社会主義経済の数量誘導的計画メカニズム

――ワイツマン＝クレマー・プロセスを中心に――

田畑伸一郎

I　はじめに

いかなる計画メカニズムが望ましいかという問題については、L・ミーゼス、F・ハイエク、O・ランゲらのいわゆる「経済計算論争」以降多くの研究が行われてきた。その出発点は市場競争メカニズムを模写した「模索プロセス」であったが、その後、これを改善したランゲ＝アロー＝ハーヴィッツ・プロセス（LAHプロセス）、ダンツィヒ＝ヴォルフの分解原理に基づくマランヴォー・プロセス（Mプロセス）など一連の価格誘導的計画メカニズムが定式化された。[1]

しかし、社会主義国の計画化においては計画当局による数量割当が重要な機能を担っており、また、資本主義国においても計画当局が生産目標を設定することの必要性がマランヴォーによって示唆された。[2] 実際、J・コルナイ＝T・リプタークは、価格誘導的メカニズムが唯一の選択肢ではないことを、数量情報が主導的な役割を果たすプロセス（KLプロセス）を構築することによって示した。[3] このKLプロセスには技術が線形であるという制約があったが、次いで、非凸の環境のもとでも局所的収束性が保証されるヒール・プロセス（Hプロセス）が設計された。[4] 非凸環境で収束性を保証させるという問題は、価格誘導的メカニズムによって十分に解決することはできなかったが、Hプロセスはこの点に数量情報の一

つの利用価値があることを示したわけである。

以上の二つのプロセスは結合生産の存在しない一単位一生産物という体系のもとで構築されたものであったが、さらに、結合生産を認める体系のもとでワイツマン・プロセス（Wプロセス）、クレマー・プロセス（Cプロセス）が定式化された。[5] このうちCプロセスは、生産単位が送る通信も数量情報であり、何らの「評価」を必要としない数量―数量プロセスであるという点で、従来の数量誘導的メカニズムとも決定的に異なっている。そして、最も注目すべきことは、このCプロセスにおいて非凸の環境のもとでも大局的収束性が保証されるということである。こうして、模索プロセス以来の未解決の問題の一つが数量―数量プロセスによって解決されたのである。

本稿の課題は、このように数量誘導的計画メカニズムのなかでも最先端に位置するWプロセスおよびCプロセスの特性を検討することにある。これらの二つのプロセスに着目する一つの理由は、その接近法が従来のMプロセス、Hプロセスなどの接近法とは「正反対」であり、このことが様々な興味深い含意を有しているからである。

まず、本稿のIIでは分析の枠組を提示する。IIIでは両プロセスの定義および特性を数学的に示す。IVでは若干の問題について両プロセスを検討する。すなわち、(1)数量情報の機能、(2)「外側から」の接近、(3)達成可能性と逐次改良性、(4)「情報的分権化」と情報の記憶、がそれである。Vでは結びにかえて残された問題に若干触れる。

II　分析の枠組

本稿のモデル分析の基本的前提は次の五点にまとめられる。

(1)経済全体の単一の最適計画問題（目的関数）が存在する。

(2)モデルは、複数の生産単位の他に、単一の計画当局が存在する二階層モデルである。計画当局は次の三つの役割を果たす。[6] 第一に、最終財の有用性についての知識、すなわち目的関数の知識を有する「舵手」の役割。第二に、期首ストックの存在量についての知識を有する「管財人」の役割。第三に、生産単位の間の情報交換を媒介する「管制人」の役割。

(3)モデルの与件情報は計画作成の初期時点において計画当局と各生産単位との間に分散している。すなわち、

計画当局は舵手および管財人としての知識のみを有し、各生産単位は自己の生産技術に関する知識のみを有する。

(4)財の集計化はなされない。

(5)モデルは短期計画化の静学モデルである。

(1)~(3)について若干コメントしておこう。(1)については、このような問題を構成することが可能であるのか、可能ならばどのようにして構成されるのかという点は計画化の問題を考察するうえで非常に重要であるが、本稿ではこうした点には立ち入らない。(2)について、計画当局が第三の「管制人」の役割を果たすことは、情報交換が計画当局と各生産単位との二階層間だけで行われることを意味する。(3)について、この前提のもとで計画を作成するためには二階層間で情報交換を行う必要があるが、この情報交換を通じて各単位に分散していた与件情報のすべてを計画当局に集中することは不可能であるとされている。

さて、ここで経済システムにs個の財と、それらの投入・産出を行うn個の生産単位が存在するとすれば、計画問題は次のように定式化される。(7)

$$y_j \in Y_j, \quad (j \in N) \qquad (1)$$

$$x \leq \sum_{j=1}^{n} y_j + w, \qquad (2)$$

$$x \in X, \qquad (3)$$

$$U(x) \to \max. \qquad (4)$$

ここに、

$S=\{1, 2, \cdots, s\}$　財の番号集合、

$N=\{1, 2, \cdots, n\}$　生産単位の番号集合、

$y_j=[y_{1j}, \cdots, y_{sj}]$、$j$単位純産出$s$—列ベクトル($j \in N$)($y_{ij}>0$のときは産出、$y_{ij}<0$のときは投入を示す)、

Y_j　j単位生産可能領域($j \in N$)、

$x=[x_1, \cdots, x_s]$、最終需要s—列ベクトル、

X　産出(最終需要)許容集合、

$w=[w_1, \cdots, w_s]$、期首ストックs—列ベクトル、

U　目的関数。

問題は、各単位の技術的制約条件(1)、物財バランス(2)、最終需要許容条件(3)が満たされるという制約のもとで、目的関数の値を最大化するように各単位の純産出量を決定することである。

この計画問題について以下の仮定がおかれる。

(a)各j単位の生産可能領域Y_j($j \in N$)は閉集合であり、

上に有界である。また、各単位は余剰を自由に処分できる。すなわち、

$$y_j \in Y_j,\ \hat{y}_j \leqq y_j \Rightarrow \hat{y}_j \in Y_j.$$

(b)産出許容集合Xは閉集合であり、下に有界である。また、産出（最終需要）は飽和状態には達していない。すなわち、

$$x \in X,\ x \leqq \hat{x} \Rightarrow \hat{x} \in X.$$

(c)目的関数Uは連続で、xの単調非減少関数である。

以下では、この計画問題には解が存在すると仮定し、それをy_j^* $(j \in N)$で表わすことにする（また、$x^* = \sum_{j=1}^{n} y_j^* + w$ とする)。

本稿で扱うような計画作成のための情報交換の反復プロセスは次の六点によって定義される。(8)

(i)計画当局が生産単位に送る通信符号、

(ii)各j生産単位が計画当局に送る通信符号、

(iii)初期ルール（プロセスの開始方法）、

(iv)反応ルール（各j生産単位が計画当局に送る通信を決定する方法）、

(v)コントロール・ルール（計画当局が生産単位に送る通信を決定する方法）、

(vi)決定ルール（プロセス終了時に、計画当局が各単位の投入・産出に関する計画原案を作成する方法）。

最後の決定ルールについてコメントしておこう。決定ルールが必要とされるのは、計画当局の獲得した情報あるいはそれに基づく通信符号を各単位の投入・産出に関する符号に「解読（decode)」しなければならないからである。(9) 数量誘導的メカニズムの一つの特徴は、計画当局の通信符号が各単位の投入・産出そのものであるため、それがそのまま計画原案として通用し、この解読を行う必要がないことである。したがって、IIIではWプロセス、Cプロセスについて(i)〜(v)の五点が定義される。なお、この計画原案が達成可能でない場合には、何らかの操作を加えることにより、達成可能な「計画」を作成する必要がある。本稿ではこの「計画」と「計画原案」とを意図的に区別し、決定ルールとは「計画原案」の作成ルールであると解している。(10)

