資源配分メカニズムの操作可能性

坪沼秀昌

一　序

我々は通常、ある資源配分メカニズムの効率性等について議論する際、すべての経済主体はその資源配分メカニズムによって規定される行動ルールに従うことを前提としてきた。ところが公共財経済におけるフリーライダー問題がサミュエルソンによって指摘されたのを契機として、その大前提に対する疑問が近年になって盛んに投げかけられるようになった。すなわち、資源配分メカニズムを経済的環境——消費者の選好、初期保有量、生産可能性等——に対してある配分を対応させる一つの対応関係としてみる時、この経済的環境を構成する各経済主体の特性が各経済主体に分散して保有されている私的な情報であることから、我々は各経済主体をプレイヤー、各経済主体の特性の報告を戦略とするようなゲーム的な状況下に置かれていると考えるべきなのである。このような考え方は Hurwicz〔4〕によって最初に理論的に定式化された。彼は真の特性の表明がドミナント均衡となるような資源配分メカニズムをインセンティブ・コンパティブルなメカニズムと名付け、私的財経済においてパレート最適かつ個別合理的、すなわち、すべての経済主体を初期状態よりも良くするような配分メカニズムでインセンティブ・コンパティブルなものは存在しないことを示した。その後、この研究分野は急速に多様な展開をみせ、資源配分メカニズムのパフォーマンスに対する要求を弱めるか、あるいはインセンティブ・コンパティブル

の条件をより弱い均衡概念によって置き換えることにより、様々な可能性及び不可能性が示されるに至っている。

本論文においては、ある資源配分メカニズムが与えられたとき、その下での上に述べたような各経済主体の特性の報告を戦略とするゲームを考え、そのゲームの均衡においていかなるパフォーマンスが実現されるのかを考察する。なお本論文においては経済主体の特性のうち、消費者の選好のみを他の経済主体に観察不可能な私的情報として取り上げ、上で述べたようなゲームを選好歪曲ゲームと呼ぶことにする。

本論文の構成は以下の通りである。まず第二節において問題の一般的定式化といくつかの定義及び記号を述べ、第三節においては、私的財のみの純粋交換経済を考え、特に競争価格メカニズムに着目し、そこでの選好歪曲ゲームの均衡においていかなる配分が実現されるかを考察し、第四節においては公共財経済を取り上げ、パフォーマンスとしては公平な配分を要求し、公平な配分を目的として設計された資源配分メカニズムの下での選好歪曲ゲームの均衡において実際に公平な配分が実現され得るのか否かを検討する。

二　記号と定義

我々はn人の消費者から成る経済を考え、経済は次の要素によって記述されるものとする。すなわち、消費者iの消費集合X_i、初期保有量$\omega_i \in X_i$、選好関係R_i、及び経済全体の生産可能性集合Zである。さらに、$\mathcal{R}_i$を消費者iの可能な選好関係の集合とし、Eで可能な経済全体の集合を表わすものとする。なお、以下ではX_i、ω_i、$\mathcal{R}_i$、Zは共通の知識であると仮定する。さらに我々は以下では次のように特定化された経済e^0を現実の経済として前提する。

$$e^0=\langle (X_i, R_i^0, \omega_i)_{i=1,\dots\dots,n}, Z\rangle \in E$$

上の仮定の下で、資源配分メカニズムは経済の共通の知識である特性を固定して、消費者の可能な特性の集合の直積 $\mathcal{R}=\mathcal{R}_1\times\cdots\cdots\times\mathcal{R}_n$ から消費集合の直積 $X=X_1\times\cdots\cdots\times X_n$ への対応Φとして表わされる。

一つの資源配分メカニズムΦが与えられると我々は次のようなゲームGに直面する。

$$G=((\mathcal{R}_i, R_i^0)_{i=1,\dots\dots,n}, \Phi)$$

ここで、Gを$\mathcal{R}_i$を消費者iの戦略集合、$R_i^0 \in \mathcal{R}_i$を消費

者iの真の選好、Φを結果関数とするゲームとみなしたいのであるが、実際にはΦは対応であるから、ここで考えられるゲームは通常のゲームとは異なる。そこで、このようなゲームGにおける適切な均衡概念を新たに定義する必要がある。そのような試みの一つとして、通常のNash均衡の概念を拡張したものがOtani-Sicilian〔8〕、Sobel〔9〕、Thomson〔11〕等によって考えられている。それは次のように定義される。

定義[1]

$(R^*, x^*)\in\mathcal{R}\times X$は次の条件を満たすとき選好歪曲ゲーム$G$の Nash 均衡。

(i)　$x^*\in\Phi(R^*)$

(ii)　$x_i^* R_i^0 x_i$　for $\forall R_i\in\mathcal{R}_i$, and $\forall x_i\in\Phi^i(R_i, R_{-i}^*)$

ここで、$R^*=(R_1^*, \ldots\ldots, R_n^*)$、$x^*=(x_1^*, \ldots\ldots, x_n^*)$、$\mathcal{R}=\mathcal{R}_1\times\cdots\cdots\times\mathcal{R}_n$, $X=X_1\times\cdots\cdots\times X_n$, $R_{-i}^*=(R_1^*, \ldots\ldots, R_{i-1}^*, R_{i+1}^*, \ldots\ldots; R_n^*)$で、$\Phi^i$は$pr_i$を第$i$座標への射影として、$\Phi_i=pr_i\circ\Phi$。

この定義において、(i)は配分x^*が選好プロフィールR^*のもとで配分メカニズムΦによって達成可能であることを示し、(ii)は消費者iが他の消費者の選好プロフィールR_{-i}^*を所与として、R_i^*以外の選好R_iを報告したとき、Φによって達成される配分が自分に最も有利になろうとも、なおR_i^*を報告して配分x^*が達成された場合よりも高い効用水準を達成できないことを示す。

