わが国国債市場構造の計量分析＊

釜江　廣志

§1　はじめに

金融自由化の進展とともに、金融諸市場では価格メカニズムがいっそう機能するようになった。債券市場でも、1977年の国債流動化以後、流通市場は拡大し、また近年の新しい取引の開始とともに、市場の厚みが増している。この報告では、利子率の期間構造を分析することを通して、わが国債券市場、とりわけ国債流通市場の構造を解明する。具体的には、単一方程式をOLSとその修正法で計測し、さらに検定することによって、1985年秋の先物取引開始以後の国債流通市場における利子率の期間構造について、純粋期待仮説が成立するか否かのテストを行う。第2節では、純粋期待仮説が割引債のタームで定式化され、併せて計測の方法が説明される。計測には第3節で説明される割引債の利回りデータ、即ち、スポット・レートが用いられる。利付債ではなく割引債が採用されるのは、期間構造理論が残存期間の利回りへの影響を分析するものであり、残存期間以外のクーポンなどの要因を一定にすることが望ましいが、利付債の利回りには銘柄毎に異なるクーポンの影響が含まれているためである。また、残存期間の長い割引債の利回りデータの利用可能性は限られているので、利付債のデータを用いてクーポンがゼロである割引債の利回りを推計する。計測の結果は第4節で示され、残存期間が3年から9年までの割引債の利回りデータを用いると、純粋期待仮説は棄却される。

§2　純粋期待仮説の定式化と計測法

本節では仮説の定式化とその計測の方法が説明される。期 t の期末における残存 i 期の割引債の、最終利回りと1期間の所有期間利回りの線形近似（ともに1期当たり、年利表示）とをそれぞれ、$R_t^{(i)}$、$h_t^{(i,1)}$ と書く。所有期間利回りを用いると、純粋期待仮説の関係は

(1)　$E_t\left(h_t^{(i,1)}\right) \overset{?}{=} R_t^{(1)}$

である。

ところで、国債などの先物市場における価格形成に関する結果（拙著（1993）第3章）を用いると、現物国債の銘柄のうち最割安銘柄の所有期間利回りに関する期待形成が不偏性の条件を満たすことを示し得る（拙著（1993）第4章）が、以下ではこの結果を敷衍して用いる。各銘柄間に裁定が働くことを考慮して、現物国債の全ての銘柄の、1期間の所有期間利回りに関する期待形成が、最割安銘柄のそれに関する期待形成と同様に、不偏性の条件を満たすと仮定されると、

(2)　$h_t^{(i,1)} = E_t\left(h_t^{(i,1)}\right) + v_{t+1}$

である。ここに v_{t+1} は誤差項で $E_t\left(h_t^{(i,1)}\right)$ とは無相関である。つまり、期待値は将来の実現

値を過大または過小に評価しない、と仮定される。この式を使えば式(1)は

(1') $h_t^{(i,1)} - v_{t+1} = R_t^{(1)}$

となる。また、割引債の所有期間利回りは最終利回りとの間に

(3) $h_t^{(i,1)} = i \cdot R_t^{(i)} - (i-1) R_{t+1}^{(i-1)}$

なる関係を持つ[1]。これを用いて式(1')を変形すると、結局

(4) $R_{t-1}^{(i)} - R_{t-1}^{(1)} = (1 - 1/i)(R_t^{(i-1)} - R_{t-1}^{(1)}) + w_t$

が得られる。ここに $w_t = v_t / i$ である。この式は計測のために

(5) $R_{t-1}^{(i)} - R_{t-1}^{(1)} = a + b(R_t^{(i-1)} - R_{t-1}^{(1)}) + w_t$

と表わされる。この式を計測し、得られる係数推定値が

(6) $$\begin{cases} a = 0 \\ b = 1 - \frac{1}{i} \end{cases}$$

を満足すれば、純粋期待仮説が成立する。

計測にはHansen (1982) とNewey and West (1987) の方法が用いられる。これは、定数項と各説明変数の係数のそれぞれの推定値をOLSにより、またそれら推定値の標準誤差を次のような方法で得るものである。本報告では、計測の単位期間、即ち1期は1、2、3か月、および利払いの期間である6か月とされ、他方、データは月次で採集される。この場合、1期が1か月の場合を除き、誤差項は順に1、2、5次の移動平均に従うので、係数推定値の標準誤差の計測には、移動平均による誤差項の系列相関が考慮され、さらに係数推定値の分散・共分散行列

