デカルトと仮想仕事の原理など

原　亨吉

一

いわゆる仮想変位の原理ないし仮想仕事の原理は、一般的な形においては、ジャン・ベルヌイ（Jean BERNOULLI, 1667-1748）がヴァリニョン（Pierre VARIGNON, 1654-1722）にあてた一七一七年一月二十六日の手紙のなかで述べたのに始まるとされる。[1] 彼はつぎのように記している。「すべて任意の力の平衡においては、それらの力がどのように加えられていようとも、またそれらが互いにどのような方向に作用していようとも、直接的に作用するのであれ、間接的に作用するのであれ、正のエネルギーの和は、負のエネルギーを正にとったものの和に等しいであろう。[2]」ここにエネルギー（Énergie）と呼ばれているものは、力と、その方向への無限小の仮想変位との積であり、すなわち、いわゆる仮想仕事にほかならないのである。[3]

ところで、デカルトの書簡中には、この哲学者をもってこのようなベルヌイの最大の先駆者とするに足るものが含まれている。それは、デカルトが一六三八年七月十三日にメルセンヌ（Marin MERSENNE, 1588-1648）にあてたと見られる手紙の付録の中程に見えるのであって、[4] その部分を第四節に訳出してみた。

もっとも、仕事の保存による単純な機械の説明は、一六三七年十月五日にデカルトがコンスタンチン・ホイヘンス（Constantin HUYGENS, 1596-1687）にあてた手紙[5] において既におこなわれていた。のみならず、この部分

と前記の付録とでは、仕事の概念の説明、滑車の説明、梃子の説明において、テキストに酷似するところがあり、デカルトはホイヘンスあての手紙の写しを残していて、この付録の作製にはそれを利用したものと想像される。しかし、ホイヘンスあての手紙には、肝腎な一点がほとんど欠けていた。すなわち、そこで扱われていた変位はほとんど常に有限の大きさをもつものであり、僅かに梃子の説明において、錘の円運動がその接線方向の運動に置きかえられたところに、無限小の変位が登場するにとどまったのであるが[6]、それにひきかえ、この付録においては、無限小の変位が、「まだ動き始めていない」（訳文、第10行）とか「運動の始まり」（第77行）などの語によって、原理的に要請されているのである。ただし、無限小変位の採用はまだ全面的ではない。仕事の概念自体の説明には、依然として有限の変位が用いられている（第51―55行）。

ところで、仕事の保存による単純な機械の説明そのものも、けっしてデカルトの独創ではない。梃子および斜面についてはヨルダーヌス・デ・ネモーレ（JORDANUS de Nemore, 一二二〇年頃に活躍[7]）が、また滑車（複滑車を含めて）についてはギドバルド[8]（Guidobaldo, Marchese del MONTE, 1545-1607）やステヴィン[9]（Simon STEVIN, 1548-1620）が、このことをおこなっていた。のみならず、ガリレオ（Galileo GALILEI, 1564-1642）は、十六世紀末の執筆と見られる論文『力学』*Le Mecaniche* 中で、単純な機械においては仕事が保存されることを統一的に述べていたのである[10]。

しかもガリレオは、斜面の研究において、直線に沿っての物体の運動とそれに接する円弧上の運動とを同一視し得ることを、自明の理として認めていたし[11]、この点はロベルヴァル（Gilles Personne de ROBERVAL, 1602-75）も同じであった[12]。

デカルトの大きな功績は、単にこのような同一視を自明の理として前提するのではなく、機械の仕事には原理的に無限小の仮想変位が考えられるべきことを明言した点にある。つまり、一六三七年十月五日付ホイヘンスあての手紙と一六三八年七月十三日のものと見られる付録の中央部との関係は、仮想仕事の原理に関するデカルトの先人たちの業績とデカルト自身の新しい業績との関係にほかならないと言い得るのである[13]。

いわゆる仮想仕事の原理の一般的な陳述にとって、単純な機械のみを扱ったデカルトに見られる制約は、つぎの点にあった。

(1) 仕事の概念の最も一般的な陳述においては、鉛直上方への有限の変位にしか言及されていなかった。

(2) 一組の動力と抵抗力しか考えられておらず、しかもその一方は常に重力であった。

(3) 滑車を用いて力の方向が自由に変えられることにより、力と着力点の変位とが常に同方向をもった。

(4) 仕事に負の値が考えられていなかった。

このような制約はあったにしても、デカルトこそはジャン・ベルヌイの先駆者として恐らく最大の存在であったと思われるのである。

二

それにしても、第四節に訳出するのはこの付録の一部にすぎず、付録の本来の目的は別のところにあった。すなわち、ボーグラン(Jean BEAUGRAND, 1595?–1640)の著書『地球静力学』*Geostatice* (Parisiis, 1636) に触発されて、およそ物体は地球の中心に近づくときより重くなるか、より軽くなるかを検討することが、その目的であった。そして、始めデカルトはこの問題を物理学的に検討し、ついで数学的な考察に移って、第四節に訳出する原文を記し、その内容を用いて、上記の問題にたいして二通りの解答を出すのである。したがって、訳出の部分は本来この解答を出すための準備であったと言い得る。しかし、この部分はそれ自体で独立の価値をもっているところから、一応この部分だけを訳すことにしたのである。けれどもまた、訳出する部分には、それに先だつ部分、またそれに続く部分への言及が含まれているので、この部分の全面的な理解のためには、前後の部分をも知る必要がある。それゆえ、以下まず前の部分の内容を要約し、ついで中央部を翻訳し、最後にまた後の部分の内容を要約することにしたいと思う。

