利子率リスクの「存続期間」(Duration)分析と金融先物取引*

清　水　啓　典

序

金融の自由化，国際化による金融市場の不確実性の増大にともなって，様々なリスク管理技術の向上は金融機関にとって最大の関心事の一つとなっている．とりわけ資産・負債管理（ALM）における2つの要素—利子率リスクと流動性リスク—のうち，最近の金利自由化の進展とともに特に重要性を増しているのは，利子率リスクの管理である．これは，地域や業態上の特性など何らかの制度的要因が存在するために，比較的大きな利潤マージンを持つ小規模な金融機関よりも，全国的・国際的市場において競争を行なっており，それ故薄い利潤マージンで大量の資金を運用している大規模な金融機関にとって，より深刻な問題である．そのような金融機関にとって，今後最大のリスクは信用リスクよりも利子率リスクとなるであろう．

しかし，このリスクを管理するための方法は，資産負債の満期構成を一致させるといった初歩的手段が中心であるし，重要な手段である金融先物市場も現在の日本では利用可能でない．ところが，満期という概念は，以下で見るように利子率リスクを管理するための概念として，理論的に適切なものではない．より適切な概念は「存続期間」(Duration) であるが，これもまた一つの完全なものがある訳ではなく，様々な定式化があり得るし，理論的にも現段階では欠点がある．しかし，それは利子率リスクの有用な尺度であるし，今秋日本においても創設される予定の金融先物市場との関連でこの概念を用いることが，重要な利子率リスク管理の手段となるものと思われる．

そこで本稿では，まず第1節において「存続期間」(Duration) の概念とリスクの関係を説明し，第2節においてその概念を用いた「免疫化」(Immunization) 操作について述べ，第3節ではその理論的問題点を整理する．更に第4・5節において，金融先物市場の性質とそれを利用した「免疫化」の可能性について説明することによって，利子率リスク管理に対する存続期間分析の利点について解説することとしたい．

第1節　「存続期間」と利子率リスク

利子率リスクを管理するためには，まずそのリスクの程度を測る尺度が必要である．一般に利子率が変化した場合，満期の長い債券ほど被る価格変動の幅は大きい．しかし，同一の満期利回りをもつ債券でも，クーポン・レートの高いものほど価格変動の幅は小さいので，満期をリスクの尺度と見ることは正確ではない．また，同一の満期をもつ債券でも，半年に一度の利払いが行なわれる利付債と，利払いは全く行なわれず，満期時に元本のみが償還される割引債とでは，「有効」な満期は異なっていると考えなければならない．この点を最初に指摘し，次のような満期に代わる債券の「長さ」(Longness) の尺度を「存続期間」(Duration) と定義したのは，Macaulay (1938) である．

$$D=\frac{\sum_{t=1}^{n} x(t)t(1+i)^{-t}}{\sum_{t=1}^{n} x(t)(1+i)^{-t}} \qquad (1)$$

ここで，$x(t)$ は t 期に支払われる現金フロー，i は満期利回り，n は満期までの期間数である．即ち，存続期間とは，各時点で支払われる現金フローの現在価値の債券価格に対する割合をウェイトとして，それぞれの現金支払いが行なわれる迄の期間数を加重平均したものであり，時間単位で表わされる．それ故，この値は満期のみならず，満期利回り及びクーポン・レートからも影響を受ける．第1表は半年ごとに利払いの行なわれる債券について，存続期間を計算したものである．これから分かるように，存続期間はゼロ・クーポン債の場合にのみ満期と一致するが，利付債の場合には常に満期よりも短い．またそれ

は，満期を一定とすれば，満期利回りかクーポン・レートが高いほど，より短くなり，コンソル債の場合にはクーポン・レートとは無関係に $(1+i^{-1})$ となる．しかし，存続期間と満期との関係は一様ではなく，その債券のクーポン・レートと満期利回りとの関係に依存して，第1図のような関係がある．即ち，割引クーポン債の場合，存続期間は満期の増加とともに増加するが，その後低下して漸近的に $(1+i^{-1})$ に接近するのである．

この存続期間という概念が利子率リスクにとって重要な意味を持っているのは，

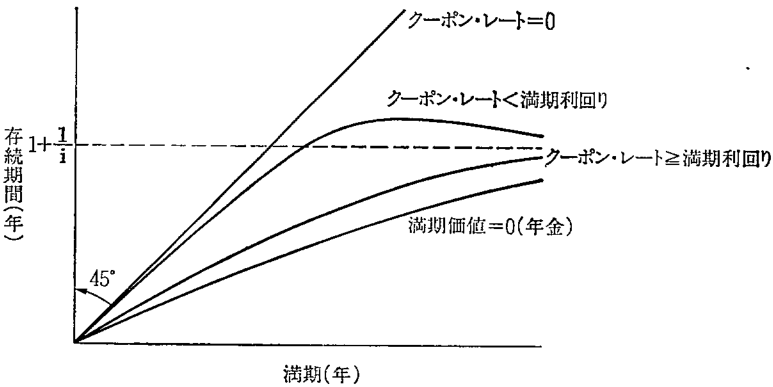
第1表　半年ごとに利子支払のある債券の継続期間

満期（年）	満期利回り											
	4 %				6 %				8 %			
	クーポン・レート				クーポン・レート				クーポン・レート			
	2%	4%	6%	8%	2%	4%	6%	8%	2%	4%	6%	8%
1	0.995	0.990	0.986	0.981	0.995	0.990	0.985	0.981	0.995	0.990	0.985	0.981
5	4 770	4.581	4.423	4.290	4.756	4.558	4.393	4.254	4.742	5.533	4.361	4.218
10	9.007	8.339	7.859	7.497	8.891	8.169	7.662	7 286	8.762	7.986	7.454	7.067
20	15.837	13.951	12.876	12.181	14.981	12.980	11.904	11.232	14.026	11.996	10.922	10.292
50	25.379	21.980	20.629	19.903	19.452	17.129	16.273	15.829	14.832	13.466	12.987	12.743
100	26.416	25.014	24.535	24 293	17.567	17.232	17.120	17.064	13.097	13.029	13.006	12.995
∞	25.500	25.500	25.500	25.500	17.167	17.167	16.167	17.167	13.000	13.000	13.000	13.000

注）半年複利の年率

出所：Fisher and Weil (1971).