三　競争価格メカニズム

本節においては私的財がL個存在する純粋交換経済を考察の対象とする。ここでは、$X_i=R_+^L$, $\omega_i>0, i=1, \ldots, n$と仮定する。また、$\bar{\mathcal{R}}_i\subset\mathcal{R}_i$を完全、弱単調的$(x, y\in R_+^L, x\geqq y\Longrightarrow xR_iy)$、凸かつ連続な$R_+$上の選好擬順序の集合とし、$\Delta=\left\{p\in R^L \mid p\geqq 0, \sum_{j=1}^{L} p_j=1\right\}$を価格空間とする。

各価格$p\in\Delta$に対して消費者iの予算集合を

$$B_i(p)=\{x\in X_i \mid p.\, x\leqq p\cdot\omega_i\}$$

で表わすと、消費者iの選好$R_i\in\mathcal{R}_i$に対して需要対応

$$\xi_i(\cdot\,;R_i):\Delta\longrightarrow X_i$$

は次のように定義される。すなわち、$p\in\Delta$に対して

$$\xi_i(p;R_i)=\{x\in B_i(p)|xR_iz_i \text{ for } \forall z_i\in B_i(p)\}$$

以上の準備の下で競争価格メカニズム

$$W:\mathcal{R}\longrightarrow X$$

は次のように定義される。すなわち，$R\in\mathcal{R}$ に対して(2)

$$W(R)=\left\{x\in X\middle|\sum_{i=1}^{n}x_i\leqq\sum_{i=1}^{n}\omega_i,\ \text{ある}\ p\in\varDelta\right.$$
$$\left.\text{に対して}\ x_i\in\xi_i(p;\ R_i),\ i=1,\cdots\cdots,n\right\}$$

我々は以下でこの競争価格メカニズム W の下での選好歪曲ゲーム $G^W=((\bar{\mathcal{R}}_i, R_i^0)_i=1,\cdots\cdots n, W)$ を考える。

まず，前節で定義した Nash 均衡の下ではゲーム G^W における Nash 均衡配分の特徴付けが Otani-Sicilian 〔8〕においてなされている。

定理（Otani-Sicilian 〔8〕）

(1) $x^*=(x_1^*,\cdots\cdots,x_n^*)\in W(R^0)$ はゲーム $G^W=((\bar{\mathcal{R}}_i, R_i^0)_i=1,\cdots\cdots,W)$ の Nash 均衡として実現される。すなわち，(R^*,x^*) が G^W の Nash 均衡となるような選好プロフィール $R^*=CR_1^*,\cdots\cdots,R_n^*)\in\bar{\mathcal{R}}$ が存在する。

(2) 初期配分 $\omega=(\omega_1,\cdots\cdots,\omega_n)$ はゲーム G^W の Nash 均衡として実現される。すなわち，$(\hat{R},\omega)$ が G^W の Nash 均衡となるような $\hat{R}\in\bar{\mathcal{R}}$ が存在する。

(3) $n=2$ とし，R_i^0 を強単調 $(x,y\in R_+{}^L, x\geqq y, x\neq y\Longrightarrow(xR_i^0y)$ かつ $\neg(yR_i^0x))$ な選好とする。このとき x^* は $x^*\in\mathrm{La}$ のときそしてそのときにのみゲーム $G^W=((\bar{\mathcal{R}}_i, R_i^0)_i=1,\cdots\cdots,n,W)$ の Nash 均衡。

ここで

$$\mathrm{La}=L\cap A$$
$$A=\{x\in X|x_1+x_2=\omega_1+\omega_2\}$$
$$L=L^1\times L^2$$
$$L^i=[\lambda\omega_i+(1-\lambda)x_i|x_2\in\{\xi_i(p;R_i^0)p\ni\varDelta\},\lambda\in[0,1]]$$

この定理より，競争価格メカニズムの下での Nash 均衡においては真の選好に対応する競争価格均衡も達成されるが，それ以外の非効率的な配分も達成され得ることがわかる。すなわち，(2)より初期配分も Nash 均衡として実現され，(3)より消費者が二人の場合には二人のオファーカーブに囲まれた部分に属する配分はすべて Nash 均衡として実現可能なのである。

ところで Nash 均衡を取り上げることは我々が考察し

ている問題の枠組の中で果して適切であろうか。通常 Nash 均衡概念を正当化する理由付けとして二つのものがあげられている。[3] 一つはゲームが行なわれる時点において完全情報を仮定するものであり、もう一つは、Nash 均衡をある調整プロセスの均衡点としてとらえるものである。第一の理由付けを正当化する議論は次のようなものである。もしすべての経済主体の特性を中央の経済計画当局者も知っているならば、それに基づいて最適な配分を実現できる。しかし、民主的な社会においては資源配分ルールは個々の経済主体の特性が知られる前にあらかじめ決定されていなければならない。そして我々はその配分ルールとして競争価格メカニズムを取り上げたのである。よって実際に競争価格メカニズムが特定の経済に適用されるとき、その経済の各経済主体が他の経済主体の特性を知っていると仮定しても問題の意義は失なわれない。しかしながら、各経済主体の特性が私的情報であるという性質上この解釈には困難が伴なう。また、第二の解釈に関しては、実際に Nash 均衡に至る調整プロセスを構成しなければ意味が無く、たとえそのようなものが見つかったとしても、各経済主体がプロセスの進行に伴って他の経済主体の特性に関して新たな情報を得る等の複雑な問題が生じる。そこで我々は解概念を弱めて、各経済主体が他の経済主体の特性に関して完全に無知であり、それ故、最も悲観的な予想をするものとして各経済主体がマクシミン戦略をとる場合、いかなる配分が実現され得るかを考察する。

