プロジェクト評価における非貿易財および生産要素のシャドウプライス

杉　本　義　行
田　近　栄　治

1　はじめに

公共プロジェクトを評価する方法に費用・便益分析がある．その際，貿易財，非貿易財および本源的生産要素をどのような価格で評価するか，換言すれば，これらのシャドウプライスをどのように導出するかが重要な問題となる[1]．シャドウプライスの導出についてはさまざまなモデルのもとで多数の試みがなされており，いくつかの知見がえられている．すなわち，貿易財については，国際価格をシャドウプライスとすること，また，非貿易財のシャドウプライスについては

（1）　消費者が限界的に支払おうとする額（Dasuguputa, P ; S. A. Marglin . A. K. Sen 以下 UNIDO と略す．)[2]

（2）　限界的な生産に要する投入を貿易財と本源的生産要素に分解して国際価格で評価する．(Little, I. M. D ; J. A. Mirrlees 以下 L-Mと略す．)[3]

という2つの公式があることはよく知られている．

しかし，非貿易財のこの2つのルールのうちいかなる仮定のときにどちらのルールを採用するべきか，あるいは両者にはどのような関連があるのかについては十分明らかにされていない．さらに財市場だけでなく労働などの生産要素市場をふくめた一般均衡モデルにおいて各シャドウプライスを導出し，その属性を論じた試みは少ない．

非貿易財・貿易財のシャドウプライスのルールを一般均衡の枠組みで導出し，非貿易財に関する2つのルールがその特殊ケースであることを明らかにしたのが Warr (1982)[4] の貢献であるが，そのモデルでは本源的生産要素のシャドウプライスは扱われていない．一方，本源的生産要素をふくんだモデルでシャドウプライスの公式を導出したものに Dixit (1983)[5] がある．Dixit は分析手法として経済変数を価格空間で定義した双対アプローチを採用し，本源的生産要素もふくめた多数財モデルでシャドウプライスを導出した．しかし，きわめて一般的なモデルであり，導出されたシャドウプライスの経済的意味づけは直観的には明確ではない．

そこで本稿では，貿易財，非貿易財および本源的生産要素をふくむ一般均衡モデルを構築し，シャドウプライスを導出したうえで，その属性を明かにしたい．とくに，われわれの導出した非貿易財のシャドウプライスと先にあげた2つの公式との関係，さらに非貿易財と本源的生産要素の公式の関係について分析する．

分析モデルとしては，基本的に Warr (1982) のモデルに依拠し，労働市場を導入してその拡張を試みる．Warr モデルは，きわめて単純ではあるがその単純さのゆえに，結果の経済的意味づけが明確であるという利点があるからである．分析手法としては，支出・利潤関数を用いた双対アプローチを採用し，非貿易財，貿易財および本源的生産要素のシャドウプライスを導出する．

本稿の構成は，次の通りである．2節では，Warr モデルを支出関数を用いた双対アプローチで再構築し非貿易財のシャドウプライスを導出し，その属性を分析する[6]．その際，先にあげた非貿易財のシャドウプライスの2つのルールが，われわれの導出した一般的な公式の特殊ケースであることを確認する．さらに，われわれの公式が，L-M と UNIDO の2つの公式の加重平均となっていることを導く．

3節では，2節のモデルに本源的生産要素を組み込み，生産要素と非貿易財の両方のシャドウプライスを導出する．両者のシャドウプライスは，「直接的コスト（市場価格）から関税収入の限界的な増分を差し引く」という経済的意

味づけができ，統一的に解釈できるというわれわれの仮説を検証する．4節では2節および3節の結論を要約する．

1） 公共プロジェクトにおけるシャドウプライス理論の展望はさしあたり，
Squire, L. "Project Evaluation in theory and practice", *Handbook of Development Economics II*, ch 21. Elsevier Science Publishers., 1989 参照.

2） Dasgupta, p.: S. A. Marglin; A. K. Sen, Guidelines for Project Evaluatition, UNIDO, 1972.

3） Little, J. M. D.; J. A. Mirrlees, *Manual of Industrial Project Analysis in Developing Coutries*, OECD, 1968.

