

世代間の所得移転の形態と所得不平等 に関するモデル

鞠 重 鎬

1 はじめに

本稿では、世代間の富（または所得）の移転形態による所得経路及び世代間の所得不平等について調べることにする。

ある代表的家計における親世代の所得移転が直ちに子供世代の所得水準を増加させる非人的移転と、子供の稼得能力を増加させ、その稼得能力の増加により間接的に所得水準を増加させる人的投資が存在する場合、世代間の所得移転経路はどのようなものかを分析する。そのため、親世代の効用関数が自分の消費と子供の所得水準の関数であるとき、親世代が家族全体の富または所得の制約の下で効用関数を最大化する問題を考える。また、代表的家計の平均所得の時間経路を用いて、それぞれのパラメーターによる定常状態の所得水準への影響、特に、親世代が子供世代への所得移転額のうち人的投資が占める比率に注目して調べる。その方法として、基本モデルについて述べた後、それを用いて世代間の所得移転経路について論議し、それを拡張して、租税及び政府の移転支出のある場合を分析する。また、それぞれの場合に世代間の変動係数の自乗を導き出し、所得不平等度への影響要因について調べる。Becker and Tomes (1979), Davis & Kuhn (1988 と 1991), Davis (1986) などの既存の研究では、人的投資と非人的移転を区別せず世代間の所得分配または所得不平等問題を分析したため、異なる性格を持つ世代間の所得移転による世代間の所得不平等問題が分析できなかった。

本稿の主な結論は、次の通りである。

第1に、親世代から子供世代への所得移転には、1つの税率が課されるものではない。非人的移転には物的富の移転課税が賦課されるし、人的投資には稼得(勤労)所得課税が賦課される。

第2に、人的投資の増加により定常状態での平均所得が増加するケースは、家族全体の富のうち子供世代の所得が占める割合が $1/2$ を越える場合である。課税を考慮すれば、その割合は $1/2$ より高くなる。

第3に、家族全体の富のうち子供世代の所得が占める割合 θ が一定の範囲では、世代間の所得移転経路の安定性は保証される。課税及び移転支出を考慮すると、安定性を保証する θ の範囲も変わる。

第4に、所得水準への攪乱項と稼得能力への攪乱項の分散が大きくなると世代間の所得不平等度は増加し、社会全体の平均稼得能力・政府の移転支出が増加すると所得不平等度は減少する。しかし、人的投資への割合・家族全体の富の中で子供世代の所得の割合の所得不平等度への効果は一意的に定まらない。

第5に、課税は定常状態での平均所得水準と所得移転経路の安定性の両方に影響を及ぼすが、政府の移転支出は定常状態への平均所得水準に対してのみ影響を及ぼす。

論文の構成は次のようである。第2節では、基本モデルについて議論し、第3節では、それを用いて世代間の所得移転経路について具体的に調べる。第4節では、政府が租税及び移転支出を行う場合の経済的な効果を扱っている。第5節で、世代間の所得不平等度を導き出し所得不平等への影響要因について調べる。

2 基本モデル

ある社会における代表的家計を考える。この家計はBecker & Tomes (1979), Davis (1986), Davis & Kuhn (1991)のモデルと同じく無性生殖(asexual reproduction)をする家計である。したがって、個々人の結合を考えなくてよい。各々の世代はただ1期だけ生存し、世代は重複しない。親

は1人の子供を生み、その子供に所得移転を行なう。すなわち人口増加がないと仮定する¹⁾。この世代間の所得移転は、子供の所得を直ちに増加させる非人的移転（例えば、子供に非人的投資として残す金融資産）と、子供の稼得能力（earnings capacity）に影響を及ぼして所得を変化させる人的投資（例えば、教育投資）とに区別される。

親の効用関数は自分の消費と子供の富（または、所得）の関数である²⁾。本モデルでは、重複しないそれぞれの世代が1期のみを生存すると想定しているので、ストック（富）とフロー（所得）とを区別しない。ここで、富または所得は子供の効用を代表する変数である。そうすると、親の効用関数は次のように書くことができる³⁾。

$$U_t = U_t(C_t, Y_{t+1}) \quad (1)$$

このとき、 C_t, Y_{t+1} は各々、親の消費と子供の富である。そして、親は子供に所得移転を行なう。全体の世代間の所得移転 B_t は、非人的移転 B_t^p と人的投資 B_t^h として構成され、それぞれ $(1-\alpha)$ と α の割合に配分される。ここでは、 α は外生的に決まり、その結果モデルの強い制約になるが、親世代から子供世代への所得移転額が人的投資の額より多く、ある要因（例えば、社会的・制度的要因など）により世代間の所得移転額における一定の割合が人的投資に割り当てられると仮定する。

すると、世代間の所得移転の関数は

$$B_t = B_t^p + B_t^h = (1-\alpha)B_t + \alpha B_t \quad (2)$$

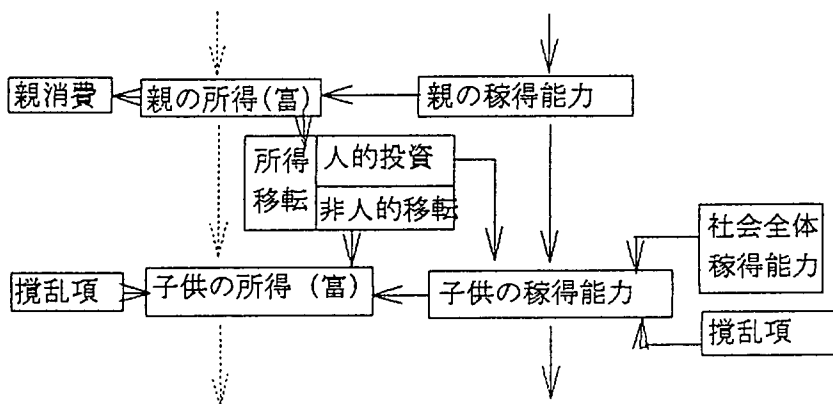
となる。このとき、人的投資の割合 α は、その収益率の関数になるだろうが、それらの収益率が一定だとすると、 $(1-\alpha)$ と α の値も一定となる。

