貿易無差別曲線・最適関税下の消費可能性曲線及び厚生経済学の基本定理に関する一考察

松井　均

一　はじめに

かつてジェームズ・ミードは消費無差別曲線から貿易無差別曲線を導いた際、両者の関係について次の命題を述べた。「任意の点における貿易無差別曲線の傾きは、これに対応する消費無差別曲線の、これに対応する点における傾きに等しい。(1)」これを「ミードの命題」と呼ぼう。

本稿の目的は、第一に、この命題に対するミードの証明をより簡潔に表現し、第二に、この簡潔な証明法が最適関税下の消費可能性曲線の重要な性質の証明に応用できることを示し、第三に、この証明法を用いて厚生経済学の基本定理をわかりやすく証明することである。

(1) J. E. Meade, *A Geometry of International Trade*, London, George Allen & Unwin, 1952, p. 13.

二　貿易無差別曲線

図1を見よう。x_c、y_cは一国の輸出財と輸入財の消費量、曲線I_cはある社会的効用水準におけるこの国の消費無差別曲線である。また、x_p、y_pはこの国の輸出財と輸入財の生産量、羽形x_pQy_pはこの国の生産可能性曲線（生産ブロック）である。さらに、x_t、y_tはこの国の輸出財輸出量、輸入財輸入量である。貿易無差別曲線I_tは、生産ブロックx_pQy_pを消費無差別曲線I_cに接するように平行移動させたとき、点Qの描く軌跡である。ミードの命題の図形的表現は、点Qにおける曲線I_tの傾きが点Sにおける曲線I_cの傾きに等しいことである。

ミードはこの命題の証明を次のように行なった。「生産ブロックの角がQからQ'へ動くとき、この移動の垂直成分は、曲線I_cに沿って接点がSからTへ移動することの垂直成分（a'）と生産ブロックに沿って接点がS'からTへ移動することの垂直成分（a）との和から成る。換言すれば、(i)A国においてヨリ多く（a'）のB国輸出財が消費されることと、(ii)A国においてヨリ少し（a）のB国輸出財が生産されることによって、ヨリ多くのB国輸出財がA国に輸入されるのである。同様にして、QからQ'への移動の水平成分は、I_c曲線に沿った移動の水平成分（b'）と生産ブロックに沿った移動の水平成分（b）との和に等しい。

QとQ'との間における曲線I_tの傾きは$(a+a')/(b+b')$に等しい。いまQ'をQに近づけると、a/bは生産ブロックに対する

接点の傾きに近づき、a/β, は曲線I_cに対する接点の傾きに近づく。そして点Sにおいてこれら二つの傾きは互いに等しい。ところが$a/\beta=a'/\beta'$のとき加比の理により$a/\beta=a'/\beta'=(a+a')/(\beta+\beta')$となる。言い換えれば、点$Q$における曲線$I_t$の傾きは点$S$における曲線$I_c$及び生産ブロックの傾きに等しい。[1]」

以上のミードによる証明を本稿では次のようにヨリ簡潔に示す。

図1において、点Qにおけるx_t、y_tの値と点Sにおけるx_c、y_c、x_p、y_pの値との間には次の関係が成り立っている。

$$\left.\begin{aligned} x_t &= x_p - x_c \\ y_t &= y_c - y_p \end{aligned}\right\} \quad ①$$

また、点Sにおいて曲線I_cと生産ブロックとは接しているから、

$$\frac{dy_c}{dx_c}=\frac{dy_p}{dx_p} \quad ②$$

が成り立っている。点Qにおける曲線I_tの傾きと点Sにおける曲線I_cの傾きとが等しいことは代数的には①及び②の下で

$$\frac{dy_c}{dx_c}=-\frac{dy_t}{dx_t} \quad ③$$

が成り立つことに他ならない。[2] 等式③の成立は次のように証明できる。①より

$$\frac{dy_t}{dx_t}=\frac{d(y_c-y_p)}{d(x_p-x_c)}=\frac{\dfrac{dy_c}{dx_c}\left(1-\dfrac{dy_p}{dy_c}\right)}{\dfrac{dx_p}{dx_c}-1}$$

