《研究ノート》

公共財供給のための租税調整体系

平澤典男

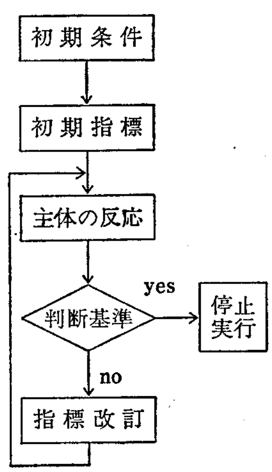
一　はじめに

公共経済学の中心的テーマのひとつは、公共財の最適供給を実現するシステムをデザインすることである。周知のように、この種の資源配分問題は大別して二つの視点から研究されている。ひとつは、動学的調整プロセスの均衡点としてパレート最適な配分を達成する手続きを定式化すること。もうひとつは、資源配分に必要な情報が私的に保存されている場合に、主体のインセンティブと両立するメカニズムをデザインすることによって、いわゆるフリーライダー問題を克服するという視点である。前者は、MDPプロセスやLMプロセスの名で知られる微分方程式体系で代表され、後者のアプローチ[二]は、ゲーム論的手法によって研究されているものである。

（一）第一のアプローチに関する展望論文として、タルケンス〔12〕を挙げることができる。

第一のアプローチに注目しよう。これは、公共財の最適水準の計算を行う計画当局の存在を仮定し、計画当局と各主体（消費者及び生産者）間の情報フローにフィードバック機構を明示的に採用しているという特徴をもつ。このシステムは第一図のように要約できる。第一図において、「指標」(indicator)とは計画当局から各主体へ流される情報、「反応」(response)とは各主体から計画当局へ伝達される情報をさす。MDPプロセスを例に採るならば、指標は、各主体の消費する私的財および公共財数量(x^i, y)。反応は、この配分で評価した公共財の私的財に対する限界代替率π^i。判断基準は、サムエルソンの条件$\left(\sum_{i\in N}\pi^i=\gamma\right.$，但し$\gamma$は公共財の限界コスト$\left.\right)$。指標の改訂は

第一図



$$\frac{dy}{dt}=\begin{cases}\sum_{i\in N}\pi^i-\gamma, & y>0,\\ \max\left[0,\ \sum_{i\in N}\pi^i-\gamma\right], & y=0,\end{cases}$$

$$\frac{dx^i}{dt}=-\pi^i\cdot\frac{dy}{dt}+\delta^i\left(\frac{dy}{dt}\right)^2,\qquad \forall i\in N.$$

によって行われる。ここでδ^iは、調整に伴って生じる社会的余剰の分配率である。($\delta^i \geq 0,\ \forall i \in N,\ \sum_{i \in N} \delta^i = 1$)

次に、このシステムを「計画当局」という見地から眺めるならば、それを特徴づけているものは、(1)言語又はメッセージ$\mathcal{M}$(2)公共財供給ルール$\mathcal{Y}$(3)ファイナンスルール$\mathcal{F}$をどのように特定化しているかということである。(二) 即ち、「政府」は何らかの方法で経済に属する各主体の意志を公共財供給量の決定に反映させるために、いかなる情報を交換する準備があるか、またはいかなる情報を要求するかを決めることができる。また、各主体から集めた情報を生産にどう反映させるかを決めることができる。更に、公共財の供給をファイナンスするための財源をいかに集めるかという費用負担原則および具体的租税手段を選ばなければならない。かくて、それらの代替的な要素の集合の積、$\mathcal{M} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{F}$の中から一点(M, Y, F)を選ぶことによって「計画当局」が確定するのである。(三) MDPプロセスでは、メッセージとして配分と限界代替率が選ばれ、供給ルールは限界代替率の集計値と限界コストの比較による微調整、ファイナンスルールは受益者負担の原則に従って各主体の限界代替率に比例的にコストを負担するというルールが採られている。他方、LMプロセスでは、メッセージは各財の価格と需要量、供給ルールは公共財需要量の平均値、ファイナンスルールには、公共財の個人別価格 (individualized price) が選ばれている。

(二) $\mathcal{M}$、$\mathcal{Y}$、$\mathcal{F}$は写像の集合である。また$\mathcal{F}$には、しばしば他の財政手段、例えば所得移転なども含められる。