III プロセスの定義とその特性

一 ワイツマン・プロセス（Wプロセス）

Wプロセスにおいては、IIで述べた仮定a〜cに加え

て、次の仮定が必要とされる。

(d) 計画当局は、各j単位の生産可能領域Y_j ($j \in N$) について、$Y_j \subseteq Y_j^{(0)}$ であるという知識を有する。(11)

(e) 各j単位の生産可能領域Y_j ($j \in N$) は凸集合である。

Wプロセスは次のように定義される。

(i) 計画当局の通信

各単位の純産出量(12) $q_j = [q_{1j}, \cdots, q_{sj}]'$ ($j \in N$)

(ii) 各j単位の通信

純産出量 $y_j = [y_{1j}, \cdots, y_{sj}]'$

双対価格 $\pi_j = [\pi_{1j}, \cdots, \pi_{sj}]'$

(iii) 初期ルール

計画当局は、期首の知識$Y_j^{(0)}$ ($Y_j \subseteq Y_j^{(0)}, j \in N$) に基づいて後出の問題(14)—(17)を解き、その解$q_j^{(0)}$ ($j \in N$) を各単位に送る。

(iv) 反応ルール

各j単位は、純産出割当$q_j^{(t)}$が達成可能であるとき ($q_j^{(t)} \in Y_j$)、$q_j^{(t)}$を計画当局に報告する ($y_j^{(t)} = q_j^{(t)}$)。

純産出割当$q_j^{(t)}$が達成不可能であるとき ($q_j^{(t)} \notin Y_j$)、まず各j単位は、$q_j^{(t)}$を上限とする領域で任意の有効点$y_j^{(t)}$を選ぶ。すなわち、

$$y_j^{(t)} \leq q_j^{(t)}, \tag{5}$$

$$y_j^{(t)} \in Y_j, \tag{6}$$

$$y_j \geq y_j^{(t)} \Rightarrow y_j \notin Y_j, \tag{7}$$

である。(13) ここで、Y_jは凸集合だから（仮定e）、実はある正のs－列「価格」ベクトルp_jに対する次の問題の解$y_j^{(t)}$が条件(5)—(7)を満たす。

$$y_j \leq q_j^{(t)}, \tag{8}$$

$$y_j \in Y_j, \tag{9}$$

$$p_j' y_j \to \max. \tag{10}$$

そこで次に、(8)式における$q_j^{(t)}$の双対価格Φ_jに対して、

$$\pi_j^{(t)} = p_j - \Phi_j \tag{11}$$

により$\pi_j^{(t)}$を求める。数学的には、$\pi_j^{(t)}$は、点$y_j^{(t)}$を通り、点$q_j^{(t)}$と凸集合Y_jとを分離する分離超平面の法線ベクトルである。各j単位は、このようにして決定した$y_j^{(t)}$と$\pi_j^{(t)}$を計画当局に報告する。(14)

(v) コントロール・ルール

計画当局は各単位からの報告により、各単位の生産可能領域についての知識を深める。

$$Y_j^{(t)} = Y_j^{(t-1)} \cap H_j^{(t-1)}, \tag{12}$$

$$H_j^{(t-1)} = \{q_j \mid \pi_j^{(t-1)\prime} q_j \leqq \pi_j^{(t-1)\prime} y_j^{(t-1)}\}. \tag{13}$$

$H_j^{(t-1)}$ は一種の予算制約を示すものである（ただし、$q_j^{(t-1)} \in Y_j\ (y_j^{(t-1)}=q_j^{(t-1)})$ のときには、$Y_j^{(t)}=Y_j^{(t-1)}$ とする）。そして、この $Y_j^{(t)}$ を計画問題(1)—(4)の Y_j に置き換えた次の問題を解く。

$$q_j \in Y_j^{(t)}, \quad (j \in N) \qquad (14)$$

$$x \leqq \sum_{j=1}^{n} q_j + w, \qquad (15)$$

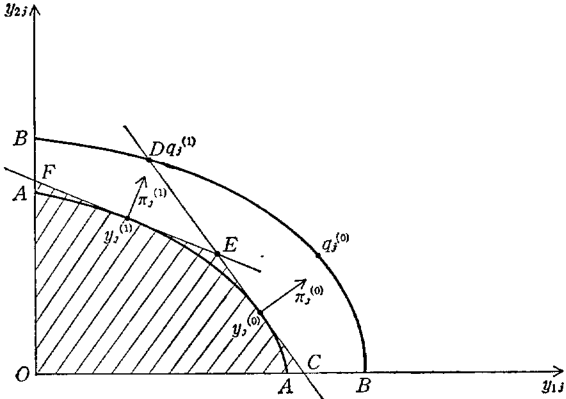
$$x \in X, \qquad (16)$$

$$U(x) \to \max. \qquad (17)$$

この問題の解 $q_j^{(t)}$ $(j \in N)$ を各単位に送る。

Wプロセスの進行を図示したのが第1図である（この図は、Y_j の第一成分と第二成分との関係を示す s 次元空間の断面図である）。まずステップ $t=0$ において、計画当局が期首の知識 $Y_j^{(0)}$ に基づき問題(14)—(17)を解いて $q_j^{(0)}$ を割当て、これに対して j 単位が有効点 $y_j^{(0)}$、法線 $\pi_j^{(0)}$ を報告したとする。この結果、j 単位の生産可能領域についての計画当局の知識は $Y_j^{(0)}$ から $Y_j^{(1)}$ へと深められる。同様にして、次のステップではその知識は $Y_j^{(2)}$（斜線部）にまで深められる。

第1図　Weitzman プロセス



（注）Y_j —$OAAO$
$Y_j^{(0)}$—$OBBO$
$Y_j^{(1)}$—$OCDBO$
$Y_j^{(2)}$—$OCEFO$（斜線部）

以上で定義したWプロセスについて次の定理が成立する。

定理W　仮定dおよびeのもとで、ステップ数 $t \to \infty$ のときプロセスは大局的最適解に収束する。

この定理を証明するうえで重要なのは次の二つの補題である。

補題W—1　目的関数の値 $U(x^{(t)})=U(\sum_{j=1}^{n} q_j^{(t)}+w)$

はtについて単調非増加である。

証明 仮定dと(12)式により、

$$Y_j^{(0)} \supseteq Y_j^{(1)} \supseteq \cdots \supseteq Y_j^{(t-1)} \supseteq Y_j^{(t)} \supseteq \cdots \supseteq Y_j \quad (j \in N) \tag{18}$$

である。$q_j^{(t)} \in Y_j^{(t)}(j \in N)$, $x^{(t)}=\sum_{j=1}^{n} q_j^{(t)}+w$ であり、Uはxの単調非減少関数だから、

$$U(x^{(0)}) \geq U(x^{(1)}) \geq \cdots \geq U(x^{(t-1)}) \geq U(x^{(t)}) \geq \cdots \geq U(x^{*}) \tag{19}$$

となる（証了）。

補題W—2 仮定eのもとで、任意のtについて次の条件を満たす$\pi_j^{(t)}(j \in N)$が存在する。

(α) $\pi_j^{(t)} \geq 0$,

(β) $q_{ij}^{(t)} > y_{ij}^{(t)} \Rightarrow \pi_{ij}^{(t)} > 0$,

(γ) $y_j \in Y_j \Rightarrow \pi_j^{(t)\prime} y_j \leq \pi_j^{(t)\prime} y_j^{(t)}$,

(δ) $\pi_j^{(t)\prime} y_j^{(t)} < \pi_j^{(t)\prime} q_j^{(t)}$.