三　前の部分の要約

始めにこの手紙全体の主題を示すものとして前記の問題が掲げられ、続いてつぎのことが述べられる。

「ここでは二種類の重さを区別しなければなりません。一方は〈真の〉あるいは〈絶対的な〉と名づけ得るものであ

り、他方は〈見かけの〉あるいは〈相対的な〉と名づけ得るものであります。例えば、槍をその一端でもつとき、真中でもつときより遙かに重いと人が言う場合には、槍の見かけの、あるいは相対的な重さが考えられているのです。なぜならば、これは、槍がこのようにもたれるときいっそう重いように私たちに思われるという意味、あるいは、私たちにとっていっそう重いという意味であり、それ自体でいっそう重いという意味ではないからです。」ところで、絶対的な重さとは何かというに、おおかたの人は、それを重いと呼ばれる各物体の内的な働き、ないし性質（vertu ou qualité）で、その物体を地球の中心に向かわせるものであると考えている。そのうち一部の人々によれば、この性質は各物体の形態に依存すると考えられ、同じ重い物体が水という形態をとるときは重いというこの性質を失い、空気という形態をとるときは軽くなるとされる。これに反して、他の人々は、絶対的な重さは物質のみに依存すると信じ、物質によって構成されていない物体は全くない以上、重くない物体は全くないと信じている。各物体は、その構成中により多くの物質がはいっているか、より少い物質がはいっているかの理由によってのみ、より重かったり軽かったりする、とされるのである（AT第二巻二二二頁五行―二二三頁二七行）。

ところで、これら二種の考えによれば、明らかに、物体の絶対的な重さは、物体自体において常に同一であり、地球の中心からの距離に応じて変わることはない（同書二二三頁八行―二二四頁四行）。

さらに第三の考えがある。すなわち、重さはすべて相対的なものであり、重い物体を落下させる力ないし働き（force ou vertu）は、その物体中にではなく、地球の中心にあり、あるいは地球の全質量（masse）のうちにあるとされるのであり、この考えによれば、同一の物体が地球の中心の近くにあるほど重いことを認めねばならない（同書二二四頁五―一六行）[14]。

私〔デカルト〕としては、重さというものをこれら三者とは全く別様に考えている[15]。しかし、「ここで述べるつもりがない他の多くのことを演繹しながらでなければ、その考えを説明することはできませんから、いまこれについて私が述べ得るのはつぎのことだけです。すなわち、重さというとき、提起された問題に属するものとして私

が認めるのは、それが単に事実にかかわるということ、すなわち、人間がそれについて何らかの expérience（経験、実験）をなし得るかぎりでしか、それは人間によって限定され得まい、ということであり、さらに、減少があるにせよ、増加があるにせよ[16]、重さが至るところで同じ比に従うということは真らしくありませんから、私たちの住む空気中においておこなわれる実験からは、ずっと低く地球の中心の方、あるいはずっと高く雲の彼方にあることは知り得ない、ということです。」（同書二二四頁一七行―二二五頁五行）

人がなし得る実験は、高い塔の上から深い井戸の中へ紐で吊った鉛を下げてみることであるが、「井戸の深さも塔の高さも地球の半径に比べれば非常に小さいため、そのほかここには省略する諸考察によって、様々な高さに置かれた同一の錘の間の〔重さの〕相違が極めて著しいものでないかぎり、この実験は役に立たないでしょう。」（同書二二五頁六―二〇行）

「すでになされている他の経験で、地球の中心から離れた物体はそれに近い物体ほど重くないことを説得するうえで極めて有力であると私に思われるもの」がある。それは「月や金星や水星」などの「遊星」に関するもので、「もしもこれらのものの非常な遠さがこれらから全くその傾向を奪うのでなければ、これらは地球の方に落ちて来なければなるまいと思われます」。さらに、大きな鳥は低いところより空高くの方がより楽に飛ぶし、同じことは凧によっても、雲のなかにある雪によっても確かめられる。最後に、天頂に向って真直に発射された砲弾がふたたび落ちて来ないという報告が真実であるならば[17]、「発射の力が砲弾を地球の中心から非常に遠ざけるので、その重さを全く失わせるのだと判断しなければなりません。」「以上がこの主題に関し、いま物理学について私が言い得るすべてのことです。」（同書二二五頁二一行―二二六頁一九行）

四　中央部の翻訳

「これから数学的推論に移りますが、これは相対的な重さにしか及ばないものですし、その目的のためには他方の重さを仮設によって定める必要があります。そうする以外に方法がなかったからです。そこで、もし宜しければ、各物体の絶対的な重さとして、それが地

球の中心から一定の距離だけ離れた、私たちの普通の空気中にあるとき、それが直線状に落下しようとする力をとりましょう。ただし、その物体は他の何らかの物体によって押されることも支えられることもなく、しかも、まだ動き始めていない、としてのことです。[18]「私たちの普通の空気中において」と私が言いますのは、より微細な、またはより粗大な空気中においては、各物体が幾らかより重かったり軽かったりするであろうことは確かだからです。それに私は、その物体を「地球から一定の距離だけ離れ」たところに置きますが、それはこの距離が他の場合にとっての規則となるためです。最後に私は、「押されても支えられてもならず、また動き始めたあとではいけない」と言いますが、これは、すべてこれらのことが物体の落下しようとする力を変え得るからです。

このほかに、同一の重い物体を地球の中心から遠ざけても近づけても、またどのような状態においても、それにかかわりなく、その各部分は自分のうちに常に同一の力ないし落下しようとする傾向を保持している、と仮定することにしましょう。なぜならば、すでに言いましたとおり、このことは真ではないかもしれないのですが[19]、私たちの計算をいっそう簡単におこなうためには、このように仮定する必要があるからです。それは例えば天文学者が、天体の一様ではない現実の運動をいっそう計算しやすくするために、一様な平均的運動を仮定するのと同じです。

