純便益によるプロジェクト評価法についてのノート

小林秀徳

はじめに

開発途上国における開発計画の問題は、開発途上国固有の社会経済問題のほかに、政府当局による各種プロジェクトの形成—選択という、意志決定技術に関連した問題を含んでいる。

プロジェクト評価 (project evaluation または project appraisal) に関しては、経済収益率を用いる世銀の方式が有名であり、また、要素の潜在価格にもとづく社会的費用便益計算を用いるリトル＝マーリーズのＯＥＣＤマニュアル[1]と、ダスグプタ＝セン＝マーグリンのＵＮＩＤＯガイドラインズ[2]とが、テキストとして世界中で親しまれている。

素朴な疑問としては、政治的制約を強く受ける計画当局[3]の依るべき理論として、社会的費用便益にもとづくプロジェクト計画の理論は実行上無力なのではないか[4]、ということと、そもそも個別プロジェクトの純便益ランキングによる選択が、全体としての最適性を保証するのかどうか、ということの二つがある。

本研究ノートは、この後者の疑問を出発点として書かれた。

一　最も単純な場合

n 個のプロジェクトが中央計画当局の手許にあり、各プロジェクトのマグニチュードの一通りの組合わせを選択する問題を考える。

ここでは各プロジェクトの独立性ならびに外部性の有無については一切仮定しない。ただ、一通りのマグニチュードの組合わせに対して唯一の便益指数が与えられるものとする。

便益指数：$B=B(x)$　　（１）

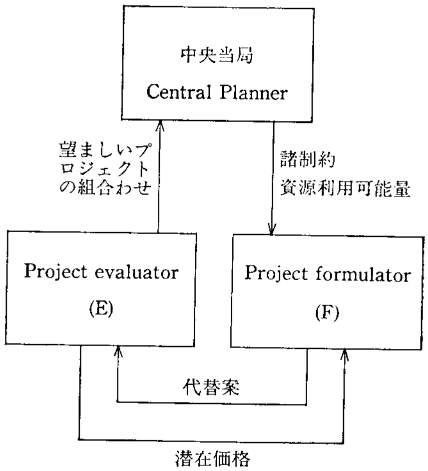
ここで $x=(x_1, \cdots\cdots, x_n)$ の x_i は第 i プロジェクトのマグニチュードを表わす。これらには各々下限も上限もあり、また社会的政治的制約もあるので、これらをまとめて S と表わすことにする。すなわち実行可能なプロジェクト代替案は $x \in S$。さらに資源の利用可能量に関しての制約が、制約条件式

$$C_i(x) \leq 0 \quad \text{for } i=1, \cdots\cdots, m \qquad (2)$$

の形であらわされるものとする。したがって S は(2)に含まれない制約条件を満たすすべての点の集合ということになる。

いま中央計画当局の下には二つの下部機関Ｆ (Formulator) とＥ (Evaluator) とがあると仮定する。Ｆは S に属する x を何通りか探索して、それらに対応する $B(x)$ ならびに $C_i(x)$ の値を計算し (Project formulation)、Ｅへ報告する。Ｅはこ

第一図



れらの数値をもとにして、最大の便益指数を与えるプロジェクトの組合わせと、潜在価格とを計算し (Project evaluation)、Fに報告する。Fはこの潜在価格にもとづいて、さらに望ましいプロジェクトの組合わせを探索する (search for new alternative)。したがってここでは、第一図に示すような情報のやりとりが考えられている。本節では、このような探索—形成—評価—探索という反復的なステップにおいて、費用便益計算がどのように役立てられるのが望ましいかを、概念的なモデルによって検討する。

さて、中央計画当局の問題を定式化してみよう。

(T)　max　$B(x)$

subject to $C_i(x) \leqq 0$　for $i=1, \cdots\cdots m, m+1, \cdots\cdots, s$

$x \geqq 0$

ここでは $S=\{x|C_i(x) \leqq 0,\ \text{for } i=m+1, \cdots\cdots, s\}$ としてあるが、社会的政治的制約をこのような形に書くことは困難であろうし、またBの関数形を特定化することは容易ではない(5)。そのような情況においても、以下に述べる手続きは実行しうるし、まさにそのような情況においてこそ、純便益の概念を導く次のような線形近似が必要なのである。

