国債利回りに関する拡張フィッシャー仮説のGMMテスト[1)]

釜 江 廣 志

§1 はじめに

前稿（1998a）では，利子率と期待インフレ率の間で定式化される単純なfull Fisher仮説を検討した．この定式化は，長期均衡状態において期待インフレ率の上昇が名目利子率の上昇をもたらすとする．利子率は期待インフレ率と期待実質利子率の和に恒等的に等しいとするFisher恒等式を考慮すると，この定式化から期待実質利子率一定が導かれる[2)]．しかしFisher仮説は，投資家が危険回避者であれば要求するであろう危険プレミアムなどを無視していて，不十分である[3)]．また，わが国のように物価下落期，金融自由化期を含めると，期待実質利子率一定の仮定はもっともらしいものではない[4)]．

そこで本稿では，消費CAPMのフレームワークを用い，危険プレミアムと変化し得る期待実質利子率を明示的に取り入れて拡張されたFisher仮説を定式化する．これを拡張Fisher仮説とよび，この仮説が成立するか否かをわが国国債流通市場のデータにより検討する．

以下で見るように，この拡張Fisher仮説の検討はすでにShome他(1988), Evans and Wachtel（1992), Chan（1994）などによって試みられているが，いずれも短期債である米国のTB（財務省証券）を対象に，それらが満期を迎えるまでの残存期間を分析の単位期間としている．この場合，短期債の価格は期末において額面価格に戻るので，収益率は確率変数ではなく定数である．しかるに本稿では，従来の研究とは異なり，長期債を対象と

するので，債券の収益率は確率変数となる．なぜなら，長期債の満期までの期間よりも短い単位期間を考えると，その期末においても債券の市場価格は確定せず，収益率は確率変数であるからである．

ここで，拡張 Fisher 仮説と効率的市場仮説との関係をみておこう．拙著(1999) 第2章でみるように，危険回避的な投資家を考えると，不偏性は効率性の条件ではなくなるので，危険回避者を許容する一般的なモデルが必要である．本稿では，資産価格決定モデルである拡張 Fisher 仮説と合理的期待仮説とを結合して得られる仮説をテストする．これを拡張された市場効率性とよぶことにする．

従来の分析を概観しよう．Evans and Wachtel は物価データとして CPI と，非耐久財とサービスへの個人消費のインプリシット・デフレータとを使い，消費データは，非耐久財とサービスの1人当たり実質消費の季調済み値を使う．時変的係数モデルをカルマン・フィルターにより回帰し，予測値と残差を得ている．計測対象式にある期待値を実現値で，分散と共分散を得られた残差の平方と積で，それぞれ代用して観察可能値だけの関係式を作る．これを一般化モーメント法（GMM）で計測して推定値を得，かつ過剰識別制約テストにより拡張された Fisher 仮説を棄却している．

Chan もほぼ同じ計測法を使って分析する．過剰識別制約テストからは拡張 Fisher 仮説は統計的に有意であるが，プレミアムは小さいとの結果を得ている．Shome 他は実質消費額を使い，SUR 法で推定し制約のテストをする．結果は拡張 Fisher 仮説を支持し，また市場参加者は危険回避的であることを導いている．

本稿の第2節では，拡張 Fisher 仮説の定式化とそれにもとづく計測の方法を説明する．第3節でデータとその要約統計量を示したあと，期待値の推計を行う．第4節で計測を行う．4-1 節で変数の定常性を確認する．4-2 節は GMM による計測と検定である．第5節で要約と残された問題を述べる．

§2　モデルとその計測法

拙著（1999）第2章§2-7と同様に，異時点間の選択問題を考える．同章で導いた結果を簡潔に繰り返すと以下のとおりである．投資家は時間に関して分離可能なべき乗型効用関数

（1）　$$U(C_{t+i}) = \frac{1}{1-\gamma}C_{t+i}^{1-\gamma}, \qquad \gamma > 0$$

を持ち，無限期先の将来までの各期の効用の割引現在価値の合計の期待値，つまり

$$E_t\left(\sum_{i=0}^{\infty}\delta^i\frac{1}{1-\gamma}C_{t+i}^{1-\gamma}\right), \qquad 0 < \delta < 1$$

を最大化しようとするとする．ここに，δは割引要素，C_{t+i}は投資家の第$t+i$期における消費である．投資家の危険回避の度合いを表す相対的危険回避度は$-C_t\cdot U''(C_t)/U'(C_t)$と定義されるが，上のような効用関数からは相対的危険回避度はγである．限界効用逓減，つまり$U''(C_t)<0$が仮定されると，$\gamma>0$である．

