アバーチ＝ジョンソンモデルと投資行動

黒柳達夫

I　序

アバーチ＝ジョンソン〔1〕の研究以来、収益率を規制された独占企業の理論分析が、多くの人々によってなされた。これらの議論を、スタイン＝ボーツ〔6〕に従ってまとめると、次の五つの命題で示される。

(1)　企業の規模（すなわち資本ストック）は、規制された利潤率が市場利子率に向って低下していくにつれて増加する。

(2)　規制を受けた企業は、規制を受けない場合に比べてより多くの生産を行なう。

(3)　規制を受けた企業は、その選択した生産水準に於て、コストを極小とするような資本―労働比率を採用しない。

(4)　規制を受けた企業の資本―労働比率は、選択した生産水準のもとでコストを極小にするような資本―労働比率より大きな資本―労働比率を採用する。

(5)　規制を受けた企業の資本―労働比率は、規制を受けない場合に於て一般的であるような資本―労働比率より大きい。

アバーチ＝ジョンソンモデルは、時間を含んでいない静学モデルである。本稿は、アバーチ＝ジョンソンモデルを動学化し、規制された企業のオーバータイムに恒る最適経路を導出しようとするものである。アバーチ＝ジョンソン解と我々の解との関係が明らかにされるであろう。さらにこの時間経路を、規制を受けない企業の最適

時間経路と比較することを二次的目的とする。我々の得た結論を先取りすると、次のようである。

(1)　規制を受けた企業は、規制を受けない場合より長期均衡に到着するのに時間を要す。

(2)　長期的にみて、規制された企業は、規制を受けない場合に比べより多くの生産をする。

(3)　長期均衡点に於て、規制を受けた企業の資本—労働比率は、規制を受けない場合より大きい。(ただし、諸干の仮定が必要である。)

(4)　アバーチ＝ジョンソン解は我々の長期均衡解に等しい。

本稿の構成は次の通りである。IIでは以下の分析に用いられる記号と諸仮定を約束し、IIIで規制された企業の操作変数の最適時間経路が決定される。IVでは規制のない企業の最適時間経路が導出される。Vは、これらの経路の比較と全体の要約及び展望に向けられる。

II　記号と諸仮定

記号を以下の如く定める。

K_t……資本ストック　　L_t……雇用労働量

Y_t……生産量　　I_t……投資量

$P_t \equiv P(Y_t)$……逆需要関数　　r_t……市場利子率

w_t……賃金率　　q_t……資本財の価格

t……時間　　s……公正利潤率

単一の同質的な生産物を生産している独占企業を考える。生産関数を

$$Y_t = F(K_t, L_t) \tag{1}$$

で表わす。(1)について

$$\left.\begin{aligned} &F(0, L) = F(K, 0) = 0 \\ &F_K > 0 \;\; F_L > 0 \;\; F_{KK} < 0 \;\; F_{LL} < 0 \\ &F_{KL} = F_{LK} > 0 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

を仮定する。

逆需要関数は、右下りであり時間を通じてシフトしないものとする。逆需要関数が時間を通じてシフトしないという仮定は、オーバータイムに恒る問題を処理するのにあまりに粗野な仮定であるが、今後の課題としたい。

$$P' = \frac{dP}{dY} < 0 \tag{3}$$

また総収入 $R(K_t, L_t)$ は、KとLに関して凹関であるとし

$$\left.\begin{array}{l} R(K_t, L_t)=P(F(K_t, L_t))\ F(K_t, L_t) \\ R_{KK}<0 \quad R_{LL}<0 \\ \begin{vmatrix} R_{KK} & R_{KL} \\ R_{LK} & R_{LL} \end{vmatrix} >0 \end{array}\right\} \qquad (4)$$