まずユニットFによって $T+1$ 個のプロジェクト代替案 X^0、X^1, ……, X^T が形成されたとする。この $T+1$ 個の点はすべて S の中にあり、少なくとも一点は(2)を不等号で満たしているものとする。そこでユニットEの問題は次のようになる。

$$\text{(E)}\quad \max \sum_{t=0}^{T} B(X^t)\omega_t \tag{3}$$

$$\text{subject to } \sum_{t=0}^{T} C_i(X^t)\omega_t \leqq 0,\ \text{for } i=1, \cdots\cdots, m \tag{4}$$

$$\sum_{t=0}^{T} \omega_t = 1$$

$$\omega_t \geqq 0 \qquad \text{for } t=0, 1, \cdots\cdots, T \tag{5}$$

(T)問題において $B(x)$ は、制約を満足するxのすべての値に対して一価、有限、凹で、有限の最大値$\bar{B}$をもち、$C_i(x)$ はxのすべての値に対して一意に定義され、有限、凸で、かつ制約条件は適格である(6)、と仮定すると、(E)は線形計画問題であって、実行可能な基底解と、有限最大値B^kとをもつ。Sが凸集合

であることにより(4)(5)の任意の実行可能解は、すべてのjについて

$$x_j=\sum_{t=0}^{T}X_j^t\omega_t \qquad (6)$$

となっているような点xをもち、それ自身(T)問題において実行可能である。

次に(E)の双対問題を次のように書く。

$$(\mathrm{E_D})\quad \min\ y_{m+1}$$

$$\text{subject to}\ \sum_{i=1}^{m}C_i(X^t)y_i+y_{m+1}\geqq B(X^t)\ \text{for}\ t=0,\cdots\cdots,T$$

$$y_i\geqq 0 \qquad \text{for}\ i=1,\cdots\cdots,m$$

いま(ω^k, y^k)が(E)—$(\mathrm{E_D})$の最適解であり、(6)により対応するx^kが計算されているとするならば、次のことが言える。[7] すなわち

「すべての $x\in S$ に対して

$$\sum_{i=1}^{m}C_i(x)y_i^k+y^k_{m+1}\geqq B(x)$$

が成り立てば、x^kは(T)問題における真の最適解となっている。」

これは仮定よりほぼ自明であろう。ここでもし $X^{T+1}\in S$ が存在して $\sum_{i=1}^{m}C_i(X^{T+1})y_i^k+y^k_{m+1}<B(X^{T+1})$ となるならば、このX^{T+1}を代替案につけ加えることによって(E)の目的関数は改善されるはずである。

さてユニットFの次の仕事は、したがって、Eで計算された潜在価格y^kを用いて、

$$\sum_{i=1}^{m}C_i(X^{T+1})y_i^k+y^k_{m+1}<B(X^{T+1}) \qquad (7)$$

となるような X^{T+1} を探索して新代替案を形成することである。(7)式は移項すれば

$$B(X^{T+1})-\sum_{i=1}^{m}C_i(X^{T+1})y_i^k>y^k_{m+1} \qquad (8)$$

となる。すなわち、左辺は潜在価格で評価された純便益、右辺はウェートの制約に対応した双対変数の値である。純便益が一定の水準を越えているような点は、新代替案に加えてもよいということをあらわしている。

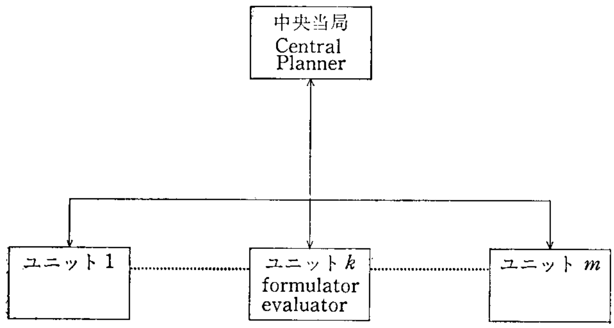
以上では、二つのユニットからなるモデルにおける、潜在価格と純便益の望ましい用いられ方を示した。この純便益と切り捨て水準による新代替案の探索—形成は、まず知られている代替案から望ましい組合わせを選んでその時同時に得られる情報を次のステップで用い、より望ましい代替案を形成するということであって、反復毎に解は改善されるものの、(T)問題の最適へと収束することを半ば拋棄しているという意味において、最適化よりはむしろ選好化であり、ある意味で現実性がある。しかしながら、全プロジェクトを一括して、中央計画当局の直属ユニットが評価するという仮定はおよそ現実に妥当しない。一国の着手しうるプロジェクトの数は厖大なものであり、それぞれ技術的に高度化している現在、一定の範疇毎に専門化する必要を避けられない。したがって第一図のような単純なモデルで