ところで、絶対的な重さにおけるこの一様性を仮定しますと、すべての固体の相対的な重さは、自由な空気中にあって、どのような物体によっても支えられていないとした場合、地球の中心により近いときは、それより離れているときに比べて幾らか小さい、ということを証明することができます[20]。ただし、このことは液体にあっては同じではないのですが[21]。そして反対に、完全に等しい二個の物体が完全に正確な秤において互いに向き合っており、この秤の腕が地平線に平行でない場合には、これらの二物体のうち地球の中心に近い物体の方が重く、中心に近いほどますます重いであろう、ということも証明されます。そこからまた、秤でなくても、同じ物体の相等しい部分の間では、最も高い部分は最も低い部分に比べて、地球の中心からより

遠ざかっているだけより軽く、したがって、どの物体においても重心は不動の中心ではあり得ず、球体においてさえ同様であることになります。[22]

そして、このことの証明はただひとつの原理に依存しており、この原理こそは全静力学の一般的基礎なのです。すなわち、ある重い物体を一定の高さにあげるためには、より軽い物体をそれが軽いだけ大きな高さにあげ、あるいは、より重い物体をそれが重いだけ僅かな高さにあげるのより、より大きな[23]力もより小さな[23]力も必要ではない、というのです。例えば、一〇〇リーヴルの錘を二ピエの高さにあげ得る力は、また二〇〇リーヴルの錘を一ピエの高さにあげ得、あるいは、五〇リーヴルの錘を四ピエの高さにあげ得るのであり、同じ力が適用されると仮定するならば、その他の場合についても同様です。

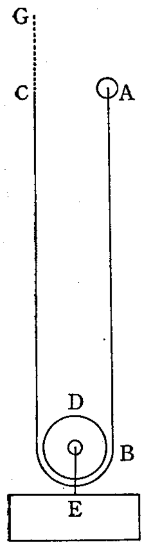
このことは、結果はそれを生み出す作用に常に比例するべきであり、したがって、ある錘を単に一ピエの高さにあげるのに、一〇〇リーヴルの錘を二ピエの高さにあげ得るだけの力を使う必要があるとすれば、それはこの錘が二〇〇リーヴルの重さをもつことを示している、ということを考えてみれば、容易に認められるでしょう。なぜならば、一〇〇リーヴルを一ピエの高さにあげ、さらにまた一〇〇リーヴルを一ピエの高さにあげるのと、二〇〇リーヴルを一ピエの高さにあげるのとは同じことであり、さらに一〇〇リーヴルを二ピエの高さにあげるのとも同じことだからであります。そして、ここから明らかに、各物体の相対的な重さ、あるいは同じことですが、その物体がある位置にあるときそれを支えて落下しないようにするのに用いねばならない力は、それを支える能[24]がそれを高めるためにも、またそれが低下するときはそれにつき従うためにもおこなわねばならないであろう運動の始まりによって測られねばならない、ということになります。[25] したがって、この運動が描くであろう直線と、この物体がその間にどれだけ地球の中心に近づくであろうかを示す直線との間にある比は、その絶対的な重さと相対的な重さとの間にある比と同じです。[26] しかしこのことは、幾つかの実例を用いればいっそうよく説明することができます。

第一例　――滑車について

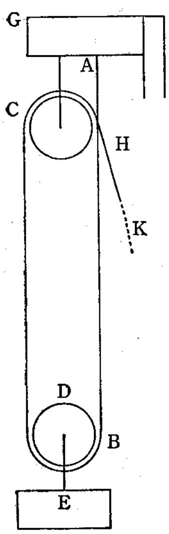
錘Eが滑車Dについており、滑車のまわりに索ABCが通されているとして、ふたりの人が各自この索の一端を同様に支え、あるいは持ちあげると仮定すれば、明らかに、この錘が二〇〇リーヴルの重さをもつとすると、各人はそれを支え、あるいは高めるために、一〇〇リーヴルを支え、あるいは持ちあげるのに必要な力しか用いないでしょう。なぜならば、各人はその半分しか支えないだろうからです。つぎに、この索の一端Aが何らかの釘に固定されたとし、他の端Cがふたたびひとりの人によって支えられたとすれば、Aの方にある釘が、前に私たちがそこに想像した人と同じ働きをするでしょうから、Cにあるこの人は、この錘Eを支えるために以前以上のものは必要とせず、一〇〇リーヴルを支えるに必要な力以上は要しないであろうことは、明らかです。最後に、Cの方にあるこの人が錘Eを高めるために索を引くと仮定し、そのために一〇〇リーヴルを二ピエの高さにあげるに必要な力を使うとしますと、二〇〇リーヴルの重さをもつこの錘を一ピエの高さだけ高めるであろうことは、明らかです。なぜならば、索ABCは見られるとおり二重になっており、ふたりの人が索を引き、一方が端Aを持ち、他方が端Cを持って、各自が単に一ピエの長さだけ索を引く場合と同じだけ、この錘Eを高めるようにするには、索の端Cを二ピエだけ引かねばならないからです。

そして、この力をひき起すのはこの理由だけであって、滑車の形や大きさではない、ということに注意する必要があります。なぜならば、滑車が大きくても小さくても、それは常に同じ効果をもつでしょうから、云々。そして、Aの方にもうひとつの滑車をつけ、そのまわりに索ABCHを通すならば、HをKの方に引