(7) $\hat{\theta} = (X'X)^{-1} X' \Omega X (X'X)^{-1}$

におけるΩを正値定符号とすることを保証する方法が用いられている。これはΩの(h, i)要素を

(8) $$\omega_{(h,i)} = \begin{cases} [1 - k/(n+1)]\, u_h \cdot u_i, & (\text{if } k \leqq n) \\ 0 & (\text{if } k > n) \end{cases}$$

とするものである。ここに、Xを定数項と(m－1)個の説明変数とからなる(T×m)の行列、Ωを(T×T)の行列、$k = |h-i|$、nを移動平均過程の次数、Tをサンプル数、u_rを式$Y = X \cdot \gamma + u$のOLS回帰から得られるr番目の残差とする。

また、式(6)の係数推定値についての仮説は、次のようなカイ2乗検定により一括してテストできる。上記の記号を用いて帰無仮説を一般的に$\gamma = \gamma^*$と書くと

$$(\hat{\gamma} - \gamma^*)' \left[(X'X)^{-1} X' \Omega X (X'X)^{-1}\right]^{-1} (\hat{\gamma} - \gamma^*)$$

は漸近的に自由度がmのカイ2乗分布をし、この値がカイ2乗分布表から得られる臨界値よりも大きければ、帰無仮説は棄却される。ここに、$\hat{\gamma}$は定数項と各説明変数のそれぞれの推定値からなるベクトルである。なお、1期が1か月の場合は、係数の推定とその標準誤差の計算がOLSにより、仮説検定はFテストにより、それぞれなされる。

§3　データ

利子率の期間構造の分析に際して、1期の長さをどう設定するかが問題である。わが国の利付国債は半年毎に利払いが行なわれており、6か月を1期とするのが便利であるが、その際、データのアベイラビリティに制約があるため、オーバーラップする期間のデータが使用されなければ、サンプルが少なくなる。経過利子を考慮に入れれば、任意の期間を1期と見なし得るので、本報告では1期は1、2、3または6か月であると想定され、オーバーラップする期間のデータが用いられる。

短期利子率としては現先の1か月（翌月物)、2か月、3か月の各レートとこれから推計される6か月レートが用いられる。これらは月末における平均（年当り、年利表示、単位%）である。3か月レートを$\gamma 0.25$と書く時、6か月レート$\gamma 0.5$は、3か月毎の複利計算により

$$1+\gamma 0.5/100/2=(1+\gamma 0.25/100/4)^2$$

なる関係から推計される。

次に長期利子率は割引債のデータから採集することも考えられるが、わが国の現存の割引国債のサンプルは多くなく、残存期間も限定されている。そこで本報告では、利付国債のデータを利用して割引債の利回り、即ちスポット・レートが推計される。割引債利回りの推計法としては、割引要素がスプライン関数に従うと仮定するMcCulloch（1975）の方法など、いくつかのものがあるが、本報告では、しばしば利用されているMcCulloch法を簡略化したThies（1985）の方法が修正して用いられる[2)]。

利付債のサンプルは東証に上場の長期国債で、価格は小口売買取引の月末値である。クーポン・レートと残存期間がともに等しい銘柄が複数個あれば、残存額の多い方が採用される。データは、国債先物の取引開始後の1985年10月から90年6月までの期間[3)]の各月末値が『公社債月報』の「公社債相場表」から採集される。なおサンプル数を多くするために、各月の最終取引日に値がついていない銘柄は、値付けされた最終日の価格が用いられる。計測の対象となる割引債は残存期間が3年、4年、…、9年の1年刻みの7種類とその周辺で、利回りデータは57か月分が推計により得られる。

§4　純粋期待仮説の計測結果

計測には定常的な変数が用いられなければならない（畠中（1991）p. 208参照)。そのためにまず、式(5)の両辺の変数の単位根の存否が調べられるが、それに先立ち、残差項に系列相関があるか否かがvon Neuman比によりテストされる（Johnston（1984）p. 389、付録の表B－7参照)。次の式

$$\begin{aligned}&(9a)\quad y_t=\mu+\rho y_{t-1}+u_t\\&(9b)\quad y_t=\mu+\beta t+\rho y_{t-1}+u_t\end{aligned}\qquad (t=1,\cdots,n)$$

のそれぞれの計測から得られる逐次残差をWkとする時、（修正）von Neuman比

$$(n-k)/(n-k-1)\times\Sigma_{t=k+2}{}^{n}(W_t-W_{t-1})^2/\Sigma_{t=k+1}{}^{n}W_t{}^2$$