Q_tを消費財で表した期tでの資産の価値とすると，均衡条件を表すEuler方程式は

（2）　$$C_t^{-\gamma} = \delta^j E_t(C_{t+j}^{-\gamma}Q_{t+j}/Q_t)$$

である．P_tを財の名目価格，すなわち物価水準とすると，第t期から$t+j$期までの資産の実質収益率R_{t+j}と名目収益率I_{t+j}はそれぞれ

$$1+R_{t+j} = Q_{t+j}/Q_t$$

$$1+I_{t+j} = (Q_{t+j}/Q_t)(P_{t+j}/P_t) = (1+R_{t+j})P_{t+j}/P_t$$

である．したがって名目債券の均衡条件は

（3）　$$C_t^{-\gamma} = \delta^j E_t(C_{t+j}^{-\gamma}(1+I_{s+j})P_t/P_{t+j})$$

つまり

（3′）　$$1 = \delta^j E_t[(1+I_{t+j})(C_{t+j}/C_t)^{-\gamma}(P_{t+j}/P_t)^{-1}]$$

である．

さて，変数 x が対数正規分布するとき，

$$\text{(4)}\qquad \log E_t(x) = E_t(\log x)+0.5\cdot \mathrm{var}_t(\log x)$$

が成立する[5]．(3′) 式で物価と消費に同時対数正規分布を仮定し，対数を取ると，

$$\begin{aligned}\text{(5)}\qquad i_{t+j} &= E_t\Delta p_{t+j}-0.5\cdot \mathrm{var}_t\Delta p_{t+j}\\ &\quad +\gamma E_t\Delta c_{t+j}-0.5\cdot\gamma^2\,\mathrm{var}_t\Delta c_{t+j}-j\cdot\log\delta\\ &\quad -\gamma\,\mathrm{cov}_t(\Delta p_{t+j},\Delta c_{t+j})\end{aligned}$$

である．ここで，小文字の変数は大文字の変数の対数値である．

資産として残存 j 期の短期債を使うと，j 期後の期末における債券価格は額面に等しくなることが予めわかっているので，i_{t+j} は確率変数ではなく定数である．小文字の変数は大文字の変数の対数値であるから，小文字の変数の変化幅は大文字の変数の変化率を表す．つまり，$\Delta p_{t+j}\equiv p_{t+j}-p_t$, $\Delta c_{t+j}\equiv c_{t+j}-c_t$, $i_t\equiv\log(1+I_t)$, $\Delta i_{t+j}\equiv i_{t+j}-i_t$ とすると次式が得られる[6]．

$$\text{(6)}\qquad \Delta p_{t+j} = \log(P_{t+j}/P_t) = \log(1+\Delta P_{t+j}/P_t) \fallingdotseq \Delta P_{t+j}/P_t$$

$$\text{(7)}\qquad \Delta c_{t+j} = \log(C_{t+j}/C_t) = \log(1+\Delta C_{t+j}/C_t) \fallingdotseq \Delta C_{t+j}/C_t$$

$$\begin{aligned}\text{(8)}\qquad \Delta i_{t+j} &= \log(1+I_{t+j})-\log(1+I_t) = \log[1+\Delta I_{t+j}/(1+I_t)]\\ &\fallingdotseq \Delta I_{t+j}/(1+I_t).\end{aligned}$$

(5) 式の右辺の各行は次のように説明される[7]．(6) 式から 1 行目は

$$\begin{aligned}E_t\Delta p_{t+j}-0.5\cdot\mathrm{var}_t\Delta p_{t+j} &= -[E_t(-\Delta p_{t+j})+0.5\cdot\mathrm{var}_t(-\Delta p_{t+j})]\\ &= -[E_t(\log(P_t/P_{t+j}))+0.5\cdot\mathrm{var}_t(\log(P_t/P_{t+j}))],\end{aligned}$$

さらに (4) 式から

$$= -\log E_t(P_t/P_{t+j})$$

である．貨幣の購買力は $(1/P)$ であり，第 t 期と $t+1$ 期のこれの比率を貨幣の期待減価率と呼べば，1 行目は負の期待減価率である．負の期待減価率と期待インフレ率 $E_t\Delta p_{t+j}$ との差は $0.5\cdot\mathrm{var}_t\Delta p_{t+j}$ であってこれは小さく，期待減価率は期待インフレ率で近似できる．

