競争的企業間における長期契約について

佐久間昭光

一　序

本稿では、一方の企業が他方の企業に対して原材料・中間財を供給する場合の二企業間の長期契約に関する経済学的な分析を行なう。以下では、契約の対象となる財を供給する企業の側を「売手」と呼び、それを需要する企業の側を「買手」と呼ぶことにしよう。

売手、買手がともに競争的な市場から、生産要素を購入し、その生産物を競争的な市場で販売するとき、これらの市場が完全であるなら、売手と買手が契約を結び取引を内部化することによる利益は生じない。しかし、取引相手によって、取引費用が異なる場合には特定の取引相手と契約を結ぶことによって双方に利益が生ずる場合がある（中谷巌〔1981〕）。また契約の対象となる財のスポット市場の価格の変動が大きいときにも取引を内部化する利益が生ずるだろう。以下ではこのような契約の利益が存在するような状況に限定して、契約の問題を分析していくことにする。

契約の経済理論については、C. Azariadis [1975], M. N. Baily [1974] 等の賃金と雇用に関する契約の理論、M. Rothchild and J. Stiglitz [1976], M. Spence and R. Zeckhauser [1971] 等の保険契約に関する理論、M. Harris and A. Raviv [1979], S. Shavell [1979], M. Weitzman [1980] 等の "Efficient Incentive Contract" に関する理論がある。これらの契約の理論は、契約の一方の当事者（雇用者、保険会社、発注者）が、他方の当

事者（被雇用者、被保険者、受注者）に対して、彼らが契約による以外の代替的方法によって獲得できる期待効用を保証するという条件のもとで、雇用者、発注者は自己の期待効用を最大化し、また保険会社は被保険者の期待効用を最大化するというフレーム・ワークを持つ。

本稿では、C. Azariadis [1975] の賃金・雇用契約の理論の枠組を用いて、不確実性下の企業間の長期契約の問題を分析する。なお、雇用契約においては、企業＝危険中立的、被雇用者＝危険回避的とする仮定は妥当であろうが、以下での議論で、雇用契約における企業（雇用者）と同じ役割を演ずる買手のみが、危険中立的であると仮定すべき先験的な理由は何も存在しない。そこで以下では、買手・売手がともに、危険中立的、危険回避的のいずれであってもよいことにする。

第二節では、本稿で用いる仮定・定義について述べ、第三節では、最適契約の内容について分析し、第四節では売手に対して保証される期待効用の水準が変化した場合に、最適契約における契約価格、契約数量はどのように変化するかを分析する。さらに第五節では、売手・買手の契約が両当事者間の交渉によって結ばれる場合についての分析を行なうことにする。

二　分析の枠組

買手・売手は、将来の自然の状態に関して不確実な状況下で契約を結ぶものとする。買手・売手は、将来の自然の状態に関して共通の確率的知識をもち、かつ買手は売手の効用関数を知っているものとする。

ここでは、自然の状態 s の集合を S とし、

$$S\equiv\{s\}\equiv[0,1]$$

とする。そして、買手・売手は自然の状態の集合 S の上で、共通の確率密度 $\pi(s)$ をもつが、それに関して、

(1)　$\pi(s)>0,\ \forall s\in[0,1].$

と仮定する。

買手は、以下で述べるような条件のもとで売手に対して価格と数量に関する契約を提示するが、その契約には、自然の状態 s に依存させるものと、そうでないものとにわけられる。例えば契約価格と契約数量をともに、自然の状態 s に依存するものとし、その契約を $C(p(s),q(s))$

と表わすと、この契約はすべての状態sに対して、sという事象が起ったとき、売手は、価格$p(s)$で数量$q(s)$を買手に対して供給することを事前に取り決めることを意味する。自然の状態に依存しない契約とは、それを$C(p,q)$と表わすと、それはどのような自然の状態が生起しても、それには関係なく、一定の価格pで一定の数量qを売手が供給することを事前に取り決めることを意味する。組合せ的には、$C(p(s),q(s))$, $C(p(s),q)$, $C(p,q(s))$, $C(p,q)$という四つの契約の形態が考えられるが、本稿では、$C(p(s),q(s))$という契約形態のみを考察することにする[1]。

次に、買手が生産・販売する財の価格$p_1(s)$は状態sに依存するが、一般性を失うことなしに、すべてのs_1とs_2に対して、

(2)　$p_1(s_1)>p_1(s_2),\ s_1>s_2.$

と仮定しうる。つまり状態sの値が大きいほど、買手が供給する財の市場では、より高い競争価格が成立するものとする。

以下では、買手の生産関数について、二つの場合を考察する。いずれの場合においても買手は、売手から供給される財と資本および労働を用いて生産を行なうが、第一のケースでは、労働は短期的には固定した生産要素で買手は契約を結ぶ場合の決定変数とみない場合を考える。そして買手は事前に資本を競争的市場から状態sに依存せず一定価格iで購入できるものとする。この場合に状態sでの契約数量と資本ストックをそれぞれ、$q(s)$, Kとし、買手の生産関数をFとすると、買手の産出量$Q(s)$は、$Q(s)=F(q(s),K)$と表わすことができる。

ここで、買手から供給される財と資本とは完全に補完的であることを仮定し、またFに関して通常の次のような仮定をおく。

(3)　$F=$厳密に凹, $F_q, F_K>0, F_{qq}, F_{KK}<0,$

$F_{qK}>0.$

ここで、$F_q=\partial F/\partial q$, $F_{qq}=\partial^2 F/\partial q^2$ 等である。

次に第二のケースとして、資本は、短期的には固定的な生産要素であるとし、買手はそれを契約を結ぶ場合の

決定変数とみない場合を考える。そして買手は、事前に状態 s ごとに競争的な労働市場から一定価格 w で労働を $L(s)$ だけ購入できるものとする。この場合の買手の産出量は、$Q(s)=F(q(s), L(s))$ と表わせる。この場合にも F に関して(3)と同様の仮定をおく。すなわち、

$$(3)'\quad F：厳密に凹.\ F_q, F_L>0, F_{qq}, F_{LL}<0, F_{qL}>0.$$

である。

第一のケースでは、買手は資本を状態に依存せず購入するのに対して、第二のケースでは、労働を状態に依存して購入する点で二つのケースは異なる。以下では(3)の生産関数を用いるときの契約をケースⅠ、(3)′のそれを用いるときの契約をケースⅡと呼ぶことにする。