4） Warr, P. G. "Shadow pricing rules for non-traded commodities," *Oxford Economic Papers*, 1982.

5） Dixit, A., "Tax policy in open Economis," *Handbook of Public Economics vol. I*, Ch. 6, Elsevier Science Publishers., 1985.

6） 利潤関数によるアプローチは田近栄治「公共プロジェクト評価におけるシャドウプライスの体系—労働・非貿易財のシャドウプライスを中心にして—」，アジア経済研究所，1985, (mimeo) を参照.

2 Warr モデルにおける非貿易財のシャドウプライス

1節において述べたように，非貿易財についてのシャドウプライスには①消費者が需要する財に対して限界的に支払おうとする額 (willingness to pay) と②非貿易財を限界的に1単位生産するのに必要な外貨額とする2つのルールがあった．Warr (1982) は一般均衡の枠組みの中で非貿易財のシャドウプライスを導出し，以上で述べた2つの見解が実は，その公式の特殊ケースに帰着することを明らかにした．

本節においては，本源的生産要素をふくまない Warr のモデルに支出関数アプローチを適用し，非貿易財のシャドウプライスを導出する．

（1） Warr モデル

Warr モデルにおいては，財は貿易財と非貿易財の2財に分類され，本源的生産要素はモデルから捨象されている．消費者はその両財を消費することが可能である．一方，生産部門は，民間セクターと公共セクターの2つに分けられ

る．後に，詳述するように，民間部門は貿易財を輸入して，非貿易財を生産し，一部は消費者に消費されるが残りは公共部門の中間投入として需要される．そして，公共部門ではこの非貿易財を唯一の生産要素として輸出財（貿易財）を生産する．

以上が，Warr モデルのエッセンスである．そして，Warr は公共セクターのプロジェクトを実施するときに，中間投入物として投入される非貿易財のシャドウプライスの公式を求めようとしたのである．以下においては，Warr のモデルを支出関数を用いた双対アプローチで再構築し非貿易財のシャドウプライスを求めることとする．

（a）消費者の行動

消費者は，先に述べたように，貿易財（C_e）と非貿易財（C_n）の2財を消費するが，一定の予算制約のもとで効用を最大化するように行動すると仮定する．この時，その必要条件として一定の効用水準を達成するための支出額が最小化されている．この支出最小問題を定式化すると，

$$\text{Min.}\quad C_e+P_nC_n$$
$$\text{s. t.}\quad U(C_e, C_n)=u$$

となる．ただし，

C_e：貿易財（輸出財）の消費量

C_n：非貿易財の消費量

P_n：非貿易財の価格

U：効用関数

u：一定の効用水準

消費者がこの問題を解いた結果，C_e^*, C_n^* なる補償需要が導出され，次の

$$E=P_nC_n^*+C_e^*=E(1, P_n, u)$$

なる支出関数（Expenditure function）が導き出される．

なお，財の価格については次のように仮定する．貿易財の価格については，まず輸出財価格（P_e）は国際価格（$P_e^*=1$）に等しいとする．したがって，以下では貿易財の価格をニュメレールにとって価格を測ることとする．

一方，輸入財の価格には，財1単位について一定率の関税 (t) がかけられているとする．すなわち，

$$P_i=(1+t)P_i^*$$

ただし，P_i：輸入財の国内価格

P_i^*：輸入財の国際価格

t：1単位につき t の関税率

が成立している．小国を仮定しているので国際価格 (P_i^*) は当該国にとっては所与である．

(b) 民間部門

民間部門では，貿易財 Y_i を輸入し，それを唯一の投入物として非貿易財 (Y_n) を生産する．民間部門の行動原理としては利潤最大化行動を仮定する．すなわち，民間企業が解くべき問題は，

$$\text{Max.}\quad P_nY_n-P_iY_i$$

$$\text{s. t.}\quad Y_n=f(Y_i)$$

である．ただし，

Y_n：非貿易財の生産量

Y_i：貿易財の輸入量

P_i：貿易財の国内価格

この問題を解くことによって，$Y_i^*(P_i, P_n)$ なる要素需要と $Y_n^*(P_i, P_n)$ なる非貿易財の供給が導かれ，

$$\Pi(P_n, P_i)=P_nY_n^*-P_iY_i^*$$

なる利潤関数 (Profit function) Π (P_n, P_i) が導き出される．

公共部門（政府）のプロジェクトは，先に述べたように，民間企業の生産した貿易財を中間投入 (X_n) として貿易財 (X_e) を生産する．したがって，このモデルの操作変数はプロジェクトの投入，産出財である X_n と X_e の2つである．