この補題は、反応ルールの解$\pi_j^{(t)}(j \in N)$の存在を保証するものである。証明は、問題(8)—(10)のラグランジュ関数

$$L=p_j' y_j-\phi_j'(q_j^{(t)}-y_j)$$

についてY_jが凸集合だから（仮定e）、鞍点(y_j, ϕ_j)が存在することに基づいている。$y_j^{(t)}=y_j$であり、鞍点の特性と(11)式により条件(α)—(δ)を満たす$\pi_j^{(t)}$の存在が証明される。[15]

定理Wについては、まず補題W—2により、ステップ数$t \to \infty$のとき$q_j^{(t)}(j \in N)$が計画問題の達成可能解であることが示され、次に補題W—1により、それが最適解であることが証明される。[16]

さらに、定理Wについて次の系が成立する。

系 技術が線形であるとき、プロセスは有限回のイタレーションで収束する。

Wプロセスは、一般に非線形である計画問題の制約条件(1)を線形の制約条件で近似して解こうとするプロセスである。すなわち(12)、(13)式からわかるように、計画当局は各j単位の生産可能領域Y_jに接する超平面$T_j^{(t)}=\{q_j | \pi_j^{(t)\prime} q_j=\pi_j^{(t)\prime} y_j^{(t)}\}$によって$Y_j$の形状を次第に正確に把握するわけである。技術が線形であるときには、Y_jは凸多面体であり、有限個の面しかもたないから、Y_jに接する超平面はたかだか有限個しか存在しない。[17]

Wプロセスにおいては、定理Wで示したように凸の環境のもとで大局的収束性が保証される。しかし、任意の

ステップtでプロセスが終了したとき、計画原案 $q_j^{(t)}$ ($j \in N$) の達成可能性は必ずしも保証されない。これは、すべての $j \in N$ について $q_j^{(t)} \in Y_j$ が成立するとは限らないことから明らかである。この問題については後で詳しく検討する。

二　クレマー・プロセス（Cプロセス）

Cプロセスにおいても、計画当局の期首の知識についてWプロセスと同じ仮定dがおかれる（ただし、$Y_j^{(0)} = \{q_j | q_j \leqq v_j^{(0)}\}$ とする）[18]。しかし、生産可能領域凸性についての仮定eは必要とされない。

Cプロセスは次のように定義される。

(i) 計画当局の通信

各単位の純産出量　$q_j = [q_{1j}, \cdots, q_{sj}]'$　($j \in N$)

(ii) 各j単位の通信

純産出量　$y_j = [y_{1j}, \cdots, y_{sj}]'$

(iii) 初期ルール

計画当局は $q_j^{(0)} = v_j^{(0)}$ ($j \in N$) を各単位に送る（形式的には、$q_j^{(0)}$ は $Y_j^{(0)} = \{q_j | q_j \leqq v_j^{(0)}\}$ に基づく後出の問題(25)—(28)の解である）。

(iv) 反応ルール

各j単位は、純産出割当 $q_j^{(t)}$ が達成可能であるとき ($q_j^{(t)} \in Y_j$)、$q_j^{(t)}$ を計画当局に報告する ($y_j^{(t)} = q_j^{(t)}$)。純産出割当 $q_j^{(t)}$ が達成不可能であるとき ($q_j^{(t)} \notin Y_j$)、各j単位は $q_j^{(t)}$ を厳密に下回る領域で任意の有効点 $y_j^{(t)}$ を選ぶ。すなわち、

$$y_j^{(t)} < q_j^{(t)}, \tag{20}$$

$$y_j^{(t)} \in Y_j, \tag{21}$$

$$y_j > y_j^{(t)} \Rightarrow y_j \notin Y_j, \tag{22}$$

である[19]。この $y_j^{(t)}$ を計画当局に報告する[20]。

(v) コントロール・ルール

計画当局は各単位からの報告により、各単位の生産可能領域についての知識を深める。

$$Y_j^{(t)} = Y_j^{(t-1)} \cap E_j^{(t-1)}, \tag{23}$$

$$E_j^{(t-1)} = \{q_j | q_j \not> y_j^{(t-1)}\}. \tag{24}$$

$E_j^{(t-1)}$ は、$y_j^{(t-1)}$ を厳密に上回る領域を除いた集合である（ただし、$q_j^{(t-1)} \in Y_j$ ($y_j^{(t-1)} = q_j^{(t-1)}$) のときには、$Y_j^{(t)} = Y_j^{(t-1)}$ とする）。そして、この $Y_j^{(t)}$ を計画問題(1)—(4)の Y_j に置き換えた次の問題を解く。

$$q_j \in Y_j^{(t)}, \quad (j \in N) \tag{25}$$

$$x \leqq \sum_{j=1}^{n} q_j + w, \tag{26}$$

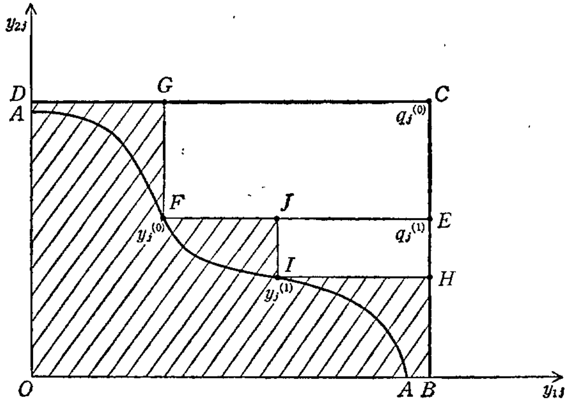
$$x \in X, \tag{27}$$

$$U(x) \to \max. \tag{28}$$

この問題の解 $q_j^{(t)}$ $(j \in N)$ を各単位に送る。

Cプロセスの進行を図示したのが第2図である。まずステップ $t=0$ において、計画当局が期首の知識 $Y_j^{(0)}$ に基づいて $q_j^{(0)}$ を割当て、これに対して j 単位が有効点 $y_j^{(0)}$ を報告したとする。この結果、計画当局の知識は $Y_j^{(0)}$ から $Y_j^{(1)}$ へと深められる。同様にして、次のステップではその知識は $Y_j^{(2)}$（斜線部）にまで深められる。

第2図　Cremer プロセス



（注）　Y_j —$OAAO$
$Y_j^{(0)}$—$OBCDO$
$Y_j^{(1)}$—$OBEFGDO$
$Y_j^{(2)}$—$OBHIJFGDO$(斜線部)

