スラッファ体系の解明

信田　強

I　スラッファ体系[1]の前提

(イ)　比較静学と規模に関する収穫法則

われわれは、A_jを第j産業の商品jの物的産出高と定義する。また、このA_jを単位期間中に第j産業において産出せしめるのに必要な労働量と第i産業の商品iの物量をそれぞれL_j、A_{ij}とする。また、産出物は単一で結合生産のケースはないことにし、投入A_{ij}はその単位期間中に費消される流動資本であるとする。すると以上の関係は産業の数が二コであれば、次のように表わせる。(以下、本論文においては、二財でも論理の一般性を失うことがなく、かえってそれによって、本質が見やすくなるところが多い。したがって、原則として二財モデルを扱う。)

$$\left.\begin{array}{l} A_{11},\ A_{21},\ L_1 \rightarrow A_1 \\ A_{12},\ A_{22},\ L_2 \rightarrow A_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

このとき、スラッファは体系が素材的に自己補填的状態にあると仮定している。[2]

$$A_{11}+A_{12} \leqq A_1$$

$$A_{21}+A_{22} \leqq A_2$$

ところで(1)式より次式が成立する。

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{A_{11}}{A_1},\ \dfrac{A_{21}}{A_1},\ \dfrac{L_1}{A_1} \rightarrow 1 \\ \dfrac{A_{12}}{A_2},\ \dfrac{A_{22}}{A_2},\ \dfrac{L_2}{A_2} \rightarrow 1 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

例示によってこの式を説明すれば、$\dfrac{A_{21}}{A_1}$は商品1を

一単位生産するのに必要な商品2の投入量を示す。他も同様に解釈される。つまり、これらの比率は、投入と産出の比率、すなわち、投入物の生産性の逆数を示す。例えば、L_1/A_1は労働生産性の逆数である。

さて、A_1の産出量が増加したとしよう。このとき生産性に変化が生じ、A_{11}/A_1、A_{21}/A_1、L_1/A_1の値が一様な比率で（必ずしも一様でなくてもよいが）減少（増加）したとする。これは規模に関する収穫逓増（逓減）の効果があったことを示している。他方、規模に関する収穫不変であれば、体系の産出量が増減してもこれらの比率は不変である。ここで、仮に投入量が2倍になれば産出量も2倍になる。これは投入量と産出量の関係を示す生産関数が一次同次であるということである。われわれは(2)式に対応する比率を次のように表わそう。

$$a_{11},\ a_{21},\ l_1 \to 1$$

$$a_{12},\ a_{22},\ l_2 \to 1$$

これがいわゆる投入係数であり、上記の理由により、規模に関する収穫不変の場合以外では固定的投入係数とはならない。

ところで、スラッファの体系においては比較静学の方法が貫かれ、変化は考えられていない。したがって産出量の変化も考えられない。この時、規模に関する収穫法則は作用しない。つまり、スラッファ体系は規模に関する収穫法則に依存しない。さらにいえば、いかなる収穫法則が体系にあろうと、スラッファの議論は妥当性を持つ(3)。産出量に変化がなければ、規模に関する収穫法則がどのようなものであれ、投入係数に変化がないことは明かである。勿論、規模に関する収穫不変以外の場合には、投入係数は潜在的に変化の可能性があるものとみなされねばならない。しかし、スラッファ体系では投入係数はとにかく不変である。

ところが、スラッファは投入係数を用いないで、本論文の(1)式のA_{ij}、L_j、A_jのタームに対応するもので議論を展開している。なぜなら、投入係数を用いると、読者は必ずやこれを、実際には固定的とは限らないのに、慣習的に固定的投入係数と誤解し、体系の前提が規模に関する収穫不変であると勘違いするであろうから、彼は用心深くも投入係数を用いなかったわけである。

しかし、不変的投入係数は数学的には固定的投入係数と同じように扱えて便利である。（勿論、不変的なスラ

ッファ体系の投入係数は、規模に関する収穫不変の場合には、固定的投入係数をさしている。）そこで、われわれは、上記の投入係数にまつわることを充分に念頭においたうえで、投入係数を都合の良いところでは用いて、議論を進めることにする。

最後に注意てしおく。体系には、一つの商品を作るのに、さしあたり一つの生産方法以外にはないものと仮定する。例えば、商品1についてa_{11}、a_{21}、l_1以外の生産方法がないとみるのである。もし競合しうる技術a_{11}'、a_{21}'、l_1'が存在する場合には、分配関係の変化に応じて選択される生産方法（技術）の切換え（switching）の生ずる場合ができる。われわれは仮定によってこの可能性を排除するのだ。上記の分配関係の変化という表現は、正確に比較静学的にいえば、利潤率と賃金率の組合わせの水準の相違という表現になる。以下で変化ということばをしばしば用いる。この時には、変化ということばは上記のように比較静学的に用いられているものとみなす。