(c) 市場均衡

(a) (b) によって代表的消費者と企業の貿易財・非貿易財の需要，供給関数

が導出されるが，市場均衡条件として以下の2式が満たされなければならない．

まず貿易財については，

$$C_e+P_i{}^*Y_i=X_e \tag{2—1}$$

ただし，X_e：貿易財の生産量

$P_i{}^*$：貿易財 Y_i の国際価格

が成り立つ．(2—1) は貿易収支の均衡を表している．

つぎに，非貿易財については，

$$C_n+X_n=Y_n \tag{2—2}$$

が成立する．

ところで，シェパードの補題より

$$\left.\begin{aligned} C_e&=\frac{\partial E}{\partial P_e}\equiv E_e \\ C_n&=\frac{\partial E}{\partial P_n}\equiv E_n \end{aligned}\right. \tag{2—3}$$

同様に，ホテリングの補題より

$$\left.\begin{aligned} Y_n&=\frac{\partial \Pi}{\partial P_n}\equiv \Pi_n \\ Y_i&=-\frac{\partial \Pi}{\partial P_i}\equiv -\Pi_i \end{aligned}\right. \tag{2—4}$$

が成立する．これらを用いて，(2—1)，(2—2) を書き直すと，

$$E_e+P_i{}^*(-\Pi_i)=X_e \tag{2—1)}$$

$$E_n+X_n=\Pi_n \tag{2—2)$'$}$$

となる．

仮定により，輸出財価格は国際価格に等しく所与であり輸入財についても国際価格 ($P_i{}^*$) と関税率が所与のため国内価格 (P_i) 一定である．また，公共プロジェクトの投入，産出量 (X_n, X_e) は外生変数であるので，未知数（内生変数）は u と P_n の2個であり方程式は (2—1)′ (2—2)′ の2本で体系はコンプリートである．

(d) シャドウプライスの定義とその導出

公共プロジェクト（X_n, X_e）が与えられた時，X_n が限界的に1単位変化した際の u（効用水準）の変化量を非貿易財のシャドウプライス，同じく X_e が限界的に1単位変化した際の効用の限界的変化を貿易財のシャドウプライスと定義する．すなわち，

貿易財のシャドウプライス（S_e）は，

$$S_e=\frac{\partial u}{\partial X_e}$$

非貿易財のシャドウプライス（S_n）は，

$$S_n=\frac{\partial u}{\partial X_n}$$

と定義される[1]．

そこで，まず非貿易財のシャドウプライスを求めるためには，市場均衡条件の（2—1)′（2—2)′ を X_n について微分し $\partial u/\partial X_n$ について解けばよい．(2—1)′（2—2)′ 式を X_n について偏微分すると次のようになる．

(2—1)′ は，

$$\frac{\partial E_e\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}+\frac{\partial E_e\partial u}{\partial u\partial X_n}-P_i{}^*\frac{\partial \Pi_i\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}=0 \qquad (2\text{—}1)''$$

(2—2)′ は，

$$\frac{\partial E_n\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}+\frac{\partial E_n\partial u}{\partial u\partial X_n}+1=\frac{\partial \Pi_n\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n} \qquad (2\text{—}2)''$$

ここで $\dfrac{\partial E_i}{\partial P_j}=E_{ij}$　$\dfrac{\partial E_i}{\partial u}=E_{iu}$ などの記号を用いて表記を簡略化し，また

$$P_i{}^*=P_i-P_i{}^*t$$

に注意すると，(2—1)″（2—2)″ は次のように書ける．

$$\{E_{en}-(P_i-P_i{}^*t)\Pi_{in}\}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{eu}\frac{\partial u}{\partial X_n}=0$$

$$(E_{nn}-\Pi_{nn})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{nu}\frac{\partial u}{\partial X_n}=-1$$