まず、選好関係R_iは効用関数 $U_i: X_i \longrightarrow R$ によって表わされるものとし、$\mathcal{U}_i$を単調的 $(x, y \in X_i, x>y \Longrightarrow U_i(x)>U_i(y))$ かつ擬凹かつ連続な効用関数からなる消費者iの可能な効用関数の集合、$U_i^0 \in \mathcal{U}_i$ を消費者iの真の効用関数とする。このとき消費者iのマクシミン戦略を次のように定義する。

定義

(1)　$U_i^* \in \mathcal{U}_i$ は次の条件を満たすとき消費者iのゲーム $G=((\mathcal{U}_i, U_i^0)_i=1, \cdots\cdots, n, \Phi)$ のマクシミン戦略。

$$\inf_{U_{-i} \in \mathcal{U}_{-i}} \inf_{x_i \in \Phi_i(U_i^*, U_{-i})} U_i^0(x_i) \geqq \inf_{U_{-i} \in \mathcal{U}_{-i}} \inf_{x_i \in \Phi_i(U_i, U_{-i})} U_i^0(x_i) \quad \text{for } \forall U_i \in \mathcal{U}_i$$

ここで $U_{-i}=(U_1, \cdots\cdots, U_{i-1}, U_{i+1}, \cdots\cdots, U_n) \in \mathcal{U}_{-i}$

$$=\mathcal{U}_1\times\cdots\cdots\times\mathcal{U}_{i-1}\times\mathcal{U}_{i+1}\times\cdots\cdots\times\mathcal{U}_n$$

(2)　$U^*=(U_1^*,\ \cdots\cdots,\ U_n^*)\in\mathcal{U}(=\mathcal{U}_1\times\cdots\cdots\times\mathcal{U}_n)$ は各 U_i^* がゲーム $G=((\mathcal{U}_i,\ U_i^*)_{i=1,\cdots\cdots,n},\ \Phi)$ のマクシミン戦略であるときゲーム G のマクシミン均衡であるという。

すなわち、$U_i^*\in\mathcal{U}_i$ がマクシミン戦略であるというのは、消費者 i が報告するいかなる効用関数 $U_i\in\mathcal{U}_i$ に対しても他の消費者の効用関数 U_{-i} と選好プロフィール $(U_i,\ U_{-i})$ の下で Φ によって達成される配分が消費者 i にとって最も不利になるようなものであるということを想定した上で、$U_i^*\in\mathcal{U}_i$ を報告することが最適であることを意味する。

次の定理は競争価格メカニズムに対応する選好歪曲ゲームにおけるマクシミン戦略の特徴付けを行なう。

定理1

ゲーム $G^W=((\mathcal{U}_i,\ U_i^0)_{i=1,\cdots,n},\ W)$ において、$U_i^*\in\mathcal{U}_i$ が消費者 i のマクシミン戦略であるための必要十分条件は

$$\bigcup\{\xi_i(p;U_i^*)|p\in\Delta\}\subset\{x_i\in X_i|U_i^0(x_i)\geqq U_i^0(\omega_i)\}$$ [4]

証明

(1)　必要性

ある $\hat{p}\in\Delta$ とある $\hat{x}_i\in\xi_i(\hat{p};U_i^*)$ に対して

$$U_i^0(\hat{x}_i)<U_i^0(\omega_i)$$

と仮定する。この $\hat{p}$ に対して他の消費者の効用関数を次のようにおく。

$$\hat{U}_j(x_j)=\hat{p}x_j,\qquad j=1,\ \cdots\cdots,\ n,\ j\neq i$$

次に、U_i^* の単調性から $\hat{p}\hat{x}_i=\hat{p}\omega_i$。ゆえに、

$$\hat{p}\sum_{j\neq i}\omega_j=\hat{p}\left(\sum_{j=1}^n\omega_j-\hat{x}_i\right)$$

ここで $j=1,\ \cdots\cdots,\ n,\ j\neq i$ に対して

$$\hat{x}_j=\frac{\hat{p}\omega_j}{\hat{p}\sum_{j\neq i}\omega_j}\left(\sum_{j=1}^n\omega_j-\hat{x}_i\right)$$

とおく。このとき明らかに

$$\hat{x}=(\hat{x}_1,\ \cdots\cdots,\ \hat{x}_i,\ \cdots\cdots,\ \hat{x}_n)\in W(U_i^*,\ \hat{U}_{-i})$$

ところが競争均衡の個別合理性から

$$\inf_{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}}\ \inf_{x_i\in W_i(U_i^0,U_{-i})}U_i^0(x_i)\geqq U_i^0(\omega_i)$$

従って、

$$\inf_{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}}\ \inf_{x_i\in W_i(U_i^0,U_{-i})}U_i^0(x_i)>\inf_{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}}\ \inf_{x_i\in W_i(U_i,U_{-i})}U_i^0(x_i)$$

よってU_i^*がが消費者iのマクシミン戦略であることに矛盾。

(2)　十分性

他の消費者 $j=1, \cdots\cdots, n, j \neq i$ の効用関数を次のようなものとする。

$$\bar{U}_j(x_j)=\min_l\left\{\frac{x_{j1}}{\omega_{j1}}, \cdots\cdots, \frac{x_{jl}}{\omega_{jl}}, \cdots\cdots, \frac{x_{jL}}{\omega_{jL}}\right\}$$