第1図



第2図



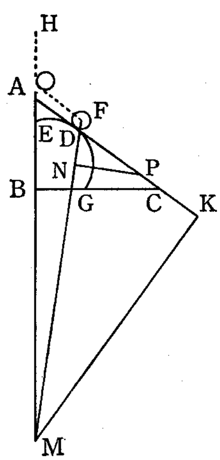
いて錘Eをあげるには、前にCをGの方に引くために必要であった力に劣らぬ力が必要でしょう。それは、この索を二ピエ引くとき、この錘を以前のように一ピエ高めることになろうからです。しかし、これら二個の滑車に、さらにDの方に別の滑車をつけて、この滑車に錘をつけ、またこの滑車に第一の滑車の場合と同様に索を通すならば、二〇〇リーヴルのこの錘をあげるためには、滑車なしに五〇リーヴルの錘一個をあげるため以上の力は要しないでしょう。それは、索を二ピエ引くとき、錘を半ピエだけ高めることになるからです。

こうして、滑車の数を増すことにより、最も僅かな力をもって最も大きな荷物をあげることができ、この計算からは、滑車の重さと、索を通し索を支える困難以外のものは除く必要がないのです。そのうえ、ある錘をあげるには、常に、それを支えるよりも僅かながらより多くの力が必要です。しかし、これらのことは、それ以外のことを数学的推論によって検討することが問題となっている場合には、取るに足りません。

第二例　――斜面について

ACを地平線BCにたいして傾いた平面とし、ABは鉛直に地球の中心に向かうとします。力学について書いている人々はすべて(27)、この平面ACに支えられたものとしての錘Fの重さは、その絶対的な重さにたいして、線ABが線ACにたいするのと同じ比にあり、したがって、もしACがABの倍であれば、錘Fが自由な空気中にあって二〇〇リーヴルの重さをもつとした場合、それをこの平面AC上に引き、または支える能Hにとっては、一〇〇リーヴルの重さしかもたないであろう、と書いております。そして、このことの理由は、提起された原理によって明らかです。なぜならば、この能Hは、この錘をBAの高さにあげるために、自由な空気中でそれをCAに等しい高さにあげるの

第3図

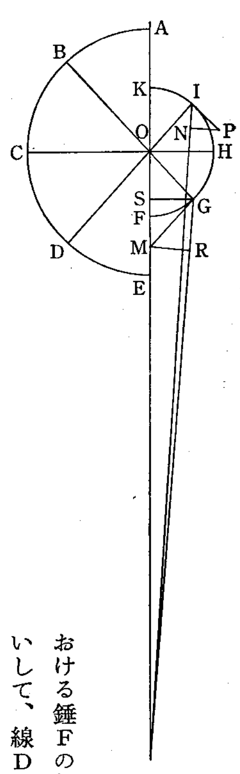


と同じ働きをするだろうからであります。[28]

しかし、このことが完全に正しいのは、重い物体は平行線に沿って下方に向かう、と仮定した場合に限られます。力学を実用に供するためにのみ考察するとき、人は総じてこのように仮定するのであり、それはなぜかと言えば、地球の中心に向かうものとしてのこれらの線の傾きがひき起し得る僅かな相違は、感知されるものではないからです。しかし、この計算が完全に正確であるためには、線ＣＢは円の一部であり、ＣＡはスパイラル[29]の一部であって、それらはともに地球の中心を中心とするものでなくてはなりますまい。そして、面ＡＣが全く平らであると仮定する場合は、錘ＦがＡのところで最も高くにある間でないかぎり、それの相対的な重さは絶対的な重さにたいして、線ＡＢが線ＡＣにたいするのと同じ比はもちません。なぜならば、それが少しでもより低くなり、例えばＤのところ、あるいはＣのところへ来ますと、その相対的な重さは少し小さくなるからです。このことは、この平面が地球の中心からひいた直線と直角に交わり得るところまで延長されたと想像してみれば、――すなわち、Ｍが地球の中心であり、ＭＫがＡＣに垂直であるとしてみれば、明らかとなりましょう。なぜならば、明らかに、錘Ｆは、点Ｋに置かれますと、能Ｈにとって全く何の重さももたないであろうからです。そして、この錘がこの平面の他の各点において、例えば点Ｄにおいて、この能にとってどれだけの重さをもつかを知るためには、地球の中心に向かってＤＮのような直線をひき、また、その線上に任意にとった点ＮからＤＮに垂直にＮＰをひいて、ＡＣとＰで交わらせねばなりません。なぜならば、ＤＮがＤＰにたいする比は、Ｄにおける錘Ｆの相対的な重さと絶対的な重さとの比に等しいからです。その理由は、錘がこの点Ｄにある間は、線ＤＮに沿って下方に向かいますが、しかし線ＤＰに沿ってしか落下し始め得ないことを見れば、明らかです。

私が単に「落下する」ではなく、「落下し始める」と言う点に御注目ください。考慮しなければならないのは、この落下の始まりだけだからです。したがって、例えばこの錘Ｆが点Ｄにおいて、ＡＤＣがそう仮定されているような平面上に支えられているのではなく、ＥＤＧのような球面、あるいは他の何らかの仕方で曲

第4図



った面であっても、点Dにおいてそれに接すると想像された平面がADCと同じでありさえすれば、錘は能Hにとって、平面AC上に支えられたとき以上の重さも以下の重さももたないでしょう。なぜならば、この錘が点DからEあるいはGの方へと曲面EDG上を上ったり下ったりしておこなうであろう運動は、平面ADC上でおこなうであろう運動とは全く別のものでありますが、しかし、EDG上で点Dにあるときは、ADC上にあるときと同じ方向に、すなわち、AまたはCの方に動くように決定されるであろうからであります。そして明らかに、錘が点Dに触れることをやめるや否やこの運動に起こる変化は、錘がこの点に触れているときにもつ重さを何ら変えることができないのであります。