はなしに、次節で検討するような概念的モデルが必要である。

二　資源使用に関して外部性のある場合

プロジェクトの範疇毎に専門の評価機関を有する中央当局を考える。前節とは少々異なり、各ユニットは formulator であり evaluator でもある。ユニットkはプロジェクトの第k範疇に関してのみその探索―形成―評価に責任を負い、第k範疇のプロジェクト固有の諸制約については専門的知識を備えている。(第二図)

第二図



ユニットkの問題は、k固有の制約を満たして最大便益を与えるような、第k範疇のプロジェクト $x_k=(x_{k1}, x_{k2}, \cdots, x_{kn})$ を決定することである。すなわち、

$$(\mathrm{T}_k)\quad \max \quad B_k(x_k) \qquad \text{subject to } C_k(x_k) \leqq b_k$$

ここで $B_k(x_k)$ は前節と同じく実数値関数であるが $C_k(x_k)$ はベクトルであるとする。ここで中央当局の問題は次のようになる。

$$(\mathrm{T})\quad \max \quad \sum_{k=1}^{m} B_k(x_k)$$
$$\text{subject to } C_1(x_1) \leqq b_1$$
$$C_2(x_2) \leqq b_2$$
$$\cdots \qquad \cdots$$
$$C_m(x_m) \leqq b_m$$

このような問題においては、各ユニットにおいて計算された最適解を全部集めてくれば、(T)問題の最適解になっていることが容易にわかる。

以上では資源使用に関する外部性が考慮されていないが、非常に考えうるケースでは、(T)の制約条件にいくつかの各ユニットを結合する制約式がつけ加えられるであろう。結合制約：

$$A_1(x_1)+A_2(x_2)+\cdots\cdots+A_m(x_m)\leqq 0 \qquad (9)$$

が(T)の制約条件につけ加わった場合を次に考える。(T)問題は次のようになる。

$$
\begin{array}{lllll}
(\mathrm{T}) & \max & B_1(x_1)+B_2(x_2)+\cdots\cdots+B_m(x_m) & & \\
 & \text{subject to} & -b_1+C_1(x_1) & & \leqq 0 \\
 & & -b_2 \qquad\qquad +C_2(x_2) & & \leqq 0 \\
 & & \vdots & & \vdots \\
 & & -b_m \qquad\qquad\qquad\qquad +C_m(x_m) & & \leqq 0 \\
 & & A_1(x_1)+A_2(x_2)+\cdots\cdots\cdots\cdots+A_m(x_m) & & \leqq 0
\end{array}
$$

ここで $B_k(x_k)$ はすべての k についてベクトル x_k の凹関数、制約条件の関数はすべて凸であるとする。

(9)の制約に対応する潜在価格のベクトル λ^* に対して、ユニット k における純便益最化問題を次のように定義する。

$$
\begin{array}{lll}
(\mathrm{T_k}) & \max & B_k(x_k)-A_k(x_k)^T\lambda^* \\
 & \text{subject to} & C_k(x_k)\leqq b_k
\end{array}
$$

ここで次のことが言える。

「(T)に対して最適解が存在し B_k はすべて強い意味で凹、すべての制約の関数は線形であると仮定すれば、すべての $(\mathrm{T_k})$ 問題が一意の解をもち、その解が(T)の最適解になっているような価格ベクトル λ^* が存在する。」

この定理の証明はチャーンズ＝クロワ＝コータネクによって簡潔に示されている。[8]

つまり、目的関数が加法的に分解可能で、強い意味で凹、制約集合は凸多面体という仮定のもとでは、プロジェクトの範疇毎の別々の純便益計算が、全体として最適であるようなプロジェクトの組合わせを決定できる—そのような結合制約資源の潜在価格が存在するということである。

さて(T)—$(\mathrm{T_k})$ において B_k が強い意味で凹であるという仮定が成り立たない場合はどうであろうか。例えば線形である場合には、一般に、価格情報だけでは各ユニット内部における計算だけで最適なプロジェクトの組合わせを決定することはできない。追加情報が必要となるのである。