ケースⅠ、Ⅱの状態 s における買手の利潤 $x(s)$ は、それぞれ、次のように書ける。

$$(4)\quad x_1(s)=p_1(s)F(q(s), K)-p(s)q(s)-iK \quad （ケースⅠ）.$$

$$(4)'\quad x_2(s)=p_1(s)F(q(s), L(s))-p(s)q(s)-iL(s) \quad （ケースⅡ）.$$

さらに買手の効用関数を G として、

$$(5)\quad G'(x(s))>0, G''(x(s))\leq 0.$$

とする。ここで、$G'=dG/dx$, $G''=d^2G/dx^2$ である。つまり買手の利潤の限界効用は正で、かつそれは利潤の増加とともに増加はしない。

簡単化のために、売手は生産要素として労働のみを用いて生産を行ない、労働の購入に関しては、ケースⅡの買手の生産関数の労働と同様の取扱いをすることにする。そこで売手の生産関係を ϕ とし、また売手の労働投入量を $l(s)$ とすると $q(s)=\phi(l(s))$ と表わせる。ここで $\phi'>0, \phi''<0$ を仮定し、$l(s)=\phi^{-1}(q(s))\equiv f(q(s))$ と関数 f を定義すると、

$$(6)\quad f'>0,\ f''>0.$$

となる。このとき、売手の利潤 $y(s)$ は、

(7)　$y(s)=p(s)q(s)-wf(q(s)).$

と表わせる。ここでwは賃金率である。

また、売手の効用関数をUで表わし、

(8)　$U'>0, U''\leqq 0.$

とする。

以上の準備にもとづくと、ケースI、IIにおける買手の契約$(p(s), q(s))$に対する期待効用はそれぞれ、(4)、(4)$'$によって、

(9)　$E[G(x_1(s))]=\int_0^1 G[p_1(s)F(q(s), K) -p(s)q(s)-iK]\pi(s)ds$　(ケースI).

(9)$'$　$E[G(x_2(s))]=\int_0^1 G[p_1(s)F(q(s), L(s)) -p(s)q(s)-wL(s)]\pi(s)ds$　(ケースII).

と表わせる。ここでEは期待値のオペレータで、期待値は状態変数sに関してとられる。

さらに売手の契約$(p(s), q(s))$に対する期待効用は、(7)から、次のように表わせる。

(10)　$E[U(y(s))]=\int_0^1 U[p(s)q(s) -wf(q(s))]\pi(s)ds.$

以下でいう最適契約$(p(s), q(s))$とは、形式的には、次のような条件を満たすものである。すなわち、

(11)　$\max E[G(x(s)]$, subject to $E[U(y(s))]=u^*.$

ここで、u^*は売手が買手と契約を結ぶ以外の代替的方法(競争的市場へ財の供給を行なうか他の買手と契約を結ぶ)によって得られる最大の利潤の期待効用を示す。

(11)は、ケースI、ケースIIのそれぞれにおいて

$$(12)\quad \max_{p(s),q(s),K} E[G(x_1(s))],\ \text{subject to}\quad E[U(q(s))]=u^*.$$

$$(12)'\quad \max_{p(s),q(s),L(s)} E[G(x_2(s))],\ \text{subject to}\quad E[U(q(s))]=u^*.$$

という最適問題になる。

三　最適契約の内容と性格

〈ケースⅠ〉

ここでは、前節の最適問題(12)の必要条件からケースⅠの場合の最適契約の性質を明らかにすることにする。

λを最適問題(12)の制約に関する乗数とすると、(1)式の仮定 $x(s)>0\ \forall s$ を用いるとオイラーの定理により、最大のための必要条件は次のように書くことができる。

$$(13)\quad G'(\cdot)=\lambda U'(\cdot),\ \forall s\in[0,1].$$

$$(14)\quad G'(\cdot)\,[p_1(s)F_q(q(s),K)-p(s)] +\lambda U'(\cdot)[p(s)-wf'(q(s))],\ \forall s\in[0,1].$$

$$(15)\quad E[G'(\cdot)[p_1(s)F_K(q(s),K)-i]]=0.$$

ここで乗数λは、状態sに依存しない定数で、(5)と(8)および(13)から正であることがわかる。

(13)と(14)から、次の式が得られる。

$$(16)\quad p_1(s)F_q(q(s),K)=wf'(q(s)),\ \forall s\in[0,1].$$

(16)式は、すべての状態sでの買手・売手の結合利潤 $x_1(s)+y(s)$ が最大となるように、最適契約数量 $q(s)$ が決定されることを意味する。

形式的には、(15)と(16)とから、最適契約数量 $q(s)$ と最適資本ストックKが決まり、この結果と(13)式とから最適契約価格 $p(s)$ が決まることになる。

ここで(15)式を用いて、最適資本ストックの性質について調べておこう。(15)式を変形すると、

$$(17)\quad E(p_1F_K)=i-\mathrm{cov}\,(G',p_1F_K)/E(G').$$

となる。ここで cov (X,Y) は確率変数XとYとの共分

散を示す。(3)および後出の(19)の第一式から、$dG'/ds \leqq 0$ (G''が0のとき等号が成立)であり、また(2)、(3)および後出(18)から $dp_1F_K/ds>0$ であるから、(17)の右辺の cov(・,・)は、非正となる。すなわち、買手が危険回避的であれば、買手は期待費用を最小化する場合よりも少ない資本ストックを用いることになる (D. M. Holthausen [1976])。