(5) 式の 2 行目は期待実質利子率である．これは次のようにして説明できる．(2) 式から

$$1=\delta^{j}E_{t}[(C_{t+j}/C_{t})^{-\gamma}(1+R_{t+j})]$$

である．対数をとると

$$0=j\log\delta+E_{t}[\log(C_{t+j}/C_{t})^{-\gamma}]+E_{t}[\log(1+R_{t+j})].$$

したがって，

$$\begin{aligned}&E_{t}[\log(1+R_{t+j})]\\&\quad=-j\cdot\log\delta-\log E_{t}(C_{t+j}/C_{t})^{-\gamma}\\&\quad=-j\cdot\log\delta-E_{t}[\log(C_{t+j}/C_{t})^{-\gamma}]-0.5\cdot\mathrm{var}_{t}[\log(C_{t+j}/C_{t})^{-\gamma}]\\&\quad=-j\cdot\log\delta+\gamma E_{t}\Delta c_{t+j}-0.5\cdot\gamma^{2}\mathrm{var}_{t}(\Delta c_{t+j})\end{aligned}$$

となる[8]．

さらに，(5) 式の3行目のうち $\mathrm{cov}_{t}(\Delta p_{t+j},\Delta c_{t+j})$ をCAPMの類推から危険を表すと考えれば，3行目全体では危険プレミアムを表すと解釈してよい[9]．以上を総合して，(5) 式は，名目利子率が期待インフレ率，期待実質利子率，危険プレミアムの和に等しいことを意味しており，(5) 式は拡張されたFisher式であると説明できる．

ところで，資産として残存期間が1期よりも長い債券を取り上げると，1期後の期末における債券価格は前もって予想するしかなく，I_{t+j} は確率変数である．このとき，(5) 式の左辺は $E_{t}i_{t+j}$ となる．(3′) 式から，

$$\begin{aligned}(5')\quad &E_{t}i_{t+j}+0.5\cdot\mathrm{var}_{t}i_{t+j}\\&\quad=E_{t}\Delta p_{t+j}-0.5\cdot\mathrm{var}_{t}\Delta p_{t+j}\\&\qquad+\gamma E_{t}\Delta c_{t+j}-0.5\cdot\gamma^{2}\mathrm{var}_{t}\Delta c_{t+j}-j\cdot\log\delta\\&\qquad-\gamma\,\mathrm{cov}_{t}(\Delta p_{t+j},\Delta c_{t+j})+\mathrm{cov}_{t}(\Delta p_{t+j},i_{t+j})+\gamma\,\mathrm{cov}_{t}(\Delta c_{t+j},i_{t+j})\end{aligned}$$

である．(4) 式から (5′) 式の左辺は名目期待収益率である．同様に右辺1行目は貨幣の期待減価率，2行目は期待実質利子率，3行目は危険プレミアムで[10]，この式は拡張されたFisher仮説を表す式である[11]．

そこで次に，拡張Fisher仮説が成立するかどうかを調べることにする．計測と検定の手順は以下のとおりである．まず，(5′) 式にある期待値を予測値で，分散と共分散を得られた残差の平方と積で，それぞれ代用して[12]観察可能値だけの関係式を作るが，そのために時系列モデルを回帰してその結果

に基づき予測を行う．次いで，各変数の定常性を確認した後，この関係式を GMM で計測し，γ, δ を推定するとともにカイ 2 乗検定によりモデルをテストする[13]．自由度は GMM で推定する式の過剰識別制約（overidentifiying restrictoins）の数であり，定数項を含む操作変数の数から，推定するべきパラメータの数を差し引いたものに等しい．得られるカイ 2 乗値が臨界値よりも小さければ，拡張 Fisher 仮説が適切な定式化であるとの帰無仮説は棄却されない．GMM は非線形も扱えるから，右辺の変数は個別に取扱い可能である．なお GMM については拙著（1999）第 13 章 § 5 で説明している．

§ 3　データと要約統計量

計測対象期間は 77 年 6 月から 95 年 6 月までであり，データ採集の単位期間は 1 か月である．予測形成の単位期間（1 期）を 12 か月，および 3 か月とする[14]．つまり物価，消費などの変化率の計算の期間は，12 か月先，および 3 か月先との比較値を使う．

債券の収益率と物価指数のデータの求め方は前稿（1998a）で説明しているのと同様である．消費額は，経済企画庁『国民経済計算年報』からの家計の非耐久財とサービスのそれぞれの 4 半期総額の 1990 年基準価格による実質値の季節調整済値から，RATS のサブルーティン distrib. src でそれぞれの月次値（1 か月当たり）を推計し，それらの合計を人口で割って 1 人当たりの額を出し，それらの対数値の 3 か月，12 か月先との差を求める（年当たり，年率）[15]．また，非耐久財とサービスのそれぞれを個別に変数として用いることも試みる．