支出関数，利潤関数は価格に関して一次同次であるのでオイラーの定理より

$$E_{en}=-P_nE_{nn} \qquad (2\text{—}5)$$

$$\Pi_{ni}P_i=-P_n\Pi_{nn} \tag{2—6}$$

が成立するが，この (2—5) (2—6) を用いて (2—1)″ (2—2)″ を書きかえると，

$$(-P_nE_{nn}+P_n\Pi_{nn}+P_i{}^*\Pi_{in})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{eu}\frac{\partial u}{\partial X_n}=0 \tag{2—1)'''}$$

$$(E_{nn}-\Pi_{nn})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{nu}\frac{\partial u}{\partial X_n}=-1 \tag{2—2)'''}$$

が成立する．ここで，(2—2)‴ から $\partial P_n/\partial X_n$ について解き (2—1)‴ に代入し整理すると，

$$\left\{E_{eu}+\left(P_n-\frac{P_i{}^*t\Pi_{in}}{E_{nn}-\Pi_{nn}}\right)E_{un}\right\}\frac{\partial u}{\partial X_n}=-\left(P_n-\frac{P_i{}^*t\Pi_{in}}{E_{nn}-\Pi_{nn}}\right) \tag{2—7}$$

いま，

$$S_n=P_n-\frac{P_i{}^*t\Pi_{in}}{E_{nn}-\Pi_{nn}} \tag{2—8}$$

とおくと (2—7) 式は

$$(E_{eu}+S_nE_{nu})\frac{\partial u}{\partial X_n}=-S_n \tag{2—7)'}$$

となる．ところで左辺のカッコ内は，安定条件によって正値をとる．すなわち，

$$E_{eu}+S_nE_{nu}>0$$

である[2]．(2—7)′ 式をみると，S_n は X_n が限界的に変化した際の効用水準の変化量を示している．したがって，定義により S_n は非貿易財のシャドウプライスである．

同様に，貿易財（輸出財）のシャドウプライスを求めるためには (2—1)′ (2—2)′ 式を X_e で微分し，$\partial u/\partial X_e$ について解けばよい．

(2—1)′ 式を X_e について微分すると，

$$\frac{\partial E_e\partial X_n}{\partial P_n\partial X_n}+\frac{\partial E_e\partial u}{\partial u\partial X_n}-P_i{}^*\frac{\partial\Pi_i\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}=1$$

(2—2)′ は，

$$\frac{\partial E_n\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}+\frac{\partial E_n\partial u}{\partial u\partial X_n}=\frac{\partial\Pi_n\partial P_n}{\partial P_n\partial X_n}$$

となる．非貿易財の導出過程と同様，オイラーの定理などを用いて整理すると，

$$(E_{eu}+S_nE_{nu})\frac{\partial u}{\partial X_e}=1$$

すなわち貿易財のシャドウプライスは国際価格（$P_e{}^*=1$）である．

（2） 非貿易財のシャドウプライスの経済的含意

さて，S_n の経済的含意を考えるために（2—8）式を見やすい形に変形する．まず，(2—2)‴ 式を使って（2—8）式の分母を変形すると，

$$E_{nn}-\Pi_{nn}=\frac{-\left(1+E_{nu}\dfrac{\partial u}{\partial X_n}\right)}{\dfrac{\partial P_n}{\partial X_n}}$$

が成立する．

ところで，いま補償需要を考えているので効用水準は一定である．したがって，$E_{un}=0$ となる．このことを考慮して，（2—8）式に代入し整理すると，

$$S_n=P_n-tP_i{}^*\frac{\partial Y_i}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial X_n} \tag{2-8}$$

を，導くことができる．この（2—8)′ 式から S_n の経済的含意は明瞭となる．すなわち，1項目の P_n は非貿易財の市場価格であり，生産（X_n）が限界的に1単位増えたときの直接的費用を示している．つぎに X_n が増加することにより非貿易財の価格（P_n）が（$\partial P_n/\partial X_n$）だけ増大するが，その P_n の変化によって輸入財の輸入数量（Y_i）が（$\partial Y_i/\partial P_n$）だけ変化する．2項目は，この時の輸入数量の増加による関税収入の増加を表している．このように，非貿易財のシャドウプライスは直接的な費用 P_n から関税収入によってもたらされる便益を差し引いた額をあらわしていると解釈できるのである．

