+1} = \tau$, $r_{t+1} = r$ を想定して各選択変数の 1 階条件を導出する。

まず、(8) 式を用いた ν_t の関係式は以下の通りである（この式の導出過程については、〈付録 1〉を参照されたい）。

$$\nu_t = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{(1+r)h_t^{1-\beta}}{AZ_t^\gamma} \right) \quad (9)$$

(9) 式からわかるように、 t 期の人的資本 h_t が大きいと t 期の人的資本への配分時間 ν_t は少なくなることがわかる。なぜなら、人的資本が大きくなるにつれ限界収穫逓減法則により、 $(t+1)$ 期の人的資本を生産するための t 期の人的資本の限界生産力が小さくなるので、人的資本形成に回す時間配分

のメリットが減少するからである。これに対して、 t 期の公的教育サービス Z_t が大きいと、 t 期の人的資本への配分時間 v_t も大きくなる。その理由は、 t 期の公的教育サービスが大きいと、それに伴い $(t+1)$ 期の人的資本を生産するに当たってその限界生産力も増加するので、人的資本に回す時間配分のメリットが増加するからである。

次に、人的資本の動学方程式について述べよう。その動学方程式は(9)式を制約式(7)式に代入して整理することにより、以下の(10)式のようにになる。

$$h_{t+1} = \frac{2}{3} A h_t^\beta Z_t^\gamma - \frac{1}{3} (1+r) h_t \quad (10)$$

この(10)式を用いて本稿の重要な論点になる公的教育サービスが存在する場合の時間の経過に伴う所得分布の推移について調べることができる。それを明確に表すために(10)式を以下のように変形しよう。

$$\frac{h_{t+1} - h_t}{h_t} = \frac{2}{3} A h_t^{\beta-1} Z_t^\gamma - \frac{4+r}{3} \quad (11)$$

(11)式からわかるように、 h_t の変化率と h_t の関係は明確である。 $0 < \beta < 1$ であるので、人的資本の水準が増加していくにつれ人的資本の増加率は減少していく関係にある。即ち、(11)式は人的資本が豊富な階層の方が、それが稀少な階層よりも、人的資本の増加率が低いことを意味する。もし人的資本が豊富な階層を高所得層、稀少な階層を低所得層と想定できるとすれば、(11)式は時間がたつにつれ、所得分布の平等化が進行していくことを意味する¹⁰⁾。

第3節 人的資本の動学経路

本稿は1階の差分方程式という動学モデルとなっているので、その動学経路がどのようなものか検討する必要がある。本節では人的資本の動学経路について具体的に調べる。

第2節では、各個人が各時点で最適化を行うときに、公共教育サービスの

量は所与と仮定しているので、 Z_t を定数とみなして最適化の1階条件を導出した。しかし、公共教育サービスの量 Z_t は一般に定数ではなく時間とともに変化していく。なぜなら、各個人の選択の結果として、人的資本の量が変化し（と同時にその平均値である $\bar{h}_t$ も変化する）、その結果、 $\bar{h}_t$ と線型の関係にある Z_t も時間とともに変化するからである。

モデルにおける諸変数の間の関係について、具体的に述べると、まず、 t 期に若年期を生きる個人は、 $\bar{h}_t, Z_t$ を所与として、効用を最大化するように τ_t を選択する（これについては、第2節に行われている）。次に、人的資本の生産関数(2)式にしたがって、 $t+1$ 期の人的資本 h_{t+1} が決まり、 $t+1$ 期の人的資本の平均値 $\bar{h}_{t+1}$ が決まる。一般に $\bar{h}_{t+1} \neq \bar{h}_t$ であり、また、 $Z_{t+1} = \tau_{t+1} \bar{h}_{t+1}$ により Z_{t+1} が決まるので、 $Z_{t+1} \neq Z_t$ である。再び、 $t+1$ 期に若年層を生きる個人は、 t 期とは異なる水準で与えられる公的教育サービスの量 Z_{t+1} を所与として、効用最大化を行い、上述の過程が繰り返される。