輸入物価は，日銀『経済統計年報』からの卸売物価指数のうち輸入物価基本分類別指数の総平均である．また，賃金は『経済統計年報』からの製造業（名目）の賃金指数を採用する．

なお，物価指数，消費額，賃金の季調値を使うか未季調値かの選択については，季節変動は 12 か月間の変化にはそれほど影響を与えないとみて，12 か月先との変化については季調値は用いないが，3 か月先との変化について

は季調値を用いる．要約統計量は紙幅の制約もあり，記載を省略している．

続いて，期待値を推計するために，予測を行う．表3，4（記載省略）では時系列モデルを用いて，インフレ率，消費額全体の変化率，非耐久財消費額の変化率，サービス消費額の変化率，国債の所有期間利回りの，それぞれ向こう12か月と3か月間の変化率（年率）のサンプル期間内の予測値を得ている．これらをINF__FO, COS__FO, NOD__FO, SRV__FO, HPY__FOと書き，これらを期待値の推計値とする[16]．

12か月先予測の場合，インフレ率はその前月の値，賃金指数の変化率，輸入物価指数の変化率とトレンドに回帰し，消費変化率はその1，2，3か月前の値と前月の国債の最終利回りに回帰し，国債の所有期間利回り（代表値としてHPY 404を使う）は前月のそれに回帰して，それぞれ予測値を求める．また，3か月先予測の場合，インフレ率はその1，2か月前の値，前月の国債の実質最終利回り，前月の賃金指数（季調値）の変化率，前月の輸入物価指数（季調値）の変化率に回帰し，消費（季調値）変化率はその1，2か月前の値と1，2か月前の国債の実質最終利回りに回帰し，国債の所有期間利回りは前月のそれに回帰して，それぞれ予測値を求める[17]．得られる予測値と現実値の差である残差の自己相関をみると，特に消費のそれがラグ数によっては大きいものもあるが，ラグ=6のときはラグ=3などに比べて小さくなっており，自己相関の存在は否定できよう．

§4　計測結果

§4-1　定常性の検定

GMMを適用する変数は説明変数たる操作変数も含めて，定常でなければならない．以下で定常性の検定を行う．方法として，単位根が存在することを帰無仮説とするADF法と，単位根が存在せず定常的であることを帰無仮説とするKPSS法とを用いる．

最初に，第1の方法であるADF法を使用して，変数に単位根が存在し，$I(1)$であるかをテストする．変数の増分のラグ数pは，得られる残差がホ

ワイト・ノイズになるように決められなければならないので，ラグランジェ乗数（LM）テスト，赤池とShwarzのベイジアンのそれぞれの情報量基準AIC，BICを使う．定数項とトレンドの処理は連続的な検定法による．

12か月先予測の場合のテスト結果は以下の表5（記載省略）のとおりである．ほとんどの変数では，定数項・トレンド有のケースの検定から，各変数が$I(1)$であって単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される．これらのうち，ラグ数選択の3基準ともそろって定常性を否定する場合について，さらに，定数項のみが付く式と，定数項・トレンドとも付かない式を使ってテストすると，期待HPY 404などについても帰無仮説はほぼ棄却されるが，HPY 406_FO，同606_FOについては棄却されない．

変数の定常性の第2の検定法としてKPSS法を使う．ADF法とは逆に，「変数が定常的である，またはトレンド回りで定常的である」を帰無仮説，「単位根が存在する」を対立仮説とする．テストの結果は表7，8（記載省略）のとおりで，2種類のラグと2種類の検定統計量の計4基準でそろって定常的であることを棄却するのは12か月先予測の場合のINF_FOのみである．

以上2つの検定結果を総合すると，12か月予測の場合のHPY 406_FO，同606を定常的ではないとみなしてよいであろう．

§4-2　GMMテスト

GMMによるテスト結果は以下の表のとおりである．表9から表11では12か月先予測データを用いる．まず表9では，消費額変数COSとして非耐久財NODとサービスSRVの合計を使う．国債のクーポン・レートと残存期間を変えてHPY 406_FO，同606を除く7個の定常な期待所有期間利回りを使用すると，いずれの場合も計算されるカイ2乗値は臨界値より小さく，拡張Fisher仮説が成立するとの帰無仮説は棄却されないことを示している．また，得られる相対的危険回避度γの推定値は，理論的に想定されているとおり正であるが，0と有意には異ならず，投資家は危険回避的ではなく，危