このとき任意の $U_i \in \mathcal{U}_i$ に対して

$$\omega \in W(U_i, \bar{U}_{-i})$$

なぜならば、消費者iの初期保有ω_iを通る効用関数U_iに対応する無差別曲面のω_iにおける支持超平面の法線ベクトルを正規化したものを価格ベクトルとすれば、この価格の下でωは$(U_i, \bar{U}_{-i})$に対する競争均衡となることは明らかである。

ところが、

$$\cup\{\xi_i(p;\ U_i^*)|p \in \Delta\} \subset \{x_i \in X_i | U_i^0(x_i) \geq U_i^0(\omega_i)\}$$

であれば

$$\inf_{U_{-i} \in \mathcal{U}_{-i}} \inf_{x_i \in W_i(U_i^*, U_{-i})} U_i^0(x_i) \geq U_i^0(\omega_i)$$

よってU_i^*はマクシミン戦略。

証明終

次に定理1より競争価格メカニズムの下での選好歪曲ゲームにおけるマクシミン均衡の特徴付けを与える次の定理が直接導き出せる。

定理2

$$A=\left\{x \in X \middle| \sum_{i=1}^n x_i=\sum_{i=1}^n \omega_2\right\}, I_i=\{x_i \in X_i | U_i^0(x_i) \geq U_i^0(\omega_i)\}$$ とおく。このとき

$\{W(U)|U=(U_1, \cdots\cdots, U_n)$ はゲーム $G^W=(\mathcal{U}_i, U_i^0)_{i=1, \cdots\cdots, n}, W)$ のマクシミン均衡$\} \subset A \cap (I_1 \times \cdots\cdots \times I_n)$

すなわち、競争価格メカニズムの下で各消費者がマクシミン戦略をとる場合、必ず個別合理的な配分が達成される。しかしながら、パレート最適性は必ずしも達成されない。確かに定理1から真の効用関数U_i^0もゲームG^Wのマクシミン戦略となるから、G^Wのマクシミン均衡は真の効用関数の下での競争均衡を含む。よってパレート最適かつ個別合理的な配分を含むが、それ以外の配分も多数含んでいる。そこで、次に我々はマクシミン戦略のうち

で真の効用関数の表明が特に望ましい性質を持つか否かを考えてみる。ここではその要求する性質として次のようなものを取り上げる。

定義[5]

$x_i \in \bigcup\{\xi_i(p;U_i)|p\in\Delta\}$ に対して

$\mathcal{U}_{-i}(x_i;U_i)=\{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}|x_i\in W_i(U_i,U_{-i})\}$ とおく。このとき、$U_i^*\in\mathcal{U}_i$ は次の条件を満たすとき、ゲーム $G^W=((\mathcal{U}_i,U_i^0)_{i=1,\dots\dots,n},W)$ における非後悔戦略であると呼ぶ。

$$U_i^0(x_i)\geq \sup_{U_i\in\mathcal{U}_i}\ \inf_{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}(x_i,U_i)}\ \sup_{x_i'\in W_i(U_i,U_{-i})} U_i^0(x_i')$$
$$\text{for } \forall x_i\in\bigcup\{\xi_i(p;U_i^*)|p\in\Delta\}$$

この定義の意味するところは以下のようなものである。まず消費者 i が効用関数 U_i^* を報告したとする。そうすると競争均衡においてはその効用関数の下でのオファーカーブ上のある点 $x_i\in X_i$ が消費者 i の配分として実現される。そこで仮に $x_i\in\{\xi_i(p;U_i^*)|p\in\Delta\}$ が実現されたとする。このとき、x_i を競争均衡における消費者 i への配分として実現するような他の消費者の可能な効用関数のクラスが $\mathcal{U}_{-i}(x_i;U_i^*)$ に限定される。次に消費者 i は他の消費者の効用関数が $\mathcal{U}_{-i}(x_i;U_i^*)$ に限定されたことを知った上で他の効用関数 $\hat{U}_i\in\mathcal{U}_i$ を報告したとする。その際彼は $\hat{U}_i$ と他の消費者の効用関数 $U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}(x_i;U_i^*)$ のもとでの競争均衡配分が自分にとって最も有利なものになることを前提とした上で、他の消費者の効用関数が $\hat{U}_i$ のもとで自分に最も不利になるようなものであることを予想するものとする。このようにして達成される効用水準を x_i と $\hat{U}_i$ のもとでの保証効用水準と呼ぶことにし、$q_i(\hat{U}_i,x_i)$ と記すものとする。そうすると U_i^* が非後悔戦略であることは次のように書き換えられる。

$$U_i^0(x_i)\geq q_i(\hat{U}_i,x_i)\ \text{ for } \forall x_i\in\bigcup\{\xi_i(p;U_i^*)|p\in\Delta\}$$

すなわち、U_i^* が非後悔戦略であるというのはそのもとで競争均衡として達成可能ないかなる配分をもってきても、その配分によって得られる効用水準がその配分と消費者 i の可能な効用関数のクラス $\mathcal{U}_i$ に属する他のいかなる効用関数によって得られる保証効用水準よりも低くないことを表わす。我々は次に真の効用関数 U_i^0 がゲーム G^W における非後悔戦略となることを示す。

定理3

$U_i^0\in\mathcal{U}_i$ はゲーム $G^W=((\mathcal{U}_i,U_i^0)_{i=1,\dots\dots,n},W)$ における非後悔戦略。