（3） 弾力性の仮定とシャドウプライス

先に述べたように，非貿易財のシャドウプライスに関する従来の公式は，(2—8) の特殊ケースであることをただちに示すことができる．すなわち，(2—8)′ から次の結論が導き出される．

$$① \quad \frac{\partial Y_t}{\partial P_n}=0 \text{ のとき } S_n=P_n$$

すなわち輸入財の非貿易財価格に対する交差弾力性がゼロのとき，非貿易財のシャドウプライスは市場価格と一致する．

換言すれば，非貿易財の増分が生産によらないで消費によって完全に調整されるならば非貿易財のシャドウプライスには "willingness to pay", すなわち市場価格（または，UNIDO ルール）をとるべきである．

$$② \quad \frac{\partial C_n}{\partial P_n}=0 \text{ のとき } S_n=\frac{P_n}{1+t}$$

このことも (2—8) 式より容易に導びける．いま，仮定から $E_{nn}=0$ であるのでこれを (2—8) に代入すると，

$$S_n=P_n+P_t{}^*t\frac{\Pi_{tn}}{\Pi_{nn}}$$

オイラーの定理より，

$$P_t\Pi_{tn}=-P_n\Pi_{nn}$$

が成り立ち，また，$P_t=P_t{}^*(1+t)$ に注意すると

$$S_n=\frac{P_n}{1+t}$$

が求められる．

ところでここでの仮定 ($\partial C_n/\partial P_n=0$) は非貿易財の自己価格弾力性がゼロを意味する．この仮定のもとでは，非貿易財のシャドウプライスは，国内価格を中間投入である輸入財の関税率に 1 を加えたもので除したものに等しいと主張しているのである．実は，このときのシャドウプライスは，追加的な生産コストを国際価格で評価するという L-M ルールと解釈できるのである．このことを以下で簡単に示してみよう．

いま S_n(LM) を L-M ルールの非貿易財のシャドウプライスとするならば，本節のモデルでは

$$S_n(\mathrm{LM})=P_t{}^*\frac{\partial Y_t}{\partial Y_n}$$

と定義できる．右辺の $\partial Y_t/\partial Y_n$ は追加的な非貿易財の生産に必要とされる輸入財の数量を示している．したがって，これを国際価格で評価した限界生産コストが，L-M ルールによる非貿易財のシャドウプライスとなる．

利潤最大化の条件より，

$$\partial Y_n/\partial Y_t = P_t/P_n$$

これを $S_n(\mathrm{LM})$ に代入すると

$$S_n(\mathrm{LM}) = P_t^*/(P_t/P_n) = P_n/(1+t)$$

右辺は先に非貿易財の自己価格弾力性がゼロという仮定のもとに導き出したシャドウプライスである．したがって $S_n = P_n/(1+t)$ は L-M のルールと解釈できる．

①②の議論から，非貿易財のシャドウプライスに関する2つのルールはわれわれの導いたシャドウプライスの公式の特殊ケースに帰着することが明かとなった．

非貿易財に関する周知の2つのルールとわれわれの導出した一般的な公式との関係をさらに分析するために，(2—8)′ 式を次のように変形してみる．

まず，民間企業の利潤最大化の利潤最大化の条件から

$$\frac{\partial Y_n}{\partial Y_t} = \frac{P_t}{P_n} = \frac{P_t^*}{P_n}(1+t)$$

この条件より

$$P_t^* t = P_n f' - P_t^*$$

$$(\text{ただし，} f' = \partial Y_n/\partial Y_t)$$

これを (2—8)′ に代入して，

$$S_n = \left(1 - f' \frac{\partial Y_t}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}\right) P_n + \frac{P_t^*}{f'}\frac{\partial Y_t}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial X_n} f'$$

ここで，

$$W_1 = 1 - f' \frac{\partial Y_t}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}$$

$$W_2 = \frac{\partial Y_t \partial P_n}{\partial P_n \partial X_n} f'$$

(明らかに，$W_1+W_2=1$)