表9　GMM テスト（12か月先予測，COS＝NOD＋SRV）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	0.523	0.319	0.997	0.00091	5.82
408	0.453	0.521	0.996	0.00155	4.93
604	0.459	0.319	0.997	0.00088	6.02
608	0.370	0.512	0.996	0.00146	5.43
804	0.421	0.319	0.997	0.00089	6.25
806	0.471	0.438	0.997	0.00128	5.59
808	0.283	0.511	0.996	0.00139	5.94

注：消費変数として非耐久財とサービスの合計を用いる．操作変数は INF__FO, COS__FO, var INF, var COS, cov INF-COS のいずれも 2，3，4 か月前の値である．γ-se, δ-se はそれぞれ γ と δ の標準誤差を示す．これは，移動平均と条件付分散不均一を考慮して計算されるものである．χ^2 値は，モデルが正しく定式化されているとの帰無仮説をカイ 2 乗検定するときの検定統計量を示す．自由度 13 の χ^2 分布の 5% 臨界値は 22.3 であり，表の統計量はいずれもこれより小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

表10a　GMM テスト（12か月先予測，COS＝NOD）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	0.256	0.188	0.997	0.00068	7.36
408	0.223	0.267	0.996	0.00105	6.60
604	0.220	0.186	0.996	0.00062	7.32
608	0.202	0.267	0.996	0.00093	6.64
804	0.197	0.186	0.996	0.00060	7.46
806	0.249	0.240	0.996	0.00086	6.90
808	0.180	0.273	0.996	0.00085	6.92

注：消費変数として非耐久財を用いる．操作変数は表9と同じである．χ^2 統計量はいずれも 5% 臨界値より小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

険中立的であることを示す．なお，γ の推定値を他の文献で得られている結果と比べると，0 と有意に異ならない値を示しているのは Hall（1988）などであり，Shome 他（1988), Evans and Wachtel（1982), Chan（1994）らは 0 と 1 の間の値を提示している．

結果の頑健性を見るために，消費変数として非耐久財とサービスを単独で用いる場合を表10で示している．その結果は前表とほぼ同様であり，違い

表 10b　GMM テスト（12か月先予測，COS＝SRV）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	0.178	0.225	0.996	0.00098	6.33
408	0.092	0.434	0.996	0.00171	5.87
604	0.135	0.247	0.996	0.00090	6.60
608	0.017	0.423	0.995	0.00162	6.15
804	0.117	0.245	0.996	0.00087	6.85
806	0.082	0.352	0.996	0.00138	5.99
808	−0.039	0.411	0.995	0.00146	6.41

注：消費変数としてサービスを用いる．操作変数は表9と同じである．χ^2統計量はいずれも5%臨界値より小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

表 11　GMM テスト（12か月先予測）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	0.272	0.800	0.997	0 00149	3.82
408	1.514	0.884	0.999	0.00183	4.30
604	0.081	0.771	0.996	0.00144	4.07
608	0.714	0.947	0.997	0.00191	5.35
804	0.031	0.744	0.996	0.00145	4.24
806	0.503	0.954	0.997	0.00180	5.01
808	0.493	0.954	0.996	0.00198	5.66

注：操作変数はINF__FO，COS__FO，var INF，var COS，var HPY，cov INF-COS, cov INF-HPY, cov COS-HPYのいずれも2か月前の値である．自由度6のχ^2分布の5%臨界値は12.59で，表の統計量はいずれもこれより小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

はサービスを単独で用いるときのHPY 808__FOのケースで，γの推定値は正ではなくなることであるが，これは0と有意には異ならず，問題ではない．また，表11では操作変数を一部取り替えて計測を行っているが，これも結果は大きくは異ならない[18]．

次に，表12，13では3か月先予測データを用いる．両表の違いは選択している操作変数の組み合わせであり，少ない操作変数を使う場合に得られるγの推定値は正であるが，操作変数を増すと負になってしまう[19]．しかしいずれの場合とも，カイ2乗値は拡張Fisher仮説が成立するとの帰無仮説を

表12　GMMテスト（3か月先予測，COS＝NOD＋SRV）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	0.224	0.307	0.990	0.00389	7.84
406	0.502	0.355	0.995	0 00486	8.63
408	0.933	0.455	0.996	0.00670	7.08
604	0.254	0.328	0.990	0.00407	8.06
606	0.647	0.362	0.993	0.00511	7.25
608	1.039	0.477	0.995	0.00614	7.18
804	0.330	0.350	0.991	0.00432	8.03
806	0.728	0.407	0.992	0.00512	7.56
808	0.990	0.489	0.995	0.00586	7.44