次のような線形計画問題を考える。

$$
\begin{array}{llll}
(\mathrm{T}) & \max & \sum_{k=1}^{m} x'_k b^{(k)} & \\
 & \text{subject to} & x'_k C_k\leqq d'_k & k=1,\cdots\cdots,n \\
 & & \sum_{k=1}^{n} x'_k A_k\leqq e' & \\
 & & x_k\geqq 0 &
\end{array}
$$

ここで x_k は m ベクトル、$b^{(i)}$ は m ベクトル、d_k と e は n ベクトル、C_k と A_k は $m\times n$ 行列である。これを(T)問題とする。$(\mathrm{T_k})$ 問題

$$
\begin{array}{lll}
(\mathrm{T_k}) & \max & x'_k(b^{(k)}-A_k\lambda^*) \\
 & \text{subject to} & x_k C_k\leqq d_k' \\
 & & x'_k A_k=\alpha^{*\prime}_k \\
 & & x_k\geqq 0
\end{array}
$$

において $\alpha_k{}^*$ は数値ベクトルである。いまこれを(T)の最適解 $x_k{}^*$ に対して

$$\alpha_k^{*\prime}=x_k^{*\prime}A_k$$

と定めれば、次のことがいえる。

「$\{x_k^*\}$が（T^k）問題の任意の最適解の集合であるとすれば、x_k^*はすべていっしょになって(T)問題の最適解を形成する。」

つまり追加情報として潜在価格のほかに、資源の使用量の目標値を与えることによって個々の純便益最大化が、全体最適のプロジェクトを決定できるようにしうるということである。

上述のいずれの場合においても、第二図のような組織において、中央計画当局がλ^*なり(λ^*, α^*)なりの情報をユニットに与え、各ユニットがこれらを用いて純便益最大化問題を解き、この解を集約して、全体の便益を最大にするプロジェクトの組合わせを手にするという手続になる。このモデルにおいてかかる手続が可能となるためには、中央計画当局によって(T)問題が解かれるか、あるいは何らかのメカニズムによって、最適な価格と、最適なユニット予算の値が観測されなければならない。そうでない場合には、純便益による分権的プロジェクト評価は全体最適を何ら保証するものではない。

多くのプロジェクト評価論においては、純便益最大化の望ましさを最適性に帰属させることを諦めるという方法がとられている。(9) しかしそのような方法をとらずとも、本ノートで示した通り、プロジェクトの形成—評価のシステム如何によっては、純便益によるプロジェクト評価が、全体の効率性と無矛盾であるばかりか、それを達成するための不可欠の要素となりうる。

そのようなプロジェクト評価の管理のシステムについては、従来のプロジェクト評価論においては比較的等閑視されているように思われる。

（1）I. M. D. Little and J. A. Mirrlees, *Manual of Industrial Project Analysis for Developing Countries, Volume II, Social Cost-Benefit Analysis*, OECD Development Centre, 1968, および *Project Appraisal and Planning for Developing Countries*, Heinemann Educational Books, 1974

（2）UNIDO Project Formulation and Evaluation Series No. 2 *Guidelines for Project Evaluation*, U. N. 1972

（3）プロジェクト評価のコンテクストにおける計画者の制約については、Amartya K. Sen, "*Control Areas and Accounting Prices, An Approach to Economic Evaluation*", *Economic Journal*, Vol. 82, March, 1972 を見よ。

（4）決して無益ではないが無力であるというのが筆者の意見である。これについては修士論文に詳しく書いたのでここでは触れない。

（5）便益関数については、C. R. Jones, "*On the Nature of the Cost-Benefit Schedule*", *Management Science*, Vol. 17. No. 12. 1971 を見よ。

（6） すべての制約を満たす点が少なくとも1つは在る。

（7） H. M. Wagner, *Principles of Operations Research*, Prentice-Hall 1969 を見よ。

（8） A. Charnes, R. W. Clower, and K. O. Kortanek, "*Effective Control Through Coherent Decentralization with Preemptive Goals*", *Econometrica* Vol. 35, No. 2 1967 を見よ。

（9） 例えば ＵＮＩＤＯの第二章を見よ。op. cit.

（一橋大学大学院博士課程）