以上で定義したCプロセスについても、Wプロセスと全く同様に、(18)、(19)が成立し、次の補題が得られる。

補題C—1　目的関数の値 $U(x^{(t)}) = U(\sum_{j=1}^{n} q_j^{(t)} + w)$ は t について単調非増加である。

Cプロセスについては、凸性の仮定をおくことなく、次の定理が成立する。

定理C　仮定dのもとで、ステップ数 $t \to \infty$ のときプロセスは大局的最適解に収束する。

証明[21]　$\{q_j^{(t)}\}(j \in N)$、$\{x^{(t)}\}$ の極限をそれぞれ $\bar{q}_j$ $(j \in N)$、$\bar{x}$ と記す。いま $\bar{q}_j \notin Y_j$ と仮定しよう。Y_j は閉集合だから、$\bar{q}_j \in F^0$（F^0 は集合 F の開核）、$F \cap Y_j = \phi$ であるコンパクト集合 F が存在する。ここで、十分大きい t を選べば、$q_j^{(t)} \in F^0$ をいくらでも $\bar{q}_j$ に近付けられる。そして、十分に $\bar{q}_j$ に近い $q_j^{(t)}$ を選べば、(20)で $y_j^{(t)} < q_j^{(t)}$ のとき、$y_j^{(t)} < \bar{q}_j$ が成立する。ゆえに、(23)、(24)より $\bar{q}_j \notin Y_j^{(t+1)}$ である。一方、Cプロセスでも(18)が

成立するから、$\tau>0$ について $q_j^{(t+\tau)}\in Y_j^{(t+\tau)}\subseteq Y_j^{(t+1)}$ である。$Y_j^{(t+1)}$ は閉集合だから、$\bar{q}_j$ は $\{q_j^{(t)}\}$ の極限とはなりえない。これは矛盾だから、$\bar{q}_j\in Y_j$ である。$\bar{x}\in X$ については $x^{(t)}\in X$ およびXが閉集合であることから明らかである。

以上で、$\bar{q}_j$ $(j\in N)$ が計画問題の達成可能解であることが示された。ゆえに、$U(\bar{x})\leqq U(x^*)$ である。一方、(19)とUの連続性とにより、$U(\bar{x})=\lim_{t\to\infty}U(x^{(t)})\geqq U(x^*)$ だから、$U(\bar{x})=U(x^*)$ となる。すなわち、ステップ数 $t\to\infty$ のとき $q_j^{(t)}$ $(j\in N)$ は計画問題の最適解に収束する（証了）。

以上の証明で明らかなように、収束性を保証するうえで、$y_j^{(t)}$ が $q_j^{(t)}$ を厳密に下回るという反応ルールの条件(20)と、$q_j^{(t)}$ が $y_j^{(t-1)}$ を厳密には上回らないというコントロール・ルールの条件(24)が重要である。

Cプロセスにおいては、定理Cで示したように非凸の環境のもとでも大局的収束性が保証される。しかし、Wプロセスと同じく、任意のステップtでプロセスが終了したとき、計画原案 $q_j^{(t)}$ $(j\in N)$ の達成可能性は必ずしも保証されない。この問題についてはⅣで詳しく検討する。

ところで、(23)、(24)で規定される $Y_j^{(t)}$ についてコントロール・ルールの問題(25)―(28)を解くことは、一見極めて複雑な計算を要するようだが、実際には次の特性を利用して比較的単純に解が得られる。

特性C 「$q_j\in Y_j^{(t)}\Leftrightarrow$ ある $v_j\in D_j^{(t)}$ について $q_j\leqq v_j$」が成立する有限集合 $D_j^{(t)}$ $(j\in N)$ が存在する。

証明 $Y_j^{(0)}=\{q_j|q_j\leqq v_j^{(0)}\}$ だから、$t=0$ のとき $D_j^{(0)}=\{v_j^{(0)}\}$ が表記の条件を満たすことは明らか。いま $D_j^{(t-1)}$ が存在すると仮定しよう。このとき、$D_j^{(t)}=\{v_j|v_j\in D_j^{(t-1)}$ かつ $v_j\ngeq y_j^{(t-1)}$、または $\bar{v}_j>y_j^{(t-1)}$ なる $\bar{v}_j\in D_j^{(t-1)}$ について $v_j={}_k\bar{v}_j\}$ となる。ここに、${}_k\bar{v}_j$ $(k\in S)$ は第k成分だけが $y_j^{(t-1)}$ の第k成分に等しく、他の成分が $\bar{v}_j$ の対応する成分に等しいベクトルである（${}_k\bar{v}_{kj}=y_{kj}^{(t-1)}$, ${}_k\bar{v}_{ij}=\bar{v}_{ij}(i\neq k)$）。この $D_j^{(t)}$ が表記の条件を満たすことを示そう。(⇒)$q_j\in Y_j^{(t)}$ のとき、(18)より $q_j\in Y_j^{(t-1)}$ だから、ある $v_j\in D_j^{(t-1)}$ について $q_j\leqq v_j$ である。ここで、$v_j\ngeq y_j^{(t-1)}$ ならば $v_j\in D_j$ である。$v_j>y_j^{(t-1)}$ のときは、$q_j\in Y_j^{(t-1)}$ より $q_j\ngeq y_j^{(t-1)}$ だから、あるkについて $q_{kj}\leqq y_{kj}^{(t-1)}={}_k v_{kj}$、$i\neq k$ について $q_{ij}\leqq v_{ij}={}_k v_{ij}$ が

成立する。ゆえに $\kappa v_j \in D_j^{(t)}$ に対して $q_j \leqq \kappa v_j$ となる。

(ハ) ある $v_j \in D_j^{(t)}$ について $q_j \leqq v_j$ とする。ここで帰納法により、「$y_j \in Y_j^{(t)}, \hat{y}_j \leqq y_j \Rightarrow \hat{y}_j \in Y_j^{(t)}$」を容易に証明できる。ゆえに、$v_j \in Y_j^{(t)}, q_j \leqq v_j$ より $q_j \in Y_j^{(t)}$ である(証了)。

この特性により、任意の $q_j \in Y_j^{(t)}$ に対して $q_j \leqq v_j$ なる $v_j \in D_j^{(t)}$ が存在し、U は x の単調非減少関数だから、$U(\sum_{j=1}^{n} q_j + w) \leqq U(\sum_{j=1}^{n} v_j + w)$ が成立する。$v_j \in Y_j^{(t)}$ だから、問題(25)—(28)の解は有限集合 $D_j^{(t)}$ の元のいずれかである。

したがって、計画当局は以上の証明で示した手順によって $D_j^{(t)}$ を構成し、(25)に

$$q_j \in D_j^{(t)} \qquad (j \in N) \qquad (25')$$

を置き換えて、問題(25)'、(26)—(28)を解けばよいことになる。すなわち、計画当局はたかだか有限個の $q_j \in D_j^{(t)} (j \in N)$ について目的関数の値 $U(\sum_{j=1}^{n} q_j + w)$ を比較することにより、解 $q_j^{(t)} (j \in N)$ を得るわけである。

この $D_j^{(t)}$ を第2図で説明すると、この図では $D_j^{(0)}$ = {点 C}, $D_j^{(1)}$ = {点 E, 点 G}, $D_j^{(2)}$ = {点 H, 点 J, 点 G} である。例えば、点 E については $q_j^{(1)} > y_j^{(1)}$ であるから、第一財について $y_j^{(1)}$ と同水準に下げた点 J、第二財について $y_j^{(1)}$ と同水準に下げた点 H が $D_j^{(2)}$ に入れられる。

IV　プロセスの検討

一　数量情報の機能

Wプロセス、Cプロセスのまず第一の特徴は、計画当局から生産単位に送られる通信が数量情報であり、各ステップごとに計画当局が各単位の投入・産出の割当を行うことにある。そして、条件(5)および(20)が示すように、各単位が代替案を決める際に、この数量割当はそれが選ばれるべき領域を指定する、すなわち、その指針としての機能を果たすのである。(5)—(7)と(20)—(22)を比べれば明らかなように、若干の相違はあるものの、両プロセスは各生産単位が指定された領域の有効点を提案するという点では共通する。Wプロセスでは生産可能領域凸性の仮定dがおかれているため、双対価格 $\pi_j^{(t)}$ が存在し、これも計画当局に報告される。生産単位から送られる情報に基づいて数量割当が逐次改訂されるというのが両プロセスの基本構造であるが、送られてくる情報が異なるため、計画当局がどのように割当を改訂するのかという点について二つのプロセスの間には大きな相違がある。以下で