注：操作変数はINF__FO，COS__FO，var INF，var COS，var HPY，cov INF-COS, cov INF-HPY, cov COS-HPYのいずれも2か月前の値である．自由度6のχ^2分布の5％臨界値は12.59で，表の統計量はいずれもこれより小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

表13　GMMテスト（3か月先予測，COS＝NOD＋SRV）

HPY__FO	γ	γ-se	δ	δ-se	χ^2
404	−0.313	0.126	0.985	0.00224	17.38
406	−0.225	0.154	0.985	0.00263	16.71
408	−0.257	0.180	0.982	0.00340	18.89
604	−0.321	0.127	0.984	0.00224	17.95
606	−0.252	0.157	0.984	0.00262	18.49
608	−0.284	0.188	0.982	0.00349	20.27
804	−0.331	0.129	0.984	0.00229	18.25
806	−0.289	0.161	0.983	0.00272	19.22
808	−0.306	0.189	0.982	0.00351	20.82

注：操作変数はINF__FO, COS__FO, var INF, var COS, cov INF-COSのいずれも2，3，4か月前の値である．自由度13のχ^2分布の5％臨界値は22.3で，表の統計量はいずれもこれより小さく，帰無仮説が棄却されないことを示している．

棄却しないことを示す．

以上のように，12か月先と3か月先の両方の予測データを用いるテストから，拡張Fisher仮説が成立するとの結果が得られる．

表14，15では，名目所有期間利回りを期待インフレ率，期待実質利子率，危険プレミアムに分解し，部分期間別に平均値を求めている．ここに，所有

表 14　所有期間利回りの分解（12 か月先予測）

期　間	所有期間利回り(実)	所有期間利回り	期待インフレ率	実質利子率	危険プレミアム
77/6－95/6	6.81	6.30	2.16	4.88	0.00002
	17.28	14.73	3.31	0.49	0.00001
77/6－86/6	8.07	7.49	3.01	4.93	－0.00018
	11.64	9.64	4.28	0.55	0.00002
86/7－95/6	5.53	5.10	1.30	4.82	0.00022
	19.88	17.10	0.89	0.42	0.00001
77/6－79/12	4.72	4.20	4.97	5.19	0.00035
80/1－84/12	9.30	8.68	2.78	4.80	－0.00071
85/1－89/12	4.67	4.29	0.99	5.09	0.00026
90/1－95/6	7.45	6.94	1.35	4.60	0.00030

注：表 9 の HPY＝HPY 404 についての GMM テストの結果を用いる．単位は％である．（実）は実現値である．上 3 期間の下段は分散である．

表 15　所有期間利回りの分解（3 か月先予測）

期間	所有期間利回り(実)	所有期間利回り	期待インフレ率	実質利子率	危険プレミアム
77/6－95/6	7.57	5.77	2.26	3.56	0.0025
	80.98	44.53	5.82	1.18	0.0068
77/6－86/6	8.90	6.83	3.25	3.60	0.0059
	67.36	35.56	7.51	1.35	0.0118
86/7－95/6	6.24	4.70	1.27	3.52	－0.0010
	91.89	51.70	2.20	1.01	0.0019
77/6－79/12	4.97	4.40	4.04	3.89	－0.0029
80/1－84/12	10.39	7.76	3.52	3.46	0.0135
85/1－89/12	5.15	4.06	0.92	3.63	－0.0062
90/1－95/6	8.44	6.16	1.51	3.42	0.0028

注：表 12 の HPY＝HPY 404 についての GMM テストの結果を用いる．

期間利回りはHPY 404の実現値であり，期待インフレ率INF_FOは§4-1で求めたもの，所有期間利回りの予測値と期待実質利子率と危険プレミアムはそれぞれ，(5′）式の左辺と右辺の2行目と3行目に，得られる予測値・推定値を代入して計算されるものである．

これらによれば，期待実質利子率は異なる部分期間で比較すると平均値はそれほど変動せず，また，危険プレミアムはネグリジブルな大きさであるが，期待実質利子率の毎月の値にはかなりの変動がみられる．したがって，少なくとも本稿の計測対象の期間では，期待実質利子率一定とする単純なFisher仮説の前提には問題が残存するとみるべきであろう．ただし，上記の計測はパラメーターの値が全期間を通して一定であるとの仮定にもとづいてなされており，対象期間を分割して推定する，あるいは期毎にパラメーターの値が変化すると仮定する時変的係数法で計測する，などを試みる必要はあろう．