一方、子供の所得 Y_{t+1} は非人的移転と子供の稼得能力（earnings capacity） E_{t+1} 及び、ランダム所得 u_{t+1} との合計として構成される。これらの関係を式で表すと（3）式のようになる⁴⁾。

$$Y_{t+1} = (1-\alpha)B_t + E_{t+1} + u_{t+1} \quad (3)$$

一方、子供の稼得能力は親の稼得能力と人的投資及び攪乱項 ε_{t+1} によって影響を受けると想定する。そして、人的投資は子供の稼得能力を増加させ

図1 世代間の所得または富の移転



る効果があると仮定する。また、この稼得能力には平均回帰性向 (regression towards the mean) が存在すると仮定する (Atkinson and Stiglitz (1980, 270)⁵⁾。この平均回帰性向と人的投資の稼得能力への影響を含めて、子供の稼得能力の式を、次のように表す⁶⁾。(これと似ているものとして、Becker and Tomes (1979, 1159), Atkinson and Stiglitz (1980, 271), Davis and Kuhn (1991, 326) を参照されたい。)

$$E_{t+1} = a_0 + a_1 E_t + aB_t + \varepsilon_{t+1} \quad (4)$$

ここで、 $0 < a_1 < 1$ 。この条件は家計の個別的な要因として遺伝的な影響である。 a_0 は社会全体の稼得能力を表す。等号の右側の3番目のタームは後天的な要因であり、それを通じて間接的に子供の所得を増加させる要因となる。(人的投資とその他の遺産の効果を分析したものとしては、Becker & Tomes (1986) がある。) この場合、攪乱項は互いに独立であり、攪乱項以外の変数との関係についても独立である。また、攪乱項の平均はゼロであり、一定の分散を持つ。すなわち、*i. i. d* を仮定する。このような枠組みを図で描いたものが図1である。

まず、親の所得(富)は自分の消費と子供への所得移転に分けられる。親

から子供への所得移転は、人的投資と非人的移転からなる。そのうち、非人的移転は子供の所得を直接に増加させるが、人的投資は子供の稼得能力を増加させ間接的に子供の所得を増加させる。それ以外に子供の稼得能力への影響要因として先天的な親の稼得能力、社会全体の平均的な稼得能力及び攪乱項がある。そして、子供の所得は、親からの非人的移転、自分の稼得能力及び攪乱項からなる。

このような設定の下で、分析の主な目的になるものは世代間の所得移転経路がどのように展開するか(図1で点線の部分)を調べることである。世代間の所得経路だけではなく、世代間の稼得能力及び所得移転額の動学経路についても分析できるが、本稿では世代間の所得経路に焦点を当てることにする。

さて、(4) 式を (3) に式代入すると、

$$Y_{t+1} = B_t + a_0 + a_1 E_t + \varepsilon_{t+1} + u_{t+1} \quad (5)$$

または、

$$B_t = Y_{t+1} - (a_0 + a_1 E_t + \varepsilon_{t+1} + u_{t+1}) \quad (6)$$

となる。

(5) 式をみると、子供の所得は、親からの移転額、稼得能力による所得及び偶然的な所得からなるということがわかる。しかし、この式だけでは、世代間の所得移転経路を把握できない。内生変数である B_t , E_t が (5) 式にいっしょに入っているからである。したがって、一定の関係式を利用して所得水準のみの形にして表さなければならない⁷⁾。

親の所得は自分の消費と子供への所得移転額と同じであるので、

$$C_t + B_t = Y_t \quad (7)$$

の関係にある。しかし、(1) 式の効用関数よりわかるように、親は自分の消費だけでなく、子供の所得水準からも効用を得ているので、(7) 式は家族全体の所得の制約式に書き換えなければならない。要するに、家族全体の所得の制約の下で効用関数を最大化する。この家族全体の所得の制約を導き出すため、(6) 式を親の所得構成式 (7) 式に代入して整理すると、

$$C_t + Y_{t+1} = Y_t + a_0 + a_1 E_t + \varepsilon_{t+1} + u_{t+1} \equiv S_t \quad (8)$$

が得られる。

この S_t が家族の富 (family wealth) である。したがって、親はこの家族の富を表す (8) 式の制約条件の下で、効用関数 (1) 式を最大化する。最大化の第1階条件は

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t} / \frac{\partial U_t}{\partial (Y_{t+1})} = 1 \quad (9)$$

となる⁸⁾。

もし、効用関数がホモセティックであるとする (Davis and Kuhn (1988 と 1990), Becker and Tomes (1979)), 家族全体の富 (または所得) の制約に対する親の消費と子供の所得の関係は次のような関係として表現できる。即ち、家族の富のうち一部を親が消費し、残りを子供に移転する⁹⁾。

$$C_t = (1-\theta)S_t, Y_{t+1} = \theta S_t, \text{ where } 0 < \theta < 1 \quad (10)$$

そうすると、子供の富は (8) と (10) 式により、

$$Y_{t+1} = \theta(Y_t + a_0 + a_1 E_t + \varepsilon_{t+1} + u_{t+1}) \quad (11)$$

となる。この式からわかるように、子供の所得 (富) は、家族の富のうち子供世代への移転比率、親の富、社会全体の平均稼得能力、親の稼得能力、及び稼得能力と富の攪乱タームによる影響を受ける。しかし、(11) 式の中にも稼得能力の項が含まれているので、世代間の所得移転経路を表す完全な形ではない。次の節では、子供の所得から攪乱項による影響を消去して、各世代の平均所得を用いて世代間の所得移転経路を調べることにする。

3 世代間の所得移転経路

攪乱項による影響もいっしょに考慮した世代間の所得移転経路を求めることもできるが¹⁰⁾、簡単化のために、攪乱項による影響を消去した世代間の所得移転経路についてみてみよう。まず、(11) 式の平均を取ると、

$$\bar{Y}_{t+1} - \theta \bar{Y}_t - \theta a_1 \bar{E}_t = \theta a_0 \quad (12)$$

となる。そして、(4) 式の平均を取って求めた、

$\bar{B}_t = \frac{1}{\alpha} (\bar{E}_{t+1} - a_0 - a_1 \bar{E}_t) \cdots \cdots$ (4-1) を (5) 式の平均値