(三) グローブズ＝レジャード〔5〕を参照。

以上の識別作業によって、第一のアプローチにおけるシステムの構造は本質的には極めて単純で、計画当局の設定にはかなり広い選択の余地が残されていることが知られた。しかしながら、それはシステムが全く恣意的なものであってよいということを意味しない。マランボーは、システムは少くとも次の三要件を満たすことが望ましいと唱えている。(四) 即ち、(1)改訂過程をどこで打切っても実現可能であること。(feasibility) (2)改訂の途中では各主体の効用は非減少的であること。(monotonicity) (3)改訂を通じて、パレート最適な配分に収束すること。(convergence) の三点である。他に、ハービッツの提唱する(4)情報効率性 (informational-efficiency) (5)インセンティブとの両立性 (incentive-compatibility) (6)情報分権性 (informational decentralizability) や、ションソールの(7)中立性 (neutrality) 等々がシステムにとって望ましい特性として提案されている。(五) これらの基準が、$\mathcal{M} \times \mathcal{Y} \times \mathcal{F}$上に順序を与えると考えてよいであろう。

(四) マランボー〔8〕。

(五) ハービッツ〔6〕、ションソール〔1〕。

さて、簡単な要約によって第一のアプローチのもつ方法論が明確になったところで、我々は本稿で、これまで研究の間隙を形成していた代替的な租税ルールに注目しよう。LMプロセスは、租税ルールとして個人別価格を採用しているが、MDPプロセスも個人別価格、

$$-\frac{dy}{dt}\Big/\frac{dx^i}{dt}=\pi^i-\delta^i\left[\sum_{i\in N}\pi^i-\gamma\right]$$

を持つと考えることができる。そこで、我々は、「比例所得税」、「累進所得税」のケースを考え、プロセスを定式化し、その特性を検討してみようと思う。(六)

(六) 租税の形式即ち$\mathcal{T}$の要素としては、一般に、(1)個人別価格、(2)一括税、(3)比例所得税、(4)累進所得税、(5)販売税などを区別できる。一般均衡理論の文脈で、比例所得税下の「公共的競争均衡」の存在は、既にフォーリー〔3〕で示されている。また、ゲーム論によるアプローチで比例所得税を論じたものに中山〔9〕がある。一括税、販売税の下で、公共的競争均衡のパレート最適条件の成否を検討したものにグリーンバーグ〔4〕がある。

二 比例所得税体系

〈モデル〉 我々の経済は $E=\{(X^i,\succsim^i,w^i)_{i\in N},Y\}$ で特徴づけられる。ここでNは主体の集合を表わし、$|N|=n$ とする。X^iは第i主体の消費集合を表わす。今、この経済には私的財、公共財がともに一種類しか存在しないとする。従って。$X^i\subseteq R^2$。$\succsim^i$は第i主体がX^i上で持つ選好順序、$w=(w^1\ldots w^n)$ は初期保有ベクトルを表わす。ベクトル $(x,y)=(x^1\ldots x^n,y)$, $(x^i,y)\in X^i$, $\forall i\in N$ を配分と呼ぶ。Yは公共財の生産集合を表わす。

次に、以下で必要となるいくつかの仮定を設けよう。

(仮定1) 各主体の消費集合は非負要素のみから成る。

(仮定2) 各主体の初期保有は私的財の正の量のみから成る。

(仮定3) 各主体の選好は、狭義準凹、二階連続可微分効用関数u_iによって表現可能である。

(仮定4) 私的財は正の限界効用をもつ。(七) (境界では右微係数で定義する。)

(仮定5) 公共財は私的財を投入要素として収穫非逓増的技術fの下で生産される。

(七) 私的財をニュメレール財と考えるためである。従って、w^iは所得と考えてよい。

このモデルで我々が考える問題は、制約

$$\sum_{i\in N}x^i+f^{-1}(y)\leqq\sum_{i\in N}w^i,$$

$$f^{-1}(y)=t\cdot\sum_{i\in N}w^i,$$

$$x^i=(1-r)w^i,\quad 但し\quad 0\leqq r<1$$

の下で、社会的厚生関数 $W(u^1(x^1,y)\cdots u^n(x^n,y))$ を最大化するrを確定することである。制約条件無しの最大化問題に変換すると、最適条件は

$$\sum_{i\in N}a^i\cdot\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\left(\pi^i f'\sum_{i\in N}w^i-w^i\right)=0, \qquad (1)$$

$$但し\quad a^i=\frac{\partial W}{\partial u_i},\ \pi^i=\frac{\partial u_i}{\partial y}\Big/\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\qquad \forall i\in N$$