次に(13)と(16)を用いて、最適契約 $(p(s), q(s))$ の性質を調べてみることにしよう。まず(16)はすべての s について成立するから、

(18)　$\dot{q}(s) = -\dot{p}_1 F_q/(F_{qq} - wf''),\ \forall s \in [0,1].$

となる。ここで $\dot{q}(s) = dq/ds$ 等である。前節の買手・売手の生産関数に関する仮定および(2)から $\dot{p}_1(s)>0$ であるので、$\dot{q}(s)>0,\ \forall s \in [0,1]$ となる。すなわち、状態 s が好ましくなるほど、契約数量は大きくなることになる。

次に(13)の両辺を s で微分し、買手と売手の絶対回避度をそれぞれ ρ_G、ρ_U ($\rho_G = -G''/G',\ \rho_U = -U''/U'$) と書き、(16)を用いると買手・売手の状態 s の変化にともなう利潤増加率 $\dot{x}_1$、$\dot{y}$ は、

(19)
$$\dot{x}_1(s) = \dot{p}_1(s)F(q(s), K)\rho_U(y(s)) / (\rho_G(x_1(s)) + \rho_U(y(s))),$$
$$\dot{y}(s) = \dot{p}_1(s)F(q(s), K)\rho_G(x_1(s)) / (\rho_G(x_1(s)) + \rho_U(y(s))).$$

と表わすことができる。

(19)式は、買手が危険中立的 ($\rho_G=0$) でかつ売手が危険回避的 ($\rho_U>0$) であれば、最適契約のもとでは、売手の利潤は状態 s に依存せず一定 ((19)の第2式の右辺が0) となり、買手の利潤は $\dot{x}(s) = \dot{p}_1(s)F(q(s), K)$ にしたがって、好ましい状態ほど高くなるような契約が結ばれる。[2]

逆に、買手＝危険回避的、売手＝危険中立的であれば、買手の利潤は状態 s に依存せず一定であり、売手の利潤は $\dot{y}(s) = \dot{p}_1(s)F(q(s), K)$ にしたがって、好ましい状態ほど高くなるような契約が結ばれる。また両者がともに危険回避的であれば、両者の利潤は状態 s が好ましいほど高くなるような契約が結ばれることになる。

以上のことは、買手、売手のいずれかが危険中立的であり、また他が危険回避的であれば、最適契約においては、前者が不確実性にともなうリスクをすべて負担することを意味する。さらに両者がともに危険回避的であるなら、両者は⒆にしたがってリスク分担を行なうことになる。つまり、この場合には、買手は $\rho_U/(\rho_G+\rho_U)$ の割合で、また売手は $\rho_G/(\rho_G+\rho_U)$ の割合でリスクを分担する。

次に、買手・売手のそれぞれの効用関数が変わり、危険回避度が変化する場合、⒆式がどう変化するかを調べておこう。K. J. Arrow [1970], J. W. Pratt [1964] にしたがって、$\rho_G^1(x)=-G''_1(x)/G'_1(x)>\rho_G^2(x)=-G''_2(x)/G'_2(x)$, $\forall x$ であれば、買手の危険回避度は、効用関数 G_2 におけるよりも、G_1 における方が高いとしよう。売手についても同様である。

ケースIに関しては、危険回避度の変化の影響を一般的な型で吟味するのは困難であるので、ここでは特定の場合に限定してそれを調べてみることにしよう。

買手・売手の危険回避度の変化が、最適資本ストックに与える影響を小さく、それを無視することができる場合には、⒃から最適契約数量は買手・売手の効用関数の形から独立に決定される。このような想定をした場合には、買手の状態 s における産出量 $F(q(s), K)$ は、効用関数の型に依存しないで決定される。したがって、⒆式から、一方側の利潤の状態 s に関する増加率は、自分の危険回避度が大きくなるほど小さくなり、また他方の側の危険回避度が大きくなるほど大きくなることがわかる。つまり、一方側の危険回避度が大きくなれば、それは、それ自身の状態ごとでの利潤の変動がより小さくなる契約をまた他方のそれがより大きくなる契約を選好するようになる。

以上の結果を命題の型で要約すると次のようになる。

命題1　ケースIの最適契約においては、

㈠　すべての状態 s において、契約数量は、買手と売手の結合利潤を最大にするように決定される。

㈡　状態ごとの契約数量は、買手が外部の市場に供給する財の価格の上昇とともに増加する。

㈢　買手が危険回避的であれば、買手は期待費用を最小化する場合よりも少ない資本ストックを用いる。

㈣　一方が危険中立的であり他方が危険回避的であれ

ば、前者は後者に対して、自然の状態に依存しない一定額の利潤を保証する。買手・売手が、ともに危険回避的であれば、それぞれは、絶対危険回避度の相対比率 $(\rho_U/(\rho_G+\rho_U))$ および $\rho_G/(\rho_G+\rho_U)$ にしたがって、リスクの分担を行なう。

(五)　最適資本ストックが、買手・売手の効用関数の型に依存する度合が小さいとき、一方の側の絶対危険回避度が大きくなれば、それはそれ自身の状態ごとの利潤の変動が小さくなる契約をまた他方のそれがより大きくなるような契約を選好するようになる。

〈ケースII〉

ケースIIは、Iとほとんどパラレルに取り扱うことができる。最適問題(12)′の必要条件を若干変形すると、

$$
\begin{aligned}
&G'=\lambda U',\ \forall s,\\
(20)\quad &p_1F_q-wf'=0,\ \forall s,\\
&p_1F_L-w=0,\ \forall s.
\end{aligned}
$$

(20)は、第3式を除いて、ケースIの必要条件(13)と(16)と同じになる。(20)の第二、三式は契約数量及び最適労働投入量は、状態 s ごとの買手・売手の結合利潤を最大にするように決定されることを示している。またこれら二つの式の両辺を s で微分してみると、買手・売手の生産関数に関する仮定(3)′と(6)および(2)の $\dot{p}_1(s)>0$ から、容易に示されるように、$dq/ds,\ dL/ds>0$ となる。すなわち、ケースIIの最適契約では、契約数量も買手の労働投入量も、好ましい状態ほど大きくなる。