証明

$x_i^0\in\bigcup\{\xi_i(p;U_i^0)|p\in\Delta\}$ とする。このとき、ある $p\in\Delta$ に対して

$$x_i^0\in\xi_i(p;U_i^0)。$$

各 $\hat{U}_j\in\mathcal{U}_j, j=i,\dots\dots,n, j\neq i$ を次のようにおく。

$$\hat{U}_j(x_j)=px_j$$

そうすると定理1の必要性における証明と全く同様にして、

$$x_i^0\in W_i(U_i^0,\hat{U}_{-i})。$$

よって、$\hat{U}_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}(x_i^0;U_i^0)$。さらに任意の $U_i\in\mathcal{U}_i$ と任意の $x_i\in W_i(U_i,\hat{U}_{-i})$ に対して、

$$px_i\leqq pw_i \qquad (1)$$

なぜならば、$x=(x_1,\dots\dots,x_n)\in W(U_i,\hat{U}_{-i})$ とすると達成可能性の条件から $\sum_{i=1}^n x_i\leqq\sum_{i=1}^n w_i$。よって $px_i>pw_i$ とすると、ある $j\neq i$ に対して $px_j<pw_j$。従って、$\hat{U}_j(x_j)<\hat{U}_j(w_j)$。となり、競争均衡の個別合理性に矛盾。

ところで、$x_i^0\in\xi_i(p;U_i^0)$ であるから任意の $x_i\in\{x_i\in X_i|px_i\leqq pw_i\}$ に対して

$$U_i^0(x_i^0)\geqq U_i^0(x_i)$$

よって、(1)より

$$U_i^0(x_i^0)\geqq\sup_{U_i\in\mathcal{U}_i}\ \sup_{x_i\in W_i(U_i,\hat{U}_{-i})}U_i^0(x_i)$$

従って、

$$U_i^0(x_i)\geqq\sup_{U_i\in\mathcal{U}_i}\ \inf_{U_{-i}\in\mathcal{U}_{-i}}\ \sup_{x_i\in W_i(U_i,U_{-i})}U_i^0(x_i)$$

ここでx_i^0は $\bigcup\{\xi_i(p;U_i^0)|p\in\Delta\}$ の任意の点であったから定理は証明された。

証明終

この定理より真の選好表明が非後悔戦略であることが明らかとなったが、それが一意的な非後悔戦略である保証はない。以下で我々は二人二財のケースについてエッジワースボックスによって簡単にこの問題について考察する。

まず図1より、対応するオファーカーブが真の $U_i^0\in\mathcal{U}_i$ に対するオファーカーブの内側に入るような $U_i\in\mathcal{U}_i$ は非後悔戦略となる。なぜならば、そのような関係を満

たす $U_1 \in \mathscr{U}_1$ に対するオファーカーブ上の任意の点Bをとるとその点を通る $U_1^0 \in \mathscr{U}_1$ に対応する無差別曲線とオファーカーブと予算線の関係は図のようになる。ここで、例えば点Bの下側からその点を通る U_1^0 の無差別曲線に交わるようなオファーカーブをもの選好 U_1' を表明したとする。そのとき、消費者2が対応するオファーカーブが折れ線ABCで表わされるような $U_2' \in \mathscr{U}_2$ を表明したとすると、(U_1, U_2) に対応する消費者1に対する競争均衡配分は x_1' で $U_1^0(x_1) \geq U_1^0(x_1')$ 同様に、オファーカーブが点Bの上側で U_1^0 に対する無差別曲線に交わるような $U_1'' \in \mathscr{U}_1$ を報告したとしても、消費者2が $U_2' \in \mathscr{U}_2$ を表明すれば (U_1'', U_2) に対応する消費者1の競争均衡

図1

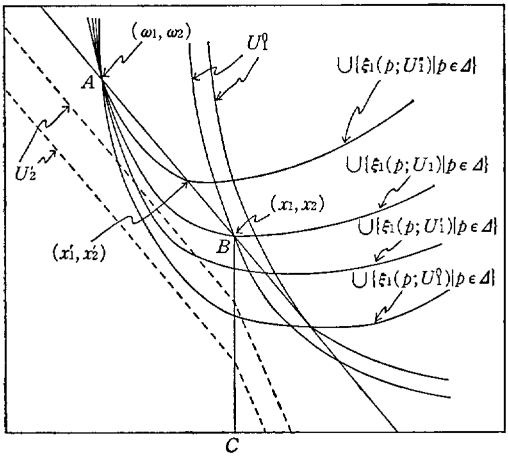
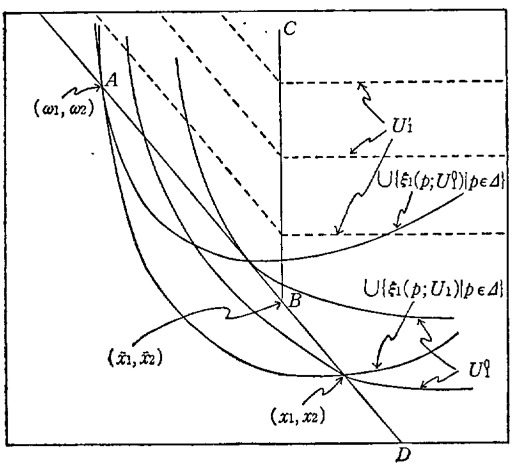


図2



配分はx_1'となり、$U_1^0(x_1)\geq U_1^0(x_1'')$。

次に、図2に示されるように、対応するオファーカーブがU_1^0に対するオファーカーブの外側に出る部分を持つような$U_1\in\mathcal{U}_1$の表明は非後悔戦略とはならない。なぜならば$U_1^0\in\mathcal{U}_1$の擬凹性から予算線AD上に$U_1^0(\bar{x}_1)>U_1^0(x_1)$であるような配分$\bar{x}_1$が存在する。このとき、消費者が対応するオファーカーブが折れ線ABCになるような$U_1'\in\mathcal{U}_1$を表明すれば、消費者2が$\mathcal{U}_{-1}(x_1;U_1')$に属するいかなる効用関数を表明しても

$$\sup_{x_1'\in W_1(U_1',U_2)} U_1^0(x_1')\geq U_1^0(\bar{x}_1)>U_1^0(x_1)$$

ゆえに、$x_1\in\bigcup\{\xi(p;U_1^0)|p\in\Delta\}$に対して、

$$\inf_{U_2\in\mathcal{U}_{-1}(x_1)}\ \sup_{x_1'\in W_1(U_1',U_2)} U_1^0(x_1')>U_1^0(x_1)$$