$\bar{Y}_{t+1} = \bar{B}_t + a_0 + a_1 \bar{E}_t \cdots \cdots$ (5-1) に代入して整理すると、

$$\bar{Y}_{t+1} = \frac{1}{\alpha} \bar{E}_{t+1} - \frac{a_1(1-\alpha)}{\alpha} \bar{E}_t - \frac{a_0(1-\alpha)}{\alpha} \quad (13)$$

となる。そうすると、(12)、(13) 式を用いて、世代間の所得経路を求めることができる。つまり、(12) 式から $\bar{E}_t, \bar{E}_{t+1}$ を求めて、(13) 式に代入すれば、求めようとした世代間の所得移転経路 (14) 式が得られる。

$$\bar{Y}_{t+2} - [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] \bar{Y}_{t+1} + a_1(1-\alpha) \theta \bar{Y}_t = \theta a_0 \quad (14)$$

この (14) 式が分析の基本式になる。2 階の差分方程式となっているので、この差分方程式の特性根によって、世代間の所得経路が収束するかあるいは発散するかが定まる。そして、それぞれのパラメーターによる定常状態における所得水準への効果についても調べることができる。

そのため、(14) 式により定常状態あるいは時間的な意味での所得水準を求めると、

$$\bar{Y} = \frac{\theta a_0}{(1-\theta)(1-a_1) + a_1 \alpha (1-2\theta)} \quad (15)$$

となる。まず、家族の富の中で、子供の所得の割合 θ (ここでは、貯蓄率 θ と呼ぶことにしよう。) が増加すると、定常状態での所得水準は増加する。これは、(15) 式を θ に対して偏微分することによって確認できる。

$$\text{即ち, } \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} = \frac{a_0[1-a_1(1-\alpha)]}{[(1-\theta)(1-a_1) + a_1 \alpha (1-2\theta)]^2} > 0.$$

なぜならば、 $a_0 > 0, 0 < a_1 < 1, 0 < \alpha \leq 1$ であるからである。

次に、人的投資の効果について注目すると、貯蓄率の範囲によって、定常状態での所得水準への影響が異なることがわかる。これを調べるために、同じく、(15) 式を α に対して偏微分すると、

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \alpha} = \frac{-\theta a_0 a_1 (1-2\theta)}{[(1-\theta)(1-a_1) + a_1 \alpha (1-2\theta)]^2}$$

となる。

したがって、 $\theta > \frac{1}{2} \left(\theta < \frac{1}{2} \right)$ であれば、 $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \alpha} > 0 \left(\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \alpha} < 0 \right)$ である。これは、人的投資が増加することにより、定常状態での所得水準は増加(減少)するということを意味する。

要するに、自分の消費より子供の所得の割合が高い家計であるほど、人的投資の効果による定常状態での所得水準は増加する。

一方、他の要因についてみると、社会全体の稼得能力 a_0 が増加すれば、また、親からの先天的な影響 a_1 が増加すれば、定常状態での所得水準は増加する¹¹⁾。

それでは、所得移転経路とその安定性をチェックしてみよう。これは、(14) 式の補助関数を求めることによって、または特性方程式の特性根がどのような根を持つかをチェックすることにより把握できる。(14) 式の特性方程式は次のようである。

$$b^2 - A_1 b + A_2 = 0,$$

$$\text{where } A_1 \equiv [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)], A_2 \equiv a_1(1-\alpha)\theta$$

その場合、根の公式の判別式によると、

$$\begin{aligned} D &= \theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)^2 - 4a_1(1-\alpha)\theta \\ &= (\theta a_1 \alpha)^2 + 2\theta^2 a_1 \alpha + 2(\theta a_1 \alpha)(a_1(1-\alpha)) + [\theta - a_1(1-\alpha)]^2 > 0 \end{aligned} \quad (16)$$

であるので、2つの異なる実数根を持つ。2つの異なる実数の特性根を b_1, b_2 とすると、

$$b_1 + b_2 = \theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha) > 0 \quad (17)$$

$$b_1 b_2 = a_1(1-\alpha)\theta > 0, \quad b_1 b_2 \in (0, 1) \quad (18)$$

の関数が成り立つ。(17)、(18) 式からわかるように、2つの特性根の和が(+)であり、その積も(+)であるのでこれは2つの特性根が(+)であることを意味する。つまり、世代間の所得経路が振動しないということを意味する。しかし、この所得経路が発散するか収束するかは特性根の値の大きさに依存する。(18) 式で2つの特性根の積が0と1の間の値、即ち $0 < b_1 b_2 < 1$ であるので、少なくとも2つの特性根のうち1つの根は0と1の間の値を持つようになる。もし2つの特性根がともに $0 < b_1, b_2 < 1$ であれば所得経

路は収束し、1つの根が1より大きいと、発散することになる。それでは、所得移転の経路が収束するかあるいは発散するか、言い換えると安定性を持つかどうかを調べてみよう。そのためには、 $(1-b_1)(1-b_2)$ の値をチェックしてみればよい。2つの特性根 b_1, b_2 が (+) であり、2つの特性根の積が0と1の間の値、 $0 < b_1 b_2 < 1$ を持つので、 $(1-b_1)(1-b_2) > 0$ であれば、 b_1, b_2 は0と1の間の値を持つようになり、所得経路の安定性は保証される。(17)、(18)式により、

$$\begin{aligned}(1-b_1)(1-b_2) &= 1 - (b_1 + b_2) + b_1 b_2 \\ &= a_1 \alpha (1-2\theta) + (1-\theta)(1-a_1)\end{aligned}\tag{19}$$

となるので、 $0 < \theta < \frac{a_1 \alpha + 1 - a_1}{2a_1 \alpha + 1 - a_1}$ の範囲では、所得経路の安定性が保証される((19)式が (+) になる)。

そして、これまでの定常状態での所得式について論じたものに関して興味のある結果がいくつかある。すなわち、 $\theta < (1/2)$ のときには、人的投資の割合が高くなると、定常状態での所得水準は低くなるという結果であった。この場合を所得移転経路に関連づけていうと、 $\theta < (1/2)$ であれば、(19)式は (+) になる。これは特性根の範囲は $0 < b_1, b_2 < 1$ であるので、世代間の所得移転経路は安定的である。