また(20)の第一式の両辺を s で微分して、第二、三式を用いると、買手・売手の状態ごとの利潤の変動を示す式が得られる。この式は(19)式の x_1 の代りに x_2 をまた $F(q(s),K)$ の代りに $F(q(s),L(s))$ とおきかえたものに等しい。ケースIIにおいては、$q(s),\ L(s)$ は、買手・売手の効用関数の型に依存せずに決定されることに注意すると、このケースに関しては次のような命題が成立する。

命題2　ケースIIの最適契約においては、

(一)すべての状態 s において、契約数量および買手の労働の雇用量は、買手と売手の結合利潤を最大にするように決定される。

(二)　契約数量および買手の労働の投入量は、買手が外部の市場に供給する財の価格とともに上昇する。

(三) 命題1の(四)は、ケースIIにおいても成立する。

(四) 命題1の(五)は、限定なしに成立する。

四 最適契約と売手に保証される期待効用の変化

前節における最適契約では、買手が売手に対して保証する期待効用の水準が与えられれば契約の内容（$p(s)$, $q(s)$）は一意的に決定される(3)。この保障される期待効用の水準が変化すれば、当然それにしたがって契約の内容も変化する。いいかえれば、この保証された期待効用の水準u^*が、パレート最適曲線上の買手・売手の期待効用の位置を決定するのである。

売手に保証された期待効用u^*は、売手が特定の買手に依存する程度が低くなるほど大きくなる。例えば、売手が取引費用の安くてすむ取引相手を見出すことが容易になるほど、その期待効用の水準は高くなる。

この節では、なんらかの理由により、この保障された効用水準u^*が変化した場合に契約の内容（$p(s)$, $q(s)$）がどう変化するかをケースIとケースIIに分けて考察する。

u^*が高くなれば、前節で用いた乗数λすなわち保証された期待効用のシャドウ・プライスが高くなる(4)。したがって、λの変化が最適契約における契約価格・数量、資本ストックに与える影響を調べればよいことになる。

前節のケースIの最適契約を決定する方程式(3)、(14)、(16)を改めて書いておくと、

$$G'(x_1(s,\lambda))=\lambda U'(y(s,\lambda)). \tag{21}$$

$$p_1(s)F_q(q(s,\lambda),K(\lambda))=wf'(q(s,\lambda)). \tag{22}$$

$$E[G'(x_1(s,\lambda))\{p_1(s)F_K(q(s,\lambda),K(\lambda))-i\}]=0. \tag{23}$$

となる。(13)、(14)、(16)式と(21)、(22)、(23)との差異は、後三者は契約価格等が、パラメターである乗数λにも依存していることを明示的に表わしていることだけである。(21)、(23)の$x_1(s,\lambda)$, $y(s,\lambda)$は、(4)、(7)式のそれぞれの（$p(s)$, $q(s)$, K）の代りに（$p(s,\lambda)$, $q(s,\lambda)$, $K(\lambda)$）をいれたものによって与えられる。(21)、(22)、(23)をλで偏微分して、$\rho_G=-G''/G'$, $\rho_U=-U''/U'$と書くことにすると、次の3つの式が得られる。

(24)　$\partial q(s,\lambda)/\partial\lambda=-(dK/d\lambda)(p_1F_{qK}/X),\ \forall s.$

(25)　$\partial p(s,\lambda)/\partial\lambda=(dK/d\lambda)[B\rho_G/\rho-Ap_1F_{qK}/X]/q+1/\lambda\rho q,\ \forall s.$

(26)　$-E[G''Bq(\partial p(s,\lambda)/\partial\lambda)]+E[(G''AB+p_1G'F_{Kq})(\partial q(s,\lambda)/\partial\lambda)]+E[(G''B^2+p_1G'F_{KK})(dK/d\lambda)]=0.$

ここで、$A=p_1F_q-p_2$, $B=p_1F_K-i$, $\rho=\rho_G+\rho_U$, $X=p_1F_{qq}-wf''$ である。(24)、(25)を(26)に代入して、整理すると

(27)　$(dK/d\lambda)\{E[\rho_UG''B^2/\rho]+E[G'[p_1{}^2(F_{KK}F_{qq}-(F_{qK})^2)-wF_{KK}f'']/X]\}=E[G''B/\lambda\rho]$

となる。(27)の左辺の{　}の中は、$G''\leqq 0$ および生産関数に関する(3)、(6)の仮定から負となる。したがって、$dK/d\lambda$ の符号は次のようになる。

(28)　$\mathrm{sgn}(dK/d\lambda)=-\lambda^{-1}E[G''(p_1F_K-i)/(\rho_G+\rho_U)],\ \lambda>0.$

$(dK/d\lambda)$の符号に関しては次の命題が成立する。

命題3　ケースIにおいては、

(一)　買手・売手のいずれかが、危険中立的であるか、買手・売手の絶対回避度がともに利潤の水準に依存せず一定であれば、$dK/d\lambda=0$ である。

(二)　買手・売手がともに危険回避的で、買手の危険回避度が利潤の増加とともに減少する (decreasing absolute risk aversion) なら、$dK/d\lambda<0$ である。

(証明)

(一)　(28)式の右辺は、$\rho_G\equiv -G''/G'$ を用いると、$E[G'(p_1F_K-i)\rho_G/(\rho_G+\rho_U)]$ とも書くことができる。買手が危険中立的であれば、$\rho_G(\pi_1(s))=0,\ \forall s$ であるから、明らかに右の期待値はゼロになる。また売手が危険中立的であるか、買手・売手のそれぞれの危険回避度が一定のときは、(15)式から、右の期待値はゼロになる。