はこの点を各プロセスについてみることにする。

Wプロセスは数量―評価プロセスであり、計画当局は生産単位から送られる評価情報をもとに数量割当を改訂する。この評価情報の意味内容は次のように解釈できる。[22] 各j単位は、純産出割当 $q_j^{(t)}$ が達成不可能であるとき $(q_j^{(t)} \notin Y_j)$、それを「達成」するためにある「価格」$p_j=[p_{1j},\dots,p_{nj}]'$ で不足する財を購入しなければならないと想定する。この追加購入量を $z_j=[z_{1j},\dots,z_{nj}]'$ で表わすとき、各j単位は追加購入費用 $p_j'z_j$ を最小化するように純産出量 $y_j^{(t)}$ を決定する。これを定式化すると、

$$y_j \in Y_j, \tag{29}$$

$$y_j+z_j=q_j^{(t)}, \tag{30}$$

$$z_j \geqq 0, \tag{31}$$

$$p_j'z_j \to \min, \tag{32}$$

となる。(30)と(11)から、問題(8)―(10)と問題(29)―(32)が内容的に等価であり、$\pi_j^{(t)}$ が(30)式における $q_j^{(t)}$ の双対価格であることがわかる。すなわち、$\pi_j^{(t)}$ の第i成分 $\pi_{ij}^{(t)}$ は、j単位へのi財純産出割当 $q_{ij}^{(t)}$ が限界的に増加したときの追加購入費用の増分を示す。したがって、コントロール・ルールの条件(13)はj単位の「追加購入予算制約」を示すものとみなしうる。計画当局はこの予算制約を満たすように割当を改訂しなければならない。

Cプロセスは数量―数量プロセスであり、生産単位による評価を何ら必要としない。Wプロセスを含む従来の数量誘導的メカニズムは、計画当局による数量割当に対して各単位が何らかの評価を下し、この評価に基づいて割当が改訂されるという数量―評価プロセスであった。したがって、Cプロセスはこの点で従来のメカニズムとは決定的に異なっている。このCプロセスは経済学的に次のように解釈できる。各j単位は純産出割当 $q_j^{(t)}$ が達成不可能であるとき $(q_j^{(t)} \notin Y_j)$、条件(20)が示すように、すべての財について割当を産出ならば引き下げ、投入ならば引き上げた提案 $y_j^{(t)}$ を送り返す。計画当局は、(24)が示すように、すべての財についてこの提案 $y_j^{(t)}$ よりもきつい割当はj単位にとって達成不可能であることを認識する。なお、特性Cの集合 $D_j^{(t)}$ は、j単位の生産活動について計画当局が有する有限個のヴァリアントの集合であると解釈できる。このなかのあるヴァリアントがj単位の提案 $y_j^{(t)}$ よりもすべての財についてきつい場合には、${}_k\bar{v}_j$ の定義が示すように、ある一つの財について $y_j^{(t)}$ と同水

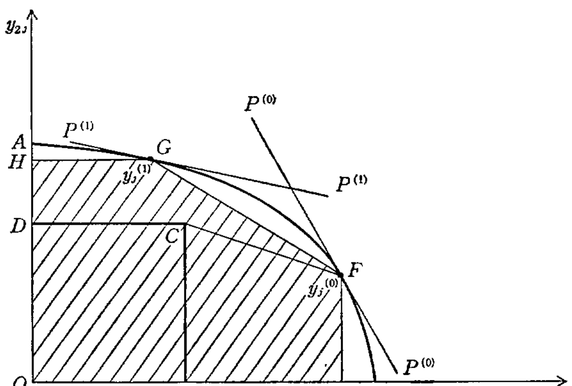
準になるようにこのヴァリアントが緩められる。そして、各単位のヴァリアントの組合わせのなかから、目的関数 $U(\sum_{j=1}^{n} q_j+\omega)$ の最大値を与えるヴァリアントが選ばれることになる。

　ここで、伝統的ソ連型経済の計画化プロセスを本稿のモデル分析の枠組でとらえると、計画当局は最終需要についてはあらかじめ決定された数値を有しており、これを実現するために各生産単位に産出割当を降ろす。各単位はこれを達成するのに必要な投入申請を行う。そして、各財の需給についてある程度の斉合性が得られるまで、この産出割当—投入申請のイタレーションが繰返されるわけである。このプロセスとCプロセスとを比べると、前者では最終需要が明示化されない何らかの選好に基づいて外生的に決められるのに対し、後者では目的関数が明示的に導入され、その最適化が行われるという点に本質的な相違がある。しかし、Cプロセスでこの最適化に関わる操作を行うのは計画当局であり、各単位は降ろされた割当に対して達成可能な代替案を提示するだけである。このように、生産単位が何らの評価を行わないため、伝統的ソ連型プロセスとCプロセスとの間に一定の共通性がみられるのである。

二　「外側から」の接近

従来のMプロセス、Hプロセスなどにおいては、計画当局が各生産単位の生産可能領域の「内側から」解に接近したが、Wプロセス、Cプロセスは、それに「外側か

第3図　Malinvand プロセス



(注)　Y_j—$OAAO$
$Y_j^{(0)}$—$OBCDO$
$Y_j^{(1)}$—$OEFCDO$
$Y_j^{(2)}$—$OEFGHO$(斜線部)

ら」接近するという点に際立った特徴をもっている。第3図にMプロセスにおいて計画当局がj単位の生産可能領域についての知識をどのように深めていくのかを図示したが、これを第1図、第2図と比較すれば、生産可能領域の内側からの接近と外側からの接近との対照が明らかであろう。どちらの接近法においても、計画当局は情報交換を通じて各単位の生産可能領域の特定の部分について次第に正確なイメージをもつようになるが、内側からの接近法においてはそのイメージが生産可能領域の内側から形成され、外側からの接近法においてはそれがその外側から形成されるわけである。

この対照的接近法については、次のような興味深い解釈が可能である。すなわち、内側からの接近法は、計画当局が各単位の生産可能性について悲観的で慎重な見方をすると解釈されるのに対し、外側からの接近法は、逆に計画当局が楽観的、野心的であると解釈される。実際、伝統的ソ連型経済においては、計画当局が野心的できつい割当を生産企業に降ろす傾向があり、「カウンター・プラニング (counter planning)」のなかで企業がこれをいくらかでも緩めさせて、現実的なものに近付けようと努めている。[23] したがって、Wプロセス、Cプロセスはこのような過程の理想的モデルとも解釈できよう。

三　達成可能性と逐次改良性

LAHプロセスなどの初期の研究においては、イタレーションを無限回繰返したときの解の特性がプロセスを評価する際の基準とされていたが、マランヴォーは現実的観点からイタレーションが有限回で打ち切られることを想定し、そのときの解の特性をもプロセスの評価基準に加えることを提案した。すなわち、任意のステップでイタレーションが打ち切られたとき達成可能な「計画」が得られるという「達成可能性」と、イタレーションを繰返すにつれて達成可能な「計画」が単調的に改良される$(U(x^{(t-1)}) \leqq U(x^{(t)}))$という「逐次改良性」の二つの評価基準がそれである。[24] 周知のように、この二つの特性を有する代表的プロセスとして、Mプロセス、Hプロセスなどがある。