第1図　各種債券の満期と存続期間の関係



出所：Kaufman (1986), p. 305.

最初に Hicks (1939) が示したように，それが利子率に関する債券価格の弾力性となっているからである[1]．つまり，(1) の分母で表わされる債券価格 P

$$P=\sum_{t=1}^{n}x(t)(1+i)^{-t} \tag{2}$$

を全微分すると

$$dP=-\left[\sum_{t=1}^{n}x(t)t(1+i)^{-t}\right]\frac{di}{1+i} \tag{3}$$

となるが，(2)・(3) を (1) に代入して整理すると，

$$\frac{dP}{P}=-D\frac{di}{1+i} \tag{4}$$

或は，利子率変化が小さい場合には，

$$\frac{dP}{P}\approx -Ddi \tag{5}$$

となるからである．それ故，所与の満期利子率の変化に対する債券価格の変化率は，存続期間が長いほど大きい．既に述べたように，満期と存続期間との関係は，特に割引クーポン債の場合に一様ではないので，利子率変化に対する債券価格の変動幅と満期の関係も一様ではない．従って，利子率リスクの指標としては，満期よりも存続期間の方が優れている．

以上は特定の債券についてであるが，k 個の債券から構成されるポートフォリオの存続期間 D_p も，そのポートフォリオの価値に占める j 債券の割合 w_j をウェイトとして，各債券の存続期間 D_j を加重平均することによって求めることができる．

$$D_p=\sum_{j=1}^{k}w_jD_j \tag{6}$$

ところで，資産のリスクの尺度として最も一般的なものはベータ係数である．そこで，存続期間の利子率リスクの指標としての意味を知るために，存続期間とベータ係数との関係を見ておこう[2]．よく知られているように，線形の市場モデルにおいては，資産 j の1期収益率 $\tilde{r}_{jt}$ は，市場の全資産に共通な要素 $\tilde{M}_t$ と資産 j にのみ特徴的な要素 $\tilde{\epsilon}_{jt}$ とによって，

$$\tilde{r}_{jt}=\alpha_{jt}+\beta_{jt}\tilde{M}_t+\tilde{\epsilon}_{jt} \qquad (7)$$

と表わすことができる．ここで，α_{jt}, β_{jt} はパラメータで，～はランダム変数であることを示している．そこで，

$$E(\tilde{\epsilon}_{jt})=0$$

$$\mathrm{Cov}(\tilde{\epsilon}_{jt}\cdot\tilde{M}_t)=0$$

$$\mathrm{Cov}(\tilde{\epsilon}_{jt}\cdot\tilde{\epsilon}_{st})=0 \qquad j\neq s$$

と仮定すると，ベータ係数は次のように表わされる．

$$\begin{aligned}\beta_{jt}&=\mathrm{Cov}(\tilde{r}_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})/\sigma^2(\tilde{r}_{mt})\\&=[\rho(\tilde{r}_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})\sigma(\tilde{r}_{jt})]/\sigma(\tilde{r}_{mt}) \qquad (8)\end{aligned}$$

ここで，$\rho(\tilde{r}_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})$ は $\tilde{r}_{jt}$ と $\tilde{r}_{mt}$ の相関係数，$\sigma(\tilde{r}_{jt})$ と $\sigma(\tilde{r}_{mt})$ は，それぞれ債券 i の収益率と市場ポートフォリオの収益率の標準偏差である．

そこで，デフォルト・リスクのない債券の t 期の収益率は，

$$\tilde{r}_{jt}=[P_{jt}+x_j(t)+dP_{jt}]/P_{jt} \qquad (9)$$

であるから，(5)・(8)・(9) より，この債券のリスクは次式で表わされる．

$$\begin{aligned}\beta_{jt}&=-D_{jt}\mathrm{Cov}(\tilde{d}i_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})/\sigma^2(\tilde{r}_{mt})\\&=-D_{jt}\rho(\tilde{d}i_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})\sigma(\tilde{r}_{jt})/\sigma(\tilde{r}_{mt}) \qquad (10)\end{aligned}$$

これから，①β_{jt} の符合は相関係数 $\rho(\tilde{d}i_{jt}\cdot\tilde{r}_{mt})$ とは逆である，②他の要素を一定とすれば，債券のリスクは継続期間に正比例する，ということが明らかである．しかし，一般に D_{jt} と $\sigma(\tilde{r}_{jt})$ の間には負の関係が見られるので，β_{jt} と D_{jt} の正比例関係は一部相殺されることになる．このように，債券のリスクは継続期間と同時に，利子率の確率過程にも依存している．(1) で定義された存続期間は，割引率として全期間について同一の満期利子率を用いている．それ故，(1) で定義される継続期間がリスクの指標として正しいものであるためには，特定な利子率変化の確率過程，即ちこの場合には，水平な利回り曲線の一度限りの水平なシフトを仮定する必要があり，これがリスクの指標としての継続期間の理論的問題点である．この点については節を改め，第3節で述べることとする．