ここに②より

$$\frac{dy_p}{dy_c}=\frac{dx_p}{dx_c}$$

よって

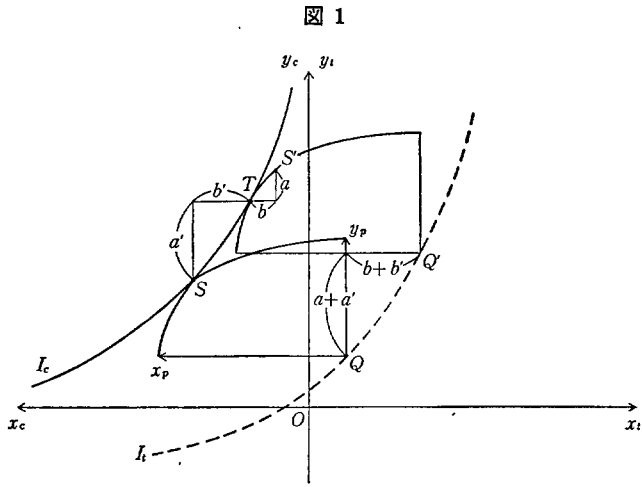
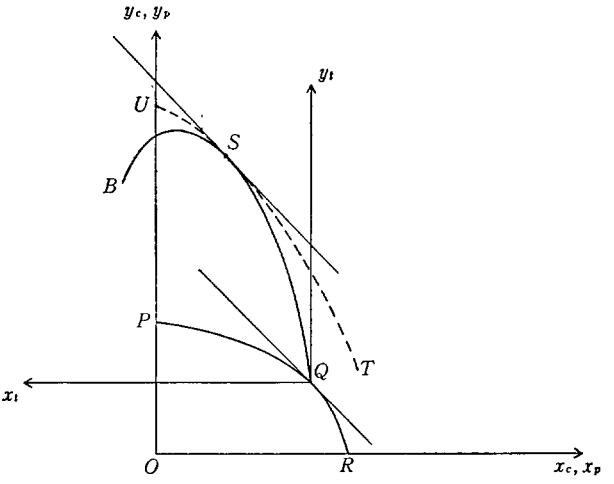


図 1

図 2



$$\frac{dy_t}{dx_t} = -\frac{dy_c}{dx_c}$$

すなわち、点Qにおける曲線I_tの傾きと、点Sにおける曲線I_cの傾きとは等しい。

(1) Meade, op. cit. pp. 13—14.

(2) 図1においてx_c軸とx_t軸とは逆向きであることに注意。

三　最適関税下の消費可能性曲線

以上と同様の方法により、最適関税下の消費可能性曲線の重要な性質も証明できる。

図2において、曲線USTは、弓形QSBの基点Qが曲線PQR上を動くとき、その縁が描く包絡線である。x_c、y_c、x_p、y_p、x_t、y_tを第二節と同様に定義し、曲線PQRを自国の生産可能性曲線、曲線QSBを自余の世界のオファー・カーブとすれば、曲線USTは自国にとって最適関税下の消費可能性曲線となる。(1)

この曲線の重要な性質は、「包絡点Sにおける曲線USTの傾き、すなわち曲線BSQの傾きが、点Qにおける曲線PQRの傾きに等しい」ことである。

ところで、この幾何命題は次の幾何命題と同値である。「図2において、曲線PQRは、弓形QSBの縁が曲線USTに接するように動くとき弓形の基点Qの描く軌跡である。この曲線PQRの点Qにおける傾きは、曲線USTの点Sにおける傾きに等しい。」

後者の幾何命題においては包絡線なる概念は出て来ない。そしてこの命題の証明は第二節と同様の方法で行なうことができる。

すなわち、図2においては、図1におけると同様、次の関係が成り立っている。

$$\left.\begin{aligned} x_t &= x_p - x_c \\ y_t &= y_c - y_p \end{aligned}\right\} \quad ①'$$

また、点Sにおいて曲線USTと曲線QSBとは接しているから

$$\frac{dy_c}{dx_c} = -\frac{dy_t}{dx_t} \quad ②'$$

が成り立っている。[2] 点Qにおける曲線PQRの傾きと、点Sにおける曲線USTの傾きとが等しいことは、代数的には①及び②′の下で

$$\frac{dy_p}{dx_p} = \frac{dy_c}{dx_c} \quad ③'$$

が成り立つことに他ならない。等式③′の証明は、第二節における等式③の証明と同様である。

かくて第二節と同様の証明法が最適関税下の消費可能性曲線の重要な性質の証明にも使えることがわかった。ここで注目すべきことは、本来包絡線の定理を用いて証明すべき命題が、この定理を用いずに簡潔に証明されたことである。