以上の諸変数の関係から明らかなように、このモデルでは人的資本の平均値及び公的教育サービスの量は、一般に時間とともに変化していく。したがって、人的資本の動学経路を導出する際、即ちその差分方程式を解くためには、これらの諸変数との関係を考慮しなければならない。

そのためには、 Z_t と h_t の関係式である(4)式を(10)式に代入した上で、 h_t について解く必要がある。(4)式を(10)式に代入して、(10)式の右辺第2項を左辺に移項すると、

$$h_{t+1} + \frac{1}{3}(1+r)h_t = \frac{2}{3}Ah_t^\beta(\tau_t\bar{h}_t)^\gamma \quad (10a)$$

となる。この(10a)式が人的資本の動学経路を求めるために必要な式である。この(10a)式には右辺において、 h_t が指数形態の項を含んでいるので、 h_t の動学経路を求めるためには Bernoulli の微分方程式を用いた若干の操作が必要である。その操作過程とともに h_t の動学経路を求める過程については〈付録2〉を参照されたい。その計算結果は(12)式ようになる。

$$h_t = \left(A_w \left[1 - \left(\frac{4+r}{3} \right) (1-\beta) \right]^t + \frac{2A(\tau_t \bar{h}_t)^\gamma}{4+r} \right)^{1/(1-\beta)} \quad (12)$$

ここで、 A_w は h_t の初期条件と関連のある定数である。(12) 式の動学経路では、 h_t がパラメータだけではなく人的資本の平均 $\bar{h}_t$ との関係式となっている。即ち、 h_t は人的資本への税率 τ_t 及び平均人的資本 $\bar{h}_t$ と正の関係にあり、パラメーターである人的資本の指数(分配率) β や公的教育サービスの指数(分配率) γ の値が大きいほど、人的資本も高くなる。また、 $Z_t = \tau_t \bar{h}_t$ の関係にあるので、これは公的教育サービスの量が多ければ多いほど人的資本が高くなることを意味する。

ところが、 $\bar{h}_t = \int h_t f(h_t) dh_t$ の値は、 h_t の確率密度関数 $f(h_t)$ がどのような分布にしたがうかにより異なることになる。 h_t の分布については、第2節で述べたように対数正規分布(lognormal distribution)を仮定しているので、 h_t の平均値は、 $e^{\mu_t + \sigma_t^2/2}$ を持つ¹¹⁾。この平均人的資本 $\bar{h}_t = \int h_t f(h_t) dh_t = e^{\mu_t + \sigma_t^2/2}$ の関係を(12)式に代入すると、

$$h_t = \left(A_w \left[1 - \left(\frac{4+r}{3} \right) (1-\beta) \right]^t + \frac{2A(\tau_t e^{\mu_t + \sigma_t^2/2})^\gamma}{4+r} \right)^{1/(1-\beta)} \quad (13)$$

となる。(13)式は(12)式と同じ意味があるが、(13)式から新たにわかることは、もし h_t の分布を対数正規分布と仮定する場合、人的資本の経路は h_t (正確には $\ln h_t$) の平均だけではなく分散にも依存する、ということである。

一方、利子率が低いほど、人的資本の水準は高くなる。これは利子率が低いほど、将来人的資本の蓄積への機会費用が低くなるので、人的資本の水準を高くするために配分する人的資本への配分時間が多くなり、その結果、人的資本の水準も高くなるためである。

しかし、本節で導き出した人的資本の経路は公的教育サービスが存在する場合、人的資本の分布がどうなるかについては具体的に議論するのは難しい。第4節ではエージェントが公的教育サービスを自分の効用関数に考慮する場合、時間の経過とともに所得分布は平等化していくのか、それとも不平等化

していくのか、また、公的教育サービスを考慮する場合、 t 期の平均所得（人的資本）が同じであるが、所得分布が異なる2つのグループ（不平等なグループと平等なグループ）のうち、どちらのグループが $t+1$ 期の所得（人的資本）が高くなるか、について議論する。