を仮定する。

企業は、生産物価格以外の諸価格についてはプライステイカーであり、現存市場で成立している諸価格が、将来もそのままの水準で続くものと期待しているとする。即ち、任意の時点 t（$\forall$0）に於て

$$W_t=W \qquad q_t=q \qquad r_t=v \qquad (5)$$

を仮定する。

減価償却はないものとすると、投資と資本蓄積の定義式(6)が成り立つ。

$$\dot{K}_t\left(\equiv\frac{dK}{dt}\right)=I_t \qquad (6)$$

投資を考える時、資本の固定性を考慮にいれる必要があろう。ここでは、投資量に上限（$\bar{I}$）と下限（$\underline{I}$）を課すことによってこの問題を処理しよう。このとき、投資量は次の制約条件に従う。

$$\underline{I}\leq I_t\leq\bar{I} \qquad (7)$$

特に投資の非可逆性に注目すると、$I=0$ であるが、ここでは特に限定しないでおく。

企業は、各期ごとに公的に資本利潤率を規制されるものとし、この利潤率を s で表わすとする。s は公正利潤率、あるいは社会的に許容される利潤率である。これが市場利子率より大であり、時間を通じて一定であるとすると、各期ごとに企業に課される利潤率規制は

$$\frac{R(K_t, L_t)-WL_t}{qK_t}\leqq S \qquad (8)$$

あるいは

$$R(K_t, L_t)-WL_t-sqK_t\leqq 0 \qquad (9)$$

となる。

Ⅲ 規制された企業の最適政策

以上のような仮定のもとで、企業はネットキャッシュフローの割引現在価値を極大化するものとする。ここで、t期のネットキャッシュフローは

$$\{R(K_t, L_t)-WL_t-qI_t\} \qquad (10)$$

と定義される。

企業は、(6)(7)(9)を制約条件として

$$V_0=\int_0^\infty [R(K_t, L_t)-WL_t-qI_t]\exp(-rt)dt \qquad (11)$$

を極大にするように、各期ごとに、L_tとI_tを決定するわけである。ただし、資本ストックの初期値K_0は与えられているものとする。(注)

注　アバーチ＝ジョンソンによる最適化問題を、我々の記号で示すと

$$\max_{K,L}\ R(K,L)-WL-rqK \qquad (12)$$

subject to

$$R(K,L)-WL-sqK\leqq 0 \qquad (9)$$

となる。⑿は企業の利潤であり、(9)は資本利潤率に対する制約である。アバーチ＝ジョンソンモデルの解と我々のモデルの解との関係は、後に明らかにされる。

このような状況のもとで、補助変数をλ、μとすると、現在値ハミルトン関数は

$$H=R(K,L)-WL-qI+\lambda I+\mu[WL+sqK-R(K,L)]$$

とかける。以下、誤解の発生する余地がない限り、時間tは省略する。さて、上記最適化問題の解が存在するならば、次の諸条件が満たされなければならない。

$$\max_{I} H \qquad (13)$$

$$\left.\begin{array}{ll}\lambda>q\Rightarrow & I=\bar{I}\\ \lambda=q\Rightarrow & I\in[\underline{I}\ \bar{I}]\\ \lambda<q\Rightarrow & I=\underline{I}\end{array}\right\} \qquad (14)$$

$$\dot{\lambda}=r\lambda-s\mu q \qquad (15)$$

$$\mu\geqq 0 \quad \mu[WL+sqK-R(K,L)]=0 \qquad (16)$$

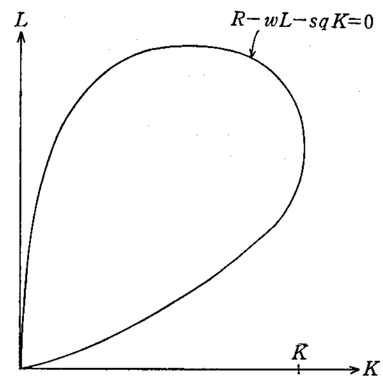
$$\lim_{t\to\infty}\ \lambda\exp(-rt) \quad =0 \qquad (17)$$

⒀は、HをLに関して極大にすべきことを示している。この場合、制約条件(9)が実効的であるケースと、そうでないケースを区別する必要がある。

図1は、制約条件(9)が等号で成立するKとLの組合せを、$K-L$平面に描いたものである。制約条件(9)が満たされるのは、この曲線の外側である。RはKとLの凹関数であることを仮定したので図のような形となる。$R-WL-sqK=0$を満たすKのうち、最大のKを$\bar{K}$としよう。