§5　おわりに

本稿では，消費CAPMのフレームワークを用い，危険プレミアムと変化し得る期待実質利子率を明示的に取り入れて，Fisher仮説を拡張して定式化した．このような定式化が妥当するか否かを，77年から95年半ばまでのわが国長期国債流通市場における収益率データを確率変数として扱い，GMMの手法を用いてテストした．予測形成の単位期間を12か月，および3か月とするとき，77年から95年半ばまでのわが国長期国債の期待収益率のタームでは拡張Fisher仮説が成立するとみてよいであろう．

なお，この仮説は危険プレミアムの存在と変化し得る期待実質利子率を仮定しており，計測結果も期待実質利子率の変動を見いだしている．したがって，拡張Fisher仮説が成立することは，危険プレミアムが存在しないことと期待実質利子率一定を仮定しているfull Fisher仮説を支持しないことになる．また，拙著（1999）第2章で言及するように，効率的市場仮説は資産価格についての理論仮説と合理的期待仮説の結合仮説として検定することが

できるから，拡張 Fisher 仮説が成立すれば，拡張された効率的市場仮説が否定されないことを意味する．

残された問題としては，対象期間を分割して，あるいは期毎にパラメーターの値が変化すると仮定する時変的係数法でカルマン・フィルターを用いて計測するなどして，パラメーターの安定性を検証することと，国債以外の債券や短期利子率データを用いる，計測期間を拡大するなどによってもこのような関係が得られるかを確認すること，などがあげられよう．

参考文献

釜江廣志（1997）「加重最小２乗法によるスポット・レートの推計」『一橋論叢』5月．

———（1998a）「国債の所有期間利回りと期待インフレ率：フィッシャー仮説の共和分分析」（一橋大学商学部ワーキング・ペーパー，No. 40，7月）

———（1998b）「拡張フィッシャー仮説の GMM テスト」（一橋大学商学部ワーキング・ペーパー，No. 42，9月）

———（1999）『日本の証券・金融市場の効率性』有斐閣，近刊．

北村行伸（1995）「物価インデックス債と金融政策」『金融研究』（日本銀行）第3号．

日本銀行調査統計局（1994）「金利の期間スプレッドのインフレ指標性について」『日本銀行月報』7月．

原田泰・菱山大（1998）「金融政策と利子率―名目利子率と実質利子率について」（日本金融学会 98 年春季大会報告）5月．

Campbell, J., A. Lo and A. MacKinlay (1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.

Chan, L. (1994), "Consumption, Inflation Risk, and Real Interest Rates", *Journal of Business*, 69-96.

Crowder, W and D. Hoffman (1996), "The Long-Run Relationship between Nominal Interest Rates and Inflation : The Fisher Equation Revisited", *Journal of Money, Credit and Banking*, 102-18.

Engle, R. (1983), "Estimates of the Variance of U. S. Inflation based upon the ARCH Model", *Journal of Money, Credit and Banking*, 286-301.

Evans, M. and P. Wachtel (1992), "Interpreting the Movements in Short-

Term Interest Rates", *Journal of Business*, 395-429.

Hall, R. (1988), "Intertemporal Substitution in Consumption", *Journal of Political Economy*, 339-57.

Huizinga, J. and F. Mishkin (1986), "Monetary Policy Regime Shifts and Unusual Behavior of Real Interest Rates", *Carnegie Rochester Conference Series*, 231-74.

Inder, B. and P. Silvapulle (1993), "Dose the Fisher Effect Apply in Ausralia?", *Applied Economics*, 839-43.

Mankiw, N. (1982), "Hall's Consumption Hypothesis and Durable Goods", *Journal of Monetary Economics*, 417-25.

Mishkin, F. (1990), "The Information in the Longer Maturity Term Structure about Future Inflation", *Quarterly Journal of Economics*, 815-28.

Shome, D., S. Smith and J. Pinkerton (1988), "The Pruchasing Power of Money and Nominal Interest Rates : A Re-Examination", *Journal of Finance*, 1113/25.

1) 本稿は信託協会信託研究奨励金の助成を受けた研究の成果の一部である．記して感謝申し上げる．紙幅の制約により，表などの一部が記載できなかった．詳細は拙稿（1998b）または拙著（1999）第7章を御参照いただきたい．

2) Inder and Silvapulle（1993）p. 839参照.

3) Evans and Wachtel（1992）p. 417参照.

4) 原田・菱山（1998）参照.

5) Campbell他（1997）の（8. 2. 4）式参照.

6) x_{t+j} を $\ln X_{t+j}$ とすると，$\Delta x_{t+j} \equiv x_{t+j} - x_t = \ln X_{t+j} - \ln X_t = \ln(1+\Delta X_{t+j}/X_t)$. テーラー展開から，$\ln(1+y) \fallingdotseq \ln 1 + [1/(1+0)]y = y$ であるから，Δx_{t+j} は $\Delta X_{t+j}/X_t$ に近似的に等しい.