第4節 人的資本の分布に及ぼす効果

公的教育サービスが存在するとき、人的資本の分布はどうなるだろうか、本節ではそれについて調べる。もともと、それを調べるために(10)式や第3節の議論を用いて分析する必要があると考えられるが、(10)式をそのまま利用すると対数分布のパラメーターが複雑になるので¹²⁾、一般性を失うことなく簡単化のために、Nerlove et al. (1993) のモデルに倣って第1期の消費が N という endowment で与えられたとして議論を進めよう¹³⁾。すると、最大化問題は以下になる。

$$\text{Maximize} \quad U_t = \ln(1-\nu_t) + \ln C_t + \ln C_{t+1} + \ln Z_{t+1} \quad (5)$$

$$\text{s. t.} \quad C_t = N \quad (6-1)$$

$$C_{t+1} = (1-\tau_{t+1})w_{t+1}h_{t+1} \quad (6-2)$$

$$h_{t+1} = A\nu_t h_t^\beta Z_t^\gamma \quad (7)$$

この最大化の問題の1階条件から $\nu_t=1/2$ が求められ、この値を(7)式に代入すると、 $h_{t+1}=\frac{A}{2}h_t^\beta Z_t^\gamma$ が得られる。この式に対数を取ると、

$$\ln h_{t+1} = \ln \frac{A}{2} Z_t^\gamma + \ln h_t^\beta \quad (14)$$

となる。また、対数正規分布の性質、即ち

If $h \sim \text{lognormal}[\mu, \sigma^2]$, then $\ln h \sim N[\mu, \sigma^2]$ という性質より、

$$\mu_{t+1} = \ln \frac{A}{2} Z_t^\gamma + \beta \mu_t \quad (15)$$

の関係が成立する。ここで、公的教育サービス Z_t はエージェントがコントロールできない変数であるので、この場合の分散は

$$\sigma_{t+1}^2 = \beta^2 \sigma_t^2 \quad (16)$$

となる。この(16)式からわかるように、 $0 < \beta < 1$ であるので人的資本の不平等をその分散として表すとすれば、時間がたつにつれ人的資本の不平等は減少することになる。この結果は人的資本の蓄積が少ない低所得層の方がそれが高い高所得層よりもその増加率が高いので、所得分布は平等化していくという第2節の議論((11)式の説明参照)と整合的である。

次に、公的教育サービスが存在する場合の人的資本の分布への影響について考えよう。即ち、平均所得は同じであるが、人的資本の分散(不平等)が大きいグループとそれが小さいグループにおいて、どちらのグループが将来の人的資本の増加が大きくなるのかを比べよう。それを調べるためには、上記の平均人的資本の式をより具体的に調べる必要がある。要するに、公的教育サービスを人的資本と税率をもって表現し、それと関連した分散式を利用して、次期の人的資本の状態を比べればよい。

税率が期間を通じて一定の値 τ であるとするとき、(3)式を(14)式に代入して、対数を取ると、

$$\ln h_{t+1} = \ln \frac{A}{2} \tau^r + \beta \ln h_t + \gamma \ln \bar{h}_t \quad (17)$$

となる。再び、対数正規分布の性質により、

$$\mu_{t+1} = \ln \frac{A}{2} \tau^r + \beta \mu_t + \gamma \ln \bar{h}_t \quad (18)$$

の関係が得られる。第3節で述べたように、対数正規分布の平均値は、 $e^{\mu + \sigma^2/2}$ を持つので、1人当たりの平均人的資本 $\ln \bar{h}_t = \mu_t + \sigma_t^2/2$ の関係が成立し、この式を(18)式に代入して整理すると、

$$\mu_{t+1} = \ln \frac{A}{2} \tau^r + \gamma \frac{\sigma_t^2}{2} + (\beta + \gamma) \mu_t \quad (19)$$

が得られる。この式を用いて、平均所得は同じであるが、人的資本の分布(分散)が異なる2つグループにおいて、次期の各グループの平均人的資本の水準がどうなるかについて調べることができる。これについて具体的に検討しよう。