第2節　免疫化と存続期間ギャップ

以上のように定義された存続期間には，利子率リスクを管理するうえで2つの利用方法がある．その一つは，Samuelson (1945), Redington (1952) によって示されたもので，企業がその資産と負債それぞれの加重平均存続期間 D_p を一致させた場合，利子率の如何なる変化も資産と負債の価値を同一方向に同額だけ変化させるので，このとき企業は利子率リスクを回避することができる．逆に，資産と負債の存続期間に差があれば，利子率リスクはそのギャップの絶対値に比例することになる．第2は，Fisher and Weil (1971) によるもので，投資家がある一定の計画期間を持っており，その期間終了後にそのポートフォリオを流動化する場合に適用される．このとき，ポートフォリオの存続期間をその計画期間と一致させることによって，その期間中利子率が如何に変化しても，少なくとも計画期間の当初に予定した収益を実現することができる．というのは，仮に利子率が上昇した場合，債券価値は低下するが，債券からの受取利子フローをより高い利子率で再投資することによって，計画期間の終りには債券価値の低下分を回収することができるからである．利子率が低下した場合には丁度逆のことが妥当するが，利子率の変動によって計画よりも高い収益を得る可能性もある．このように，いずれかの方法によって，あるポートフォリオが利子率リスクを持たないようにする操作を「免疫化」(Immunization)[3] という．

ところで金融機関の場合，通常は特定の計画期間を定義することはできないので，問題となるリスク管理は第1の資産・負債に関するものである．上に述べたことを示すために今，$r(t)$ を (t) 期における予想短期利子率，t は連続的で $r(t)$ が継続的に複利計算されるものとすると，0～T 期の長期利子率は

$$R(t)=\left[\int_0^T r(t)dt\right]/T \qquad (11)$$

であり，関数 $R(t)$ は期間 $[0, T]$ についての利回り曲線となる．資産 A と負債 L からの所得，支払いのフローをそれぞれ $\{A_t\}, \{L_t\}$ とすると，金融機

関の正味資産 W_0 は次のように示すことができる.

$$W_0=\int_0^T\left[A_t-L_t\right]\exp[-R(t)t]dt$$
$$=A-L \tag{12}$$

そこで, $R(t)=\bar{R}$ とし, 利子率がその一定の利回り曲線を全期間について λ だけ平行にシフトさせるような形で変化するため, 変化後の利回り曲線は $R(t)+\lambda$ となると仮定しよう. この時金融機関の富は,

$$W=\int_0^T\left[A_t-L_t\right]\exp\{[R(t)+\lambda]t\}dt$$
$$=\int_0^T\left[A_t-Lt\right]\exp[-R(t)t]\exp(-\lambda t)dt \tag{13}$$

となる. もし λ が非常に小さければ, $\exp(-\lambda t)\approx 1-\lambda t$ であるので, W は次のように近似できる.

$$W=W_0-\lambda(AD_A-LD_L) \tag{14}$$

ここで, D_A, D_L は (1) より明らかなように, それぞれ資産, 負債の存続期間

$$D_A=(1/A)\int_0^T tA_t\exp[-R(t)t]dt$$

$$D_L=(1/L)\int_0^T tL_t\exp[-R(t)t]dt$$

である. 即ち, 資産負債の存続期間を $AD_A=LD_L$ とすれば, ポートフォリオを利子率変化に対して免疫化することができる. 通常 $A\approx L$ であるので, このためには存続期間ギャップ (D_A-D_L) をゼロとすれば良いことになる.

しかし, 金融機関の場合, 利子コストがゼロの要求払預金が存在するため, 例え資産・負債の存続期間を一致させたとしても, 利子率リスクを完全に取り除くことはできない[4]. また, 利子率リスクがゼロであるということは, 同時に利子率変動による利潤もゼロであることを意味するから, それは利潤最大化を目的とする私企業として必ずしも望ましいことでもない. それ故, 利子率リスク管理にとって重要なことは, その金融機関にとって適切なリスク—収益の組合わせを選択することである. その際適切なリスク管理のためには, 少なくと

も利子率変化の方向を正確に予測する必要がある．もし利子率の上昇（低下）が予想されるならば，$D_A-D_L<0(>0)$ とすることによって利潤が得られるが，予想が誤っていれば損失を被る．そして，利潤と損失の大きさはそのギャップ（D_A-D_L）の大きさに比例する．従って，金融機関は利子率変化の方向と存続期間ギャップの双方を，その利子率予測に基づいて決定する必要がある．このように利潤最大化を目的として利子率リスクを管理する方法は能動的戦略，免疫化は受動的戦略ということができるであろう．

以上が最も単純な存続期間の概念を用いたリスク管理の概略であるが，この方法が従来それほど一般的に利用されていないのは，第1にこの概念には理論的に問題点があること，第2に実際にこの方法を利用するには幾つかの障害があったためである．そこで次に，これらの問題点を順次見てゆくことにしよう．

第3節　理論的問題点

前節の $D_A=D_L$ という免疫化の条件は，そこで明示的に示されているように，利回り曲線 $R(t)$ が水平であること，利子率変化が利回り曲線を水平なままシフトさせるようなものであり，しかも微小な一度限りの変化であるという仮定の下で導かれたものである．このような強い仮定が必要な理由は，(1) で定義された存続期間を計算する場合，満期利回りが用いられていることにある．いう迄もなく，資産の現在価値は将来所得フローを，満期に至る迄の各期に支配すると予想されるそれぞれの1期利子率で割引くことによって計算される．満期利子率とは，この資産の現在価値と将来の所得フローとを等しくさせる内部収益率である．利付債の場合，この満期利回りが各期の1期割引率の単純平均となるのは，その割引率が全て等しいとき，即ち利回り曲線が水平なときのみである．