が正の系列相関の臨界値より小ならば、正の系列相関なしの帰無仮説は棄却され、この比が負の系列相関の臨界値より大ならば、負の系列相関なしの仮説は棄却される。検定結果によれば、1期を1、2か月とする場合の一部の変数を除き、正の系列相関の存在は認められ、負のそれは全ての場合において認められない[4)]。

続いて、残差項の系列相関を考慮にいれないDickey and Fuller（1979）の方法（augmented Dickey－Fuller法）と、残差項の系列相関を考慮するPhillips and Perron（1988）の方法を用いて、各変数が定常的であるか否かがテストされる。帰無仮説は「定常的ではなく、単位根が存在する」である。期tの変数を y_t で表す。augmented DF法は、系列相関なしの仮説が5％水準で棄却されない変数にのみ適用され、次式から得られる ρ の推定値が1に等しい時、変数yに単位根が存在する、と判定される。即ち、

(10a) $y_t=\mu+\rho y_{t-1}+\alpha_1\triangle y_{t-1}+\cdot\cdot+\alpha_p\triangle y_{t-p}+u_t$

(10b) $y_t=\mu+\beta t+\rho y_{t-1}+\alpha_1\triangle y_{t-1}+\cdot\cdot+\alpha_p\triangle y_{t-p}+u_t$

をOLSで推定し、得られる ρ の推定値 $\hat{\rho}$ から $\hat{\tau}=(\hat{\rho}-1)/s$ を計算する。ここにsは $\hat{\rho}$ の標準誤差である。なお、本報告では $p=4$ とされる。$\hat{\tau}$ がFuller（1976）の τ 分布表の臨界値よりも大なら、帰無仮説は棄却されない。他方、Phillips－Perron法は系列相関なしの仮説が棄却される変数に適用され、式（9a）、（9b）を計測してDickey－Fuller法と同様に τ を求めてテストするが、その際、k次の系列相関を前提としており、共分散の計算にNewey and West（1987）の方法を用いる点が異なる。

検定結果によれば、1期が1か月である場合の長い残存期間についての両変数に単位根が存在するケースがある。ただし非確率的な線型トレンドの存在を仮定しないと、残存9年の変数を除き、これらの変数にも単位根は存在しない[5)]。これらの結果から、両変数が定常的であるとみなしてよいであろう。

次に式(5)の計測がなされる。計測期間をできるだけ長くするために、始期を変えている。1期＝1、2、3、6か月に対応して、始期はそれぞれt＝85年11月、12月、86年1月、4月とされる。これらから90年6月までの期間についての、式(5)の推定結果は表a～dの通りである。

まず1、2、3か月を1期とする場合（表a～c）、残存期間が3年から9年（または8年）までの7種類（または6種類）の割引債に関するテスト結果のうち、個別にみれば、説明変数の係数の全てと残存4年を除く全てのケースの定数項の推定値は、式(6)に示される純粋期待仮説の意味する値と有意に異なる。また定数項と各係数のそれぞれの推定値を一括してテストすると、全てのケースにおいて得られるF値またはカイ2乗値は式(6)の仮説を棄却する。さらに1期を6か月とする場合（表d）にも、表a～cとほぼ同様の結果が得られる。ただし個別にみる場合、

定数項は残存3～6年のケースで式(6)の意味する値と有意に異ならない。

以上の結果を総合すれば、1期を1～3か月と6か月とする時、説明変数の係数は全ての残存期間について純粋期待仮説の意味する値と異なる。また、定数項はかなりの残存期間について0と有意に異なる。2つの推定値を一括してテストすると、全ての場合において式(6)は否定される。これらから、現物国債の全ての銘柄の1期間の所有期間利回りに関する期待形成が不偏性の条件を満たすと仮定されると、純粋期待仮説は成立しないと判断してよいと思われる。

表a　純純粋期待仮説の計測結果（1か月を1期とする場合）

残存 期（年）数	定数項	$R_t^{(i-1)}-R_{t-1}^{(1)}$	SE	$\overline{R^2}$	F
36（3）	0.004640* (0.002805)	0.6486** (0.05557)	0.01993	0.7109	16.97#
48（4）	0.004670 (0.003620)	0.0845** (0.06737)	0.02629	0.6502	9.60#
60（5）	0.005889* (0.003932)	0.7122** (0.06876)	0.02808	0.6590	7.83#
72（6）	0.007330** (0.004014)	0.7393** (0.06726)	0.02739	0.6854	6.79#
84（7）	0.008706** (0.004232)	0.7642** (0.06612)	0.02692	0.7068	5.78#
96（8）	0.009630** (0.004584)	0.7935** (0.06452)	0.02703	0.1424	4.66#