このとき、⒀によると、与えられたKの値が$\bar{K}$より大なる時には、制約条件(9)は無効であり、与えられたKに

図1



対してLの最適値は

$$R_L(K,L)=W \tag{18}$$

を満たす値で、一意的に決まる。

一方、与えられたKの値が、$\bar{K}$より小なる時には制約条件(9)が実効的であり、Lの最適値は

$$R(K,L)-WL-sqK=0 \tag{19}$$

を満たし、一般にこのようなLの値は二つある。ここで、企業は常に大きい方のLを選択するものとしよう。その理由は、粗利潤 $R(K,L)-WL$ が同じなら、企業は当然販売高の大きい方を選択するであろうからである。この時、Lの最適値はKの一意関数として表わせ

$$L=L(K,W,s,q) \tag{20}$$

また

$$R_L<W \tag{21}$$

より

$$\frac{\partial L}{\partial W}<0,\ \frac{\partial L}{\partial s}<0,\ \frac{\partial L}{\partial q}<0 \tag{22}$$

である。$\partial L/\partial K$は、初めはプラスで、後でマイナスに転じる。また(13)は

$$(1-\mu)(R_L-W)=0 \tag{13}$$

であり、制約条件が実効的な場合、$R_L \neq W$ であるから、$\mu=1$ であることがわかる。

次に(14)(15)より、最適投資計画を考えよう。λ、は投資のシャドープライスと考えられるから、(14)は、シャドープライスが投資材の価格より大なる限りできるだけ投資し、逆の場合にはなるべく投資を控えるのが最適であることを示している。(15)は、λの時間経路を示している。まず、(15)の微分方程式を解こう。この場合も二つのケースに分けて考える。

〔$K<\bar{K}$ のケース〕

この場合 $\mu=1$ だから、⒂は

$$\dot{\lambda}=r\lambda-sq$$

であり、これを解くと

$$\lambda=\frac{sq}{r}+Ae^{rt} \qquad (23)$$

となる。Aは定数であり、(23)を横断性の条件(17)に代入すると、Aはゼロでなければならないので、(23)は

$$\lambda=\frac{sq}{r} \qquad (24)$$

となる。$s>r$ であるから、明らかに

$$\lambda>q \qquad (24)$$

である。(24)は $K<\bar{K}$ である限り、投資のシャドープライスが実際の価格を上まわり、最大の投資をするのが最適であることを示している。よって、(14)より最適投資計画は

$$I=\bar{I} \qquad 0\leqq t\leqq T^* \qquad (25)$$

ここでT^*は、$\bar{I}\cdot T^*=\bar{K}-K_0$ より求められる。

〔$K\geqq\bar{K}$ のケース〕

この場合、制約条件(9)は無効であり、(15)は

$$\dot{\lambda}=r\lambda-R_K$$

である。制約条件が無効なケースは、規制のない企業の分析と同一であり、また規制を受ける企業の分析としては興味の少ないものなので、ここでは $K<\bar{K}$ のケースに議論を限定する。