利回り曲線が右上り（右下り）であるとき，それが同一の幅でシフトしたことによる満期利回りの変化は，クーポン・レートが高い程より小さい（大きい）．従って，(5) で示される利子率リスクは，クーポン・レートの高い（低い）債券のリスクがそれの低い（高い）債券のリスクに比して過大評価されることに

なる．また，このように各期の割引率が異なる通常の場合，満期利回りと各期の割引率の変化とは一義的に対応していないので，所与の満期利回りの変化は様々な割引率の変化パターンとも整合的であるし，平均割引率の変化は様々な満期利回りの変化パターンとも矛盾しない．それ故，(5) による資産価格変化が正確なのは，全期間同一の割引率の均一な水平シフトによって，満期利回りが変化する場合のみであり，それは利子率の一度限りの変化に対応する比較静学的概念であるということができる．しかし明らかに，これらは現実的な仮定ではない．より現実的な利子率変化について存続期間を計算するためには，各期の割引率変化の確率過程，即ち，利回り曲線のシフトのパターンが分かっている必要がある．それらが既知である場合には，以下の 1)～5) に示される利回り曲線のシフト・パターンに対応して，適切な存続期間の尺度 (D_1～D_5) は，それぞれ次のような式で計算することができる[5]．

今，各期の1期利子率から導かれた t 期の満期利回りを $h\ (0,t)$, λ を利回りの期間構造に生じた一度限りのランダム・ショックであるとしよう．

1) 利回りの期間構造が水平であり，生じる利子率変化が全ての期について均一な加法的変化の場合には

$$h^*(0,t)=h(0,t)+\lambda \quad \lambda \gtreqless 0,\ h(0,1)=h(0,2)=\cdots\cdots h(0,m)=i$$

と表わすことができ，この場合に適切な存続期間 D_1 が，既に述べたように Macaulay の定義した (1) である．

2) 利回りの期間構造は水平ではないが，利子率が全ての期間について均一にシフトする場合には，$h^*(0,t)=h(0,t)+\lambda$　　$\lambda \gtreqless 0$ であり，この場合に適切な存続期間 D_2 は

$$D_2[1+h(0,D_2)]=\frac{\sum_{t=1}^{n}x(t)t[1+h(0,t)]^{-t-1}}{\sum_{t=1}^{n}x(t)[1+h(0,t)]^{-t}} \qquad (16)$$

である．

3) 利子率変化が乗法的で，$[1+h^*(0,t)]=\lambda[1+h(0,t)]$ と表わされ，従って，利回り曲線が右上りの場合には $d\lambda/dt>0$，右下がりの場合には $d\lambda/dt<0$

であるときの存続期間 D_3 は,

$$D_3=\frac{\sum_{t=1}^{n}x(t)t[1+h(0,t)]^{-t}}{\sum_{t=1}^{n}x(t)[1+h(0,t)]^{-t}} \tag{17}$$

4) 利子率変化は加法的であるが，短期利子率の方が長期利子率よりも大きく変化する，即ち

$$h^*(0,t)=[\lambda\ln(1+\alpha t)/\alpha t]+h(0,t)\,; \qquad \lambda\gtreqless 0,\ \alpha\geqq 0$$

であり，従って，$d|\lambda\ln(1+\alpha t)/\alpha t|/dt<0$ である場合の存続期間 D_4 は

$$\ln[1+\alpha D_4]=\frac{\sum_{t=1}^{n}x(t)\ln(1+\alpha t)[1+h(0,t)]^{-t}}{\sum_{t=1}^{n}x(t)[1+h(0,t)]^{-t}} \tag{18}$$

である．ここで，α は短期利子率変化の長期利子率変化に対する比率を表わすパラメーターである.

5) 利子率変化は乗法的であるが，短期利子率の方が長期利子率よりも大きく変化する，即ち

$$[1+h^*(0,t)]=[\{1+\lambda\ln(1+\alpha t)\}/\alpha t][1+h(0,t)]\,; \ \lambda>0,\ \alpha\geqq 0$$

となる場合の存続期間 D_5 は,

$$\frac{\ln[1+\alpha D_5]}{1+h(0,D_5)}=\frac{\sum_{t=1}^{n}x(t)\ln(1+\alpha t)[1+h(0,t)]^{-t-1}}{\sum_{t=1}^{n}x(t)[1+h(0,t)]^{-t}} \tag{19}$$

である.

このように，利子率変化の確率過程が予め既知であれば，それに対応した免疫化のための存続期間を計算することができる[6].

ところが，以上のような存続期間の定義もなお理論的に満足できるものではない．というのは，上に仮定されたような形で利回り曲線がシフトする場合，免疫化されたポートフォリオの収益関数は利子率ショックに関して凸となっているため，ショックが大きいほど，収益も大きい．この時，所与の利子率変化に対して，クーポン・レートが高い程より高い収益が得られるので，存続期間

は同一であるが，クーポン・レートのより低い債券保有からより高い債券保有に移ることによって，追加的なリスクを負担せずにより高い収益を得ることができる．従って，全市場参加者がそのような行動をすれば，市場には最高のクーポン・レートをもつ債券だけが残ることになる．即ち，上に示したような利回り曲線のシフトは，それが微小な変化でない限り，一般均衡条件を満たさないのである[7]．

そこで更に，このような欠点を取り除いた存続期間の定義も考えることができる[8]．しかし，それらは更に複雑な形を取り，一般に次のような仮定が必要である．①利子率の変化は一度限りである．②投資家は，既知で一定の計画期間について，利子率リスクを所与として，期待収益の最大化を目指す．③利子率以外に不確実性の要因はない．④将来の利子率の真の確率過程が既知である．⑤期間構造に含まれる全ての利子率の変化は，全て完全相関している．⑥免疫化された収益関数は非-凸である．従って，例えば仮定⑤が満たさないようなより複雑な確率過程の場合には，期間構造の変化は単一の継続期間の数値で表わすことができず，それぞれの期間構造の部分に対応した複数の継続期間の数値が必要となる．