(二)　(15)と関数 (p_1F_K-i) が s の増加関数であることから、$p_1F_K-i=0$ をみたす $\bar{s}\in(0,1)$ が存在する。したがって、$p_1F_K-i\gtreqless 0$ as $s\gtreqless\bar{s}$ となる。そこで買手の減少絶対危険回避度性を用いると A. Sandomo [1971, pp. 68—69] 同じ方法で、

$$(29)\quad \frac{G''(x_1(s))(p_1F_q-i)}{\rho_G(x_1(s))+\rho_U(y(s))} \geqq \frac{\rho_G(x_1(\bar{s}))G'(x_1(s))(p_1F_q-i)}{\rho_G(x_1(s))+\rho_U(y(s))},\ \forall s.$$

であることが示される。$\rho_G(x_1(s))=\rho_G,\ \rho_U=\rho_U(y(s))$, $\rho_G(x_1(\bar{s}))=\bar{\rho}_G$ と略記し、$G'=\lambda U'$ であるから、$\xi_s \equiv G''(p_1F_K-i)/(\rho_G+\rho_U)\lambda=-U'(p_1F_K-i)\rho_G/(\rho_G+\rho_U)$ とξ_sを定義すると(29)は、$\lambda(1+\bar{\rho}_G/\rho_G)\xi_s \geqq 0,\ \forall s$ となる。$\lambda(1+\bar{\rho}_G/\rho_G)>0$ であるから、$\xi_s \geqq 0,\ \forall s$ となるが、(29)は $\bar{s}$ 以外の s に対して厳密な不等号で成立するから、$E(\xi)>0$ となり、(28)から、$dK/d\lambda<0$ であることが示される。

命題3の結果と、(24)、(25)を用いると次のことが言える。

命題4　ケースⅠの最適契約において、買手が売手に対して保証する期待効用の水準が上昇するとき、

(一)　買手・売手のいずれかが危険中立的であるか買手・売手の絶対危険回避度がそれぞれ利潤の水準から独立で一定である場合には、状態ごとの契約価格は上昇するが、状態ごとの契約数量および買手の資本ストックは、その影響を受けない。したがって、売手の受取る状態ごとの利潤は上昇する。

(二)　買手・売手がともに危険回避的で、買手の絶対危険回避度がその利潤の増加とともに減少する場合には、買手の用いる資本ストックは減少する。また、状態ごとの契約数量も減少する。しかし、売手の受取る状態ごとの利潤は増加する。[5]

A. Sandomo [1971] は、競争的企業が減少絶対危険回避的であるとき、固定費の増加は産出量の低下をもたらすことを示している。命題3、4の結果は、買手・売手がともに危険回避的で買手が減少絶対危険回避的である場合には、買手が売手に保証する期待効用の増加は、固定費の増加と同一の効果をもつことを示している。

次にケースⅡについて、λの変化の影響を調べてみよう。ケースⅡの最適契約は、(20)式によって決定される。そこで(20)の3つの式の両辺をλで偏微分して整理すると、次のようになる。

$$(30)\quad \begin{bmatrix} -A\rho & 0 & q\rho \\ X & p_1F_{qL} & 0 \\ p_1F_{Lq} & p_1F_{LL} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\partial q/\partial\lambda \\ \partial L/\partial\lambda \\ \partial p/\partial\lambda\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1/\lambda \\ 0 \\ 0\end{bmatrix}.$$

ここで $A=p_1F_q-p$, $\rho=\rho_a+\rho_u$, $X=p_1F_{qq}-wf''$ である。

(30)の左辺の行列の行列式は買手・売手がともに危険中立的である場合を除いて、生産関数に関する仮定(3)′と(6)から正となる。したがって、その場合には(30)の左辺の行列の逆行列が存在する。(30)をとくと、

$(\partial q/\partial\lambda, \partial L/\partial\lambda, \partial p/\partial\lambda)=(0, 0, 1/pq\lambda)$

となる。

したがって、次のことがいえる。

命題5　ケースIIにおいては、買手が売手に保証する期待効用の水準が高くなるとき、買手・売手がともに危険中立的である場合を除いて、状態ごとの契約価格はそれに応じて高くなる。しかし、状態ごとの契約数量および状態ごとの買手の労働の投入量は、その影響を受けない。

命題5の結果は、命題4の(一)の場合と同様の内容をもつ。ケースIIにおいては、買手の危険回避度がその利潤の大きさに応じてどう変化するかということは、λの変化が契約数量と労働の投入量に与える影響に関して全く関連をもたない。これはケースIでは、どの状態が生起するかが判明する前に、買手は資本を調達するために、その費用は事後的には企業にとって固定費用化してしまう。そこで利潤がより少なくなることの危険を回避しようとする買手は、事前に固定費用となる資本を少なくして、売手の期待効用水準の増大に対処するのであろう。ケースIIでは、状態 s の生起応じて労働者を雇用するために、ケースIIのような固定費用的要素がなくいるのである。

五　交渉による契約

これまでは、買手が売手に一定の期待効用の水準を保証した上で、自己の期待効用を最大にするような方法で契約の内容を決定する場合を考えてきた。そこでは、買手と売手が契約を結ぶ上での役割は非対称的であった。

本稿で考察しているような企業間の契約であれば、双方の当事者が対等の役割で契約の内容を決定する場合を考察する必要があるだろう。ここでは買手と売手とがそ

れぞれ契約を結ばないということを、相手に対する威嚇(threat) として用いて契約の内容を決定する場合を考察しよう。このような状況における一つの合理的な交渉の解は、J. F. Nash [1950], J. C. Harsanyi [1956] によって示されている。