そこで、規制を受けた企業の最適政策をまとめると

(i)投資については

$$I=\bar{I} \qquad 0\leqq t\leqq T^* \qquad (25)$$

(ii)雇用労働量については

$$R(K,L)-WL-sqK=0 \qquad (19)$$

$$R_L<W$$

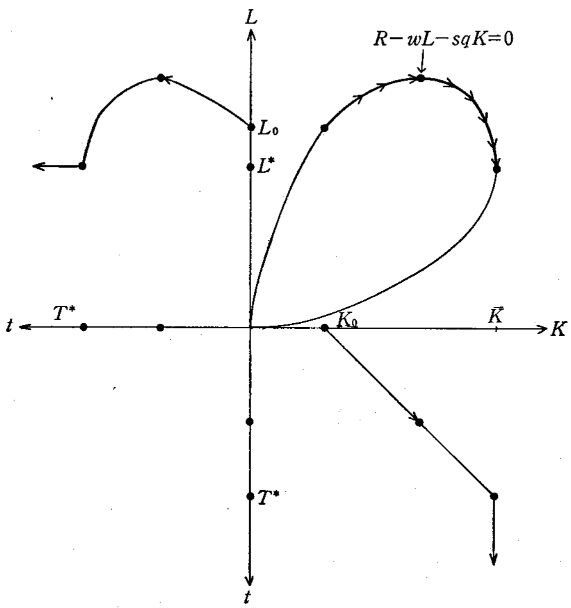
より

$$L=L(K,W,s,q)$$

以上より、最適時間経路を描くことができる。図2で、矢印の経路がそれである。興味深いのは雇用労働の経路（第二象限）である。最初のうち$\dot{L}$はプラスであり、次にマイナスに転じ、均衡値に到達してゼロとなる。$\dot{K}=\dot{L}=0$、すなわち、資本ストックが$\bar{K}$になった点を、長期均衡点とし、(K^*,L^*)で表わそう。この点では

$$\left.\begin{array}{l} R_L(K^*,L^*)=W \\ R(K^*,L^*)-WL^*-sqK^*=0 \end{array}\right\} \qquad (26)$$

図2



である。

まず、この長期均衡解は、(9)、(12)で示されるアバーチ＝ジョンソンモデルの解になっていることをみよう。アバーチ＝ジョンソンモデルより、Lについての最適条件は

$$R_L=W \tag{18}$$

Kについては

$$R(K,L)-WL-rqK=R(K,L)-WL-sqK+(s-r)qK\leqq(s-r)K \tag{27}$$

従って、制約内でKを最大にするのが最適であり

$$K=\bar{K} \tag{28}$$

明らかに、(18)(28)を満たすKとLの値は、(26)を満たすK^*とL^*に等しい。すなわち、アバーチ＝ジョンソンモデルの最適点は、我々のモデルの長期均衡点であることがわかった。

次に、パラメータの長期均衡値に対する影響をみるため、(26)を全微分して

$$\begin{bmatrix} R_{LK} & R_{LL} \\ R_K-sq & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dK^* \\ dL^* \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} dW \\ LdW+q\cdot K\cdot ds+s\cdot K\cdot dq \end{bmatrix}$$

これより

$$\frac{\partial K^*}{\partial s}=\frac{qK}{R_K-sq}<0 \tag{29}$$

$$\frac{\partial K^*}{\partial W}=\frac{L}{R_K-sq}<0 \tag{30}$$

$$\frac{\partial K^*}{\partial q}=\frac{sK}{R_K-sq}<0 \tag{31}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial s}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K^*}{\partial s}<0 \tag{32}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial W}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K^*}{\partial W}+\frac{1}{R_{LL}}<0 \tag{33}$$

$$\frac{\partial L^*}{\partial q}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K^*}{\partial q}<0 \tag{34}$$

がわかる。$R_K<rq<sq$ については、(59)を参照されたい。

従って、規制が強まるほど（sが小さくなるほど）、または要素価格が低いほど、両生産要素使用量の長期均衡水準は大きくなる、ということになる。タカヤマ[7]では(29)がアバーチ＝ジョンソン効果と呼ばれている。またrは長期均衡水準に影響を与えない。