しかし，そもそも現実の利子率変化に関する確率過程が既知であることはありえないし，もしそうであれば，投資家はその知識を利用することができるので，もともと免疫化を考える必要がないことになる．また，ここでの議論は利子率リスク以外のリスクは存在しないことや，税金・取引費用等の存在を無視しているし，実際の利子率変化は一定期間に何度も生ずる可能性がある．従って，上に示したような方向で継続期間の定義を理論的に精緻化することがどれほど実際の免疫化にとって有効であるかはア・プリオリには明らかでない．つまり，如何なる確率過程に関する仮定に対応した継続期間の定義も，それがどれほど実際に有効であるかは，実証分析によるほかはないのである．

そこで，様々な継続期間の定義を用いて，実証研究やシュミレーションが行なわれている[9]．それらによると，一般に，特に比較的低い利子率においては，(1) の定義による継続期間と，より複雑な定義 (16) ～ (19) によるものとの

差は大きなものではないこと，利子率の確率過程を誤って特定化することによる損失はかなり小さいものであること，ポートフォリオに含まれる各債券の継続期間が広範であるほど，実現される収益は予定された収益を上回りやすいことなどが明らかになっている．これらの研究によれば，完全な免疫化を保証することはできないが，実際には様々な複雑な定義よりも，計算の容易な Macaulay の定義 (1) を用いることによって，ほぼ目的を達成できることになる．しかしこれに対して，実際のデータを用いて，継続期間を用いた免疫化は，最も素朴な満期を用いた免疫化と比べてそれほど大きく改善されないとする，Ingersoll (1981) の研究もある[10]．

このように，現段階では，唯一の最も優れた継続期間の定義があるわけではない．その理論的基礎に，上に述べたような問題点が多いということが，この概念が特に学界においてその評価が定着していなかった理由であると思われる．しかし，継続期間とは指数であり，他の指数と同様にその目的に対して適切な様々な定義があり得る概念と考えることができる．それは，利子率リスクの尺度として非常に有用な概念であり，より完全なリスクの尺度を求めるためには，このような方向で研究を発展させる必要があると思われる．

第4節　金融先物市場と取引コスト

理論的には以上のような問題点があるものの，満期よりも明らかに優れていると思われる継続期間という概念が，これまで実際にそれほど使われてこなかったのにはそれなりの理由がある．その第1は，継続期間を実際に計算することは，広範な資産・負債を持つ金融機関にとって，時間の経過や利子率の変化と共に変化する継続期間を計算するのは，簡単なことではなかったという点である．明らかにこの計算のためには非常に多くの情報を必要とする．しかしこの問題点は，コンピューターの発達によって今では決定的な障害ではなくなっている．この計算に必要な完全な情報は収集可能ではないとはいえ，そのためのシステムを構築することによって，基本的には収集・処理可能な性質のものである．特に，市場性のある特定の資産・負債についての計算は，現在では何

の困難もない.

第2の問題は，各資産・負債の継続期間は①時間の経過，②利回りの変化，によって常に変化しているので，一旦免疫化されたポートフォリオも，その免疫化された状態を維持するためには，継続的な組替えを必要とするという点である．しかし，そのためには特に取引費用の大きさが問題である．これに伴う取引費用が大きいものであればあるほど，免疫化のメリットは制限されたものとなるし，事実従来の日本では，この費用が禁止的な水準であった可能性がある.

また，第3の問題は，預金利子率や流動性等に関する種々の規制や，他の金融機関との競争があるなかで，果してその資産・負債の利子率リスクを回避するようなポートフォリオを構築することができるだろうか，つまり，実際に如何にして資産・負債の構成を，免疫化を保つように常に変化させることができるかという点である．これらの問題点は，特に従来の日本においては，預金利子率に関する規制のために利子率リスク自体がそれほど深刻な問題でなかったこともあって，免疫化操作を行なううえにおいて，大きな障害であったかも知れない．ところが，金融先物市場の発達は，正にこの第2・3の問題点を解決する手段となるという意味で，利子率リスクの管理に重要な意味を持っているのである.

そこで，これらの点に関して，金融先物市場はどのような性質を持っているのだろうか．原理的には，通常の金融資産を用いた場合でも，先物市場を利用したものと同様のリスクを持ったポートフォリオを構成することが可能である．それにもかかわらず金融先物市場が大きく発展した基本的要因は，その取引費用が現物市場に比して極端に低いことにある[11]．Kling (1985) の推定によれば，代表的取引者によるＳ＆Ｐ500 銘柄を含むバスケットの現物による取引費用が ＄1,500 である場合，それに対応するＳ＆Ｐ500 インデックスの先物取引に必要な往復手数料とスプレッド費用は約 ＄50 であり，現物取引の僅か 1/30 に過ぎない．そのような低い取引費用は，先物市場が現物市場よりも効率的であることによるが，それは更に次のような先物市場の特長に起因してい

る．①標準化された取引であること．このため規模の経済が生まれる．②低い間接的経費．現物市場で取引を始めるよりも，簡単で知識や経験も少なくてよい．③価格情報へのアクセス．均衡価格が直ちにかつ広範に伝達される．④第三者の保証[12)]．現物・先渡し市場では取引の安全は互いの信用に基づいているに過ぎないが，先物市場では清算機関が全ての取引を保証する．⑤受渡しが不要である．現物市場では取引対象の証券を受け渡す義務があるが，先物市場では，期限以前にポジションを閉じることによって，受渡しを避けることができる．