一方、 $\theta > (1/2)$ であれば、(19)式の1番目の項が (-) になり、この (-) の値が、2番目の項の (+) の値を超えると、(19)式の値は (-) となって2つの特性根のうち1つの特性根は1より大きくなる。これは、世代間の所得移転経路が発散することを意味する。(19)式からすぐわかるように、貯蓄率 θ が1に近づくにつれ、発散する可能性は大きくなるのである¹²⁾。

4 課税及び移転支出の効果

世代間の所得移転について政府は重要な役割を担う。その主な政策手段は課税と移転支出である。本節では第2・3節で論じたモデルを用いて課税及び移転支出の経済的な効果について調べることにする。

所得移転の形態が異なる結果、親から子供への所得移転に対して同じ税金は課されない。現実的に非人的資産に課税されるものとしては資産課税になるだろうし、稼得能力の増加分に課税されるものは勤労所得税になるだろう。

ここでは、政府は非人的移転には課税できるが、人的投資には課税できないという状況を考える。しかし、これは課税の漏れではない。なぜならば、人的投資は稼得能力を増加させ、その増加に伴う稼得(勤労)所得に対して課税されるからである。

政府は非人的所得移転及び稼得(勤労)所得に対して一定率にして税金を賦課し、定額にして移転支出を行なうとする。税金は所得移転を受け取った子供世代が負担すると仮定する。そうすると、税金と移転支出を考慮した所得式は、

$$Y_{t+1} = (1-\alpha)T_B B_t + T_E E_{t+1} + G_0 + u_{t+1}, \quad (3-1)$$

$$\text{where } T_B \equiv (1-\tau_B), T_E \equiv (1-\tau_E)$$

となる。ここで、 τ_B は非人的移転の税率、 τ_E は稼得能力の収益率への税率、 G_0 は政府からの移転支出である。また、稼得能力式(4)式は、人的投資には課税されないで、そのまま成り立つ。分析のためもう一度書いておく。

$$E_{t+1} = a_0 + a_1 E_t + \alpha B_t + \varepsilon_{t+1} \quad (4)$$

すると、課税及び政府からの移転支出を考慮した子供の所得式は、(4)式を(3-1)式に代入して求めることができる。すなわち、

$$Y_{t+1} = a_2 B_t + T_E a_1 E_t + T_E a_0 + G_0 + T_E \varepsilon_{t+1} + u_{t+1}, \quad (5-1)$$

$$\text{where } a_2 \equiv (1-\alpha)T_B + \alpha T_E = T_B + \alpha(T_E - T_B)$$

が得られる。この式からわかるように、子供の所得(富)は親の所得(富)、世代間の所得移転、親の稼得能力及び稼得能力と富の攪乱タームだけではなく、税率と政府からの移転所得によっても影響を受けていることがわかる。本節の主な分析対象は、租税と移転支出による世代間の所得移転経路への効果である。

既に述べたように、たとえ人的投資に税金が課されないとしても、それが子供の稼得能力に影響を与えているから稼得能力の税率が適用されるのであ

る((5-1)式参照)。したがって、それは課税の漏れとはいえないであろう。要するに、世代間の所得移転のうち、非人的移転の部分は世代間の所得移転、税率、そして人的投資の部分は稼得(勤労)所得への税率が適用される。現実には、前者の非人的移転には、遺産税、譲与税などの資産移転課税が当てはまるだろうし、後者の稼得能力の増加分に課される税金には勤労所得税などが当てはまるだろう。

第2・3節の同じ過程を経て政府の所得再分配政策による家計の予算制約式を求めると、次のようである。

$$C_t + \frac{Y_{t+1}}{a_2} = Y_t + \frac{1}{a_2} \{T_E a_1 E_t + T_E a_0 + G_0 + T_E \varepsilon_{t+1} + u_{t+1}\} \equiv S_t^G \quad (8-1)$$

S_t^G は政府部門を考慮したときの家族の富(family wealth)である。すると、政府部門を考慮した家計の効用最大化の行動は、(8-1)式の制約の下で効用関数(1)を最大化することになる。その最適条件は

$$\frac{\partial U_t}{\partial C_t} \bigg/ \frac{\partial U_t}{\partial Y_{t+1}} = a_2 \quad (9-1)$$

となる。前と同じく、ホモセティックな効用関数における自分の消費及び子供の所得と家族の富との関係は

$$C_t = (1-\theta)S_t^G, \frac{Y_{t+1}}{a_2} = \theta S_t^G \quad (10-1)$$

である。この(10-1)式に(8-1)式を代入すると、

$$Y_{t+1} = a_2 \theta Y_t + \theta (T_E E_t + T_E a_0 + G_0 + T_E \varepsilon_{t+1} + u_{t+1}) \quad (11-1)$$

となる。(11-1)式は世代間の所得の移転経路を表しているが、この式にも、内生変数である稼得能力 E_t が含まれているので、この変数を消去して所得水準のみの関数として表さなければならない。このような状況の下で、前と同じ過程を経て世代間の所得移転経路を求めると(14-1)式となる。

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{t+2} - \left[\frac{\alpha \theta T_E a_1 + a_2^2 \theta - a_1 (1-\alpha) T_B}{a_2} \right] \bar{Y}_{t+1} + a_1 (1-\alpha) T_B \theta \bar{Y}_t \\ = \theta [(T_E a_0 + (1-a_1) G_0)] \end{aligned} \quad (14-1)$$

この(14-1)式は、課税と政府の移転支出がある場合の分析の基本式にな

る。もし税率が0であれば、 $T_E=T_B=a_2=1$ となり、(14-1)式は、(14)式に還元する。(14-1)式も2階の差分方程式となっているので、その差分方程式の特性根によって、世代間の所得経路が収束するかあるいは発散するかが定まる。そして、それぞれのパラメーターによる定常状態における所得水準への効果についても調べることができる。ここでは、課税と移転支出というパラメーターの効果に注目してみよう。そのため、定常状態での所得水準を求めると、

$$\bar{Y}^G = \frac{a_2\theta[(T_E a_0 + (1-a_1)G_0)]}{\alpha T_E a_1(1-\theta-a_2\theta) + a_2(1-a_1)(1-a_2\theta)} \quad (15-1)$$