とおき，利潤最大化条件

$P_i^*/f'=P_n/(1+t)$ を代入して整理すると

$$S_n=W_1P_n+W_2\frac{P_n}{1+t} \tag{2—9}$$

(2—9) 式から，われわれの導きだした公式は，W_1, W_2 をウエイトとした，LM ルールと市場価格ルールの加重平均となっていることが明かとなった．

1) 効用関数

$U(X_e, X_n)$ を全微分すると，

$$dU=Ue(dX_e+\partial U_n/\partial U_e \cdot dX_n)$$

をうる．この式から dU/U_e は U_e をニュメレールとした効用変化を示している．したがって，S_e, S_n の定義式にはともに共通のスカラーがかけられている．

2) Dixit, A. 前掲書 p. 344 参照．

3　本源的生産要素と非貿易財のシャドウプライス

2節においては，Warr モデルを双対アプローチで書きかえ，非貿易財のシャドウプライスを導出し，その属性を分析した．すなわち，非貿易財のシャドウプライスは非貿易財1単位の生産に伴う直接的費用（市場価格 P_n）から非貿易財の生産増加に伴う輸入財の関税収入の増分（便益）を差し引いたものであると解釈できる．

ところで，労働などの本源的生産要素は「非貿易財」である点については，その他一般の非貿易財と変りはない．したがって，そのシャドウプライスもまた，非貿易財と統一的に解釈できるのではないかというのがわれわれの仮説である．そこで本節ではこの問題意識のもとに，2節の Warr モデルに本源的生産要素（以下，簡単化のために労働とよぶ）を組み込み，非貿易財ならびに労働のシャドウプライスを導出し，その属性を分析する．

(a)　消費者・民間部門・公共部門の行動

消費者は前節同様，効用最大化行動をとる．その際，$U(C_e, C_n)=u$ なる効用水準のもとで支出最小化が行われている．

民間部門は輸入財 Y_i, 労働 L_1 を投入財として

$$Y_n=f(Y_i, L_1)$$

なる生産関数のもとに生産し，利潤最大化行動をとる．これから利潤関数 $\Pi(P_n, P_i, W)$ をうる．ただし，W は労働の賃金率である．

公共部門は非貿易財 (X_n) と労働 (L_2) を投入財として輸出財 (X_e) を生産する．

(b)　市場均衡条件

貿易財については，貿易収支の均衡より

$$C_e+P_i{}^*Y_i=X_e \tag{3—1}$$

非貿易財については

$$C_n+X_n=Y_n \tag{3—2}$$

労働については

$$L_1+L_2=L \tag{3—3}$$

が成立する．労働について注意すべきことは，余暇（レジャー）がモデルに組み込まれていないため，労働量は L で固定されているということである．

2節同様に (3—1) から (3—3) をシェパード・ホテリングの補題を用いて支出関数・利潤関数で表現すると，

$$E_e-P_i{}^*\Pi_i=X_e \tag{3—1$'$}$$

$$E_n+X_n=\Pi_n \tag{3—2$'$}$$

$$L_2-\Pi_W=L \tag{3—3$'$}$$

となる．未知数は W, P_n, u の3個，方程式は (3—1)$'$ ～ (3—3)$'$ の3本であるので体系はコンプリートである

(c)　非貿易財のシャドウプライスの導出

前節と同様に，(X_n, L_2, X_e) なるベクトルで示されたプロジェクトの各財や要素の限界的変化にともなう効用の変化をそれぞれの財や要素のシャドウプライスと定義する．以下，まず非貿易財のシャドウプライスを求める．

(3—1)$'$ を X_n で偏微分することによって，

$$(E_{en}-P_i{}^*t\Pi_{in})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{eu}\frac{\partial u}{\partial X_n}-P_i{}^*\Pi_{iW}\frac{\partial W}{\partial X_n}=0$$

をうる．同様にして，(3—2)′ および (3—3)′ から

$$E_{nn}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{nu}\frac{\partial u}{\partial X_n}+1=\Pi_{nn}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+\Pi_{nW}\frac{\partial W}{\partial X_n}$$

$$\Pi_{Wn}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+\Pi_{WW}\frac{\partial W}{\partial X_n}=0$$