(1) 最適関税の概念については、小宮隆太郎、天野明弘『国際経済学』岩波書店、一九七二年、pp. 174—177 参照。なお、同書 p. 176 註(6)では、最適関税下の消費可能性曲線の性質について、ミードが貿易無差別曲線の性質について用いたのと同様の証明がなされている。

(2) 図2においてx_c軸とx_t軸とは逆向きであることに注意。

四 厚生経済学の基本定理

最適関税下の消費可能性曲線の性質と同様本来包絡線の定理を用いて証明すべき命題でありながら、実は第二節で用いたのと同じ方法で簡潔に証明できる命題として、厚生経済学の基本定理が挙げられる。

図3において、曲線USTは、斜線部のブーメラン（角のある）の角の点Qが曲線PQR上を動くとき、ブーメランの内側の縁BSCが描く包絡線である。

いま、二財x、yを二消費者a、bが消費する社会を考え、たとえばa氏によるx財消費量をx_aのように記すことにする。そして曲線PQRをこの社会全体としての消費可能性曲線[1]、曲線BSCをb氏の効用無差別曲線の一つとすれば、曲線USTは、b氏の効用水準一定のもとでのa氏の消費可能性曲線となる。

この曲線の重要な性質は、「包絡点Sにおける曲線BSCの傾きが、点Qにおける曲線PQRの傾きに等しい」ことである。

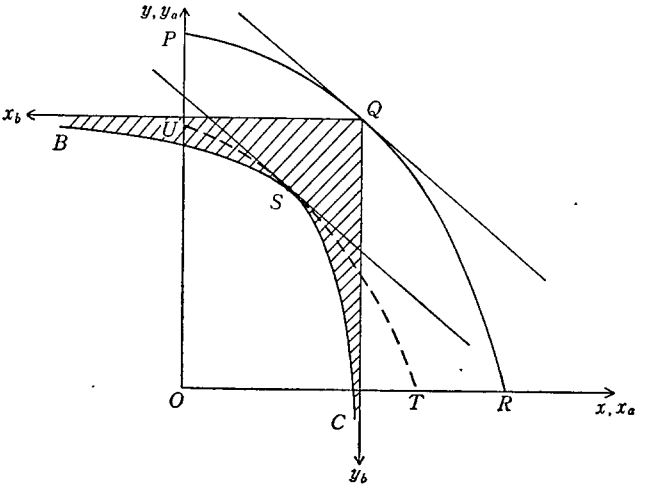
ところで、この幾何命題は次の幾何命題と同値である。「図3において、曲線PQRは、斜線部のブーメランの縁BSCが曲線USTに接するように動くとき、ブーメランの角の点Qが描く軌跡である。この曲線PQRの点Qにおける傾きと、曲線BSCの点Sにおける傾きとは等しい。」

第三節と同様、ここでも後者の幾何命題においては包絡線なる概念は出て来ない。そしてこの命題の証明はやはり第二節と

同様の方法で行なうことができる。

すなわち、図3において、点Qにおけるx、y、x_a、y_aの値と、点Sにおけるx_b、y_bの値との間には次の関係が成り立っている。

図 3



$$\left.\begin{aligned} x_a &= x - x_b \\ y_a &= y - y_b \end{aligned}\right\} \qquad ①''$$

また、点Sにおいて曲線BSCと曲線USTとは接しているから、

$$\frac{dy_b}{dx_b} = \frac{dy_a}{dx_a} \qquad ②''$$

が成り立っている。[2] 点Qにおける曲線PQRの傾きと点Sにおける曲線BSCの傾きとが等しいことは、代数的には①″及び②″の下で

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_b}{dx_b} \qquad ③''$$

が成り立つことに他ならない。[3] 等式③″の証明は、第二節における等式③の証明と同様である。

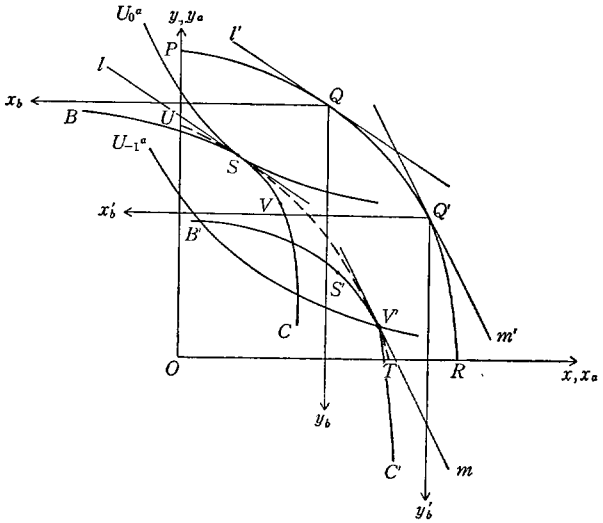
ところで、図3で点Qにおける曲線PQRの傾きと点Sにおける曲線BSCの傾きとが等しいことが証明されたことは、経済学的には「厚生経済学の基本定理」が証明されたことに他ならない。理由は次の通りである。