ある2つのグループ X_t, X_t' において、平均人的資本の水準が同一、即ち $\bar{h}_t = \bar{h}_t'$ が成立するとする。しかし、その分散は、 $\bar{h}_t'$ のグループが $\bar{h}_t$ のグループより大きいとしよう。要するに、 $\sigma_t'^2 > \sigma_t^2$ であると同時に $\bar{h}_t = \bar{h}_t'$ である2つのグループにおいて次期の人的資本の水準はどうなるかを調べるのがここでのポイントである¹⁴⁾。

以下ではそれを一つの命題として整理し、その命題を証明する方法を用いる。

(命題) If $\bar{h}_t = \bar{h}_t'$ such that $\sigma_t'^2 > \sigma_t^2$, then $\bar{h}_{t+1}' < \bar{h}_{t+1}$.

(証明)

$\bar{h}_t = e^{\mu_t + \sigma_t^2/2}$ の関係から $\bar{h}_{t+1} = e^{\mu_{t+1} + \sigma_{t+1}^2/2}$ が成立し、この式に (19) 式

$\mu_{t+1} = \ln \frac{A}{2} \tau + \gamma \frac{\sigma_t^2}{2} + (\beta + \gamma) \mu_t$ と (16) 式 $\sigma_{t+1}^2 = \beta^2 \sigma_t^2$ を代入すると、

$\bar{h}_{t+1} = \exp \left[\ln \frac{A}{2} \tau + \frac{(\beta^2 + \gamma) \sigma_t^2}{2} + (\beta + \gamma) \mu_t \right]$ となる。従って、

$\bar{h}_{t+1}' < \bar{h}_{t+1}$ を証明することは

$$\frac{(\beta^2 + \gamma) \sigma_t'^2}{2} + (\beta + \gamma) \mu_t' < \frac{(\beta^2 + \gamma) \sigma_t^2}{2} + (\beta + \gamma) \mu_t \quad (*)$$

を証明することと同一である。

$\bar{h}_t = \bar{h}_t'$ 、即ち $\mu_t + \frac{\sigma_t^2}{2} = \mu_t' + \frac{\sigma_t'^2}{2}$ であるので、この式の両辺に $(\beta + \gamma)$ を掛け、若干変形すると、 $(\beta + \gamma)(\mu_t - \mu_t') = \frac{(\beta + \gamma)(\sigma_t'^2 - \sigma_t^2)}{2}$ の関係が成立する。ここで、 $0 < \beta < 1$ であるので、

$$\frac{(\beta + \gamma)(\sigma_t'^2 - \sigma_t^2)}{2} > \frac{(\beta^2 + \gamma)(\sigma_t'^2 - \sigma_t^2)}{2}$$

が成立し、これは (*) 式、即ち $\bar{h}_{t+1}' < \bar{h}_{t+1}$ が成立することを意味する。

この命題が意味することは、上述したように公的教育サービスが存在する場合には、 t 期においてより平等な人的資本の分布を持つグループが、 $(t +$

1) 期にはむしろ平均人的資本の水準が高くなることを意味する。その理由について簡単に述べよう。

2つのグループ(X_t, X'_t)においてそれぞれの平均人的資本は同じであるが($\bar{h}_t = \bar{h}'_t$)、 X'_t が X_t より人的資本の不平等が激しい場合(すなわち、分散が異なる場合($\sigma_t'^2 > \sigma_t^2$ の場合))、本稿のモデルのように($t+1$)期の人的資本が t 期の人的資本のconcaveな変形となるケースでは、 X_{t+1} の($t+1$)期の人的資本の平均(期待値) $\bar{h}_{t+1}$ が X'_{t+1} のその期待値 $\bar{h}'_{t+1}$ より高くなる¹⁵⁾。 h_{t+1} が h_t のconcaveな変形というものは(14)式の $\ln h_{t+1} = \ln \frac{A}{2} Z_t^T + \beta \ln h_t$, where $0 < \beta < 1$ から直ちにわかる。