となる。

以上から、二人二財の純粋交換経済においては、どちらの消費者も非後悔戦略を用いるとき、Otani-Sicilian〔8〕による Nash 均衡の特徴付けと同様に、二人の真の効用関数に対応するオファーカーブに囲まれた範囲内に競争均衡配分が実現される。

三　公共財経済における公平な配分の達成可能性

次に我々は私的財が一個で公共財がL個の経済において、公平な配分、すなわちパレート最適かつ衡平な配分を目的とする資源配分メカニズムを取り上げ、それに対応する選好歪曲ゲームの均衡において実際に公平な配分が達成されるか否かを考察する。ところで、すでに、Green-Laffont〔3〕によってパレート最適でかつ真の選好表明がドミナント均衡となるような配分メカニズムは存在しないことが示されている。そこで我々は再び Nash 均衡の概念にもどって分析を展開する。

ここでは、生産可能性集合Zが凸かつ単調増加的かつ連続微分可能な関数gによって次のように表現されるものとする。

$$Z=\{(x,y)\in R_-\times R_+^L\,|\,x+g(y)\leq 0\}$$

なお以下、xで私的財、yで公共財を示すものとする。また、$X_i=R\times R_+^L$とし、消費者iの効用関数は次のようなクラス$\mathcal{U}_i^T$に属するものとする。

$\mathcal{U}_i^T=\{U_i:R\times R_+^L\longrightarrow R\,|\,U_i(x,y)=U_i(y)+x$, for $\forall(x,y)\in R\times R_+^L$, U_i は凹, 連続微分可能かつ

$\frac{\partial U_i}{\partial y_j}>0, j=1,\ldots\ldots,L$ である R_+^L から R への
関数。

すなわち、公共財に対する需要には所得効果はないものとする。この仮定は Green-Laffont〔3〕等によって、真の選好表明がドミメント均衡となるような配分メカニズムを設計する場合に必要とされる仮定であり、もちろん特殊な仮定ではあるが、とりあえずはこの仮定のもとに議論を進めるものとする。

各消費者iは私的財のみを初期に $\omega_i>0$ だけ保有しているものとする。

配分の公平性は次のように定義される。なお、配分はx_iを消費者iへの私的財の配分、yを公共財の生産量として $(x_1,\ldots\ldots,x_n,y)$ と表わされるものとする。

定義

配分 $(x_1,\ldots\ldots,x_n,y)$ は次の条件を満たすとき、$U=(U_1,\ldots\ldots,U_n)\in\mathcal{U}^T=\mathcal{U}_1^T\times\ldots\ldots\times\mathcal{U}_n^T$ に対して公平であるという。

(1)　$(x_1,\ldots\ldots,x_n,y)$ はUに対してパレート最適、

(2)　$U_i(x_i,y)\geq U_i(x_j,y)$ for $\forall i,j,j\neq i$ 以下、$U\in\mathcal{U}$ に対して公平な配分の集合を $F(U)$ と書く。

ここで、(2)は Foley〔2〕によって定義された配分の衡平性を表わす。

ところで、ここで考えている経済は私的財が1個のものであるから、(2)の条件は私的財の均等配分に単純化される。すなわち、公平な配分は次の補題によって特徴づけられる。

補題[6]

配分 $(x_1^*,\ldots\ldots,x_n^*,y^*)$ は次の条件を満たすとき、そしてそのときにのみ $U\in\mathcal{U}$ に対して公平。

(1)　y^*は $\sum_{i=1}^n v_i(y)-g(y)$ を最大化

(2)　$x_1^*=\ldots\ldots=x_n^*=\frac{\sum_{i=1}^n \omega_i-g(y^*)}{n}$

ここで(1)はv_iとyの微分可能性からボーエン＝サミュ

エルソン条件

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v_i}{\partial y_j}(y^*)-\frac{\partial U_i}{\partial y_j}(y^*)\leq 0,$$

$$y_j^*\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial v_i}{\partial y_j}(y^*)-\frac{\partial v_i}{\partial y_j}(y^*)\right)=0,\quad \text{for } j=1,\ldots\ldots,L$$

に対応し、(2)は私的財の利用に無駄が生じないことと、私的財の均衡配分を意味する。

次に、公平な配分を与える配分メカニズムを定義する。

定義

配分メカニズム

$$f:\mathcal{U}^T\longrightarrow R^n\times R_+^L$$

は任意の $U\in\mathcal{U}^T$ に対して $f(U)\subset F(U)$ であるとき公平な配分メカニズムであるという。

なお以下、$(x_1,\ldots\ldots,x_n,y)\in f(U)$ であるとき、$(x_i,y)\in f_i(U)$ とおく。すなわち、f_iをfの第i座標と第$n+1$座標への射影とする。

ところで、実際に公平な配分メカニズムが存在するか否かは必ずしも明らかではない。Suzumura-Sato〔10〕は既存のいくつかの配分メカニズムに関して公平な配分が達成されない経済の例を示している。しかし、以下では公平な配分メカニズムが存在するものと仮定して議論を進めていくことにする。