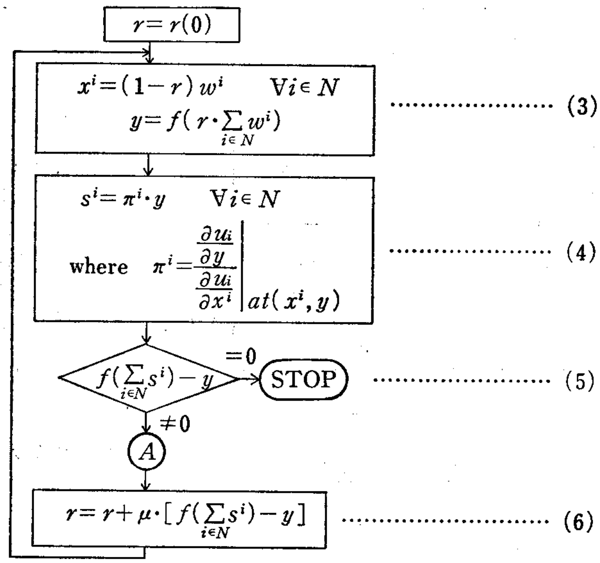
で得られる。パレート最適な税率の集合を明示的に導入しよう。即ち

$$Q=\left\{r^* \,\middle|\, \sim\exists r\in(0,1)\left((\forall i\in N)(u_i(r)\geqq u_i(r^*))\wedge(\exists j\in N)(u_j(r)>u_j(r^*))\right)\right\}$$

但し　$u_i(r)\equiv u_i((1-r)w^i, f(r\sum_{i\in N}w^i))$

私的最適税率r^iを、所得比例的負担の下で自己の効用を最大にする税率と定義すると、Qは代替的に次のように表現される。

第二図



$$Q=\left\{r^* \,\middle|\, \min_{i\in N} r^i\leqq r^*\leqq\max_{i\in N} r^i\right\} \qquad (2)$$

(1)を満たすrはQに含まれる。Qは一般に区間で得られる。この中の一点を確定することは、分配問題の分野に深く係わる問題であるが、次に我々の示すプロセスは、特定の価値判断を導入することによって、その一点を定めようとするものである。

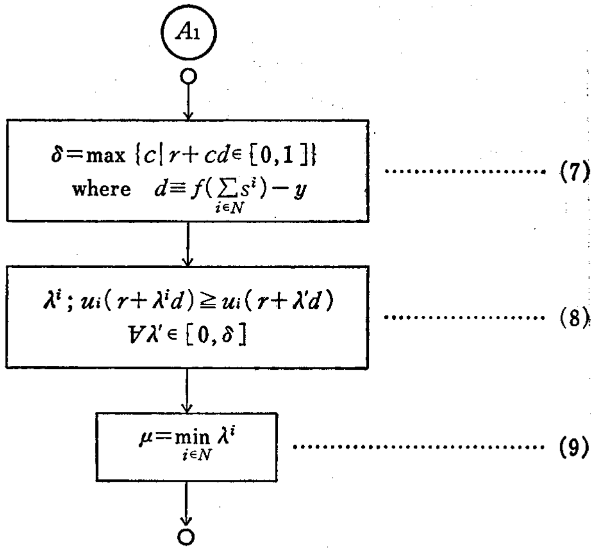
〈プロセス〉　前節で示した図式を適用すれば、所得税調整体系は第二図で示される。$r(0)$はプロセスの開始時点$t=0$において何らかの手続きで選ばれた税率とする。(八) t時点で、各主体は初期保有（所得）に比例的な負担$r(t)w^i$を義務づけられており、計画当局は歳入$r(t)\sum_{i\in N}w^i$を投下して公共財$y(t)$を生産する。次に、各主体はこの配分情報$(x^i(t), y(t))$を得て、反応s_iを計画当局に返す。但し、このs^iは、$y(t)$の主観的評価額であり、所得w^iで支払えるか否かは問わない。計画当局はこの反応を集計して、消費者の希望する公共財供給量を計算し、現時点における供給水準と比較し、両者が一致する方向へ調整すべく税率の改訂を行なうのである。ここでAは税率変更幅を確定するサブルーチンである。