これらの要因はそれぞれ独立ではなく，例えば，受渡しが不要であるため取引の標準化が行ない易く，間接費が低い．また，標準化された取引であるため参入と競争が促進され，更に間接費が低下するし，価格情報の伝達も容易である，というように互いに関連している．また，証拠金制度によって取引のリスクは全て清算機関が負うために，取引参加者は取引相手の信用状態を知る必要がない．清算機関の基準を満たしたものは誰でも市場に参加することができるので，取引が可能な相手の範囲は非常に拡大し，その結果として，市場参加者の間での競争は激しくなり，一層の取引コストの低下が促進される．

更に，大半の先物市場取引においては受渡しが不要であるため，例えば，弱気の参加者がショート・ポジションを取るときに，実際に売渡すための証券を確保しておく必要がない．現物市場であれば，特定の証券をディーラーから借り，それを買手に渡した後，最終的にはその証券を市場で購入してディーラーに返済する必要がある．即ち，ショート・ポジションを取るためには，同時に現先の買取引をしなければならない．この時に適用される利子率は，市場利子率よりも低いので，この利子率と市場レートとの差が，現物市場でショート・ポジションを取るための費用となる．しかし，先物市場においては受渡しの必要がないために，この費用が不要となるのである．また，ロング・ポジションを取る場合，その投資家のブローカーは，現物市場であれば特定の証券を彼に売るか或は貸してくれる相手を探す必要があるが，先物市場では，その証券を持っていなくても，単にショート・ポジションを取りたいと思っている相手を見

つけるだけでよい．それ故，ブローカーのサーチ費用も先物市場ではより小さいし，必要なときに必要なだけのポジション調整を容易に実行できるのである．

また，金融先物取引は，契約時に現金を支払うわけではないので，それ自体がポートフォリオの価値を変化させることはないが，利子率が変化した後にそれが決済された時点で，ポートフォリオの現金価値を変化させる．従って，上に述べた第3の問題点があるために，変化させることが困難な現物のポートフォリオの構成を変化させることなく，実質的にポートフォリオ全体の存続期間を変更することができるのである．また，ある程度の規模の金融機関が，現物市場で特定の債券を用いて存続期間の調整を行なった場合には，そのことによって債券価格自体が影響を受ける可能性がある．更にその流動性も大きな問題である．ところが，金融先物市場の日々の取引高は非常に大きいので，その市場性や流動性が優れていることについては，改めて述べるまでもない．

このように金融先物市場は，ポートフォリオの継続的調整を必要とする利子率リスク管理にとって，取引コストが低いこと，及び手元のポートフォリオ自体を変更することなく，より簡単に大幅な存続期間の調整が可能であるという大きな利点を持っているのである．

第5節　金融先物の存続期間

金融先物の価格 P^F は，システィマティック・リスクが存在しない場合，その契約の基礎となっている債券 j の受渡し時における予想価格となり[13]，受渡し時点に支配していると予想される満期利回り R^e とその債券の現金フロー $\dot{C}_{jt}$ とによって，次のように表わされる．

$$P_j^F=\frac{\sum_{t=0}^{M}C_{jt}}{(1+R^e)^t} \tag{20}$$

ここで，$\sum_{t=0}^{M}$ は t について，その債券の受渡し時点（$t=0$）から満期 M 迄についての集計である．（2）～（5）と同様に，（20）を全微分することによって得られる，利子率変化に対するその債券の受渡し時点での価格変化の割合は

$$\frac{dP_j^F}{P_j^F}=\frac{-D_j^F d(1+R_j^e)}{(1+R_j^e)} \tag{21}$$

であり，ここでの存続期間 D_j^F は次の通りである．

$$D_j^F=\frac{\sum_{t=1}^{M} tC_{jt}/(1+R^e)^t}{\sum_{t=1}^{M} C_{jt}/(1+R^e)_t} \tag{22}$$

このように，金融先物の存続期間はその受渡し時点から計算されるため，その先物契約の期間中は，時間が経過してもその存続期間は変化しない．例えば，3ヵ月の米財務省証券の場合は利子支払いがないので，その存続期間は常に0.25であるし，20年満期の財務省債券の存続期間は利子率水準の変化によってのみ影響を受ける．金融先物に関しては，時間の経過と共にポートフォリオを組替える必要はないのである．それ故，金融先物を用いたポートフォリオを持つ場合には，前節で述べた第2の問題点が大きく改善される．これが，免疫化に金融先物を利用することがとりわけ有用な理由である．

そこで，このような金融先物を組み入れたポートフォリオの存続期間 D_P' は次のように示される。

$$D_P'=D_C+D_j^F\frac{V_j^F}{V_C} \tag{23}$$

ここで，D_C は現物ポートフォリオの存続期間，V_C は現物ポートフォリオの証券の市場価値，V_j^F は先物契約の証券の市場価値であり，ロング・ポジションの場合は正，ショート・ポジションの場合は負である．従って，ロング・ポジションの先物契約をした場合には，全ポートフォリオの存続期間が延長され，ショート・ポジションの場合にはそれが短縮される．また，先物契約自体に対しては現金投資が行なわれないので，利子率変化によって先物価格は変化するが，再投資からの所得は変化しない．それ故，利子率変化はより長期の先物契約の価格に対して，より大きな影響を与える．利子率が高い場合，現物ポートフォリオのみでは，存続期間を延長させたいときに適切な債券が存在しないことがあるので，このような場合特に先物契約の利用が便利である．