ここで次のように記号を定義する。

$$C=\left\{(x,y)\in R_+^{L+1}\,\middle|\,nx+g(y)=\sum_{i=1}^{n}\omega_i\right\}$$

$$M^i=\{(x,y)\in R_+^{L+1}\,|\,(x,y)\ \text{は}\ (x,y)\in C\ \text{の下で}\ U_i^0$$
$$(x,y)\ \text{を最大化。}\}$$

我々は次の定理において、公平な配分メカニズムfに対応する選好歪曲ゲーム $G^f=((\mathcal{U}_i^T,U_i^0)_{i=1,\ldots\ldots,n},f)$ における Nash 均衡において実際に公平な配分を達成できるような真の効用関数U_i^0の特徴付けを与える。

定理4

ゲームG^fにおいて

(1) $M=M^1\cap\cdots\cdots\cap M^n\neq\phi$ のとき、任意の配分 $(x_1^0,\ldots\ldots,x_n^0,y^0)\in f(U^0)$ に対して $(U^0,(x_1^0,\ldots\ldots,x_n^0,y^0))$ は Nash 均衡

(2) $M=\phi$ のとき $(x_1^0,\ldots\ldots,x_n^0,y^0)\in F(U^0)$ は Nash

均衡として達成され得ない。すなわち、$(U, (x_1^0, \ldots\ldots, x_n^0, y_0))$ が G^J の Nash 均衡となるような $U \in \mathcal{U}^T$ は存在しない。

証明

(1)の証明

$M \neq \phi$ のとき、明らかなように、

$$f_i(U^0) \subset F_i(U^0) \subset M \subset M^t$$

よって、$(x_i^0, y^0) \in f_i(U^0)$ は制約Cの下でU_i^0を最大化している。ところが補題の(2)より、任意の $U_i \in \mathcal{U}_i^T$ に対して

$$f_i(U_i, U_{-i}^0) \in C$$

従って、任意の $U_i \in \mathcal{U}^t$ と任意の $(x_i, y) \in f_i(U_i, U_{-i}^0)$ に対して、

$$U_i^0(x_i^0, y^0) \geqq U_i^0(x_i, y)$$

すなわち、$(U^0, (x_1^0, \ldots\ldots, x_n^0, y^0))$ はG^J の Nash 均衡。

(2)の証明

$(x_1^0, \ldots\ldots, x_n^0, y_0) \in F(U^0)$ とする。次に任意に $\bar{U} \in \mathcal{U}^T$ をとり、$(\bar{U}, (x_1^0, \ldots, x_n^0, y^0))$ がG^J の Nash 均衡にならないことを示す。

まず、$M \neq \phi$ であることと $x_1 = \ldots\ldots = x_n$ より、ある i^* に対して

$$(x_i^{0*}, y^0) \notin M^{i*}$$

次に、$i=1, \ldots\ldots, n$ に対して $\bar{U}_i(x, y) = \bar{v}_i(y) + x$ とおく。さらに $v_{ij} = \partial v_i / \partial y_j$, $g_j = \partial g / \partial y_j$ とおき、$\gamma^j(y) = g_j(y) - \sum_{i \neq i^*} \bar{v}_{ij}(y)$ とおくと補題と仮定から、任意の $j = 1, \ldots\ldots, L$ に対して

$$\gamma^j(y^0) \geqq \bar{v}_{i^*i}(y^0) > 0$$

仮定からγ^jは連続関数であるから、y^0のある近傍 $N(y^0)$ が存在して、任意の $y \in N(y^0)$ と任意の $j=1, \ldots\ldots, n$ に対して $\gamma^j(y) > 0$ となる。

$U_i^{*0}(x, y) = v_i^0(y) + x$ とおくとき、v_i^{*0}の凹性と y の凸性から、$(x_i^{*0}, y^0) \notin M^{t*}$ であることより、

$$U_i^{*0}(\hat{x}, \hat{y}) > U_i^0(x_i^{0*}, y^0)$$

であるような $(\hat{x}, \hat{y}) \in (R_+ \times N(y^0)) \cap C$ が存在する。

次に関数 $\hat{v}_i^*$ を

$$\hat{v}_i^*(y) = \sum_{j=1}^{L} \gamma^j(\hat{y})(\hat{y}_j + 1) \log(y_j + 1)$$

と定義し、$\hat{U}_i^*(x, y) = \hat{v}_i^*(y) + x$ とおく。そうすると、$\hat{v}_i^*$ は厳密に凹でかつ

$$\hat{v}_{i\,j}^*(\hat{y}) = \gamma^j(\hat{y}) \qquad j = 1, \ldots\ldots, L$$

すなわち、$j=1,\ldots\ldots,L$ に対して

$$\sum_{i\neq t}{}^{*}\tilde{v}_{ij}(\hat{y})+\hat{v}_{t\,j}^{*}(\hat{y})-g_j(\hat{y})=0$$

よって、$\hat{y}$は $\eta(y)=\sum_{i\neq t}{}^{*}\hat{v}_i^{*}(y)-g(y)$ を最大化している。また、ηは厳密に凹であるから$\hat{y}$は $\eta(y)$ を最大化する一意的な解である。さらに均等な私的財の配分は公共財の生産水準$\hat{y}$から、$x_i=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\omega_i-g(\hat{y})}{n}$, $i=1,\ldots\ldots,n$ に一意的に決定される。従って

$$F_i(\hat{U}_i{}^{*},\bar{U}_{-i}{}^{*})=(\hat{x}_i,\hat{y})$$

これより、$(\hat{x}_i,\hat{y})\in f_i(\hat{U}_i{}^{*},\bar{U}_{-i}{}^{*})$ に対して

$$U_i{}^{*0}(\hat{x}_i,\hat{y})<U_i{}^{*0}(x_i{}^{*0},y^0)$$

従って、$(\bar{U},(x_1{}^0,\ldots\ldots,x_n{}^0,y^0))$ は Nash 均衡ではあり得ない。ここで $\bar{U}\in\mathcal{U}^T$ は任意であったから定理は証明された。