となる。現実には、所得移転への税率と稼得(勤労)所得への税率が異なる場合が通常であろうが、簡単化のため、人的投資への税率と非人的移転への税率が等しい場合をみてみよう。

つまり、 $\tau_E=\tau_B$ (i.e. $T_E=T_B=a_2\equiv T$) である時の定常状態での所得水準は、

$$\bar{Y} = \frac{\theta[(Ta_0 + (1-a_1)G_0)]}{\alpha a_1(1-\theta-T\theta) + (1-a_1)(1-T\theta)} \quad (15-2)$$

となる。

この式からわかるように、税率が高くなると (i.e., T が低くなると)、定常状態での所得水準が低くなることがわかる。これは (15-2) 式を税率に対して偏微分して、 $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \tau} < 0$ (i.e. $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial T} > 0$) となるかどうかをチェックすればよい。計算すると、

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial T} = \frac{\theta a_0 + \theta^2 [Ta_0 + (1-a_1)G_0][1-a_1(1-\alpha)]}{[aa_1(1-\theta-T\theta) + (1-a_1)(1-T\theta)]^2} > 0$$

となるので、税率の上昇は定常状態での所得水準を低くする。

次に、政府の移転支出の定常状態での所得水準への影響について調べてみよう。(15-2)式を政府の移転支出に対して偏微分すると、

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} = \frac{\theta(1-a_1)}{aa_1(1-\theta-T\theta) + (1-a_1)(1-T\theta)}$$

となるので、 θ の範囲が、 $0 < \theta < \frac{aa_1 + 1 - a_1}{aa_1(1+T) + 1 - a_1}$ であれば政府の移転支

出の増加は定常状態での所得水準を増加させる（即ち、 $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial G_0} > 0$ となる）¹³⁾。

さて、課税と移転支出とがある場合には、貯蓄率 θ と人的投資の割合 α の所得水準への効果はどのようなようになるだろうか。

課税と移転支出がない場合と同じく、貯蓄率 θ が高くなると、定常状態での所得水準は増加する。（即ち、(15-2) 式において $\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \theta} > 0$ である。）

しかし、人的投資の定常状態における所得水準への効果については異なることになる。政府のない場合には、 $\theta > (1/2)$ ($\theta < (1/2)$) であれば、人的投資への割合が増加することにより、定常状態での所得水準は増加（減少）するという関係にあったが、政府のある場合には、その条件が変わる。要するに、 $\theta > \frac{1}{1+T}$ ($\theta < \frac{1}{1+T}$) であれば、人的投資への割合が増加することにより、定常状態での所得水準は増加（減少）するという関係に変わる。このとき、 $\frac{1}{2} < \frac{1}{1+T}$ であるので、課税する場合には、人的投資の割合が増加すると定常状態での所得水準を増加させる貯蓄率の範囲は縮小される。つまり、その範囲は $\frac{1}{2} < \theta < 1$ から $\frac{1}{1+T} < \theta < 1$ に縮小することになり、税率が高くなればなるほど、人的投資の割合が増加するにつれ定常状態での所得水準を増加させる貯蓄率の水準は、非常に高い水準に限られることになる。

さて、課税と政府の移転支出が存在ある場合は所得移転経路の安定性はどのようなだろうか。それは、前節の論議と同じく、補助関数を求めて特性方程式がどのような根を持つかをチェックすればよい。簡単化のため、 $\tau_E = \tau_B$ (i.e. $T_E = T_B = a_2 \equiv T$) であるときを調べてみよう。(14-1) 式よりその時の世代間の所得移転経路 (14-2) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{Y}_{t+1} - [\alpha\theta a_1 + T\theta + a_1(1-\alpha)]\bar{Y}_{t+1} + a_1(1-\alpha)T\theta\bar{Y}_t \\ = \theta[(Ta_0 + 1)(-a_0)G_0] \end{aligned} \quad (14-2)$$

(14-2) 式の特性方程式は、

$$b^2 - A_1b + A_2 = 0,$$

$$\text{where } A_1 \equiv [\theta a_1 \alpha + T\theta + a_1(1-\alpha)], A_2 \equiv a_1(1-\alpha)T\theta$$

となる。根の公式の判別式より、

$$\begin{aligned}
 D &= (\theta a_1 \alpha + T\theta + a_1(1-\alpha))^2 - 4a_1(1-\alpha)T\theta \\
 &= (\theta a_1 \alpha)^2 + 2\theta^2 a_1 \alpha T + 2(\theta a_1 \alpha)(a_1(1-\alpha)) \\
 &\quad + [T\theta - a_1(1-\alpha)]^2 > 0
 \end{aligned} \tag{16-1}$$

であるので、2つの異なる実数根を持つ。この2つの異なる実数の特性根 b_1, b_2 とすると、

$$b_1 + b_2 = \theta a_1 \alpha + T\theta + a_1(1-\alpha) > 0 \tag{17-1}$$

$$b_1 b_2 = T a_1(1-\alpha)\theta > 0, \quad b_1 b_2 \in (0, 1) \tag{18-1}$$

が成り立つ。課税する場合においても、2つの特性根が(+)であるので、これは世代間の所得経路が振動しないということを意味する。しかし、この所得経路が発散するか収束するかは特性根の大きさに依存する。第3節と同じく、 $(1-b_1)(1-b_2)$ の符号が(+)であれば所得経路は安定性をもつ。

$$\begin{aligned}
 (1-b_1)(1-b_2) &= 1 - (b_1 + b_2) + b_1 b_2 \\
 &= a_1 \alpha [1 - (1+T)\theta] + (1-a_1)(1-T\theta)
 \end{aligned} \tag{19-1}$$

であるので、安定性を保証するための(即ち、(19-1)式が(+)となるための) θ の範囲は、 $0 < \theta < \frac{a_1 \alpha + 1 - a_1}{a_1 \alpha(1+T) + 1 - a_1}$ である。課税のない第3節の θ の範囲に比べていうと、 $(1/2) > (1+T)$ であるので、安定性を保証する θ の範囲は大きくなる¹⁴⁾。