前者によれば、交渉の解は二人の交渉の当事者の威嚇点からの効用の増分の積を最大にするように決定される。この結果を用いると買手・売手の威嚇点での期待効用を $(\bar{g}, \bar{u})$ とするとき、交渉の解は、

$$(31)\quad (E[G(x_i(s))]-\bar{g})(E[U(y(s))-\bar{u}),\ i=1, 2.$$

を最大にするように決定される（1、2はそれぞれケースI、IIに対応する)。

ここでは、前節までと同様に、ケースIとケースIIの場合について、交渉による契約はどのような性質をもつかを調べていくことにしよう。

まずケースIでは、$i=1$ の場合に(31)を最大にするように契約価格 $p(s)$、契約数量 $q(s)$ および買手の資本ストックKが決定られる。そこで最大のための必要条件は次のように書ける。

$$(32)\quad \begin{cases} G'=\mu_1 U',\ \forall s \\ p_1F_q-wf'=0,\ \forall s \\ E[G'(p_1F_K-i)]=0 \end{cases}$$

ここで、$\mu_1=(E[G(x_1{}^*(s))]-\bar{g})/(E[U(y^*(s))]-\bar{u})>0$ であり、$x_1{}^*(s), y^*(s)$ はそれぞれ交渉解で評価した買手・売手の状態sにおける利潤である。(6)

またケースIIにおける交渉解の必要条件は

$$(33)\quad \begin{cases} G'=\mu_2 U',\ \forall s \\ p_1F_q-wf'=0,\ \forall s \\ p_1F_L-w=0,\ \forall s \end{cases}$$

となる。ここで、

$\mu_2=(E[G(x_2{}^*(s))]-\bar{g})/(E[U(y^*(s))]-\bar{u})$ である。

第三節でのケースI、IIの最適契約解であるための必要条件は、それぞれ(13)、(14)、(16)式と(20)式によって与えられる。(13)、(14)、(16)式と(31)、(20)式と(30)式とを比較すればた

だちにわかるように、最適契約の解と交渉解とは、ケースⅠ、Ⅱごとに形式的には全く同じ内容をもつ。ケースⅠでは、最適契約解のλ_1が交渉解のμ_1にケースⅡでは、λ_2がμ_2におきかえられているにすぎない。これは、最適契約問題においてはλが、交渉問題においてはμが、買手・売手の期待効用平面でのパレート最適曲線上の位置を決定するパラメターとなっているためである。

(32)、(33)におけるμ_1、μ_2の値は、状態sに依存しない一定値である。したがって、最適契約問題と同様に(18)、(19)式を導くことができる。

そこで次の命題が成立する。

命題6 交渉解問題においては、ケースⅠに関しては命題1が、ケース2に関しては、命題2がそのまま成立する。

パラメターu^*、($\bar{g}$、$\bar{u}$)を一定にしたときの、内生変数の性質は交渉解の場合も、最適契約解の場合も同じであるが、パラメターの大きさのちがいを反映して内生変数のレベルは両者の間で異なる。

交渉解における売手の威嚇点$\bar{u}$と、最適契約解において買手が売手に対して保証する期待効用u^*は同じものであると考えてよい。それはどちらの場合にも、売手が契約あるいは交渉を締結しなかったときに、彼が他の代替的手段によって獲得しうる期待効用の水準であるからである。

以下では、($\bar{g}, \bar{u}$)を威嚇点とする交渉による契約の内容と制約条件を$E[U(y)]=\bar{u}$とする最適契約のそれとの比較を行なう。交渉による契約が最適契約に変換されていれば、このような比較は容易になる。そこでまず次のことを確認しておこう。

補題 威嚇点を($\bar{g}, \bar{u}$)とする交渉の解(x^*, y^*)と、制約条件を$E[U(y)]=E[U(y^*)]\equiv u^B$とする最適契約の解($x^{**}, y^{**}$)とは一致する。なおこの補題は、ケースⅠ、Ⅱのいずれの場合にも成立する。[7]

この補題によると、先の比較は結局、制約条件を$E[U(y)]=\bar{u}$とする最適契約と、制約条件を$E[U(y)]=u^B$とする最適契約とのそれに帰着する。$\bar{u}$とu^Bのそれぞれに対応する最適契約におけるシャドウ・プライスを$\bar{\lambda}$、λ^Bとすると、$u^B>\bar{u}$であったから、$\lambda^B>\bar{\lambda}$となる。

そこで、この関係を命題4、5に適用すると、最適契

約の解と交渉による契約の解に関しては、つぎのことがいえる。

命題7　㈠　買手の生産関数を $F(q(s),K)$ とするケースⅠでは、買手・売手のいずれか一方が危険中立的であり、他方が危険回避的であるか、買手・売手の絶対危険回避度が一定のときには、状態ごとの契約数量と買手の資本ストックは最適契約の場合と交渉による契約の場合とで同じになる。しかし、これらの場合に、状態ごとの契約価格は、交渉による契約の方が高くなる。またケースⅠにおいて買手・売手がともに危険回避的で、買手が減少絶対危険回避的である場合には、状態ごとの契約数量と買手の資本ストックは、最適契約の場合の方が大きくなる。しかし、状態ごとの売手の利潤は、交渉による契約の方が大きくなる。

㈡　買手の生産関数が $F(q(s),L(s))$ であるケースⅡの場合には、買手・売手がともに危険中立的であるときを除いて、状態ごとの契約数量と状態ごとの買手の労働投入量は、二つの契約の方式において等しくなる。しかし、状態ごとの契約価格は、交渉による契約の方が高くなる。

最後に、交渉解において、威嚇点 $(\bar{g},\bar{u})$ が変化したときの交渉解がどう変化するかを調べておこう。ここではケースⅡについてのみ分析を行なう。

まず、(33)の第二、三式の両辺をそれぞれ、売手の威嚇点 $\bar{u}$ で偏微分すると、買手と売手の生産関数に関する仮定から、$\partial q/\partial\bar{u}=\partial L/\partial\bar{u}=0, \forall s$ となる。次に(33)の第一式

$$G'/(E(G)-\bar{g})=U'/(E(U)-\bar{u})$$

の対数をとって、両辺を $\bar{u}$ で偏微分し先の結果を用いると、

$$(34)\quad (\rho_G+\rho_U)q(\partial p/\partial\bar{u})+2\phi_U E[U'q(\partial p/\partial\bar{u})]=\phi_U$$