$$\frac{\partial K^*}{\partial r}=\frac{\partial L^*}{\partial r}=0 \tag{35}$$

パラメーターの最適経路に対する影響をみよう。最適な資本ストックの経路は

図3・1

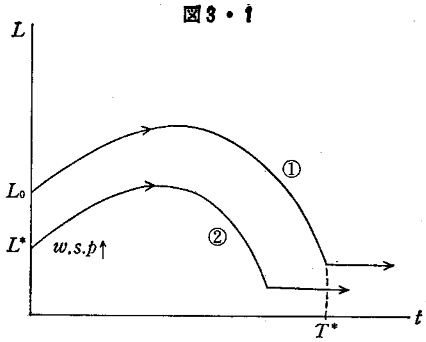


図3・2

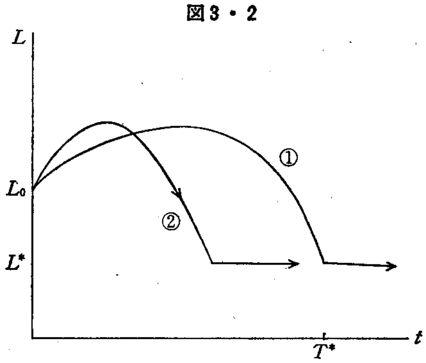
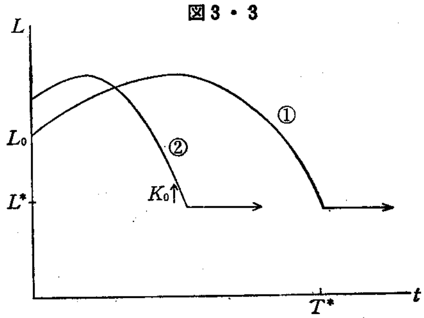


図3・3



$$K=K_0+\int_0^t \dot{K}dt \tag{36}$$

$$=K_0+\bar{I}t \tag{37}$$

$(K<K^*)$

(37)より

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial K}{\partial \bar{I}}=t\geqq 0 \qquad \frac{\partial K}{\partial t}=\bar{I}>0\\&\frac{\partial K}{\partial K_0}=1>0\end{aligned}\right\} \tag{38}$$

である。他のパラメーターは，K^*に影響するだけで，$K<K^*$ならKの経路には影響を与えない。
雇用労働量の経路については

$$R(K_0+\bar{I}t,\ L)-WL-sq(K_0+\bar{I}t)=0 \tag{19}$$

より

$$\frac{\partial L}{\partial W}=\frac{1}{R_L-W}<0 \tag{39}$$

$$\frac{\partial L}{\partial s}=\frac{q(K_0+\bar{I}t)}{R_L-W}<0 \tag{40}$$

$$\frac{\partial L}{\partial q}=\frac{s(K_0+\bar{I}t)}{R_L-W}<0 \tag{41}$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial L}{\partial t}=\frac{(sq-R_K)\cdot\bar{I}}{R_L-W}\\&\frac{\partial L}{\partial \bar{I}}=\frac{(sq-R_K)\cdot t}{R_L-W}\\&\frac{\partial L}{\partial K_0}=\frac{sq-R_K}{R_L-W}\end{aligned}\right\} \tag{42}$$

(42)の符号は，小さなKに対してはマイナス，あるKの値以上ではプラスである。
均衡水準への到達時間への影響は

$$T^*=\frac{K^*(W,s,q)-K_0}{\bar{I}}$$

より

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial T^*}{\partial W}=\frac{\frac{\partial K^*}{\partial W}}{\bar{I}}<0\\&\frac{\partial T^*}{\partial s}=\frac{\frac{\partial K^*}{\partial s}}{\bar{I}}<0\\&\frac{\partial T^*}{\partial q}=\frac{\frac{\partial K^*}{\partial q}}{\bar{I}}<0\end{aligned}\right\} \tag{43}$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial T^*}{\partial K_0}&=-\frac{1}{\bar{I}}<0\\ \frac{\partial T^*}{\partial \bar{I}}&=\frac{-(K^*-K_0)}{\bar{I}^2}<0\end{aligned}\right)$$

である。従ってパラメーターが変化した場合のLの経路の変化は図3のようである。

IV　規制されない企業の最適政策

今までの分析で、規制に関する制約条件(9)を取り除くと、規制されない企業の最適問題となる。解き方は規制された企業の場合と同様であり、最適解が存在するものとすると、次の条件が満たされなければならない。

$$R_L(K, L)=W \tag{18}$$

$$\left\{\begin{aligned}&\lambda>q\Rightarrow && I=\bar{I}\\ &\lambda=q\Rightarrow && I\in[\underline{I}, \bar{I}]\\ &\lambda<q\Rightarrow && I=\underline{I}\end{aligned}\right\} \tag{44}$$