曲線USTは、b氏の効用水準を一定に保ったままa氏がさまざまな両財消費量を選択するとき、a氏にとって最大限達成可能な両財消費量の組合せの集合、すなわちa氏の消費可能性曲線を示す。a氏としては、この自らの消費可能性曲線と自らの効用無差別曲線との接点（図4の点S）で消費を行なうことができれば、自らの効用水準を最高（図4のU_0^a）にできる。しかし、もしb氏が自らの効用無差別曲線上で点S以外の任意の

点（たとえば図4のV'点）を選べば、この点を通るa氏の効用無差別曲線はU_0^aよりも必ず低位（図4のU_{-1}^a）となる。

即ち、この社会の消費可能性曲線を所与とし、他方b氏の効用水準を一定に保つかぎり、a氏の効用水準が最高になるのは、a氏の効用無差別曲線がa氏の消費可能性曲線と接する点Sで

図4



a・b両者間に財分配が行なわれるとき、そのときのみ、である。ここに、b氏の効用水準を一定に保ったままa氏の効用水準を最高にするような財分配とは、「パレート最適な所得分配」に他ならない。つまり、パレート最適な所得分配は、a氏の効用無差別曲線がa氏の消費可能性曲線と接する点で、その点でのみ、なされるのである。

ところで、上記の証明により、任意の接点における曲線$USTS$の傾きと、その点に対応するブーメランの角における曲線PQRの傾きとは等しい。（このことは図4ではl/k及びm/m'で示されている。）ところが図4の点Sでは、さらに、a氏の効用無差別曲線（U_0^a）がa氏の消費可能性曲線に接している。したがって、この点では曲線$USTS$の傾き、曲線BSCの傾き（b氏の限界代替率）、曲線U_0^aの傾き（a氏の限界代替率）、及びこの点に対応するブーメランの角Qにおける曲線PQRの傾き（生産における限界転形率）の四者がすべて等しい。つまり、図4の点S及びこれに対応する点Qとは、端的に言えば、生産及び消費の両局面において同一の財相対価格のもとで利潤及び各消費者の効用が極大化されている状況、すなわち「競争均衡」の状況に他ならない。

したがって、図4で、パレート最適な所得分配が点Sにおいてのみなされるということは、「パレート最適な所得分配が競争均衡においてのみなされる」ということに他ならない。これは「厚生経済学の基本定理」そのものである。[3]

かくて、図3及び図4において任意の接点における曲線US

T及び曲線BSCの傾きと、その点に対応するブーメランの角における曲線PQRの傾きとが等しいという命題は、厚生経済学の基本定理が成り立つという命題に他ならない。そして本稿では前者の命題の証明を、包絡線の定理を使わずに、初歩的な微分法のみで行なったのである。

(1) この社会が閉鎖経済ならば、この曲線は生産可能性曲線である。

(2) 図3においてx、x_a軸とx_b軸、y、y_a軸とy_b軸はそれぞれ逆向きであることに注意。

(3) 熊谷尚夫『経済政策原理』岩波書店、一九六四年、p. 218及び小宮・天野、前掲書 p. 184参照。

厚生経済学の基本定理はまた、「競争均衡のもとでの各消費者の効用の組合せの集合と、超効用可能性曲線(Grand Utility Possibility Curve)とは一致する。」と言い表わしてもよい。超効用可能性曲線の概念については、荒憲治郎編著『セミナー経済学教室No. 13近代経済学』、日本評論社、一九七六年十一月、第10章参照。

五　結　語

本稿においては貿易無差別曲線及び最適関税下の消費可能性曲線の重要な性質、さらに厚生経済学の基本定理の証明を、包絡線の定理を用いずに行なった。上記三件は共通の簡潔な方法で証明できることが示された。本稿の方法により、国際貿易理論及び厚生経済学がいっそうわかりやすいものになれば幸いである。

＊　本稿の作成に際し池間誠教授及び本誌のレフェリーの助言を頂いたことを記して謝辞に代えたい。

（一橋大学大学院博士課程）