しかし、Wプロセス、CプロセスにおいてはⅢで示したように達成可能性は保証されず、イタレーションを繰返すにつれて目的関数の値は単調に低下する$(U(x^{(t-1)}) \geqq U(x^{(t)}))$。これは、両プロセスが各単位の生産可能領

域の外側から解に接近することの必然的帰結である。言い換えれば、マランヴォーとは正反対に、達成不可能性と逐次非改良性とを主要な柱としてプロセスが設計されているのである。だが、この二つのマランヴォー基準が満たされないことは、両プロセスの重大な欠陥とみなすべきであろうか。

はじめに、達成可能性という特性が望ましいとされることの意味を明確にしておこう。本稿では、「計画」とは区別される「計画原案」という概念を導入し、「決定ルール」は「計画原案」を作成するルールであると定義した。このような定義の意図は、どのようなプロセスにおいても最終的には達成可能な「計画」を作成しなければならないが、「計画原案」が達成可能でないときに達成可能な「計画」を作成するための操作はプロセス外の追加的な操作であり、それに伴うコスト——実現コスト (realization cost) と呼ぼう——はプロセス外の余分な費用であることを明確にさせることにあった[25]。すなわち、達成可能性という特性が望ましいとされるのは、プロセス内で達成可能な「計画原案」が得られ、実現コストが掛からないからである。

それでは、Wプロセス、Cプロセスにおいてはどの程度の実現コストが必要とされるのかについて次に検討する。両プロセスにおいては、ステップ数tについてある$t_j \leq t\ (j \in N)$が存在して、

$$\sum_{j=1}^{n} y_j^{(t_j)} + w = x \in X$$

が成立するとき、次のような操作により達成可能な「計画」が得られる。

まずWプロセスについては、コントロール・ルールの(14)に次の(33)を置き換えた問題(33)、(15)—(17)の解$\hat{q}_j^{(t)}\ (j \in N)$を求める。

$$q_j \in \hat{Y}_j^{(t)}, \quad (j \in N) \qquad (33)$$

$$\hat{Y}_j^{(t)} = \{q_j \mid q_j = \sum_{\tau=0}^{t-1} \lambda_j^{(\tau)} y_j^{(\tau)},\ \lambda_j^{(\tau)} \geq 0,\ \sum_{\tau=0}^{t-1} \lambda_j^{(\tau)} = 1\}.$$

$\hat{Y}_j^{(t)}$はj単位から送られた有効点の凸結合から成る集合であり、Y_jは凸集合だから、

$$\hat{q}_j^{(t)} \in \hat{Y}_j^{(t)} \subseteq Y_j \quad (j \in N)$$

となり、$\hat{q}_j^{(t)}\ (j \in N)$の達成可能性が保証される。

Cプロセスについては、コントロール・ルールの(25)に次の(34)を置き換えた問題(34)、(26)—(28)の解$\tilde{q}_j^{(t)}\ (j \in N)$を求める。

$$q_j \in \hat{Y}_j^{(t)}, \quad (j \in N) \qquad (34)$$

$$\tilde{Y}_j^{(t)}=\{y_j^{(0)}, y_j^{(1)}, \cdots, y_j^{(t-1)}\}.$$

$\tilde{Y}_j^{(t)}$はj単位から送られた有効点の集合だから、明らかに、

$$\tilde{q}_j^{(t)}\in\tilde{Y}_j^{(t)}\subseteq Y_j \qquad (j\in N)$$

となり、$\tilde{q}_j^{(t)}(j\in N)$の達成可能性が保証される。

以上により、次のように結論できよう。確かに、Wプロセス、Cプロセスでは達成可能な「計画」を得るために追加的操作が必要とされる。しかし、その操作は、例えばコントロール・ルールと比べてもそれほど複雑であるわけではなく、実現コストがそれほど高いとは思われない。したがって、両プロセスにおいて達成可能性が保証されず、それに伴って逐次改良性も保証されないことはそれほど重大な欠陥ではないと判断しうる。

四　「情報的分権化」と情報の記憶

コントロール・ルールをみれば明らかなように、Wプロセス、Cプロセスに共通するもう一つの特徴は、各単位から送られた通信すべてを計画当局が記憶しなければならないことである（この点はMプロセスにも共通する）。Cプロセスにおいては特に大きい記憶容量が必要とされる。これは、計画当局が各j単位について記憶しなければならないヴァリアントの数＝集合$D_j^{(t)}$の元の数がイタレーションを繰返すにつれて著しく増えるためである。すなわち、$D_j^{(t)}$の構成が示すように、j単位からの通信$y_j^{(t)}$に対してある$\bar{v}_j\in D_j^{(t)}$が$y_j^{(t)}<\bar{v}_j$となるならば、s個（sは財の数）のヴァリアント${}_kv_j$ $(k\in S)$が作られるが、$q_j^{(t)}\notin Y_j$である限り、この$q_j^{(t)}\in D_j^{(t)}$については$y_j^{(t)}<q_j^{(t)}$だから、各イタレーションごとに少なくとも新たにs個のヴァリアントが作られるのである。

計画当局による記憶が必要であるという両プロセスに共通する特徴は、「情報的分権化（informational decentralization）」との関係で無視できない問題をはらんでいる。情報的分権化の意味内容の核心を成すのは「プライバシー（privacy）」という概念である。この「プライバシー」とは、計画当局を含む各単位が、情報交換で得た情報の他は、自己に関する与件情報のみに基づいて通信を決定することを意味する。言い換えれば、計画化の初期時点における与件情報の分散という前提のもとで、各単位は、他の単位に関しては情報交換によって得た限られた知識しかもたない状態で、通信を決定するわけである。二階層モデルに特定化されない一般的な枠組のもとでは、この概念は数学的に次のように記述される（以下

では、$N=\{0, 1, 2, \dots, n\}$ とし、添字0は計画当局を示すとする[26]。

$$m_j^{(t)}=f_j(m^{(0)}, m^{(1)}, \dots, m^{(t-1)}; e_j)\quad(j\in N)\qquad(35)$$

ここに、

$m_j^{(t)}$　ステップtにおけるj単位の通信、$m^{(t)}=(m_0^{(t)}, m_1^{(t)}, \dots, m_n^{(t)})$、

f_j　j単位の反応ルール、

e_j　j単位の与件情報。

(35)は交換された通信すべての記憶を許容するものであるが、その特殊ケースとみなしうるのが、

$$m_j^{(t)}=f_j(m^{(t-1)}; e_j)\quad(j\in N)\qquad(36)$$

となる場合である。この(36)は(35)と比べて情報的分権化という考え方に一層合致すると考えられている[27]。その根拠は、第一に、(35)の場合各単位が他の単位に関して結果的に極めて大量の知識をもつようになることが認められている点である。第二に、(35)の場合は(36)と比べて情報処理の操作が著しく複雑になる可能性があることである。情報的分権化という考え方の背景には、中央計画機関に経済全体のあらゆる情報を集中する完全集権的計画化は、中央機関の情報処理能力が限られていることからも不可能であるという認識がある。したがって、情報的分権化の観点から(36)のケースが(35)よりも望ましいことは明白である。実際、ハーヴィッツをはじめとする新古典派経済システム論研究者は、情報的に分権化されたプロセスとは(36)の型のプロセスであると規定するのが普通である[28]。