（八）　$r(0)\in(0,1)$

最後に、プロセスを完結させるためにAをA^1で与える。（第三図）

ここで、我々はs^iを公共財増減を指示する情報と考えている。だが、s^iが真に公共財の調整情報を伝えるものと解釈しうるためには、次の仮定が必要である。

第三図



(仮定5') 公共財生産技術は線型である。(九)

プロセスを停止させる条件(5)は、主体の希望する公共財の水準と現在水準を比較するものであるが、これは、限界的評価ではなく平均的評価を意味している。仮定5'の下では、両者に乖離は生じない。

(九) ほとんどのLMタイプモデルは仮定5'に従っている。

〈プロセスの特性〉 (3)、(7)によって実現可能性が保証され、(6)、(8)、(9)によって単調性が成立することは明らかである。

収束性および最適性を検討しよう。税率を改訂する写像(6)を簡単に $a:[0,1]\to[0,1]$、プロセスを停止させる写像(5)を $d:[0,1]\to R$ と書こう。$r_{t+1}=a(r_t)$ とすると、$r_{t+1}\geqq r_t$ のとき、(3)より $x_{t+1}^i\leqq x_t^i$, $\forall i\in N$, $y_{t+1}\geqq y_t$。よって、仮定3より $\pi_{t+1}^i\leqq\pi_t^i$, $\forall i\in N$。従って $\sum_{i\in N}s_{t+1}^i\leqq\sum_{i\in N}s_t^i$ 即ち $f(\sum s_{t+1}^i)\leqq f(\sum s_t^i)$ よって $d(r_{t+1})\leqq d(r_t)$。ところで(6)より $r_{t+1}\geqq r_t$ のときは、$d(r_t)\geqq 0$ であったはずだから、$|d(r_{t+1})|\leqq|d(r_t)|$, $\forall t\in(0,\infty)$ が言える。区間 $[0,1]$ のコンパクト性より、このプロセスで発生する $\{r_t\}$ は有限であるか集積点をもつ。有限ならば、最終点 r^* で $d(r^*)=0$, $r^*\in Q$ であることは明らかである。実際、$M_+=\{i\in N|s^i>r^*w^i\}$, $M_0=\{i\in N|s^i=r^*w^i\}$, $M_-=\{i\in N|s^i<r^*w^i\}$ とすると、$M_+\neq\phi$ ならば、$r^i>r^*$, $\forall i\in M_+$。$M_-\neq\phi$ ならば $r^i<r^*$, $\forall i\in M_-$。よって、$M_+\neq\phi\neq M_-$ のときは $r^*\in Q$。また、M_+とM_-のいずれか一方のみ非空とすると、$\sum_{i\in N}s^i\neq r^*\sum_{i\in N}w^i$ となって矛盾。他方、プロセスが無限であっても、集積点 r^* で $r^*\in Q$ が成立する。なぜなら、無限のケースは、$d(r_t)=0$, $\mu_t=0$, $\forall_t$ で発生し、(8)、(9)より、$r^*=\min_{i\in N}r^i$ または $r^*=\max_{i\in N}r^i$ または $r^*=r(0)=r^i$ for some $i\in N$ だからである。

次に、個人的誘因との斉合性を検討する。簡単のため、税率改訂式 A および(6)が

$$\frac{dr}{dt}=\alpha\left(f\left(\sum_{i\in N}s^i\right)-y\right)$$

と書き変えられるとする。すると、改訂によって生じる第i消費者の効用変化は、

$$\frac{du_i}{dt}=\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\left(\pi^i f'\sum_{i\in N}w^j-w^i\right)\cdot\frac{dr}{dt}$$

と表わされる。今、$s^j(j\neq i)$を所与として効用増加を最大にするs^iの満たすべき条件を求めると、

$$\frac{\partial}{\partial s^i}\left(\frac{du_i}{dt}\right)=\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\left(\pi^i f'\sum_{j\in N}w^j-w^i\right)\cdot\alpha f'=0$$