$$\dot{\lambda}=r\lambda-R_K(K, L) \tag{45}$$

$$\lim_{t\to\infty}\lambda\exp(-rt)=0 \tag{46}$$

(18)より

$$L=L(K, W) \tag{47}$$

従って、R_Kは

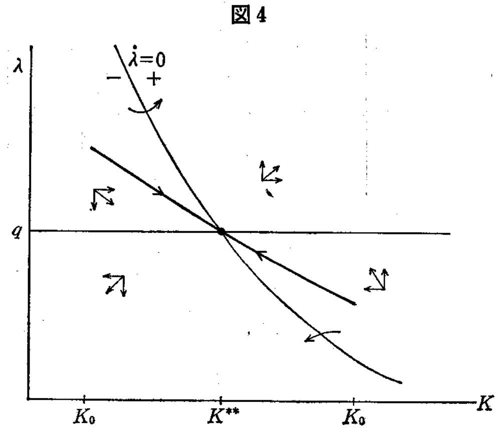
$$R_K[K, L(K, W)]=\phi(K) \tag{48}$$

と表わせ、(6)を考慮すると、(44)(45)は

$$\left\{\begin{aligned}&\dot{K}=\bar{I} && \text{if} && \lambda>q\\ &\dot{K}=\underline{I} && \text{if} && \lambda<q\\ &K=I && \text{if} && \lambda=q && I\in[\underline{I}\ \bar{I}]\end{aligned}\right\} \tag{49}$$

$$\dot{\lambda}=r\lambda-\phi(K) \tag{50}$$

図4

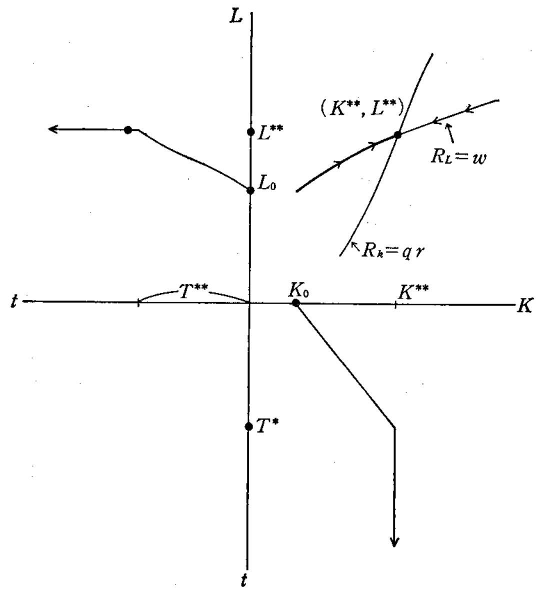


$\phi' < 0$ であるから、K-λ 平面に時間経路を描くと図4のようである。太線の経路が最適経路であり、他の経路は横断性の条件(46)より排除される。K^{**} は

$$qr = \phi(K^*) \tag{51}$$

より決定される。$K_0 < K^{**}$ を仮定すると、最適投資計画は(49)より

図5



$$I = \bar{I} \qquad 0 \leqq t < T^{**}$$

ここで T^{**} は、$\bar{I}T^{**} = K^{**} - K_0$ より求められる。K^{**} を長期均衡ストックと呼び、この時の労働を長期均衡労働量 L^{**} とすると、$\lambda = q$ 及び(18)(45)より

$$R_L(K^{**}, L^{**}) = W \tag{53}$$

$$R_K(K^{**}, L^{**}) = rq \tag{54}$$

図5は、最適経路を示している。K-L 平面では

$$R_L(K, L) = W \tag{18}$$

この曲線の傾きは

$$\frac{\partial L}{\partial K} = -\frac{R_{LK}}{R_{LL}} < 0 \tag{55}$$

最適経路はこの曲線上にある。

同様に

$$R_K(K, L) = rq \tag{56}$$

を微分して

$$\frac{\partial L}{\partial K} = -\frac{R_{KK}}{R_{KL}} > 0 \tag{57}$$

(55)から(57)を引いて

$$\left.\frac{\partial L}{\partial K}\right|_{R_L=W} - \left.\frac{\partial L}{\partial K}\right|_{R_K=rq} = \frac{R_{LL}\,R_{KK} - R_{LK}^2}{R_{LK}\;R_{LL}} < 0 \tag{58}$$

よって $K^{**}>0$　$L^{**}>0$ であれば、K-L 平面に於ける最適経路は図のようになる。また $R_K=rq$ 曲線の右側では

$$R_K<rq \tag{59}$$

である。(注)