5 世代間の不平等度の導出とその影響要因

第5節では、世代間の平均所得が時間の経過とともに、どのように変化するかを調べる。世代間の所得変動は平均所得のみに依存するものではない。攪乱項によっても影響を受けているので、これらの要因も合わせて、世代間の所得変動がどのように現われるのかを分析する必要があるだろう。本節では、まず所得の分散を求めた後、これを定常状態の平均の自乗で割った変動係数の自乗を導き、それを所得不平等係数として利用する。そして、それによる世代間の所得不平等への影響要因を調べることにする。

1. 政府を考慮しない場合

(1) 所得の分散の導出

分散の式を求めるためには、第3・4節とは違って平均値を取らないで計算すればよい。まず、(4)式から変形した

$$B_t = \frac{1}{\alpha}(E_{t+1} - a_0 - a_1 E_t - \varepsilon_{t+1}) \quad (4-2)$$

を(5)式に代入して整理すると次のようになる。

$$Y_{t+1} = \frac{1}{\alpha} E_{t+1} + a_1 \left(\frac{\alpha-1}{\alpha} \right) E_t + a_0 \left(\frac{\alpha-1}{\alpha} \right) + \frac{\alpha-1}{\alpha} \varepsilon_{t+1} + u_{t+1} \quad (11-2)$$

また、(11)式から E_{t+1} , E_t を求めてこの(11-2)式に代入して整理すると、攪乱項を考慮した所得移転経路の動学方程式(14-2)が得られる。

$$\begin{aligned} Y_{t+2} - [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] Y_{t+1} + a_1(1-\alpha) \theta Y_t \\ = \theta a_0 + \theta \varepsilon_{t+2} + \theta u_{t+2} - a_1 \theta u_{t+1} \end{aligned} \quad (14-2)$$

(14-2)式に平均を取ると、第3節で導出した平均所得経路(14)式と同じであることがわかる。

この(14-2)式の定常状態での分散を求めると、(20)式のようになる¹⁵⁾。

$$\text{var}(Y) = \frac{\theta^2 [1 + a_1(1-\alpha)\theta] [\text{var}(\varepsilon) + (1+a_1^2)\text{var}(u)]}{1 + a_1(1-\alpha)\theta [1 + \theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]} \quad (20)$$

(2) 変動係数の自乗(所得不平等度の導出)

(20)式の分散式を平均式(15)式の自乗をもって割ると、求めようとした変動係数の自乗を求めることができる。その結果が(21)式である。

$$(cv)^2 =$$

$$\frac{[(1-\theta)(1-a_1) + a_1 \alpha (1-2\theta)]^2 [1 + a_1(1-\alpha)\theta] [\text{var}(\varepsilon) + (1+a_1^2)\text{var}(u)]}{a_0^2 [1 + a_1(1-\alpha)\theta [1 + \theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]]}$$

(21)

(21)式によって世代間の所得不平等度に影響を与える要因が分析できる。まず、稼得能力の攪乱項 ε と所得水準の攪乱項 u の分散が大きければ大きいほど、世代間の所得不平等度は大きくなる。次に、社会全体の稼得能力 a_0

が増加すると所得不平等度は減少する。しかし、人的投資への割合 α 、家族の富のうち子供への所得移転割合 θ 、及び親世代からの先天的な影響 a_1 の所得不平等度への影響は、増加させる要因なのか減少させる要因なのかは一意的にいえない。このようなパラメーターについてはシュミレーション分析により詳しく調べることができると考えられるが、本稿ではシュミレーション分析は行なわない。

2. 政府を考慮する場合

(1) 所得の分散の導出

課税と政府からの移転支出が存在する場合も、それらのない場合と同様の過程で世代間の所得移転経路を求めることができる。ここでも、簡単化のために、非人的移転への税率と稼得(勤労)所得への税率が同じである場合(即ち、 $\tau_E = \tau_B = \tau$, i.e. $T_E = T_B = T$ である場合)の世代間の所得移転経路について論ずることとする。このときの所得経路は(14-3)である。

$$\begin{aligned} Y_{t+2} - [\theta a_1 \alpha + T\theta + a_1(1-\alpha)]Y_{t+1} + Ta_1(1-\alpha)\theta Y_t \\ = \theta[Ta_0 + (1-a_1)G_0] + T\theta\epsilon_{t+2} + \theta u_{t+2} - a_1\theta u_{t+1} \end{aligned} \quad (14-3)$$

(14-3) の定常状態での分散は、

$$\text{var}(Y^G) = \frac{\theta^2[1+a_1(1-\alpha)T\theta][T^2\text{var}(\epsilon) + (1+a_1^2)\text{var}(u)]}{1+a_1(1-\alpha)T\theta[1+\theta a_1\alpha + T\theta + a_1(1-\alpha)]} \quad (20-1)$$

となる¹⁶⁾。

(2) 変動係数の自乗(所得不平等度の導出)

(20-1) の分散式を平均式(15-2)式の自乗をもって割ると変動係数の自乗、即ち世代間の所得不平等度が得られる。

$$\begin{aligned} (cv^G)^2 = \\ \frac{[(1-T\theta)(1-a_1) + a_1\alpha(1-\theta-T\theta)]^2[1+a_1(1-\alpha)T\theta][T^2\text{var}(\epsilon) + (1+a_1^2)\text{var}(u)]}{[Ta_0 + (1-a_1)G_0]^2[1+a_1(1-\alpha)T\theta[1+\theta a_1\alpha + T\theta + a_1(1-\alpha)]]} \end{aligned} \quad (21-1)$$

政府の移転支出 G_0 と税率 T を除いた他のパラメーターの所得不平等度へ

の方向は同じであるから、 G_0 と T の所得不平等度への影響についてみてみる。まず、政府の移転支出 G_0 が増加すると変動係数の自乗は小さくなる。しかし、税率 T の変動係数の自乗への影響は、一方ではそれを増加させる要因、他方では減少させる要因となるので、一意的にいえない。したがって、税率についてのより詳しい分析もシミュレーション分析に依存すると考えられる。

6 終わりに

世代間の所得移転においてはその移転の形態が異なるケース、すなわち、人的投資と非人的移転がともに存在するケースが通常であると考えられる。本稿では、そのような世代間の所得移転に関するモデルを設定して、時間経路に従う世代間の所得移転経路と、その不平等問題を扱った。世代間の所得移転が、人的投資と非人的移転としてなされると想定して世代間の所得分配問題を分析したことは既存の研究にはあまりみられない。