を得る。故に、均衡では、公共財の限界代替率が公共財増減による限界コストの所得比例的負担分より大（小）ならば、s^iを大きく（小さく）報告するほど、効用増加分が大きくなる。また、限界代替率が、限界コスト負担額と一致しているならば、s^iを操作することによって効用増加分を、一層高めることはできない。しかも、このとき、s^iを真の値より高く（低く）報告したとすると、他の主体のs^jが不変ならば、税率は真の値を報告した時よりも高く（低く）定まり、彼の効用は低下してしまうため、彼は嘘をつく誘因をもたない。

先に、我々のプロセスはQ内の一点を確定すること、および、そのためには特定のWの設定が要求されることに触れたが、ここで、我々のプロセスがいかなるWを想定しているかを明らかにしておこう。もし、$r(0)\notin Q$ならば、$r^*=\min_{i\in N}r^i$、又は$r^*=\max_{i\in N}r^i$である。また、$r(0)\in Q$ならば$r^*=r^i$ for some $i\in N$。このような均衡値の性質は、(9)の定式化に依存する。そこで、調整幅を定めるサブルーチンA_1で(9)を次式に代えたものをA_2とする。

$$\mu=\frac{1}{n}\sum_{i\in N}\lambda^i \tag{10}$$

A_2をプロセスのAに組み込んだ時の均衡値[十]r^{**}は、必ずQの内部に存在し、$d(r^{**})=0$を成立させる。以上のことから、Wの確定という分配問題は、μ関数の選択問題に他ならないことがわかる。最小値でμを定める(9)は、Wとして、初期税率に対して最も不満の少ない個人のウェイトを著しく高くとるものに他ならず、平均でμを定める(10)は、功利主義的効用関数を想定し、所得の限界効用の逆数をウェイトとするものと言えるであろう。

（十） 一般には、$r^*=r^{**}$。また、A_1以外のサブルーチンでは、単調性は失われる。

三 いくつかの注意

前節で、s^iを公共財増減情報とみなしうるための条件として設けた仮定5′は、最適性の条件を平均的評価で定義するために不可欠のものである。もし、MDPプロセスの直接的な一般化を考えて、限界的評価を考えるならば、(5)を(1)で置き換えることで、仮定5′を落とすことができる。だが、そのためには、政府は$\left\{\left(a^i,\frac{\partial u_i}{\partial x^i},\pi^i\right)_{i\in N}\right\}\in\mathcal{M}$を選ばなければならない。即ち、計画当局は、$\left(a^i,\frac{\partial u_i}{\partial x^i},\pi^i\right)_{i\in N}$なる情報を集めることが必要で

ある。しかしながら、現実にこれらを集めることは困難であると考えるべきであろう。

さて、我々のプロセスの必要情報はs^iとλ^iであった。λ^iを出すためには、各主体が生産技術に関する情報を知っていなければならない。だが、λ^iは調整幅の決定に関係するだけであるから、たとえ具体的な生産技術を知っていなくとも、各主体は提案された配分を線形的に結んで生産技術を予想すると仮定すればよい。実際に生産技術が線形でなくとも、真の最適点は線形を想定した時の最適点の近傍にあり、プロセスラウンドの進向とともに真の最適点に近づくことがわかる。

四　累進所得税体系（試論）

二節と同じモデル、同じ問題意識の下で、$\mathscr{F}$の中から累進所得税体系を採用するとしよう。プロセスは、どのように修正すればよいであろうか。

まず、問題を単純にするため次の仮定を置く。

（仮定6）　累進所得税体系は、関数

$$p: D \to [0,1]$$

但し $D=\left\{w \,\middle|\, \min_{i \in N} w^i \leq w \leq \max_{i \in N} w^i\right\}$