(注)　(59)は(29)(30)(31)の証明に使った。

次に長期均衡点のパラメーターに対する影響をみるため、(53)(54)を全微分して

$$\begin{bmatrix} R_{LK} & R_{LL} \\ R_{KK} & R_{KL} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dK^{**} \\ dL^{**} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} dW \\ rdq+qdr \end{bmatrix} \tag{60}$$

これより

$$\frac{\partial K^{**}}{\partial r}=\frac{q\,R_{LL}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{61}$$

$$\frac{\partial K^{**}}{\partial W}=\frac{-R_{KL}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{62}$$

$$\frac{\partial K^{**}}{\partial q}=\frac{rR_{LL}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{63}$$

$$\frac{\partial L^{**}}{\partial r}=\frac{-qR_{LK}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{64}$$

$$\frac{\partial L^{**}}{\partial W}=\frac{R_{KK}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{65}$$

$$\frac{\partial L^{**}}{\partial q}=\frac{-rR_{LK}}{R_{LL}R_{KK}-R_{LK}^2}<0 \tag{66}$$

である。経路に対する影響は、$K_0<K^{**}$ なら

$$\begin{aligned} K&=K_0+\bar{I}t \\ &=K(K_0,\bar{I},t) \end{aligned} \tag{67}$$

$$\frac{\partial K}{\partial K_0}>0 \qquad \frac{\partial K}{\partial \bar{I}}\geqq 0 \qquad \frac{\partial K}{\partial t}>0 \tag{68}$$

$$T^{**}=\frac{K^{**}-K_0}{\bar{I}}$$

$$\frac{\partial T^{**}}{\partial K^{**}}>0 \qquad \frac{\partial T^{**}}{\partial K_0}<0 \qquad \frac{\partial T^{**}}{\partial \bar{I}}<0 \tag{69}$$

雇用労働については

$$R_L[K(K_0,\bar{I},t),L]=W$$

より

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial L}{\partial W}=\frac{1}{F_{LL}}<0 \\ &\frac{\partial L}{\partial K_0}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K}{\partial K_0}>0 \\ &\frac{\partial L}{\partial \bar{I}}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K}{\partial \bar{I}}>0 \\ &\frac{\partial L}{\partial t}=-\frac{R_{LK}}{R_{LL}}\frac{\partial K}{\partial t}>0 \end{aligned}\right\} \tag{70}$$

である。

これより、rとqは長期均衡値のみに影響を与え、経路には影響のないことがわかる。

IV 両経路の比較と要約

以上で、規制された企業と、規制を受けない企業の最適経路とパラメーターの影響をみた。これらを一括して、表Iをうる。

表Iに於て、第i行第j列の符号は、第j列の第i行のパラメーターに関する偏微分係数の符号の正負を示している。

表I

	規制された企業 K	K^*	L	L^*	規制されない企業 K	K^{**}	L	L^{**}
q		−	−	−		−		−
s		−	−	−				
r						−		−
W		−	−	−		−	−	−
I	+		−+		+		+	
K_0	+		−+		+		+	
t	+		−+		+		+	