第5節 終わりに

公的教育サービスを誰にでもその便益が同じである公共財と想定する場合、その公共財的な性質によって所得分布を平等化させるであろうと考えられる。本稿の第2節ではそれに関連して物的資産を考慮しない場合、人的資本の分布が平等化することを調べた。要するに、人的資本の増加率と人的資本の水準との関係は(負)の関係があり、もし人的資本が少ない階層を低所得層、それが多い階層を高所得層とすれば、それは低所得層の所得の増加率が高所得層のそれより高いということを意味する。その場合には、所得分布は時間がたつにつれ平等化していく結果となるのである。

第2節では各個人の各時点での最適化問題を扱ったので、公的教育サービスの量は所与と仮定して最適化の1階の条件を導出した。しかし、人的資本の量は一般に時間とともに変化し、したがって平均人的資本と線形の関係にある公的教育サービスも時間とともに変化していく。この点を考慮して、第3節では人的資本の動学経路について調べた。その結果によると、人的資本はその人的資本への税率及び平均人的資本との間に正の関係にあり、パラメーターである人的資本の分配率や公的教育サービスの分配率の値が大きいほど、人的資本も高くなる。また、公的教育サービスは平均人的資本と線形の関係にあるので、公的教育サービスの量が多ければ多いほど人的資本の水準が

高くなる。一方、利子率が低いほど、人的資本の量は高くなる。これは利子率が低いほど、将来人的資本の蓄積への機会費用が低くなるので、人的資本の水準を高くするために配分する人的資本への配分時間が多くなるためである。

第4節では、まず公的教育サービスが存在する場合、人的資本の分散（不平等度）の時間経路を求めた。その経路における(16)式からわかるように時間がたつにつれ人的資本の分散（不平等度）が小さくなる。この結果は人的資本が多い階層の増加率がそれが低い階層の増加率より高く、時間の経過とともに平等化していくという第3節の結論と一致する。第4節の2番目の議論は、公的教育サービスが存在する場合の人的資本の分布への影響についてである。それは平均所得は同じであるが、人的資本の分散（あるいは不平等）が大きいグループとそれが少ないグループの間に、どちらのグループが将来の人的資本の増加が大きくなるのかを比べることであった。その結果、人的資本の分散が小さい（平等な）グループの方が、その分散が大きい（不平等な）グループの方よりも次期の所得水準（人的資本）が高いということを示した。

以上のように公共サービスが存在する場合、人的資本の動学経路及びその分布への効果について調べることができたが、本稿は以下の限界があると考えられる。

まず、既に言及したように所得分布に影響を及ぼす資産としては、人的資本だけではなく物的資本も存在する。本稿ではその物的資本については議論していない。即ち、本稿が扱っている範囲は物的資産が存在しないケースに限定されているので、人的資本だけではなく物的資産が存在する場合に本稿の議論がそのまま成立するかどうかについてはより洗練されたモデルが必要であると考えられる。

次に、人的資本投資による所得分布の問題を扱うとき、より完備した分析のためには本稿のような公的教育サービスだけではなく私的教育投資の所得分布への効果もともに考慮する必要があるであろう。あるいは本稿のような基礎教育投資だけではなく高等教育投資の所得分布への効果も議論すべきで

あると考えられる。すなわち、公的教育サービスの種類による所得分布への効果については議論していない。

最後に、公的教育サービスを提供するための税率決定のメカニズムにおいて、自分が税金を納めなくても教育サービスが提供されると思う、いわゆるフリー・ライダーの問題についても考慮していない。

[付録]

〈付録1〉 ν_t の関係式の導出

(8) 式からその1階条件を求めると以下の通りである。

$$\frac{\partial \Psi_t}{\partial \nu_t} = \frac{-1}{1-\nu_t} - \lambda \frac{(1-\tau_{t+1})w_{t+1}A h_t^\beta Z_t^\gamma}{1+r_{t+1}} = 0 \quad (\text{a1})$$

$$\frac{\partial \Psi_t}{\partial C_t} = \frac{1}{C_t} + \lambda = 0 \quad (\text{a2})$$

$$\frac{\partial \Psi_t}{\partial C_{t+1}} = \frac{1}{C_{t+1}} + \lambda \frac{1}{1+r_{t+1}} = 0 \quad (\text{a3})$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = C_t + \frac{C_{t+1}}{1+r_{t+1}} - (1-\tau_t)w_t h_t - \frac{(1-\tau_{t+1})w_{t+1}A \nu_t h_t^\beta Z_t^\gamma}{1+r_{t+1}} = 0 \quad (\text{a4})$$