をうる．ただし，

$$E_{ij}=\frac{\partial^2 E}{\partial P_i\partial P_i}$$

などとした．

さらに，$P_i{}^*=P_i-tP_i{}^*$ を代入して整理すると

(3—1)′ は，

$$(E_{en}+P_i{}^*t\Pi_{in}-P_i\Pi_{in})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+E_{eu}\frac{\partial u}{\partial X_n}+(-P_i\Pi_{iW}+tP_i{}^*\Pi_{iW})\frac{\partial W}{\partial X_n}=0 \tag{3—1$''$}$$

(3—2)′ は

$$(E_{nn}-\Pi_{nn})\frac{\partial P_n}{\partial X_n}-\Pi_{nW}\frac{\partial W}{\partial X_n}=\left(1+E_{nu}\frac{\partial W}{\partial X_n}\right) \tag{3—2$''$}$$

(3—3)′ は

$$\Pi_{Wn}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+\Pi_{WW}\frac{\partial W}{\partial X_n}=0 \tag{3—3$''$}$$

と表せる．支出関数・利潤関数は価格について 1 次同次であるのでオイラーの定理から次式が成り立つ．

$$\begin{aligned}&E_{en}=-P_nE_{nn}\\&P_i\Pi_{in}=-P_n\Pi_{nn}-W\Pi_{nW}\\&P_i\Pi_{iW}=-P_n\Pi_{Wn}-W\Pi_{WW}\end{aligned} \tag{3—4}$$

(3—4) 式を (3—1)″ に代入し整理すると

$$\{-P_n(E_{nn}-\Pi_{nn})+W\Pi_{nW}+tP_i{}^*\Pi_{in}\}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+(P_n\Pi_{Wn}+W\Pi_{WW}$$

$$+tP_i{}^*\Pi_{iW})\frac{\partial W}{\partial X_n}+E_{eu}\frac{\partial u}{\partial X_n}=0 \qquad (3\text{—}1)'''$$

次に (3—2)′ (3—3)′ から $\partial P_n/\partial X_n$ と $\partial W/\partial X_n$ を $\partial u/\partial X_n$ についてとき (3—1)‴ 式に代入して整理すると,

$$(E_{eu}+S_nE_{nu})\frac{\partial u}{\partial X_n}=-S_n \qquad (3\text{—}5)$$

ただし,

$$S_n=P_n-tP_i{}^*\frac{\Pi_{in}\Pi_{WW}-\Pi_{iW}\Pi_{Wn}}{D}$$

$$D=(E_{nn}-\Pi_{nn})\Pi_{WW}+\Pi_{Wn}\Pi_{nW}$$

(3—5) 式の左辺の $\partial u/\partial X_n$ の係数は安定条件よりプラス. よって, (3—5) 式から S_n が非貿易財のシャドウプライスであることがわかる.

(d) 労働のシャドウプライス

つぎに, 労働のシャドウプライスを求めてみよう. 非貿易財の場合と同様に, 財と労働の需給均衡条件式を L_2 に関して偏微分し, L_2 が効用に及ぼす効果を求めると, 次式がえられる.

$$(E_{eu}+S_nE_{nu})\frac{\partial u}{\partial L_2}=-S_W \qquad (3\text{—}6)$$

ただし,

$$S_n=P_n-tP_i{}^*\frac{\Pi_{in}\Pi_{WW}-\Pi_{iW}\Pi_{Wn}}{D}$$

$$S_W=W-tP_i{}^*\frac{\Pi_{iW}(\Pi_{nn}-E_{nn})+\Pi_{in}\Pi_{nW}}{D}$$

$$D=(E_{nn}-\Pi_{nn})\Pi_{WW}+\Pi_{Wn}\Pi_{nW}$$

である. したがって, 労働のシャドウプライスは, (3—6) 式の S_W と考えることができる.