を得る。ここで、$\phi_G=(E(G)-\bar{g})^{-1}, \phi_U=(E(U)-\bar{u})^{-1}$ であり、ρ_G、ρ_U はそれぞれ、買手・売手の絶対危険回避度である。

同様にして、買手の威嚇点の変化については次の式が成立する。

$$(35)\quad (\rho_G+\rho_U)q(\partial p/\partial\bar{g})+2\phi_G E[G'q(\partial p/\partial\bar{g})]$$
$$=-\phi_G$$

そこで次の命題が示される。

命題8 ケースIIでは、買手・売手がともに危険中立的でないときには、買手と売手の交渉における威嚇点が変化しても、契約数量および買手の労働の雇用量は、すべての状態で変化しない。しかし、売手（買手）の威嚇点が上昇したときには、契約価格はすべての状態において上昇（下落）する。

（証明）

前半は、先に述べたことから明らかである。後半の売手の威嚇点が上昇した場合についての証明を行なっておこう。

$\phi_{\bar{v}}=(E(U)-\bar{u})^{-1}>0$ であるから、(34)式から $(\partial p/\partial\bar{u})$ はすべての s に対して非正とはならない。つまり $\partial p(s^+,\bar{u})/\partial\bar{u}>0$ となるような s^+ が存在する。そこで、$\partial p(s^-,\bar{u})/\partial\bar{u}<0$ となるような s^- が存在したとしよう。ここで一般性を失うことなく $s^+>s^-$ と仮定することができる。このとき、$\partial p/\partial\bar{u}$ の連続性によって、$\partial p(s^0,\bar{u})/\partial\bar{u}=0$ となる s^0 が区間 (s^-,s^+) に存在する。

$\phi_{\bar{v}}>0$ であるから、s^0 においては、(34)は、$E[U'q(\partial p/\partial\bar{u})]=2^{-1}$ となる。この値は s とは独立の値であるから、s^+ において、(34)は、$(\rho_G+\rho_U)q(\partial p(s^+,\bar{u})/\partial\bar{u})=0$ となる。$(\rho_G+\rho_U)q>0$ であるから、$\partial p(s^+,\bar{u})/\partial\bar{u}=0$ となり、仮定と矛盾する。したがって、すべての s に対して、$\partial p(s,\bar{u})/\partial\bar{u}>0$ でなければならない。

同様にして、(35)を用いて、$\partial p(s,\bar{g})/\partial\bar{g}<0$ であることが示される。

六 結び

本稿では、不完全な情報下でかつ取引相手によって取引費用が異なるという状況のもとでの競争的企業間における契約の問題を分析してきた。ここで考察された契約のタイプは自然の状態ごとに、契約価格と数量とを取りきめるものである。また契約の対象となる財以外の買手の投入物の調達方法が契約の結果にどのような差異をもたらすかを分析するために、本稿では次のような二つの場合を考察した。まず第一に、買手がその投入物を事前に自然の状態に依存せず調達する場合と、第二には、それを自然の状態ごとに調達する場合とである。そして、この二つのそれぞれの場合について、最適契約と交渉に

よる契約の内容を考察した。最適契約とは、買手が売手に対して一定の期待効用を保証した上で、自分の期待効用を最大とするようにその内容を決定するものである。また交渉による契約とは、買手と売手のそれぞれが契約による以外の手段で獲得しうる期待効用を威嚇点とし、それぞれの威嚇点からの期待効用の増分の積を最大とするようにその内容を決定するものである。

本稿での結論は、次のように要約される。

㈠ 状態ごとの契約数量は、状態ごとの結合利潤を最大にするように決定される。

㈡ 状態ごとの契約価格・契約数量の変動にもとずく、買手・売手の状態ごとの利潤の変動の大きさは、買手・売手の危険に対する態度に依存して決定される。そして、買手・売手のそれぞれ絶対危険回避度の相対的な大きさが、それぞれの危険の分担率を決定する。

㈢ 買手・売手の危険に対する態度が、同じであっても、ケースⅠとⅡでは、パラメターの変化に対応する契約内容の変更の仕方が異なる場合が生ずる。またケースⅠとⅡの差異は最適契約と交渉による契約の比較においてもあらわれる。

㈣ 最適契約と交渉による契約は、同じ特徴をもつが、売手の契約から得れる期待効用は後者の方が高くなり、買手のそれは前者の方が高い。

以上のような本稿で得られた結論は、きわめて限定的な仮定のもとに導かれたもので、それらをただちに現実企業間の長期契約の問題に適用できないことはいうまでもない。しかし、実際の資源貿易などでみられる長期契約は、固定価格・固定数量を基本としながらも、それを弾力的に運用するために状況に応じた修正を認めている(8)。このような契約に対しては本稿の状況ごとの価格・数量の契約という考え方とそれに関する結論が有効な分析の視点を提供するだろう。

また実際の長期契約では、売手の側が一方的に契約価格の更新を要求してくる場合がある（たとえば原油の場合）。この場合にも、買手は単純に価格の上昇を認めるケースだけではなく契約数量の調整によってもそれに対応しうるケースがあるという本稿の結論は示唆的であろう。

実際の長期契約（特に資源の取引において）は、本稿で考察したような競争的な企業間で行なわれるのではな

く、互にそれぞれの市場において強力な市場支配力を持つ企業（あるいは国家）の間で行なわれる場合がある。たとえば、OPEC とメイジャー間のそれである。そのような場合の契約の内容を分析するには、買手・売手の双方の側の市場支配力を考慮に入れたモデルの拡張が必要となってくる。これは今後の課題である。