世代間の所得移転があるとき、政府は非人的移転については税金を課することができるが、人的投資に対しては直ちに税金を課することはできないと仮定する。しかし、直ちに人的投資に対して課税ができないとしても、それは、課税の漏れとはいえない。なぜならば、親の子供への人的投資は、子供の稼得能力を増加させ、その増加により稼得（勤労）所得の増加をもたらすと、増加した所得に対して勤労所得税が課されるからである。つまり、非人的移転額と稼得能力による所得に対してそれぞれ異なった税率が課されるようになる。

課税及び政府からの移転支出を考慮しない場合、人的投資の割合 α の増加が定常状態での所得水準を増加させるケースは、全体の家族の富のうち子供の所得の割合 θ が $1/2$ より大きいケースである。そして、所得移転経路は θ が一定の範囲で安定性を持つ。

政府が所得の移転額及び稼得（勤労）所得に対して一定率で課税した場合、課税のない場合に比べて、一定率の税率賦課は定常状態での所得を減少させ

る効果がある。課税を考慮する場合、人的投資の割合の増加が定常状態での平均所得を増加させるためには、全体の家族の富のうち子供の所得の割合 θ が政府のない経済に比べてさらに高い経済でなければならない。ところが、政府からの移転支出は、安定性が保証される限り定常状態での所得水準を増加させる効果がある。

そして、世代間の所得不平等については、変動係数の自乗を求めて、それに影響を与える要因を調べた。まず、所得の移転額及び攪乱項の分散そのものが大きくなると、世代間の所得不平等度は大きくなる。次に、社会全体の稼得能力が増加すると所得不平等度は減少する。しかし、人的投資への割合、家族の富のうち子供への所得移転割合、及び親世代からの先天的な影響は所得不平等度に対して増加と減少の要因なので増加要因になるか減少要因になるかは一意的にいけない。このようなパラメーターについてのより詳しい分析はシミュレーション分析が必要であると考えられる。一方、政府の移転支出 G_0 が増加すると世代間の所得不平等は小さくなる。しかし、税率 T の変動係数の自乗への影響も、増加・減少どちらの要因となるかは一意的にいけないので、これについてもシミュレーション分析が必要であると考えられる。

参 考 文 献

Atkinson, Anthony B. (1980) 'Inheritance and the redistribution of wealth.' G. M. Heal and G. A. Hughes, eds, *Public Policy and the Tax System* (London: Allen and Urwin).

Atkinson, Anthony B. and A. J. Harrison (1978) *Distribution of personal wealth in Britain* (Cambridge: Cambridge Univ.).

Atkinson, Anthony B. and J. E. Stiglitz (1980) *Lectures on Public Economics*, (Singapore: McGraw-Hill).

Becker, Gary S. and Nigel Tómes (1979) 'An Equilibrium theory of the distribution of income and intergeneration mobility.' *Journal of Political Economy* 87, 1153-89.

Becker, Gary S. and Nigel Tómes (1986) 'Human capital and the rise and fall of families', *Journal of Labor Economics*, 4, No. 3, s 1-s 39.

Davis, James B. (1986) 'Does redistribution reduce inequality?' *Journal of Labor Economics* 4, 538-69.

Davis, James B. and Peter J. Kuhn (1988) 'Redistribution, Inheritance, and Inequality: An Analysis of Transitions.' in Denis Kessler and Andre Masson eds, *Modelling the Accumulation and Distribution of Wealth* (Oxford: Clarendon Press).

Davis, James B. and Peter J. Kuhn (1991) 'A Dynamic model of redistribution, inheritance, and inequality.' *Canadian Journal of Economics*, XXIV, No. 2, 324-344.

Mincer, Jacob (1974), *Schooling, Experience and Earnings*, New York: Columbia Univ.

Stiglitz, J. E (1969), 'Distribution of income and wealth among individuals.' *Econometrica*, 37, 382-397.

Stiglitz, J. E (1978) 'Education, Taxation and the Inheritance' in Wilhelm Krelle and Anthony F. Shorrocks, eds, *Personal Income Distribution* (Amsterdam: North-Holland).

〈補論〉分散式の導出

分散を取る基本式は (14-2) 式である.

$$\begin{aligned} Y_{t+2} - [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]Y_{t+1} + a_1(1-\alpha)\theta Y_t \\ = \theta a_0 + \theta \varepsilon_{t+2} + \theta u_{t+2} - a_1 \theta u_{t+1} \end{aligned} \quad (14-2)$$

この (14-2) 式の定常状態での分散を求めよう.

(14-2) に分散を取ると,

$$\begin{aligned} \text{var}(Y_{t+2}) + [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]^2 \text{var}(Y_{t+1}) + [a_1(1-\alpha)\theta] \text{var}(Y_t) \\ - [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] \text{cov}(Y_{t+2}, Y_{t+1}) \\ - [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] [a_1(1-\alpha)\theta] \text{cov}(Y_{t+1}, Y_t) \\ + [a_1(1-\alpha)\theta] \text{cov}(Y_{t+2}, Y_t) \\ = \theta^2 \text{var}(\varepsilon_{t+2}) + \theta^2 \text{var}(u_{t+2}) + (a_1 \theta)^2 \text{var}(u_{t+1}) - a_1 \theta^2 \text{cov}(u_{t+2}, u_{t+1}) \end{aligned} \quad (A 1)$$

求めようとするものは定常状態での分散であり, また, 攪乱項が相互に独立であると仮定しているので,

$$\begin{aligned} \text{var}(Y_{t+2}) = \text{var}(Y_{t+1}) = \text{var}(Y_t) = \text{var}(Y), \text{cov}(Y_{t+2}, Y_{t+1}) = \text{cov}(Y_{t+1}, Y_t) \\ \text{var}(u_{t+2}) = \text{var}(u_{t+1}), \text{cov}(u_{t+2}, u_{t+1}) = 0 \end{aligned}$$