しかし、本稿で考察してきたWプロセス、Cプロセスは、計画当局がすべての通信を記憶することが必要とされる(35)の型のプロセスである。したがって、情報的分権化という点でここに両プロセスの大きな問題点があるといえる。ただし、この点については次に述べるX・カルサミグリアの所説を考慮する必要がある。

カルサミグリアは、ハーヴィッツ、K・マウント＝S・ライターらの研究を受け継いで、各単位の発する通信がもはや何ら調整されなくなる均衡状態、すなわち $\bar{m}=(\bar{m}_0, \bar{m}_1, \dots, \bar{m}_n)$ について、

$$\bar{m}_j=f_j(\bar{m}; e_j)\quad(j\in N)\qquad(37)$$

が成立する状態の静学的特性を分析した（ここで$\bar{m}_j$（$j\in N$）は有限次元のユークリッド空間の一点である[29]）。そして、非凸の環境のもとでは、(37)を満たし、したがって、(36)で規定される情報的分権化の要件を満たし、その解が

大局的最適解であるような計画化プロセスは存在しないことを厳密に証明したのである。[30]

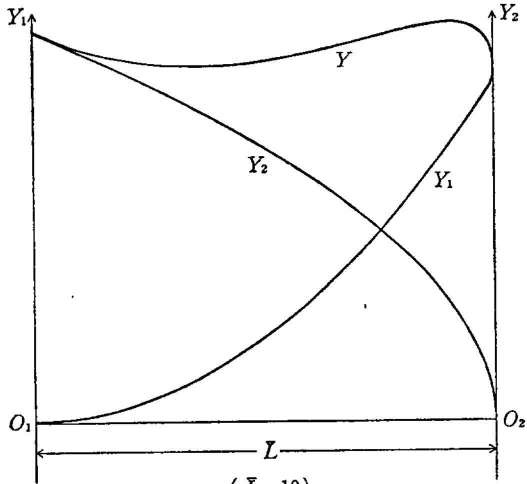
はじめに述べたように、非凸の環境のもとでも大局的収束性を保証させるという模索プロセス以来の未解決の問題は、Cプロセスによって解決された。確かに、カルサミグリアの命題が示すように、これは情報的分権化の要件を(36)から(35)に緩めることによって達成された。しかし、非凸環境での大局的収束性というメリットの大きさを考慮するならば、計画当局がすべての通信を記憶することの必要性は（そして、Cプロセスにおいて特に大きい記憶容量が必要とされることは）、そのための代償として受容せざるを得ないのではないかと考えられる。

V 結びにかえて

本稿では、「外側から」接近する数量誘導的計画メカニズムであるWプロセス、Cプロセスについて、そのプロセスの意味内容を考察し、達成可能性が保証されない点や、計画当局による記憶が必要とされる点などを検討してきた。残された重要な問題の一つは収束速度の問題である。この両プロセスを含めていずれの計画化プロセスについても収束速度は遅いと言われている（付録参照）。しかし、この両プロセスについては反応ルールの解が一意には定められていないという特性が、収束を早めるうえで有効に利用されうると思われる。[31] すなわち、収束の早さは、各単位がどのようなルールに従って有効点を選ぶのかということに大きく依存している。当然ながら、各ステップごとに各単位が複数の有効点を計画当局に送れば、収束は早まる。さらに、その際計画当局が付随的に何らかの情報を流して、各単位による有効点の選び方を規制することも考えられる。この点を突き詰めて検討すれば、コルナイ型の man-machine 計画化プロセスの構築につながるであろう。[32] このように、Wプロセス、Cプロセスに改良を加えてその収束速度を早めること、さらには、シミュレーションを通じて様々なプロセスの収束速度を比較することなどは、筆者自身の今後の課題としたい。[33]

もう一つの残された問題は、計画を各単位に実行させるためにどのような報酬体系を設定すればよいかというインセンティブに関わる問題である。この問題は、各単位による情報の歪曲にも関連することから、計画化プロ

第4図　モデルの投入・産出関係



セスを考察する際に本来並行して検討すべき問題であろうが、本稿では全く扱うことができなかった。これは、そもそも組織の目的をどのように決定するのかという問題にも関係するが、これらの問題の検討も別の機会に譲らざるを得ない。

〔付録　クレマー・プロセスの数値例〕

二財（本源財と最終財）―二生産単位モデルで行ったCプロセスの数値例を示そう。j単位の本源財投入量、最終財産出量をそれぞれL_j、Y_j ($j=1, 2$)、本源財期首ストックを$\bar{L}$ ($\bar{L}=10$) で表わすとき、ここでの計画問題は次のように定式化される。

$$Y_1=\frac{1}{12}L_1^2,$$
$$Y_2=3L_2^{\frac{1}{2}},$$
$$L_1+L_2\leqq\bar{L},$$
$$Y=Y_1+Y_2\rightarrow\max.$$

縦軸に最終財産出量を取り、横軸に第一単位の本源財投入量をO_1から右に、第二単位のそれをO_2から左に取ると第4図を得る。すなわち、（大局的）最適解は$L_1=9$, $Y_1=6.75$, $L_2=1$, $Y_2=3$である（$Y=9.75$）。

三〇回のイタレーションを行った結果の一例を第一表に示した[(34)]。この表から、(1)目的関数の値Yは単調非増加である、(2)各ステップごとの解の変動が大きい、(3)三〇回のイタレーションを行ってもなお最適解との乖離が大きい、などの点が確認されよう。

（1）〔1〕、〔13〕参照。

（2）〔13〕pp. 205—207.

第1表　Cremer プロセスの数値例

t	L_1	Y_1	L_2	Y_2	Y
0	0.000	8.340	0.000	9.490	17.830
1	6.002	8.340	0.000	6.002	14.342
2	0.000	3.002	4.002	9.490	12.492
3	8.403	8.340	0.000	3.796	12.136
4	6.002	5.884	1.601	6.002	11.886
5	8.403	7.306	0.640	3.796	11.102
6	9.363	8.340	0.000	2.400	10.740
7	7.442	5.884	1.601	4.801	10.686
8	6.002	4.616	2.561	6.002	10.618
9	3.601	3.002	4.002	7.592	10.594
10	0.000	1.080	6.404	9.490	10.570
11	8.403	6.719	1.024	3.796	10.515
12	8.979	7.306	0.640	3.036	10.343
13	9.363	7.918	0.256	2.400	10.319
14	8.403	6.378	1.255	3.796	10.174
15	7.442	5.358	1.985	4.801	10.160
16	8.019	5.884	1.601	4.227	10.111
17	8.979	7.068	0.794	3.036	10.105
18	8.749	6.719	1.024	3.361	10.080
19	9.363	7.670	0.409	2.400	10.071
20	9.210	7.306	0.640	2.673	9.980
21	8.403	6.178	1.393	3.796	9.974
22	8.979	6.927	0.886	3.036	9.964
23	8.749	6.582	1.116	3.361	9.943
24	6.002	3.929	3.138	6.002	9.931
25	6.866	4.616	2.561	5.314	9.930
26	9.363	7.524	0.502	2.400	9.924
27	8.610	6.378	1.255	3.541	9.920
28	8.019	5.671	1.754	4.227	9.898
29	9.117	7.068	0.794	2.824	9.893
30	8.887	6.719	1.024	3.170	9.889
解	9	6.75	1	3	9.75

（3）〔12〕参照。

（4）〔6〕参照。

（5）〔15〕、〔4〕参照。

（6）呼称については青木（〔19〕pp. 12—15）に従った。

（7）ベクトルに付したダッシュはそのベクトルの転置を示す。

（8）〔13〕p. 175、〔18〕pp. 75—86 参照。本稿では離散的な情報交換プロセスを扱うが、その情報交換の各段階をステップと呼ぶ。Ⅲ以下で上付き添字(t)はステップ数を示す（$t=0,1,2,\ldots$）。

（9）〔9〕pp. 84—85.