＊ 本稿の作成過程で今井賢一教授、川人清ミドルテネシー大学教授から有益なコメントをいただいたことを記して感謝したい。

（1） 企業が危険中立的で、労働者が危険回避的である場合、C. Azariadis [1975] は、$C(p(s), q(s))$ 型の契約は、$C(p, q(s))$ 型の契約にドミネイトされ、また、M. N. Bailey [1974] は、$C(p(s), q)$ 型の契約は、$C(p, q)$ 型の契約によってドミネイトされることを示している。ここである契約が他の契約にドミネイトされるとは、2つの契約が労働者に同一の期待効用を与えるとき、後者が前者のそれよりも企業に対してより大きな期待利潤を与えることを意味する。

本稿では、買手をかならずしも危険中立的であると仮定しないので、このような結論は得られない。

（2） 中谷巌［1981］では、買手・売手をそれぞれ危険中立的、危険回避的として買手の利潤を決定する契約が考えられている。そこでは当然買手の利潤は状態に依存せず一定となる。本稿の(19)式は価格と数量を決定する契約においても、買手＝危険中立的、売手＝危険回避的であれば、結果として、買手の利潤は状態に依存せず一定となることを示している。

（3） 買手・売手がとも危険回避的であれば、買手・売手のそれぞれの効用関数および生産関数の厳密な凹性により、一意性が保障される。買手・売手が危険中立的であっても同様である。

（4） (12)の制約式　$EU[(p(s,\lambda)q(s,\lambda)-wf(q(s,\lambda))]=u^*$ のλをu^*の関数として、両辺をu^*で偏微分すると、$(d\lambda/du^*)E[U'(\rho G+\rho V)^{-1}\lambda^{-1}]=1$ であるから、$(d\lambda/du^*)>0$ となる。

（5） (24)、(25)式から、売手の状態ごとの利潤の変化率 $(p-wf')(\partial q/\partial\lambda)+q(\partial p/\partial\lambda)$ を計算すると $1/\lambda(\rho G+\rho V)>0$ となる。

（6） 状態 s の集合が離散的である場合には、(32)は容易に示される。$S=[0,1]$ のように連続的である場合には、次に示す公式を用いればよい。今 $\varphi(x), \phi(x)$ をそれぞれ R^n において C^2 に属する関数とし、$x(s)$ を S から R^n への写象とすると、汎関数の積 $\left(\int_0^1 \varphi(x(s))ds\right)\left(\int_0^1 \phi(x(s))ds\right)$ を最大にする $x(s)$ は、grad $(\varphi(x(s)))\int_0^1 \phi(x(s))ds+\mathrm{grad}(\phi(x(s)))\int_0^1 \varphi(x(s))ds=0$ を満たす。証明は容易であるので省略する。

（7） この補題の次のようにして証明される、まず、最適契

約の解 (x^{**}, y^{**}) は、その制約を満たさなければならないから、

(A. 1)　$E[U(y^{**})]=E[U(y^{*})]=u^{B}$

となる。

今、$(E[G(x^{*})]-\bar{g})/E(U(y^{*})-\bar{u})=\lambda^{*}$ とし、最適契約における u^{B} のシャドウ・プライスを、λ^{**} とし、その最適解を (x^{**}, y^{**}) とすると、命題4、5から、$\lambda^{*}>\lambda^{**}$ であれば、

(A. 2)　$y^{*}=y(s, \lambda^{*})>y(s, \lambda^{**})=y^{**}, \forall s.$

となる。ところが (A. 2) が成立すると、$U'>0$ であるから、$E([U(y^{*})]>E[U(y^{**})]$ となる。これは、(A. 1) に矛盾する。$\lambda^{*}<\lambda^{**}$ としても同様の矛盾が導かれる。したがって $\lambda^{*}=\lambda^{**}$ でなければならない。このとき最適契約解の一意性から、$x^{*}(s)=x^{**}(s)\,\forall s, y^{*}(s)=y^{**}(s)\,\forall s$ が成立する。

（8） 山沢逸平 [1981, p. 176]。

引用文献

Arrow, K. J. [1970], *Essays in the Theory of Risk-Bearing*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1970.

Azariadis, C. [1975], "Implicit Contracts and Underemployment Equilibria," *Journal of political Economy*, Vol. 87, pp. 1183—1202.

Baily, M. N. [1974], "Wages and Employment under Uncertain Demand," *Review of Economic Studies*, Vol. 41, pp. 37—50.

Harris, M and A. Raviv, [1979] "Optimal Incentive Contracts with Imperfect Information," *Journal of Economic Theory*, Vol. 20, pp. 231—59.

Harsanyi, J. C. [1956], "Approaches to the Bargaining Problem before and after the Theory of Games," *Economerica*, vol. 25. pp. 144—57.

Holthausen, D. M. [1976], "Input Choice and Uncertain Demand," *American Economic Review*, Vol. 66, pp. 94—102.

中谷巌〔1981〕,「中間財取引における長期契約理論と価格交渉モデル」山沢逸平、池間誠編『資源貿易の経済学』文真堂、一二四—一四九頁。

Nash, J. F. [1950], "The Bargaining Problem," *Econometrica*, Vol. 18, pp. 155—162.

Pratt, J. W. [1964], "Risk Aversion in the Small and in the Large," *Econometrica*, Vol. 22, pp. 122—136.

Rothschild, M. and J. Stiglitz [1976], "Equlibrium in Competitive Insurance Market," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 90 (Symposium), pp. 629—649.

Sandomo, A., [1971] "On the Theory of the Competitive Firm under Price Uncertainty," *American Economic Review*, Vol. 61, pp. 65—73.

Spence M. and R. Zeckhauser [1971], "Insurance, Information, and Individual Action," *American Economic Review*, Vol. 61, pp. 380—387.

Weitzman, M. L. [1980] "Efficient Incentive Contracts," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 94, pp. 719—730.

山沢逸平〔1981〕「鉄鉱石貿易と日本の輸入戦略」山沢逸平、池間誠編『資源貿易の経済学』文眞堂、一五七—一八九頁。

(一橋大学助教授)