である. また,

$$\text{cov}(Y_{t+2}, Y_{t+1})$$

$$\begin{aligned}
&= \text{cov}([\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]Y_{t+1} - a_1(1-\alpha)\theta Y_{t+1} + \theta a_0 + \theta \epsilon_{t+2} + \theta u_{t+2} \\
&\quad - a_1 \theta u_{t+1}, Y_{t+1}) \\
&= [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] \text{var}(Y_{t+1}) - a_1(1-\alpha)\theta \text{cov}(Y_{t+1}, Y_t)
\end{aligned}$$

hence,

$$\text{cov}(Y_{t+2}, Y_{t+1}) = \text{cov}(Y_{t+1}, Y_t) = \frac{[\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]}{[1 + a_1(1-\alpha)\theta]} \text{var}(Y_{t+1}) \quad (\text{A } 2)$$

また,

$$\begin{aligned}
&\text{cov}(Y_{t+2}, Y_t) \\
&= \text{cov}([\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]Y_{t+1} - a_1(1-\alpha)\theta Y_{t+1} + \theta a_0 + \theta \epsilon_{t+2} \\
&\quad + \theta u_{t+2} - a_1 \theta u_{t+1}, Y_t) \\
&= [\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)] \text{cov}(Y_{t+1}, Y_t) - a_1(1-\alpha)\theta \text{var}(Y_t)
\end{aligned} \quad (\text{A } 3)$$

したがって、(A 2) を (A 3) に代入して整理すると、

$$\text{cov}(Y_{t+2}, Y_t) = \left\{ \frac{[\theta a_1 \alpha + \theta + a_1(1-\alpha)]^2}{[1 + a_1(1-\alpha)\theta]} - a_1(1-\alpha)\theta \right\} \text{var}(Y) \quad (\text{A } 4)$$

すると、(A 2)、(A 4) を (A 1) に代入して整理すると、定常状態での所得水準の分散式 (20) 式が得られる。

今までの分散式の導出と同じ過程を経て、課税と政府からの移転支出が存在する場合の分散式 (20-1) 式も求めることができる。

*本稿を作成するためにあたって、石弘光教授、野口悠紀雄教授、田近栄治教授、及びゼミの方々から貴重なコメントをいただいた。紙面を借りて御礼を申し上げたい。また、匿名のレフェリーのコメントは本稿の作成において非常に勉強になった。匿名のレフェリーの方々にも深く感謝の意を表したい。また本稿の記述に関する一切の責任は、筆者が負うものである。

- 1) 人口増加がある場合は、すなわち、 n 人の子供を生む場合には、下の (1) の効用関数を、 $nY'_{t+1} = Y_{t+1}$ 、(Y'_{t+1} は、子供 1 人あたりの所得水準) にして議論すればよい。Davis & kuhn (1991) 参照。
- 2) Becker & Tomes (1979) のモデルでは、親の効用関数は自分の消費と子供全体への遺産の関数である。本分析のような効用関数としては、Davis & kuhn (1991) のものがある。一方、Becker & Tomes (1979) のモデルでは、子供への全体の移転額を分けずに分析している。
- 3) 効用関数を $U_t = U_t(C_t, C_{t+1})$ の形にして親世代の消費と子供世代の消費についても分析することができるが、ここで分析の主な目的となるのは世代間の所得移

転経路であるので、効用関数を $U_t = U_t(C_t, Y_{t+1})$ のように表した。このような効用関数については、Davis & Kuhn (1988 と 1991) がある。一方、ここで、効用関数を、(1) 式のように一般化した形で書いたが、後述の論議と関連していうと非常に制約された効用関数を持つ。例えば、コブ・ダラス型の効用関数である $U_t = C_t^{1-\beta} Y_t^\beta$ の形でよい。ここでは、このような homogeneous な効用関数を含んだ homothetic な効用関数を仮定しており、明記しなくても議論の展開に差し支えないと考えられるので (1) 式のように表した。

- 4) もともと (3) 式は、 $Y_{t+1} = (1-\alpha)B_t + w_{t+1}E_{t+1} + u_{t+1}$ (ここで、 w_{t+1} は子供の稼得能力における収益率を表す) となるが、一般性を失うことなく $w_{t+1} = w_t = 1$ だとすると (3) 式のようになる。
- 5) 平均回帰性向は、時間の経過とともに人々の能力が平均に向かう性向をいう。これは、Atkinson & Stiglitz (1980) によると遺伝的な過程によって生じるという。たとえば、平均以上の父と平均以下の母が結婚して産んだ子供の能力は平均に近いと推測できる。ところが、class marriage はこの平均回帰性向を遅らせる要因になるであろう。
- 6) 親から子供への所得移転をすべて人的投資に「移転」をあてれば、それは将来にわたって所得効果を持つようになり、親世代から子供世代へのすべての所得移転を人的投資に割り当てようとする誘因を持つ。本モデルでは、既に述べたように、強い制約として所得移転のうち人的投資の割合 α を一定の値にして外生的に扱っている。このように扱う理由は、 α の外生的な変化により、定常状態での所得水準がどのように変わるかを調べるのが本稿の重要な部分であるからである。
- 7) すなわち、所得水準の差分方程式として表さなければならない。
- 8) これに似た効用関数の最大化の問題については、Becker & Tomes (1979, 1157), 及び Davis & Kuhn (1991) を参照されたい。
- 9) 従って子供の所得と親の消費との関係は、 $Y_{t+1} = \theta / (1-\theta) C_t$ の関係にある。
- 10) 攪乱項による影響も考慮した世代間の所得移転経路は第5節で調べる。
- 11) 親からの先天的な要因 a_1 などによる定常状態での平均所得水準への影響は、当該パラメーターに対して偏微分してそれぞれの符号を調べることにより確認できる。
- 12) 所得の移転経路が発散する貯蓄率の範囲は $1 > \theta > \frac{a_1\alpha + 1 - a_1}{2a_1\alpha + 1 - a_1}$ である。
- 13) この θ の範囲は、後述するように、安定性を保証する θ の範囲と一致するので、安定性を保証するかぎり、政府支出の増加は定常状態の所得水準を増加させる。

- 14) 課税を考慮する場合, 所得の移転経路が発散する貯蓄率の範囲は, $1 > \theta > \frac{a_1\alpha + 1 - a_1}{a_1\alpha(1+T) + 1 - a_1}$ である.
- 15) 分散式を導き出す過程については〈補論〉を参照されたい.
- 16) この場合の分散式の導き出す過程についても〈補論〉を参照されたい.

(一橋大学大学院博士課程)