ここで、本文で述べたように $w_t = w_{t+1} = w$, $\tau_t = \tau_{t+1} = \tau$, $r_{t+1} = r$ を想定して議論するので、(a2) 式と (a3) 式より、

$$C_{t+1} = (1+r)C_t \quad (\text{b})$$

の関係式が成立し、これを (a4) 式に代入すると、

$$2C_t - (1-\tau)w h_t - \frac{(1-\tau)w A \nu_t h_t^\beta Z_t^\gamma}{1+r} = 0 \quad (\text{a4-1})$$

となる。一方、(a2) 式の $\lambda = -\frac{1}{C_t}$ の関係式を (a1) 式に代入して C_t を求めると、

$$C_t = \frac{(1-\nu_t)(1-\tau_t)w_t A h_t^\beta Z_t^\gamma}{1+r} \quad (\text{c})$$

が得られる。この (c) 式を (a4-1) 式に代入して ν_t に関して整理すると、本文の (9) 式が得られる。

$$\nu_t = \frac{1}{3} \left(2 - \frac{(1+r)h_t^{1-\beta}}{AZ_t^\gamma} \right) \quad (9)$$

〈付録 2〉 人的資本の動学経路の導出

本文に述べたように、第 2 節では各個人が各時点で最適化を行うときに、公共教育サービスの量は所与と仮定しているの、第 2 節における最適化の 1 階の条件を導出する時には、 Z_t は定数とみなしている。しかし、各個人の選択の結果として、人的資本の量が変化し（と同時にその平均値である $\bar{h}_t$ も変化する）、 $\bar{h}_t$ と線型の関係にある Z_t も時間とともに変化していく。したがって、人的資本の動学経路を導出する際、即ちその差分方程式を解く際には、 Z_t と $\bar{h}_t$ の関係式である (4) 式を (10) 式に代入した上で、 h_t について解く必要がある。その結果が (10a) であった。

$$h_{t+1} + \frac{1}{3}(1+r)h_t = \frac{2}{3}Ah_t^\beta(\tau_t\bar{h}_t)^\gamma \quad (10a)$$

ここで、簡単化のために、(10a) 式の方程式における h_t とパラメータ及び $\bar{h}_t$ との関係式として動学方程式を導出にあたって、(10a) 式を、

$$h_{t+1} + B_1h_t = B_2h_t^\beta \quad \text{where} \quad B_1 \equiv \frac{1}{3}(1+r), \quad B_2 \equiv \frac{2}{3}A(\tau_t\bar{h}_t)^\gamma \quad (10b)$$

のように表す。

(10b) 式の差分方程式の動学経路を求めるために、以下のような Bernoulli の微分方程式を考える¹⁶⁾。

$$y' + Ry = Ty^\alpha \quad (d)$$

ここで、 R と T は任意の定数を表す¹⁷⁾。そして、この (d) 式の h に対する離散化した形態は、

$$\frac{h_{t+1} - h_t}{\Delta t} + Rh_t = Th_t^\alpha \quad (e)$$

である。(d) 式の両辺を y^α で割って書き直すと、

$$y^{-\alpha}y' + Ry^{1-\alpha} = T \quad (f)$$

となる。平均値定理により、

$$\frac{y^{1-\alpha}(t+1)-y^{1-\alpha}(t)}{\Delta t} = (1-\alpha)y^{-\alpha}(p)y'(p), \text{ where } t < p < t+1 \quad (g)$$

という関係が成立する。従って、 h に対する (f) 式は以下の式のように近似させることができる。

$$\frac{h_{t+1}^{1-\alpha}-h_t^{1-\alpha}}{\Delta t(1-\alpha)} + Rh_t^{1-\alpha} = T \quad (h)$$