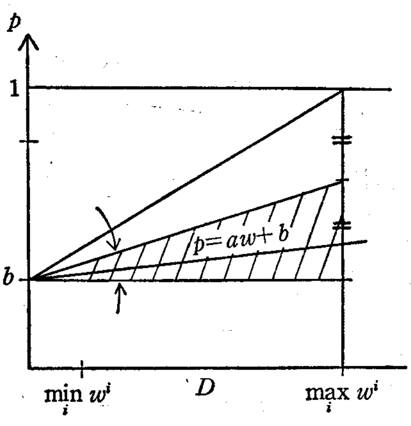
で表わされ、次の条件を満たす[十一]。

(i) pは連続、可微分、増加関数である。

(ii) 課税前所得の大小順序が、課税後に逆転することはない。

条件(i)、(ii)によって、

第四図



$$p \geq 0, \quad 1 \geq p(w)+wp' \tag{11}$$

が導かれる[十二]。今、特に、

（仮定6′）　$p(w)=aw+b$ (12)

と置くならば、(11)は、

$$\frac{1-b}{2 \cdot \max_{i \in N} w^i} \geq a \geq 0 \tag{13}$$

と表わされる[十三]。

（十一）　現実的には、pには階段関数を想定し、ある一定額の基礎控除を認めるべきであろう。また、負の所得税への一般化も興味ある課題として残される。

（十二）　$w'>w$ のとき、

$$(1-p(w'))w' \geqq (1-p(w))\cdot w$$

$$\therefore\ w'-w \geqq p(w')w'-p(w)\cdot w$$

$$\therefore\ 1 \geqq p(w')+w\cdot\frac{p(w')-p(w)}{w'-w}$$

$$\therefore\ 1 \geqq p(w)+w\cdot p' \text{ if } w'\to w.$$

(十三) 実行可能な線形累進税構造⑿は、bを所与とすると、第四図で示される。

我々の計画当局が解くべき最大化問題の一階の条件は、(1)と、

$$\sum_{i\in N} a^i\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\left(\pi^i f'\cdot\sum_{i\in N} w^{i2}-w^{i2}\right)=0 \qquad (14)$$

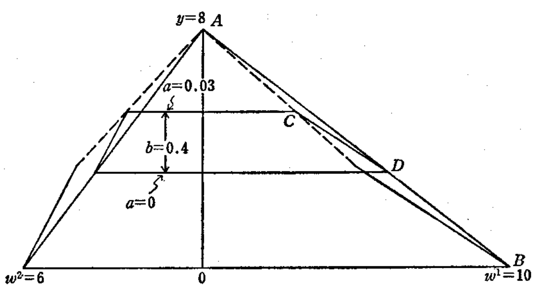
で与えられる。これら2式が同時に成立するのは、かなり厳しい条件の下でのみであろう。たとえば、$\frac{1}{a^i}=\frac{\partial u_i}{\partial x^i}\ \forall i\in N$ であるとすると、(1)、⒁の成立は全員の所得が均等の時のみであることが知られる。

二節同様、私的財＝公共財供給ルールを

$$\left.\begin{aligned} x^i&=[1-p(w^i)]w^i, \quad \forall i\in N,\\ y&=f\left(\sum_{i\in N}(p(w^i)\cdot w^i\right). \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

としよう。累進所得税体系の所得再分配効果を明らかにするため、第五図を与える。但し、$|N|=2$, $p(w)=aw+b$, $y=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}p(w^i)\cdot w^i$。この図から、(1)、⒁の同時成立の困難性が読みとれる。即ち、(1)はAB線が無差別曲線と接することを意味し、⒁はCD線が無差別曲線と接することを意味しているのである。また、aの選択とbの選択の間には一種の対抗関係が存在する。

第五図

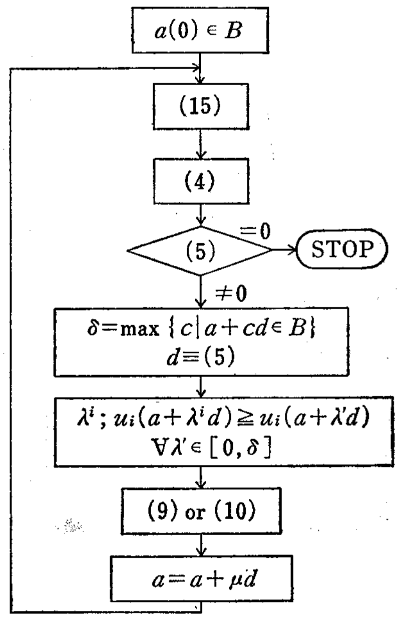


即ち、所得の相対的に低い主体は高いaの値を選好し、($b\neq 0$ならば実現可能消費集合の下で彼の効用を最大にするaは、あるbに対する⒀の上限である。)所得の相対的に高い主体は低いaの値（あるbの下で $a=0$）を選好すると言えるのである。