7) Evans and Wachtel（1992）p. 398は以下のように説明する．消費増加率が低く期待インフレ率が高ければ，共分散は負であり，プレミアムは正になるので，名目利子率は高くならなければならない．消費増加率が低く期待インフレ率も低ければ，共分散は正であり，プレミアムは負になるので，名目利子率は低くならなければならない.

8) なお，(5)式をインフレ率ではなく，Shome他の（7）式のように貨幣の購買力 P_t/P_{t+1} で定式化すると，Jensenの不等式からのインフレ率の分散の項が消える．なぜなら，(4)式から

$$
\begin{aligned}
[E_t\Delta p_{t+1}-0.5\cdot \mathrm{var}_t\Delta p_{t+1}] &= -E[-\log(P_{t+1}/P_t)]+0.5\cdot \mathrm{var}[\log(P_{t+1}/P_t)] \\
&= -E[\log(P_t/P_{t+1})]+0.5\cdot \mathrm{var}[\log(P_t/P_{t+1})] \\
&= -\log E(P_t/P_{t+1})
\end{aligned}
$$

であるからである.

9) Crowder and Hoffman (1996) p. 105 参照.

10) 3行目第2項はインフレリスクに対する危険プレミアム，第3項は消費の不確実性による危険プレミアムを表すと考えられる. Evans and Wachtel (1992) p. 398 参照.

11) (4′) 式の右辺の全係数を ($E_t\Delta p_{t+1}$ なども含めて) 推定し，GMMで一括してHansenの過剰識別制約テストをすることも不可能ではないであろう.

12) その根拠は次のとおり (Chan (1994) p. 74 参照). 合理的期待形成を仮定すると

$$u^c_{t+1} = \Delta c_{t+1}-E_t\Delta c_{t+1},\ \ u^p_{t+1} = \Delta P_{t+1}-E_t\Delta p_{t+1}$$

このとき

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{var}\,\Delta c_{t+1} = E_t(u^c_{t+1})^2,\ \ \mathrm{var}\,\Delta p_{t+1} = E_t(u^p_{t+1})^2, \\
&\mathrm{cov}_t(\Delta c_{t+1},\ \Delta p_{t+1}) = E_t(u^c_{t+1}\cdot u^p_{t+1}).
\end{aligned}
$$

13) 標準誤差の計算でoverlapping dataによる移動平均や，条件付分散不均一性を処理するには，Hansen-Newey-Westの方法をGMMの中で使う. RATSのp. (5-22) ではMCOVコマンドとLINREGコマンドとで共に，LAGS=2, DAMP=1.0と指定する.

14) 誤差項に移動平均過程が存在することになるが，これはGMMで取り扱い可能である.

15) ある月 t から1期間のインフレ率として，その月に確定値が公表される前月 $t-1$ の消費者物価指数 p_{t-1} と (1期−1か月) 先のそれを用いて計算する方が投資家の利用実態に合う. なお確定値公表までのラグの扱いについて，北村 (1995, 注2), Huizinga and Mishkin (1986, p. 240), Mishkin (1990, p. 818) 参照.

ただし，消費額の確定値公表までのラグは，たとえば，96年1—3月期までの1年分を97年4月末に『国民経済計算年報』で公表するなど，1年1か月以上である. これほど時間がかかること，また公表が年1回であり，最新のデータは年1回しか更新されないことを併せ考えると，実際にはラグの考慮は不可能であろう.

16) 前稿では期待インフレ率としてINF__KFも使用したが，大きな違いはみられないので，本稿では使用しない.

17) インフレ率をその2期分のラグ付値，貨幣供給変化率，賃金上昇率，輸入物

価デフレータ変化率，タイム・トレンドに回帰するEngle（1983）の定式化と，実質消費をその1期のラグ付値と4期分のラグ付名目利子率に回帰するMankiw（1982）の定式化，実質消費の増加を4期分のラグ付き被説明変数，3か月もの実質利子率の1期のラグ付値などに回帰するChanの定式化を参考に，なるべく自己相関係数を低くする回帰式を選んだ.

18）前稿（1998a）の表11aでは，full Fisher仮説が成立しないとの結果が得られているが，本稿の方がより一般的な枠組みを使っているので，本稿の結果の方が前稿のそれよりもロバストであるとみてよいであろう.

19）γの推定値が負の場合，効用曲線は下に凹ではなくなり，投資家は危険愛好者であるとの説明があたえられている．Hall（1988, p. 353）参照.

（一橋大学教授）