(e) 経済的な解釈

以上で行われた議論をまとめると次の通りである. 非貿易財については最終的に (3—5) 式, すなわち

$$(E_{eu}+S_nE_{nu})\frac{\partial u}{\partial X_n}=-S_n$$

が導出され，また労働については，(3—6) 式

$$(E_{eu}+S_{nu}E_{nu})\frac{\partial u}{\partial L_2}=-S_W$$

が導き出された．これらの式から，S_n, S_W がそれぞれ非貿易財と労働のシャドウプライスであることがわかった．

そして，

$$S_n=P_n-tP_i^*\frac{\Pi_{in}\Pi_{WW}-\Pi_{iW}\Pi_{Wn}}{(E_{nn}-\Pi_{nn})\Pi_{WW}+\Pi_{Wn}\Pi_{nW}} \qquad (3\text{—}7)$$

$$S_W=W-tP_i^*\frac{\Pi_{iW}(\Pi_{nn}-E_{nn})+\Pi_{in}\Pi_{nW}}{(E_{nn}-\Pi_{nn})\Pi_{WW}+\Pi_{Wn}\Pi_{nW}} \qquad (3\text{—}8)$$

が，その公式である．

このままの形では，シャドウプライスの経済的な意味づけは明瞭ではないので若干の式の変形を行うと以下のようになる．

$$S_W=W-tP_i^*\left(\frac{\partial Y_i}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial L_2}+\frac{\partial Y_i}{\partial W}\frac{\partial W}{\partial L_2}\right) \qquad (3\text{—}9)$$

S_n についても同様な計算から，次式を得る．

$$S_n=P_n-tP_i^*\left(\frac{\partial Y_i}{\partial P_n}\frac{\partial P_n}{\partial X_n}+\frac{\partial Y_i}{\partial W}\frac{\partial W}{\partial X_n}\right) \qquad (3\text{—}10)$$

(3—9) の1項目は，労働の直接的コスト (W) を示している．2項目のカッコ内は，①労働需要増加→非貿易財の価格上昇→生産の増加による輸入中間財の変化と②労働需要増加→賃金の変化→労働と代替する輸入中間財の変化，の2つの効果からなり，全体として労働の変化にともなう関税収入（便益）の変化を表している．したがって，労働のシャドウプライスは，直接的コストから税収（便益）の変化を差し引いたものと解釈できる．

非貿易財のシャドウプライスについては，(3—10) からわかるように，直接的コスト (P_n) から非貿易財の変化にともなう賃金・非貿易財価格の変化が誘発する輸入関税収入の変化を差し引いたものとなっている．

以上の議論から，本源的生産要素のシャドウプライスの経済的含意は，非貿易財のシャドウプライスと同一のものであることが明らかとなった．

2節では，非貿易財のみのモデルでシャドウプライスを導出し L-M, UNIDO の2つのルールの加重平均となっていることを確認した．この結論は，非貿易財と労働の2要素からなるモデルでもまったく同様に成立する．以下に結論のみを記す．

$$P_n = W_1 P_n + W_2 (P_n/(1+t))$$

ただし，

$$W_1 + W_2 = 1$$

$$W_2 = \frac{\partial Y_n}{\partial Y_t}\left(\frac{\partial Y_t}{\partial P_n} + \frac{\partial Y_t \partial W}{\partial W \partial P_n}\right)\frac{\partial P_n}{\partial X_n}$$

4　結論

本稿では，Warr モデルを支出関数を用いた双対アプローチで書き直し，さらに本源的生産要素を導入しモデルの拡張をはかった．そして，一般均衡の枠組みのなかで非貿易財および本源的生産要素のシャドウプライスを導出した．

本稿で得られた主要な結果は，非貿易財のシャドウプライスについてこれまで示されてきた L-M, UNIDO をはじめとしたさまざまな公式が，

シャドウプライス＝(直接的コスト＝市場価格)－(税収変化＝便益)

と統一的に解釈できることを明かにしたことである．したがって，その意味において非貿易財と本源的生産要素のシャドウプライスの公式は同一にとらえることができる．

L-M, UNIDO の周知の2つのルールの関係については，それらがわれわれが一般均衡の枠組みの中で導出した公式の特殊ケースであることが確認された．そしてさらに，本稿で導出したシャドウプライスは，L-M と UNIDO のルールの加重平均となっていることを確認した．

（千葉大学助手）

（一橋大学教授）