以上のように，金融先物取引を利用することは利子率リスクの管理にとって極めて有用であるが，もちろん注意すべき点もある．その第1は，(20) では先物価格の変化が，その基礎となっている債券利子率の変化の確率過程と同一の確率過程から生ずると仮定されていることである．従って，もしそれ以外の要因で先物価格が変化すれば，もちろん予想外のリスクが生ずる．これと並んで，存続期間自体が第3章で述べたような問題点を持っているために，先物価格の形成に関しても同様の困難があることは避けられない．そのような場合，金融先物を用いた免疫化が現物のみのポートフォリオと同一の結果をもたらすとは限らない．第2は，ディフォルト・リスクの増大である．現物ポートフォリオの場合，市場価格が低下してもそれを売却しない限り評価損であって，直ちに現金の支払いが必要なわけではない．しかし，先物取引においては，予想外の価格変化による損失は，現金で決済しなければならないので，ディフォルト・リスクも増加するのである．

要約

存続期間という概念は比較的古い歴史を持っているが，それについての本格的な研究が行なわれるようになったのは，ごく最近のことである．現段階では，その研究はまだ初期段階にあって，利子率リスクの尺度としては理論的な問題点も多い．また，これ迄の研究は殆ど全て，ディフォルト・リスクのない債券を対象としているし，税金や取引費用，金融機関のリスク等に関する様々な論点を明示的に考慮したものではない．しかし，それは利子率リスクの問題を考える上で非常に有用な統計値であり，今後この概念についての研究が進展することによって，ポートフォリオ管理が一層効果的に行なわれるようになる可能性がある．現実的にも，コンピューター技術と金融先物市場の発達によって，この概念をポートフォリオ管理に応用することの障害は取り除かれ，既に米国においては，最も簡単な Macaulay の存続期間がかなり良い近似として，相当広範に利用されている[14]．日本においても，様々なリスクの増大とその適切な管理は，金融機関にとって最大の問題点の一つとなりつつある．それに対

応して，昭和60年10月に債券先物市場が創設されてはいるが，その参加資格は証券会社を中心とした138機関に限定されている[15]．また，今秋にも金融先物市場の創設が予定されているが，その詳細は現時点では明らかではない．今後，金融自由化が一層進展し，主要諸国において先物市場が既に整備されている中で，我が国金融市場の発展のためにはリスク回避手段を整備する必要があることは言う迄もないが，この市場の存在意義は，正に規制の存在しない参入の自由な市場における，多数の見知らぬ者同志の間の取引と自由な競争のために，取引費用が低いという点にある．金融先物市場が真にその役割を果たすためには，大幅に規制の撤廃された新たな枠組作りが必要であろう．財務省証券が最も活発な取引対象となっている米国においては，金融先物市場が財務省証券への投資を促進し，その価格維持に果している役割は大きく，金融先物市場の発達による最大の受益者は，米国政府であると考えられるのである．

いずれにせよ，早晩我国においても，金融自由化の一層の進展に伴って，そのような方向で金融先物市場が整備されることは疑いのないところである．今後，この金融先物市場を存続期間の管理に利用することで，ポートフォリオの免疫化がより有効に実施できるようになるものと思われる．また，この存続期間という概念は，利子率リスクを回避するためには，必ずしも満期構成を一致させる必要はなく，期間対応のアンバランス自体と利子率リスクの間には直接の対応関係があるわけではないことを意味しているので，現在その規制撤廃が問題となっている長短金融の分離問題に関しても興味深いインプリケーションを持っているが，これらの点については別稿の課題としたい．

* 「存続期間」の原語は“Duration”であるが，以下ではこの訳語を用いることとする．本稿は日本証券奨学財団の助成による研究の一部である．

1) 通常の弾力性概念とは違って，これは時間単位で表わされる．ヒックスはこれを支払い延期の「平均期間」と呼んでいる．

2) Boquist, et al. (1975), Livingston, M. (1978) 参照．

3) この用語は Redindgton (1952) が最初に用いたものである．

4) 金融機関の資産・負債は非常に多様であり，それらの利子率感応度（預金・貸出

は常に額面価値で評価される）や市場レートへの追随スピード等はそれぞれ異なるし，確定満期のないもの（要求払い預金），サービスのような現金支払い以外の形での利子支払い，繰り上げ返済（計画期間が確定しない）等の問題もある．また，ディフォルト・リスク等，取引費用，税金など，ここでは考慮していない要因も多い．

5) Bierwag, (1978), Bierwag, et al. (1981), Ingersoll, et al. (1978), 参照.

6) もちろん，あらゆる場合に免疫化が可能なわけではない．この点については，Bierwag, (1978), 参照.

7) Ingersoll, (1978), 参照.

8) Cox, (1979), Bierwag, et al. (1982), 参照.

9) Bierwag, et al. (1981), Bierwag, et al., eds. (1983 b), 参照.

10) 彼はその原因として，単一要素による存続期間が不適切である可能性を指摘し，複数要素による存続期間を今後の研究方向の一つとして挙げている．

11) Klıng, (1986), 参照.

12) Telser, et al. (1977), 参照.

13) Black, (1976), 参照．この場合更に，取引費用も掛からないことが仮定されている．先物契約にシスティマティク・リスクがないかどうかは，必ずしも明確でないが，Dusak, (1973) によれば，それはゼロであるという結果が得られている．

14) 例えば CBOT, (1987), 及び Salomon Brothers Inc. (1985) 等参照．また，各種の満期と満期利回りに対応する存続期間を見出すには，Financial Publishing Co. (1980), *Duration Tables for Bond and Morgage Prtfolio Management*, Boston, Mass. が便利である．

15) 債券先物市場への参加者は，東京証券取引所の会員証券会社 83 社，在日外国証券会社 8 社を含む非会員証券会社 21 社及び，ディーリング認可金融機関 34 公庫の合計 138 機関である．

参考文献

Bierwag, G. O. (1977), "Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates," *Journal of Fınancial and Qauantitative Analysis*, Dec. Rreprinted in Hawawinı, ed., (1982).