直角三角形DKMとDNPは相似ですから、線DP、DNの間にある比は、線DMとDKの間の比と同じであること、したがってまた、Dにおける錘Fの相対的な重さは、その絶対的な重さにたいして、線DKの線DMにたいする比にあることにも御注目ください。すなわち、一般に、斜面に支えられたあらゆる物体は、全く支えられていない場合に比べて、ちょうど、それがこの平面に触れる点と地球の中心からの垂線がこの同じ平面上に落ちる点との間にある距離が、この錘と地球の中心との間にある距離より小さいのと同じだけ小さいのです。

第三例　――梃子について〔第4図〕

CHを梃子とし、それは点Oにおいて支えられていて、それを上下するとき、その部分Cは半円ABCDEを描き、その部分Hは半円FGHIKを描くとします。いずれの半円も点Oを中心とするものであり、かつ、梃子の大きさや重さは全く考慮されず、それは点Oをもつ数学的な直線と見なされるのです。つぎに、

それを動かす力ないし能が半円ＡＢＣＤＥの全体を描き、その線ＡＢＣＤＥに沿って働く間に、他端にあると想像された錘もまた半円ＦＧＨＩＫを描くのではありますが、しかし、それはこの曲線ＦＧＨＩＫの長さだけ高まるのではなく、単に直線ＦＫの長さだけ高まるのであることに注目しましょう。したがって、この錘を動かす力とその重さとの間にある比は、これら二個の半径、あるいは二個の周の間にある比によって測られるのではなく、むしろ、前者の周と後者の直径との間にある比によって測られるのです。そのうえ、この力は、梃子がＡまたはＥの方にあるときこれを動かすためには、ＢまたはＤの方にあるときほど大きな力は必要でなく、また、ＢまたはＤの方にあるときも、Ｃの方にあるときほど大きな力は必要でない、ということを考慮しましょう。その理由は、錘がそこでは少ししか上らないことにあります。これは見やすいことですが、線ＣＯＨが地平線に平行であり、ＡＯＦがこれを直角に切ると仮定して、点ＦとＨから等距離に点Ｇをとり、また点ＡとＣから等距離に点Ｂをとって、ＧＳを地平線に平行にひきますと、力が線ＡＢに沿って働くときこの錘がどれだけ上るかを示す線ＦＳは、力がＢＣに沿って働くときそれがどれだけ上るかを示す線ＳＯよりはるかに小さいことがわかります。

ところで、曲線ＡＢＣＤＥの各点においてこの力は何ほどであるべきかを正確に測るためには、力は錘を円状に傾いた面[30]のうえをひきずるのと全く同様に働くと考えねばなりませんし、この円状あるいは球状の面[30]の各点の傾きは、円とその点において接する直線の傾きによって測られるべきであります。例えば、能が点Ｂにあるとき、点Ｇにある錘の重さにたいしてそれがもつべき比を見いだすためには、接線ＧＭをひき、また点ＧからＧＲのように地球の中心に真直に向かう別の線をひき、ついで線ＧＭ上に任意にとった点ＭからＧＲに直角にＭＲをひいて、点Ｇにおけるこの錘の重さは、この場所において円ＦＧＨに沿って錘を支え、またはそれを動かすために要求されるであろう力にたいして、線ＧＭのＧＲにたいする比にあると考えねばなりません。したがって、もし線ＢＯがＯＧの倍であると仮定するならば、点Ｂにおける力は点Ｇにおけるこの錘にたいして、線ＧＲの半分がＧＭ全体にたいす

る比をもてば十分です。また、もしBOとOGが等しいのであれば、この力はこの錘にたいして、全GRが全GMにたいする比をもつべきであります、等々。

全く同様に、力が点Dにあるとき、点Iにある錘がどのような重さをもつかを知るためには、接線IPと、地球の中心に向かう直線INをひき、接線上に任意にとった点PからINに直角にPNをひき、線IPと線INの半分（DOをOIの倍とした場合です）の間にある比をとって、錘の重さと、それを動かすために点Dにあるべき力との間の比とすることになります。その他の場合も同様です。

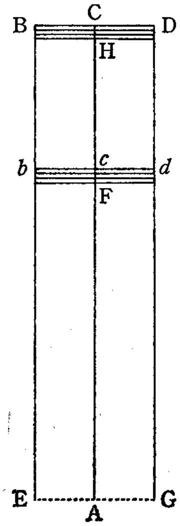
ところで、これら三個の実例は私が提起した原理の正しさを保証し、静力学において普通扱われることはすべてこの原理に依存するのを示すに十分であると思われます。なぜならば、楔とネジは斜面にほかならず、種々の機械を組み立てるのに用いられる車輪は複合された梃子にほかならず、最後に秤は中点で支えられた梃子にほかならないからです。したがって、私に残るところは、私がさきに提起した二個の結論がどうしてここから導き出されるかを説明することだけです。」

五　後の部分の要約

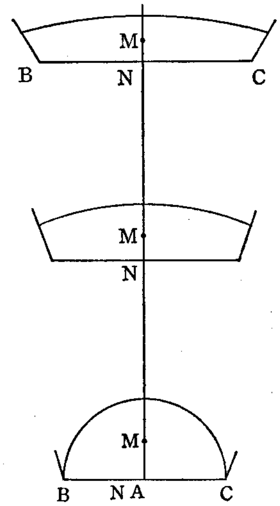
訳出した個所に続く部分は、つぎの見出しをもつ二つの部分にわかれている。(一)「いかなる意味で一個の物体は地球の中心に近いときの方が遠いときより軽いと言い得るかを説明する証明」(二)「いかなる意味で一個の物体は地球の中心に近いときの方が遠いときより重いと言い得るかを説明する別の証明」