または、

$$h_{t+1}^{1-\alpha}-h_t^{1-\alpha} + \Delta t(1-\alpha)Rh_t^{1-\alpha} = \Delta t(1-\alpha)T \quad (h')$$

ここで、 $\Delta t \equiv 1, h_t^{1-\alpha} \equiv \omega_t$ と置くと、

$$\omega_{t+1} + [(1-\alpha)R-1]\omega_t = (1-\alpha)T \quad (i)$$

となり、この式の解を求めると、

$$\omega_t = A_w[1-(1-\alpha)R]^t + \frac{T}{R} \quad (j)$$

となる。ここで、 $h_t^{1-\alpha} \equiv \omega_t$ の関係式を用いて h_t を求めると、

$$h_t = \left(A_w[1-(1-\alpha)R]^t + \frac{T}{R} \right)^{1/(1-\alpha)} \quad (k)$$

が得られる。

さて、(10b) 式を解くために、(e) 式から $\Delta t \equiv 1$ とおくと、以下のよう形となる。

$$h_{t+1} + (R-1)h_t = Ty_t^\alpha \quad (l)$$

従って、(10b) 式と (l) 式を比較すると、

$$B_1 = R-1 \quad \text{or} \quad R = B_1+1, T = B_2, \alpha = \beta$$

という関係が成立する。従って、(k) 式より、 h_t の動学経路として本文の (12) 式の結果が得られる。

$$\begin{aligned} h_t &= \left(A_w[1-(1-\beta)(1+B_1)]^t + \frac{B_2}{B_1+1} \right)^{1/(1-\beta)} \\ &= \left(A_w \left[1 - \left(\frac{4+r}{3} \right) (1-\beta) \right]^t + \frac{2A(\tau_t \bar{h}_t)^\gamma}{4+r} \right)^{1/(1-\beta)} \end{aligned} \quad (12)$$

*本稿の作成にさいして、石弘光先生・野口悠紀雄先生・田近栄治先生・蓼沼宏一先生の方々に指導していただいた。また、匿名のレフェリーからいただいた詳細なコメントも本稿の執筆に非常に有益であった。記してお礼を申し上げたい。また、本稿の討論ゼミに積極的に参加して下さった方々にも感謝したい。もちろん、本稿の責任は筆者が負うものである。

参考文献

- Agarwal, Ravi P. (1992), *Difference Equations and Inequalities: Theory, Method, and Applications*, Marcel Dekker, Inc.
- Banerjee, Abhijit V. and Andrew F. Newman (1991), "Risk-Bearing and the Theory of Income Distribution," *Review of Economic Studies* 58, 211-235.
- Caballe, Jordi and Manuel S. Santos (1993), "On Endogenous Growth with Physical and Human Capital," *Journal of Political Economy* 101-6, 1042-1067.
- Eaton, Jonathan and Harvey S. Rosen (1980), "Taxation, Human Capital, and Uncertainty," *American Economic Review*, 70-4 (September), 705-715.
- Fernandez, Raquel and Richard Rogerson (1992), "Human Capital Accumulation and Income Distribution," *NBER Working Paper* No. 3994 (February).
- Galor, O. and Zeira, J. (1993), "Income Distribution and Macroeconomics," *Review of Economic Studies*, 60, 35-52.
- Glomm, Gerhard and B. Ravikumar (1992), "Public versus and Private Investment in Human Capital: Endogenous Growth and Income Inequality," *Journal of Political Economy* 100-4, 818-834.
- Greene, William H. (1993), *Econometric Analysis*, Prentice-Hall.
- Ihori, Toshihiro (1994), "Intergenerational Transfers and Economic Growth with Alternative Bequest Motives," *Journal of the Japanese and International Economics* 8, 329-342.
- Lucas, R. E. Jr. (1988), "On the Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics*, 22, 3-42.
- Nerlove, Mark., Assaf Razin, Efraim Sadka and Robert K. von Weizsacker (1993), "Comprehensive Income Taxation, Invest in Human and Physical Capital, and Productivity," *Journal of Public Economics*, 50, 397-406.
- Perotti, R. (1993): "Political Equilibrium, Income Distribution, and Growth," *Review of Economic Studies*, 60, 755-776.