表aの注：この表は式(5)の計測結果を示す。定数項と各係数の推定値の下の（　）内の数値はそれぞれの標準誤差である。定数項と各係数推定値につけた＊＊と＊は、それらの推定値が式(6)に示される値とそれぞれ5％、10％水準で有意に異なることを意味する（以上、表a～dに共通)。表aのサンプル数はt＝85年11月から90年6月までの56、被説明変数は残存36期（3年）から96期（8年）までの割引債の利回りと1期の短期利子率との差 $R_{t-1}^{(i)}-R_{t-1}^{(1)}$ である。残存9年の被説明変数は定常的でないので、計測していない。計測はOLSによる。F値につけた＃は、定数項と各係数のそれぞれの推定値が式(6)で示される値に等しいとの仮説が5％水準で棄却されることを意味する。Fテストについては Judge 他（1985）§2.1. 3b参照。

表 b　純粋期待仮説の計測結果（２か月を１期とする場合）

残存 期（年）数	定　数　項	$R_t^{(i-1)}-R_{t-1}^{(1)}$	SE	$\overline{R}^2$	χ^2
18（3）	0.01373* (0.008505)	0.4334** (0.06001)	0.05091	0.4927	72.92#
42（4）	0.01329 (0.01042)	0.4791** (0.07860)	0.06562	0.4227	38.30#
30（5）	0.01757* (0.01124)	0.5087** (0.08718)	0.07191	0.4168	30.98#
36（6）	0.02387** (0.01127)	0.5283** (0.09284)	0.07325	0.4178	28.15#
42（7）	0.03102** (0.01152)	0.5465** (0.09782)	0.07468	0.4181	24.73#
48（8）	0.03674** (0.01237)	0.5857** (0.09638)	0.07623	0.4484	20.68#
54（9）	0.03668** (0.01329)	0.6727** (0.08235)	0.07693	0.5462	16.36#

表 b の注：表 a の注参照。この表のサンプル数は t =85年12月から90年６月までの55、被説明変数は残存18期（３年）から54期（９年）までの割引債の利回りと１期の短期利子率との差 $R_{t-1}^{(i)}-R_{t-1}^{(1)}$ である。表 b～d では、標準誤差とカイ２乗値は、誤差項の系列相関を仮定する Hansen と Newey and West の方法により得られている。またカイ２乗値につけた＃は、定数項と各係数のそれぞれの推定値が式(6)で示される値に等しいとの仮説が５％水準で棄却されることを意味する。

表 c　純粋期待仮説の計測結果（３か月を１期とする場合）

残存 期（年）数	定　数　項	$R_t^{(i-1)}-R_{t-1}^{(1)}$	SE	$\overline{R}^2$	χ^2
12（3）	0.02132* (0.01612)	0.03102** (0.06597)	0.08336	0.3584	87.52#
16（4）	0.02072 (0.02040)	0.3549** (0.08324)	0.1076	0.2915	49.63#
20（5）	0.02972* (0.02282)	0.3674** (0.09891)	0.1205	0.2598	36.89#
24（6）	0.04414** (0.02411)	0.3606** (0.1197)	0.1258	0.2246	27.13#
28（7）	0.06171** (0.02641)	0.3568** (0.1424)	0.1306	0.1980	19.62#
32（8）	0.07675** (0.02977)	0.3940** (0.1526)	0.1353	0.2192	15.16#
36（9）	0.07867** (0.03059)	0.5123** (0.1309)	0.1391	0.3349	13.52#

表 c の注：サンプル数は t =86年１月から90年６月までの54、被説明変数は残存12期（３年）から36期（９年）までの割引債の利回りと１期の短期利子率との差 $R_{t-1}^{(i)}-R_{t-1}^{(1)}$ である。

表ｄ　粋期待仮説の計測結果（６か月を１期とする場合）

残存 期（年）数	定数項	$R_t^{(i-1)}-R_{t-1}^{(t)}$	SE	$\overline{R^2}$	χ_2
6（3）	0.02354 (0.04209)	0.1683** (0.06793)	0.1841	0.2257	170.98＃
8（4）	0.03207 (0.06186)	0.1833** (0.1213)	0.2513	0.1030	40.31＃
10（5）	0.05966 (0.07284)	0.1743** (0.1494)	0.2814	0.06350	26.90＃
12（6）	0.09941 (0.08087)	0.1587** (0.1736)	0.2909	0.04117	21.52＃
14（7）	0.1470* (0.09153)	0.1540** (0.1990)	0.2988	0.03212	16.86＃
16（8）	0.1913** (0.1047)	0.1937** (0.2195)	0.3150	0.05350	12.17＃
18（9）	0.2115** (0.1143)	0.3145** (0.2182)	0.3277	0.1424	8.39＃