そこで、ひとまず bを固定して、aを決定する調整プロセスを第六図で与える。このプロセスは、第二節で示したプロセスとほぼ同等の特性を備えている。即ち、実現可能性、単調性（(9)の場合）パレート最適税率への収束、等々である。[十四]

aを固定してbを決定する調整するプロセスは、如何なるものであろうか。この場合、aの定義域がbに依存することから、aをそのまま固定することには意味が無い。そこで、$a'\equiv\theta\cdot\frac{1-b}{2\cdot\max_{i\in N} w^i}$, $\theta\in[0,1]$ と定義し、a'又はθを固定すれば、第六図と同様なプロセスを定義できるであろう。

第六図



(注)　$B=\left[0,\dfrac{1-b}{2\cdot\max_{i\in N} w^i}\right]$,

$u^i(a)=u^i\left[(1-(aw^i+b))w^i, f\left(\sum_{i\in N}(aw^i+b)w^i\right)\right]$,

$\forall i\in N$.

(十四)　bを固定した時のパレート最適税率は、

$$Q^{**}=\left\{a\,\middle|\,\min_{i\in N} a^i \leqq a^* \leqq \max_{i\in N} a^i\right\}$$

と表わせる。但し、a^iは、固定されたbの下での消費集合の上で、第i主体の効用を最大にするaの値である。

五　結語

本稿は、MDPタイプの動学プロセスに様々なファイナンスルールを組み込む方法を検討したものであり、アイディアを深めるため、多くの点を犠牲にし、精緻さにおいて若干後退している点は否定できない。拡充の方法については本文中で触れているが、尚、次の諸点への試みを今後の課題としたい。

(1) 私的財、公共財の複数化。

(2) 代替的な累進所得税率関数(とくに階段関数)の検討。

(3) 累進所得税体系下における、主体の戦略的行動の検討。

である。

参考文献

〔1〕 Champsaur, P., "Neutrality of Planning Procedures in an Economy with Public Goods", *R. E. S.* 43 (2) (1976) 293—299.

〔2〕 Drèze, J. H. and Poussin, D. de la Vallée, "A Tâtonnement Process for Public Goods", *R. E. S.* 38 (2) (1971) 133—150.

〔3〕 Foley, D., "Resource Allocation and the Public Sector", *Yale Econ. Essays* 7 (1967) 43—98.

〔4〕 Greenberg, J., "Efficiency of Tax Systems Financing Public Goods in General Equilibrium Analysis", *J. E. T.* 11 (1975) 168—195.

〔5〕 Groves, T. and J. Ledyard, "Optimal Allocation of

Public Goods: A Solution to the 'Free Rider Problem'", *Econometrica* 45 (4) 783—810.

〔6〕 Hurwicz, L. "Optimality and Informational Efficiency in Resource Allocation Processes", in *Mathematical Methods in the Social Science*, eds. by Arrow, Karlin, and Suppes, Stanford Univ. Press 1960, 27—46.

〔7〕 Malinvaud, E., "A Planning Approach to the Public Goods Problem", *Swedish J. of Econ.* 73 (1) 96—112.

〔8〕 ——, "Decentralized Procedures for Planning", in *Activity Analysis in the Theory of Growth and Planning*, eds. by Malinvaud and Bacharach, Macmillan, London 1967.

〔9〕 Nakayama, M., "Proportional Income Taxation and Nash Equlibria", *D. P. Toyama Univ.* (1978)

〔10〕 Otsuki, M., "Discrete Procedures of Economic Planning: A Unified View from Feasible Directioon Method", *R. E. S.* 44 (1) (1978) 77—84.

〔11〕 Polak, E., "On the Convergence of Optimization Algorithms", *R. I. R. O.* 16 (1969) 17—34.

〔12〕 Tulkens, H., "Dynam ic Process for Public Goods: An Institution-orien ted Survey" *J. of Pub. Econ.* 9 (2) (1978) 163—201.

〔13〕 本間正明，入谷純，久我清「公共的競争均衡と租税体系」経済研究 29 (1)，(1978) 12—22°

（日本学術振興会奨励研究員）