また、図2と図5を同一平面上に描いたのが図6である。

まず、両経路で、均衡値への到達時間を比較しよう。規制がある場合、(25)より

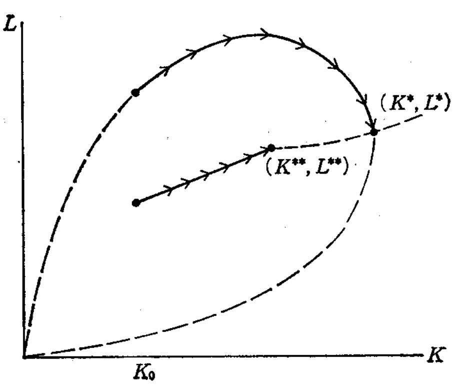
$$T^*=\frac{K^*-K_0}{I}$$

規制がない場合には

$$T^{**}=\frac{K^{**}-K_0}{I}$$

$K^*>K^{**}$ であるから、$T^*>T^{**}$ である。かくして命題(1)が得られる。

図6



命題(1)　規制を受けた企業は、規制を受けない場合よりも、長期均衡点に達するのにより時間を要す。

また両経路で、長期均衡値は

$$K^*>K^{**} \qquad L^*>L^{**}$$

$$Y^*=F(K^*, L^*)>Y^{**}=F(K^{**}, L^{**})$$

任意の時点に於て

規制された企業の $L>$規則のない企業の L

規制された企業の $K\geqq$規制のない企業の K

従って、短期と同様長期的にも次の命題が従う。

命題(2)　長期的にみて、規制された企業は、規制を受けない場合に比べより多くの生産を行なう。

最後に命題(3)が主張される。

命題(3)　長期均衡点に於て、規制を受けた企業の資本—労働比率は、規制を受けない場合より大きい。

以下、証明はボーモル＝クレボリック〔3〕に負う。これを証明するには、$R_L=W$ 曲線上で

$$\frac{d(K/L)}{ds}<0 \tag{73}$$

をいえばよい。

(29)より

$\frac{dK^*}{ds}<0$ だから、(73)は

$$\mathrm{sign}\frac{d(K/L)}{ds}=\mathrm{sign}\frac{dK}{ds} \tag{74}$$

と同じことである。

一方、

$$\frac{d(K/L)}{K/L}=\frac{dK}{K}-\frac{dL}{L} \tag{75}$$

また、$R_L=W$ より

$$dL=-\frac{R_{LK}}{R_{KK}}dK \tag{76}$$

(79)を(75)へ代入して

$$\frac{d(K/L)}{K/L}=dK\left(\frac{1}{K}+\frac{R_{LK}}{L\cdot R_{KK}}\right) \tag{77}$$

従って

$$\frac{1}{K}+\frac{R_{LK}}{L\cdot R_{KK}}>0 \qquad (78)$$

が成り立てば、(74)がいえる。我々は $R_{LK}>0$ と仮定したので、(78)は

$$\frac{|R_{KK}|}{K}>\frac{R_{LK}}{L} \qquad (79)$$

と等しい。すなわち、(79)を仮定すれば、命題(3)が成立する。

また、任意の時点に於ける資本―労働比率の比較では、最初のうちは、規制のない場合の方が大きく、時間がたつにつれ逆転することが明らかであろう。

以上、我々は、アバーチ＝ジョンソンモデルを動学化した。投資の上限、下限を外生化したため、分析は簡単になったが、パラメーターの投資に対する影響がみれなかった。これを解決するには、投資の上限、下限を利子率の関数とすればよいであろう。我々のモデルの特徴は、長期均衡解がアバーチ＝ジョンソンモデルの解となっていることである。従って、短期均衡解は、それへの調整過程となっている。我々のモデルでは、長期の問題を処理しているにもかかわらず、需要関数がシフトしないと仮定されている。この点については他日を期したい。

参考文献

〔1〕 Averch, Harey, and Leland L. Johnson, "Behavior of the Firm under Regulatory Constraint," American Economic Review, 52 Dec 1962.

〔2〕 Elizabath, E. Bailey, Economic Theory of Regulatory Constraint, Lexington Books 1973.

〔3〕 Baumol, W. J. and A. K. Klevovick "Input Choices and Rate-of-Return Regulation," The Bell Journal of Economics and Management Science, Autum, 1970.

〔4〕 Brechling, F., Investment and Employment Decisions, Manchester University Press, 1975.

〔5〕 Sheshinski, E. "Welfare Aspects of a Regulatory Constraint," American Econimic Review 61. March, 1971.

〔6〕 Takayama, A., Mathematical Economics, The Dryden Press 1974.

〔7〕 ――――"Behavior of the Firm under Regulatory Constraint," American Economic Review, 59 June, 1969.

〔8〕 Zajac, E. E. "A Geometric Treatment of Averch-Johnson's Behavior of the Firm Model," American Economic Review March, 1970.

〔9〕 奥野信宏『公企業の経済理論』東洋経済新報社 昭和五〇年。
〔10〕 佐藤光「不完全競争企業の最適投資・価格政策」『季刊 理論経済学』Vol. 72, 1976.

(福岡大学講師)