表ｄの注：サンプル数はｔ＝86年４月から90年６月までの51、被説明変数は残存６期（３年）から18期（９年）までの割引債の利回りと１期の短期利子率との差 $R_{t-1}^{(i)}-R_{t-1}^{(1)}$ である。

§５　結論と残された問題

本報告では、利子率の期間構造に関する純粋期待仮説の単独のテストがなされ、残存期間が３年から９年までの割引債の利回りデータを用いると、この仮説は棄却されることが示された[6]。

残された問題は次の通りである。利子率の期間構造を純粋期待仮説で説明できないことは、プレミアムが存在することを含意しているのであり、プレミアムについての分析が次になされなければならない[7]。また、プレミアムが存在する理由としては、市場の非効率性があげられるのかもしれない。これらの点については、更なる検討が必要である。

（一橋大学商学部教授）

＊生活経済学会大会での片山伍一教授、千田純一教授、原司郎教授、大石泰彦教授のコメントと、本誌レフェリーの懇切なサジェッションに感謝申し上げる。

注

１）拙著（1993）第２章第２節を参照されたい。

２）詳細は拙著（1993）付論を参照。

３）この期間内の税制上の大きな変更は、1988年４月から個人の利子所得について、従来の源泉分離課税（35％）と総合課税との選択から、一律分離課税（20％）になったことである。ただし、個人の公社債取引に占めるシェアは低く（日本証券業協会の『公社債投資家別売買状況』によれば、1990年度の売りと買いの合計で0.7％)、影響は小さいとみられる。

4）5）詳細は拙著（1993）第5章を参照。

6）わが国の期間構造を分析した代表的な例として、黒田（1982）が挙げられよう。その分析との相違点は次のとおりである。（a）方法：黒田は期待形成の仮説として、本報告とは異なり、不偏性条件を用いない。過去（1977年央以前）の短期利子率がARMAモデルに従うと仮定して、将来（1977年央以後）の短期利子率の予想値を作成し、次に、これらを用い純粋期待仮説に従って長期利子率の理論値を計算して、純粋期待仮説の検定に用いている。(b)対象期間：黒田（1982）では1977年－1980年であり、本報告のそれとは重ならない。(c)結果：黒田のタイム・シリーズ・データによる計測からは、かなりの残存期間において純粋期待仮説は成立せず（同書、P．147,159－60)、本報告の結果と大きくは異ならない。

7）所有期間利回りの予測誤差の条件付き分散をリスクを表す変数として用い、プレミアムを有意に説明しようとする試みについては、拙著（1993）第7章を参照されたい。なお、黒田（1982）は、プレミアム仮説として、ヒックスの流動性プレミアム仮説（「残存期間が長くなるほどプレミアムは大きくなる」）のみを取り上げている（同書、P．151,221)。

［参考文献］

Dickey, D. and A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for time Series Regressions with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, 427－431.

Fuller, W. (1976), *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley and Sons.

Hansen, L. (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moment Estimators," *Econometrica*, July.

畠中道雄（1991）『計量経済学の方法』創文社。

Johnston, J. (1984), *Econometric Methods*, Mc - Graw HIll.

Judge, G., W. Griffiths, C. Hill, H. Lutkepohl and T. Lee (1985), *The Theory and Practice of Econometrics*, John Wiley and Sons.

釜江廣志（1993）『日本の国債流通市場－利子率の期間構造の計量分析－』有斐閣。

黒田晁生（1982）『日本の金利構造』東洋経済新報社。

McCulloch, J. H. (1975), "The Tax - Adjusted Yield Curve, "*Journal of Finance*, Jan.

Newey, W. K. and K. D. West (1987), "A Simple, Positive Semi - Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix, "*Econometrica*, May.

Phillips, P. C. B. and P. Perron (1988), "Testing for a Unit Root in Time Series Regressions, "*Biometrika*, 335－346.

Thies, C. F. (1985), "New Estimates of the Term Structure of Interest Rates : 1920－1939, "*Journal of Financial Research*, Winter.