（10）本稿での「計画原案」と「計画」との区別は、L・ハーヴィッツの "paper plan" と "real plan" との区別にほぼ対応している（〔9〕pp. 84—86）。

（11）$Y_j^{(0)}$は、Y_jと同じく、閉集合で上に有界であると仮定される。

（12）各単位からの純産出量の提案y_jと区別するために、純産出割当はq_jで表わすことにする。

（13）記号$\leqq$は、少なくとも一つの成分について不等号$<$が成立することを意味する。

(14)　後出の(13)式より明らかなように、$y_j^{(t)}$については計画当局は内積$\pi_j^{(t)\prime}y_j^{(t)}$がわかれば十分である。なお、ここで注意すべきことは、p_jの選択は各j単位に委ねられており、したがって、この反応ルールにより$y_j^{(t)}$、$\pi_j^{(t)}$が一意に定められるわけではないということである。

(15)　〔15〕pp. 57—58.

(16)　〔15〕pp. 59—60.

(17)　証明は〔15〕pp. 60—61.

(18)　〔4〕では、「計画当局は、各j単位の最適解$y_j^*(j\in N)$について、$y_j^*\leqq v_j^{(0)}$であるという知識を有する」という仮定がおかれている。Wプロセスにおいても、仮定dの代わりにこの仮定をおくことができるが、この仮定は仮定dと比べて計画当局のより正確な知識を要求するものであることなどを考慮して、本稿ではWプロセス、Cプロセスともに仮定dを採用した。なお、Cプロセスについて厳密には、$W_j=\{q_j|q_j\leqq v_j^{(0)}, q_j\notin Y_j^0\}$（$Y_j^0$は$Y_j$の開核）が有界であることが仮定される。

(19)　条件(20)について厳密には、ベクトル$(q_j^{(t)}-y_j^{(t)})$のどの成分も他の成分より早くゼロに収束しないことが要求される。これは、数学的には、すべての$t\geqq 0$についてベクトル$(q_j^{(t)}-y_j^{(t)})$が$R^{s+0}=\{y|y>0\}$の閉部分集合に属すことを意味する。なお、ここでの有効点の定義は通常の定義よりも広い。条件(22)と(7)を比較せよ。

(20)　Wプロセスと同様に、反応ルールによって$y_j^{(t)}$が一意には定められていないことに注意する必要がある。

(21)　ここでは証明の要旨のみを示した。詳しくは〔4〕pp. 1346—7参照。

(22)　〔15〕p. 58.

(23)　ソ連においては第一次五カ年計画期（一九二八—三二年）に、上から降ろされた計画草案に対して企業が自ら設定した、それよりもきつい計画が「呼応計画（встречный план）」と呼ばれた。そして、特に第九次五カ年計画期（一九七一—七五年）以降、いわゆる「社会主義競争」と連動してこの呼応計画が復活され、大々的に広められている。しかし、本稿でのカウンター・プラニングはこの意味ではない（〔15〕p. 51参照）。

(24)　〔13〕pp. 177—8. また、〔18〕pp. 87—89も参照。

(25)　〔9〕p. 85参照。

(26)　〔9〕pp. 93—94参照。なお、$m_j^{(t)}$（$j\in N$）はs次元（あるいは、たかだか有限次元）のユークリッド空間の一点に限定されることが多い。

(27)　〔9〕pp. 83—84参照。

(28)　例えば、〔8〕pp. 31—36.

(29)　〔8〕、〔14〕、〔2〕参照。

(30)　〔2〕p. 279 定理1。

(31)　注（14）、（20）参照。

(32)　〔11〕参照。

(33)　本稿の基本的前提(4)をはずして、集計—分計手続き

（〔21〕参照）との結合をはかることも極めて興味深いテーマである。

（34）各単位による有効点の選び方を様々に変えてシミュレーションを行い，その中から比較的望ましい解が得られた例を第1表に示した。

参考文献

〔1〕 Arrow, K. J. and L. Hurwicz, "Decentralization and Computation in Resource Allocation," in R. W. Pfouts, ed., *Essays in Economics and Econometrics*, Chapel Hill, 1960.

〔2〕 Calsamiglia, X., "Decentralized Resource Allocation and Increasing Returns." *Journal of Economic Theory*, 14 (1977).

〔3〕 Cave, M. and P. Hare, *Alternative Approaches to Economic Planning*, London and Basingstoke, 1981.

〔4〕 Cremer, J., "A Quantity-quantity Algorithm for Planning under Increasing Returns to Scale," *Econometrica*, 45 (Sept. 1977).

〔5〕 Cremer, J., "A Comment on Decentralized Planning and Increasing Returns," *Journal of Economic Theory*, 19 (1978).

〔6〕 Heal, G. M., "Planning without Prices," *Review of Economic Studies*, 36 (July 1969).

〔7〕 Heal, G. M., *The Theory of Economic Planning*, Amsterdam and London, 1973.

〔8〕 Hurwicz, L., "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes," in K. J. Arrow et. al. eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences, 1959*, Stanford, 1960.

〔9〕 Hurwicz, L., "Centralization and Decentralization in Economic Processes," in A. Eckstein, ed., *Comparison of Economic Systems*, Barkeley, Los Angels and London, 1971.

〔10〕 Hurwicz, L., "The Design of Mechanisms for Resource Allocation," *American Economic Review*, 63 (May 1973).

〔11〕 Kornai, J.," Man-machine Planning," *Economics of Planning*, 9 (No.3 1969).

〔12〕 Kornai, J. and T. Lipták, "Two-level Planning," *Econometrica*, 33 (Jan. 1965).

〔13〕 Malinvaud, E., "Decentralized Procedures for Planning," in E. Malinvaud and M. Bacharach, eds., *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, London, 1967.

〔14〕 Mount, K. and S. Reiter, "The Informational Size of Message Spaces," *Journal of Economic Theory*, 8 (1974).

〔15〕 Weitzman, M., "Iterative Multilevel Planning with Production Targets," *Econometrica*, 38 (Jan. 1970).
〔16〕 Беленький В. З., Волконский В. А. и др., *Итеративные методы в теории игр и програмировании*, M., 1974.
〔17〕 Полтерович, В. М., Блочные методы вогнутого програмирования и их экономическая интерпретация, *Э. М. М.* No. 6, 1969.
〔18〕 青木昌彦『組織と計画の経済理論』岩波書店、一九七一年。
〔19〕 青木昌彦『企業と市場の模型分析』岩波書店、一九七八年。
〔20〕 久保庭真彰「計画経済への機能的接近法の一考察」『経済評論』第二五巻第一一号（一九七六年一〇月）。
〔21〕 久保庭真彰「物財バランス調整プロセスと集計＝価格形成原則」『経済研究』第三一巻第一号（一九八〇年一月）。

＊　本稿は、第二回社会主義数量経済研究会（一九八三年六月、東京）での報告に基づいている。研究会に出席された諸先生方、また本誌のレフェリーから有益なコメントを与えられたことを記して、謝意を表したい。

（一橋大学大学院博士課程）