第一の証明から見てゆこう。

第5図



第6図



Aを地球の中心、BCDを重い物体（実は剛体）とし（第5図）、何もこの物体を支えるものがないとき、それは直線HFAに沿ってHからAの方に落下するとし、その間常に物体の両端B、Dは点Aからも直線HFからも等距離にあるとする。このとき、Dは斜面DGに沿って落下するから[31]、さきに証明されたところによって、Gに近いほど軽くなる。このことはCH以外のすべての部分について同様であり、部分CHは「数学的な線と考えられているから考慮を要しない」。したがって、物体BCDはAに近づくほど軽くなる（AT二巻二三八頁九行―二三九頁一六行）。

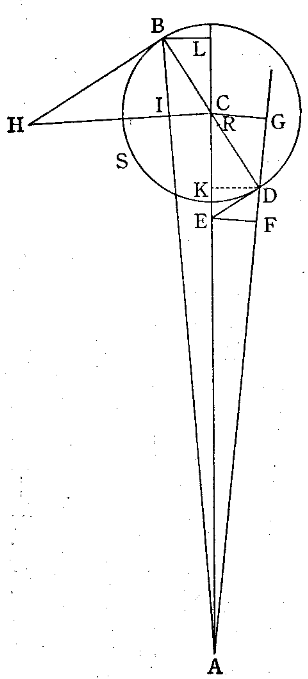
容器に入れられた液体については、つぎのような興味ふかい議論が見られる。

液体の表面は常に地球の中心Aを中心とする球面となるが（第6図）、液体の重心をMとすれば、（下の NN）=（上の NN）のとき、（下の MM）<（上の MM）となり、（容器を上の NN だけあげる仕事）/（容器を下の NN だけあげる仕事）=（上の MM）/（下の MM）>1. したがって、液体はAに近い方が軽い。（同書二四〇頁五行―二四一頁三〇行）。

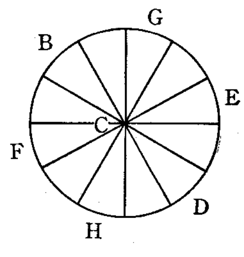
第二の証明に移ろう。

Aを地球の中心とし、BDを相等しい腕BC、CDの両端に相等しい錘がかかった秤とする[32]（第7図）。CからADに垂線CGをおろすとき、既に証明されたところによって、（錘Dの相対的な重さ）/（Dの絶対的な重さ）=DF/DE=CG/CD. 同様に、CからABに垂線CIをおろして、（Bの相対的な重さ）/（Bの絶対的な重さ）=BI/BH=CI/CB. よって、（Bの相対的な重さ）/（Dの相対的な重さ）=CI/CG. しかるに、B、DからACに垂線BL、DKをおろすとき、BL=DKであって、CI・BA=BL・CA, CG・DA=KD・CA から、CI・BA=CG・DA.

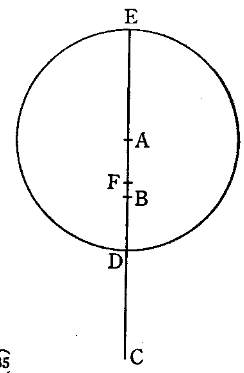
第7図



第8図



第9図



よって、CI/CG=DA/BA となって、（B の相対的な重さ）＜（D の相対的な重さ）（同書二四二頁四行—二四四頁三行）[33]。

なお、ここからデカルトは、∠BAD の二等分線がBDと交わる点をRとすれば、BR/DR=BA/DA であるため、秤BDの重心は点Rにあると指摘している（同書二四四頁四—一二行）。

なおまた、円Cを断面にもつ球を考えれば（第8図）、部分BとD、EとF、GとHなどは秤をなすと見られるから[34]、それらの重心はCとDの間、CとFの間、CとHの間などにあり、したがって、球Cの重心はCと地球の中心を結ぶ直線上でCより下にあることが指摘される（同書二四四頁一九行—二四五頁一二行）。

最後にデカルトはこの重心の位置を決定しようとしているが（二四五頁一三—二五行）、その命題は正しくなかったのであって、事実、一六三八年十一月十五日付メルセンヌあての手紙において、彼はこの個所の抹消を申し入れている（四三一頁一—二五行）。

この十一月十五日付の手紙に添えられた図によれば[35]（第9図）、Cを地球の中心とし、球Aの半径をRであらわすとき、鉛直の位置にある錘E、Dについては、BE/BD=EC/DC から、(R+AB)/(R−AB)=(AC+R)/(AC−R)を経て、$AB=R^2/AC$ が得られる。よって、Rを変数と見れば、秤EDの重心Fの決定は、円錐の重心決定に帰着して、明らかに AF=3AB/4=$3R^2$/4AC, あるいは AF: 3R/4=R: AC. しかしデカルトは、さきの付録の最後では、球Aの重心はこのようにして決定されたAFを半径とする同心球の表面上にあると言ったのであり、これが誤りであったことは言うまでもない[36]。

（1） 例えば、E. MACH, *Die Mechanik*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1976（初版, Leipzig, 1883), S.52; P. DUHEM, *Les Origines de la statique*, Paris, t. II, 1906, pp. 265–269. 両者とも問題の原理を仮想変位の

原理と呼んでいる。

(2) P. VARIGNON, *Nouvelle mécanique, ou statique*, Paris, t. II, 1725, p. 174.