Bierwag, G. O. (1978), "Measures of Duration," *Economic Inquiry*, Oct.

Bıerwag, G. O., and Kaufman, G. G. (1977), "Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuation : A Note," *Journal of Business*, July.

Bierwag, G. O., and Kaufman, G. G., Khang C. (1978), "Duration and Bond Portfolio Analysis :An Overview," (1978), *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Nov.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., Schwitzer, R. L., and Toevs, A. (1982), "The Art of Risk Management in Bond Portfolios," *Journal of Portfolio Management*, Spring.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., and Toevs, A. (1981), "The Art of Risk Mangement in Bond Portfolios," *Journal of Portfolio Management*, Spring.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., and Toevs, A. (1982), "Single Factor Duration Models in General Equilibrium Framework," *Journal of Finance*, May.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., and Toevs, A. (1983 a), "Duration : Its Development and Use in Bond Portfolio Management," *Financial Analysts Journal*, July-Aug.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., and Toevs, A., eds. (1983 b), *Innovations in Bond Portfolio Management: Duration Analysis and Immunization*, Greenwich, CT. JAI Press.

Bierwag, G. O., Kaufman, G. G., and Toevs, A., eds. (1983 c), "Bond Portfolio Immunization and Stochastic Process Risk," *Journal of Bank Research*, Winter.

Boquist, J. A., Racette, G. A., and Shlarbaum, G. G. (1975), "Duration and Risk Assessment for Bonds and Common Stocks," *Journal of Finance*, Reprinted in Hawawini, ed. (1982).

Chicago Board of Trade, (1985), *Commodity Trading Mannual.*

Chicago Board of Trade, (1987), *Interest Rates Futures for Institutional Investors.*

Cornell, B. and Reinganum, M. (1981), "Forward and Futures Prices : Evidence from the Foreign Exchange Market," *Journal of Finance*, Dec.

Cox. J. C., Ingersoll J. E., and Ross, S. A. (1979), "Duration and the Measurement of Basis Risik," *Journal of Business*, Jan.

Dusak, K. (1973), "Futures Trading and Investor Returns: An Investigation of Commodity Market Risk Premiums," *J. P. E.*, Nov.

Financial Publishing Co. (1980), *Duration Tables ford Bond and Morgage Portfolio Management*, Boston, Mass.

Fischer, B. (1976) "The Pricing of Commodidty Contracts," *Journal of Financial Economics*, Jan./Mar.

Fisher, L., Weil, R. L. (1971), "Coping with the Risk of Interest-Rate Fluctuations : Returns to Bondholders from Naive and Optimal Strategies," *Journal of*

Business, Oct.

Grove, M. A. (1974), "On 'Duration' and the Optimal Maturity Structure of the Balance Sheet," *Bell Journal of Economics*, Autumn.

Hawawini, G. A. ed. (1982), *Bond Duration and Immunization: Early Developments and Recent Contributions*, Garland Publishing, New York.

Hicks, J. R. (1939), *Value and Capital*, Oxford, Clarendon Press., pp. 185—188, Reprinted in Hawawini, ed. (1982).

Hopewell, M. H., Kaufman, G. G. (1973), "Bond Price Volatility and Term to Maturity : A Generalized Specification," *A. E. R.*, Sept. Reprinted in Hawawini, ed. (1982).

Ingersoll, J. E., Skelton, J., and Weil, R. L. (1978), "Duration Forty Years Later," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Nov.

Ingersoll, J. E. (1981), "Is Immunization Feasible? Evidence from the CRSP Data," Working Paper No. 58, G. S. B., Univ. of Chicago, Reprinted in Bierwag, et al. eds., (1983 b).

Kaufman, G. G. (1986), *The U. S. Financial System: Money, Markets, and Institutions*, 3 rd ed. Prentice-Hall.

Kling, A. (1986), "Futures Market and Transaction Cost," in Kwast, M. L. ed. (1986), *Financial Futures and Options in the U. S. Economy*, Board of Governers of Federal Reserve System.

Kolb, R. W., and Chiang, R. (1981), "Improving Hedging Performance Using Interst Rate Futures," *Financial Mnagement*, Autumn.

Kolb, R. W., and Gay, G. D. (1982), "Immunizing Bond Portfolios with Interest Futures," *Financial Management*, Summer.

Kolb, R. W., and Chiang, R. (1982), "Duration, Immunization, and Hedging with Interest Rate Futures," *Journal of Financial Research*, Summer.

Livingstone, M. (1978), "Duration and Commons Stocks," *Journal of Finance*, Mar.

Macaulay, F. R. (1938), *Some Theoretical Problems Suggested by the Movement of Interest Rates, Bond Yield, and Stock Prices in the United States since 1856*, New York, Columbia University Press, Reprinted in Hawawini. ed. (1983).

Morrison, J. B. and Pyle, D. H. (1981), "Interests Rate Risk and the Regulation of Financial Institutions," in Maisel, S. J. ed., *Risk and Capital Adequacy in Commercial Banks*, N. B. E. R., Univ. of Chicago Press.

Salomon Brothers Inc. (1985). *Understanding Duration and Volatility.*

Redington, F. M. (1952), "Review of the Principle of life-Office Valuations," *Journal of the Institute of Actuaries*, Vol. 78, Reprinted in Hawawini, ed. (1982).

Samuelson, P. A. (1945), "The Effects of Interest Rates Increases on the Banking System," *A. E. R.*, March.

Telser, L. G., and Higinbotham, H. N. (1977), "Organized Futures Markets : Cost and Benefits," *J. P. E.*, Oct.

(一橋大学助教授)