- Romer, P. M. (1986): "Increasing Returns and Long-run Growth," *Journal of Political Economy*, 94, 1002-1037.
- Tamura, Robert (1991), "Income Convergence in an Endogeneous Growth Model," *Journal of Political Economy* 99-3, 522-540.
- Trostel, Philip A. (1993), "The Effect of Taxation on Human Capital," *Journal of Political Economy*, 101-2, 327-350.

- 1) 例えば, Romer (1986), Lucas (1988) 及び Caballe and Santos (1993) などの研究がある。
- 2) 人的資本投資の所得分布への効果について扱った研究としては Tamura (1991), Glomm and Ravikumar (1992), Nerlove et al. (1993) 及び Galor and Zeira (1993) などの研究がある。これらの研究と本稿との関連については後述参照。
- 3) しかし, 本稿の第4節の議論において, 第 t 期の消費を所与として扱う彼らのモデルの考え方を採用している。
- 4) 従って, 公的教育投資の便益が平等であるとすれば, 公的教育投資が私的教育投資よりも所得分布への平等化効果が大きいと考えられる。この公的・私的教育投資の所得の平等化効果については Glomm and Ravikumar (1992) を参照されたい。
- 5) もちろん, 親世代の人的資本だけではなく物的資本も人的資本の形成に重要な役割を担うのは確かであるが, 公的教育サービスに焦点を当てるために物的遺産動機については捨象する。
- 6) Glomm and Ravikumar (1992) では t 期の消費については言及がなく, endowment としての1単位の時間の一部は余暇に, 一部は人的資本の蓄積に回されるモデルとなっている。それに対して本稿は1単位の時間の使い方は彼らのモデルと同じであるが, 各期の消費選択問題を考慮しており, エージェントの効用関数と制約条件も彼らのものと異なる。
- 7) 所得の分布はこのような対数正規分布を仮定する場合が多い。また, 周知の通り, 対数正規分布の確率密度関数 $f(h_t)$ は, $f(h_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma h_t}} e^{-[(\ln h_t - \mu)^2]/2\sigma^2}$, $h_t \geq 0$ である。
- 8) 税率を定めるためのメカニズムとして多数決原理に決定を扱った分析については Fernandez and Rogerson (1992) と Glomm and Ravikumar (1992) を参照されたい。
- 9) 本稿は一般均衡分析ではなく部分均衡分析であるので, これらの変数が一定

であると仮定するのは分析の一般性を失わない。

- 10) しかし、実際には物的資産が存在するので、その役割をとにも勘案する必要があるだろう。
- 11) Greene (1993, p. 60).
- 12) 第3節での人的資本の基本式(10)式に注目しよう。即ち、(1)式では $h_{t+1} = \left(\frac{2}{3} A h_t^{\beta-1} Z_t^r - \frac{1}{3} (1+r) \right) h_t$ の関係が成立する。これを用いて人的資本が存在する場合の所得分布に及ぼす影響について調べることができる。この(10)式に対数を取ると、 $\ln h_{t+1} = \ln \left(\frac{2}{3} A h_t^{\beta-1} Z_t^r - \frac{1}{3} (1+r) \right) + \ln h_t$ となって、人的資本が対数正規分布(lognormal distribution)と想定した時の分布問題を扱うことは非常に複雑になる。
- 13) 第1期の消費のendowmentとして与えられると仮定することは Nerlove et al. (1993) のモデルの考え方に似ている。
- 14) $\sigma_t'^2 > \sigma_t^2$ であると同時に $\bar{h}_t = \bar{h}_t'$ が成立するためには $\mu_t > \mu_t'$ の関係が成立する。
- 15) これは、concave な効果関数の場合、危険回避度が高いほどその効用関数の期待値が高いという性質に対応する。
- 16) Agarwal (1992, pp. 118-119)
- 17) Agarwal (1992) では、 R と T が時間 t の関数の場合の一般なケースについて考えている。

(一橋大学助手)