(3) ただし，ベルヌイはこれを仮想速度 *vitesse virtuelle* と呼んだばかりでなく，実は変位のとり方に不正確さがあったが，いまその点は問わないことにするのである。

(4) *Œuvres de Descartes*, publiées par Charles Adam & Paul Tannery, nouvelle présentation(以後 AT と略す), t. II, p. 226, l. 20–p. 238, l. 5. この文献を一個の付録として取り扱うことは *Correspondance du P. Marin Mersenne*(以後 *Corr. Mers.* と略す), t. VII, pp. 340–368 による。AT においては付録(t. II, pp. 222–245)の方が，七月十三日のものと見られる手紙(*ibid.*, pp. 246–252)より前に置かれており，この点は DESCARTES, *Correspondance* publiée…par Ch. Adam et G. Milhaud(以後 AM と略す)においても同様である(t. II, pp. 329–352)。

(5) AT, t. I, pp. 435–447.

(6) *Ibid.*, p. 445, ll. 11–13.

(7) *Elementa Jordani super demonstrationem ponderum*, E. 8, および *Liber Jordani de Nemore de ratione ponderis*, Rl. 06, Rl. 10(*The medieval science of weights* …edited…by Ernest A. Moody and Marschall Clagett, Madison, 1960, pp. 138–140, 182–184, 190)を見られたい。

(8) この人の呼称については *Dictionary of scientific biography*, New York, vol. IX, p. 487 に従う。*Mechanicorum liber*, Pisauri, 1577, De trochlea, prop. 10, 11, 16, 28, 特に prop. 14, corollarium 1 を見られたい。ただし，この人には変位の概念に時として速度や時間の概念が伴ったが，デカルトはこのことを厳しく戒めるのである(AT, t. II, p. 353, l. 23–p. 355, l. 18)。

(9) *Tomus quartus mathematicorum hypomnematum de statica*, Lugodini 〔*sic*〕 Batavorum, 1605, p. 172 を見られたい。

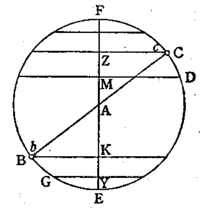
(10) *Le Opere di Galileo Galilei*, nuovo ristampa della edizione nazionale, vol. II, pp. 166–167, 169, 170, 174, 176, 178, 184–185, 186 を見られたい。ただしガリレイにも，ギドバルドと同様，変位の概念に時として速度や時間の概念が伴っていた。

(11) GALILEO, *op. cit.*, t. II, pp. 180–183.

(12) *Traité de mechanique*, Paris, 1636, prop. 1 を見られたい。

(13) *The medieval sciences of weights* の刊行者（注7）によれば，「位置に応ずる重さの測り方がもつ無限小の様相は，ヨルダーヌスの『原論』*Elementa* の諸定理において著しい」とされ，「なぜならば，これらの定理は秤の腕に吊られた錘の平衡にかかわり，そこでは可能な運動の径

第10図



路は彎曲しているからである」と記されている(p.17)。しかし、事実はむしろ逆であると言わねばならない。ヨルダーヌスが円運動にたいして適用した「斜めの落下」という概念は、かえって無限小変位の概念の欠如を示すものにほかならない。このことは、つぎの一例によって既に明らかであろう。ヨルダーヌスは、Aを支点とし両端に等しい錘b、cのついた秤は斜めの位置BCから水平の位置にもどろうとすると主張し(第10図)、そのことを証明しようとして、つぎのように論ずるのである(*op. cit.*, pp. 130–132)。弧CD=弧BG にとれば、EFが鉛直方向をもつとして、ZM>KY. よって、CDに沿う落下の方がBGに沿う落下より傾斜度が小さく(公準5)、したがって、cの方がbより重い(公準4)。

(14)　エティエンヌ・パスカル(Etienne PASCAL, 1588–1651)とロベルヴァルは、「極めて真らしい、」さらに別の考え方として、重力が「相互の牽引力」(attraction mutuelle)である可能性を認めていた。ただし、彼らはこの考え方を説明するために鉄と磁石を引き合いに出したのであるが、デカルトはまさに同じものを「第三の考え」の説明に用いた。つまり、彼によれば磁石が鉄を引くのであるが、パスカル-ロベルヴァルによれば鉄と磁石が互いに引き合うのである。詳しくは、*Œuvres de Fermat* publiées par les soins de MM. Paul Tannery et Charles Henry, t. II, 1894, p. 36, §3 を見られたい。

(15)　『宇宙論』*Le Monde* の第十一章に記され(AT. t. XI, pp. 72–80)、さらに『哲学原理』*Principia philosophiae* (Amstelodami, 1644)の第四部、第二十一二十七節(t. VIII–1, pp. 212–217; 仏訳、t. IX–2, pp. 210–214)にも記されることとなる重力観。なお、一六三九年十月十六日付メルセンヌあての手紙の一節(t. II, p. 593, l. 18–p. 594, l. 5)をも参照されたい。

(16)　注(19)を見られたい。

(17)　デカルトは既に一六三四年四月のものと推定されるメルセンヌあての手紙において、この種の記事にたいして大きな関心を示していた(AT, t. I, p. 287, ll. 10–20)。

(18)　すなわち、物体の「絶対的な重さ」は無限小の変位によって測られるべきことが述べられている。注(25)を参照。

(19)　これは前の部分のどの個所をさすのであろうか。確かに、重さはすべて相対的なものであるとする「第三の考え」に言及されてはいたが、それはデカルト自身の考えではなく、今この場所で作者が他人の考えを問題にしているとは思われない。とすれば、重さの「減少があるにせよ、増加があるにせよ」という表現しか該当するものはなく(注16)、この表現では物体の「絶対的な重さ」が考えられ

ていたのだと結論せざるを得なくなる。というのも、目下の部分においても、直ちに続いて「絶対的な重さにおけるこの一様性を仮定する」と明言されるからである（訳文、第三二―三三行）。