証明終

この定理の意味するところは次のようなものである。すなわち、(1)より、すべての消費者が私的財が均等に配分されるということを認識した上で望ましいと考える公共財の数量において一致が見られるとき、真の選好に対する公平な配分は選好歪曲ゲームG^tの Nash 均衡として達成されるが、(2)より、そのような一致が存在しないときには、真の選好に対するいかなる公平な配分も選好歪曲ゲームG^tの Nash 均衡として達成されることはない。従って、ゲームが行なわれる時点での完全情報を仮定する限り、公平な配分はいかなる配分メカニズムをもってしても消費者の操作によって極めて特殊なケースでしか実際に達成されることはないのである。

なおこの定理において、私的財の均等配分の条件を等費用分担の条件、$x_1-\omega_1=\ldots\ldots=x_n-\omega_n$ によって置き換えても同様の結果が成立する。ただし、この場合M^tは

$$M_i^t=\{(x,y)\in R^L_{l+1}|(x,y)\ \text{は条件}\ n(x-\omega_i)+g(y)=0\ \text{の下で}\ U_i{}^0(x+\omega_i,y)\ \text{を最大化。}\}$$

によって置き換えられなければならない。

四　結論

以上、我々は純粋交換経済における競争価格メカニズムと公共財経済における公平な配分を目的とした配分メカニズムに着目し、それらの配分メカニズムの下で、各

消費者が戦略的選好表明を行なった場合、いかなる配分が実現されるのかを分析してきた。まず、競争価格メカニズムに関しては、Otani-Sicilian〔8〕の Nash 均衡に関する分析をふまえて、マクシミン戦略の特徴付けを行ない。さらに非後悔戦略という概念を導入し、真の選好表明はこれらの性質をもつが、他にもこれらの性質をもつ選好は多数存在し、各消費者がこれらの性質をもつ戦略をとる限りにおいては非効率的な配分が実現される可能性がある。今後、競争価格メカニズムにおいて真の選好表明がさらに強い性質をもつか否かを研究し、もし持ち得ないならば、効率的な配分を実際に達成できるような代替的な配分メカニズムを設計することが必要である。

次に、公共財経済において公平な配分を目的とする配分メカニズムに関しては、その下での選好歪曲ゲームの Nash 均衡において実際に公平な配分が実現されるための必要十分条件を私的財が一つで効用関数が加法分離的で公共財の需要に所得効果がないようなものである場合について求めた。すなわち、各消費者の真の選好が公共財の生産量に関して同意を与えるようなものであるとき、そしてそのときにのみ、Nash 均衡において公平な配分が実現されることを示した。この結果を私的財も多数個存在し、効用関数がより一般的な場合に拡張するのが今後の課題である。さらに、他の均衡概念を用いた場合についても検討する必要がある。

(1) 我々はここで真の選好表明が Nash 均衡となることを要求しない。

(2) $W(R)$ に属する配分を $R\in\mathcal{R}$ の下での競争均衡配分と呼ぶ。

(3) Laffont-Muskin〔6〕参照。

(4) ここで、$\bigcup\{\xi_i(p;\ U_i)|p\in\Delta\}=\bigcup_{p\in\Delta}\xi_i(p;\ U_i)$。

(5) この定義の基本的な考え方は Nakayama〔7〕による。

(6) 以下、私的財の初期保有量は最適な公共財生産量に比べて十分に多いものと仮定し、$\sum_{i=1}^{n}v_i(y)-g(y)$ の最大値は資源制約 $g(y)\leqq\sum_{i=1}^{n}\omega_i$ の内点で常に達成されるものとする。

参考文献

(1) Crawford, V. P. and H. R. Varian, "Distortion of Preferences and Nash Theory of Bargaining," Economic Letters 3, 1979, 203—213.

(2) Foley, D. K., "Resource Allocation and the Public Sectors," Yale Economic Essays 7, 1967, 45—98.

(3) Green, J. R. and J. J. Laffont, Incentives in Pu-

blic Decision Making, North Holland, 1979.
(4) Hurwicz, I., "On Informationary Decentralized Systems," in Studies in Resource Allocation Processes, ed. by K. J. Arrow and L. Hurwicz, Cambridge, 1977, 425—459.
(5) Hurwicz, L., "On Interaction between Information and Incentives in Organization," in Communication and Control in Society, ed. by K. Krippendroff, Gordon and Breach, 1979. 123—147.
(6) Laffont, J. J. and E. Maskin., "The Theory of Incentives: an overview," in Advances in Economic Theory, ed. by W. Hildenbrand, Cambridge, 1982, 31—94.
(7) Nakayama, M., "Truthful Revelation of Preferences for a Public Good," Mathematical Social Sciences 5, 1983. 47—54.
(8) Otani, Y. and J. Sicilian., "Equilibrium Allocationof Walrasian Preference Games," Journal of Economic Thery 27, 1982, 47—68.
(9) Sobel, J., "Distortion of Utilities and Barganing Problem," Econometrica 49, 1981, 597—619.
(10) Suzumura, K. and K. Sato., "Equity and Efficiency in the Public Goods Economy: Some Counter Exaples," The Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, Discussion Paper Series No. 92, 1983.
(11) Thomson, W., "On Manipulability of Resource Allocation Mechanism Designed to achieve Individually Rational and Pareto Optimal Outcomes" University of Minnesota, Discussion Paper No. 79—116, 1979.
(12) Varian, H., "Equity, Envy, and Efficiency," Journal of Economic Theory 9, 1974, 63—91.

(小樽商科大学講師)