(20) 第五節を見られたい。

(21) 地球の中心に近づく方が軽くなるという結論に変わりはないが、その理由が異ると言うのである。同じく第五節を見られたい。

(22) 訳文、第三八―四八行についても、同じく第五節を見られたい。

(23) 原語は force であるが、この場合の force は通常の意味における力と変位との二個の「ディメンション」をもつことが、一六三八年九月十二日付メルセンヌあての手紙において明瞭に述べられることになる(AT, t. II, p. 352, l. 14–p. 353, l. 13)。すなわち、デカルトにおける force という語は、場合に応じて、あるいは力、あるいは仕事の意に解されねばならない。

(24) 原語は puissance. 敢えて能と訳したが、力と同義としか考えられない。ラテン語 potentia の訳であるこの語はその後とも生きのび、例えばラグランジュ (Joseph-Louis LAGRANGE, 1736–1813) の『解析力学』*Mécanique analytique*(1788, 1811–1815)も、力を force ou puissance と呼ぶことで始められている。

(25) すなわち、物体の「相対的な重さ」もまた無限小の変位によって測られるべきことが述べられているが、このことは先だって述べられた仕事の概念から帰結するものではないのであるから、「ここから明らかに」(第七二行)と訳したもとの表現(AT, t. II, p. 229, ll. 7–8)は不適切と言わねばならない。

(26) このことは斜面に関する第二例によってよく理解されるであろう。

(27) デカルトは誰を考えているのであろうか。デュエーム(1861–1916)が指摘したとおり、デカルトが目下の手紙を書いている時期までに、ヨルダーヌスによる斜面の説明(注7)は七度印刷されており、デカルトがそれらを全く知らなかったとは考え難い(DUHEM, *op. cit.*, t. I, 1905, p. 333, ただしデュエームはこの斜面の説明をヨルダーヌス以外の人に帰しているのであるが、これをヨルダーヌス自身に帰することについては、*The medieval science of weights*, pp. 18, 123 を見られたい)。さらに、ステヴィンの『静力学』(注9)は、まさに一六三八年七月十三日のものと見られる手紙の本文中において、デカルトにより既知のものとして言及されている(AT, t. II, p. 247, ll. 14–16)。そのほかにもデュエームは、デカルトが知っていた可能性のあるものとして、エリゴーヌ(Pierre HERIGONE, ?–1643?)の『数学教程』*Cours mathématique*, t. III (Paris, 1944)中における梃子および斜面の説明を挙げている(*op. cit.*, t. I, p. 334, なお pp. 301, 304 を参照)。他方、ガ

リレオの『力学』(注10)は一六三四年にメルセンヌによって仏訳されており(*Les Mechaniques de Galilée*, Paris)、彼がその一本をデカルトに送らなかったとは考え難いにかかわらず、デカルトは一六三八年十月十一日のものと見られるメルセンヌあての手紙において、「ガリレイのものはかつて見たことがない」と書いている(AT, t. II, p. 388, l. 24)。なお、デカルトがロベルヴァルの静力学に関する論文(注12)を見るのは、やはり同一六三八年十月頃であることが知られる(*ibid.*, p. 390, ll. 15–16)。

(28) この点も前記一六三八年九月十二日付メルセンヌあての手紙において詳述されることになるが、(AT, t. II, p. 358, l. 17–p. 360, l. 5)、それによっても、目下の訳文中、「自由な空気中でそれを」(第一四八行)としたところは、「……それの半分を」に改められねばならない。

(29) いわゆる対数スパイラルである。メルセンヌは既に『ものみなの調べ』*Harmonie universelle* (Paris, 1636–1637)においてこの曲線に言及していたが(éd. facsimilé, Paris, t. I, 1963, pp. 119–120)、この曲線に関する本格的な数学的研究はトリチェルリ(Evangelista TORRICELLI, 1608–1647)に始まる。ただし、デカルト自身、前記一六三八年九月十二日付メルセンヌあての手紙において、幾らかこの曲線に言及するであろう(AT, t. II, p. 360, ll. 6–23)。

(30) 原文には plan (平面) とある(AT, t. II, p. 236, ll. 24, 26)。

(31) AT, t. II, p. 239, l. 1 におけるCはGに改めたい。先だつ ses autres parties の ses (p. 238, l. 28) は corps BCD を受けるのではなく、lignes DG (p. 238, ll. 20, 22) を受けると考える。

(32) ATの図(t. II, p. 243)には不適切なところがあるので、訂正したものを示した。AMも同じ不適切な図を掲げているが(t. II, p. 344)、*Corr. Mers.* においては訂正が施されている(t. VII, p. 365)。

(33) これは既にギドバルドが到達していた結論であったこと、また、そのことを記した同人の著書(注8)をデカルト自身知っていたことが、*Corr. Mers.* の解説において指摘されている(t. VII, p. 373)。ただし、ギドバルドには、(Bの相対的な重さ):(Dの相対的な重さ)=DA:BA という比例関係は見られない。詳しくは、*Corr. Mers.* が指摘している *Mechanicorum liber*, fol. 19 v° のほか、fol. 8 r° をも見られたい。

(34) ATの原図(t. II, p. 244)においてはEとGの位置が逆になっているので、訂正したものを示した。

(35) ATの原図(t. II, p. 431)を描き直した。

(36) AFの値の導出については、*Corr. Mers.*, t. VII, p. 374, および t. VIII, p. 215 に解説がある。しかし、t. VII, p. 374, 下から l. 2–p. 375, l. 3: "Enfin…AB:AC" については、理解に苦しむ。

(大阪大学教授)