(ロ) 基礎的生産物と非基礎的生産物（分解不能行列と分解可能行列）および均等な利潤率と賃金率

スラッファは次のように定義している。「ある商品が（直接的であるか間接的であるかを問わず）すべての商品の生産にはいるかどうか、これがその判定規準である。そのような商品を基礎的生産物とよびそうでない商品を非基礎的生産物と呼ぼう。[4]」スラッファは体系に少くとも一つの基礎的生産物があると仮定しているが、われわれもこれにならおう。

この定義が分解不能行列と可能行列に対応していることを説明しておこう。分解可能行列とは、経済学的なタームで説明すれば次のようになる。[5] n個の産業（商品）が存在し、$A=\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$をその（物的）資本投入係数行列（以下、投入係数行列と略称）としよう。この時、産業をIとJの二つのグループ（Iグループに入る産業の数＋Jグループに入る産業の数$=n$, Iグループに入る産業の数$\neq 0$, Jグループに入る産業の数$\neq 0$）に分け、iをIに属する産業、jをJに属する産業としたときに、$a_{ij}=0$が上に定義されたi、jについて成立するとしよう。もしあるAについてこのようなIとJの産業の分割があれば、このAは分解可能である。もしなければ分解

不能という。$a_{ij}=0$ の意味するところは、Jグループの産業はIグループの商品を買わないということである。この定義と上記のスラッファの定義とをよく対照してみれば、非基礎的生産物はIグループに、基礎的生産物（一つはある）はJグループに属することが分る。したがって、非基礎的生産物を含む投入係数行列は分解可能であり、また分解可能な投入係数行列は非基礎的生産物を含むと解釈できる。次に、基礎的生産物のみを含む投入係数行列が分解不能であることを証明しよう。背理法によると簡単である。もしこの行列が分解可能であるならば、上記のIグループに属する商品が存在しなければならない。ところがIグループの商品は非基礎的生産物であるから、前提と矛盾する。よって、基礎的生産物のみを含む投入係数行列は分解不能である。逆に投入係数行列が分解不能であれば、非基礎的生産物は含みえないので、存在するのは基礎的生産物のみとなる。

さて、スラッファが商品をこのように二分したのは、どのような経済学的な理由からであろうか。簡単化のために、三財モデルでこのことを考えよう。$a_{31}=0$, $a_{32}=0$ であとの残りは正である投入係数行列 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$ を考える。これは上記の定義に照せば分解可能行列になる。非基礎的生産物は商品3であり、基礎的なそれは商品1、2となる。このとき労働投入係数l_1、l_2、l_3はすべて正であるとする。また、商品1をニュメレール（価値尺度財と訳されるが、以下では価値尺度と略称する）にとる。この時の実質賃金率、商品2、3の価格をそれぞれ、w、P_2、P_3とする。ここでわれわれは全産業で均等な利潤率と賃金率が支配している体系を仮定する。ここでの利潤率をrとする。賃金は単位期間末に後払いされる。さらに、賃金率は物的構成まで固定されている生存賃金水準ではなく、それ以上の水準であり、変化の可能性のあるものと考える。ここに分配の問題が生ずる。この時、均衡において、次の関係が成立している。

$$\left.\begin{aligned} 1&=wl_1+(1+r)(a_{11}+P_2a_{21}) \\ P_2&=wl_2+(1+r)(a_{12}+P_2a_{22}) \\ P_3&=wl_3+(1+r)(a_{13}+P_2a_{23}+P_3a_{33}) \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

この(3)式の体系において、今、wが与えられたとすると、注意してみると分ることであるが、基礎的生産物の

産業1、2だけでrとP_2は決定されてしまっている。そして、非基礎的生産物の価格P_3は上で決ったw、r、P_2を与えられることによって従属的に決定されている。したがって分配関係(r, w)と相対価格の本質は基礎的生産物の諸産業の内部で決定されているといってよい。相対価格と分配の問題は基礎的生産物のみからなる体系に集約されているわけである。スラッファはかような意味から、本質的である基礎的生産物と非本質的である非基礎的生産物とを分けたのである。基礎的生産物のみを含む体系は分解不能投入係数行列で表現される。したがって、われわれは、以下、分解不能行列で議論を進める。

II　問題の所在（分配論と価値論）

われわれは以下、二財モデルで議論を進める。さきの定義により$\begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix}$ $(a_{12}>0,\ a_{21}>0)$のような投入係数行列も分解不能であるが、われわれは単純化のために、すべての元が正である投入係数行列$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$を分解不能行列の代表として扱うことにする。次にこれに対応する投入絶対量を$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$とし、別に労働投入量を$L_1$、$L_2$ $(L_1>0,\ L_2>0)$とする。この技術的条件の下で、貨幣表示（例えば円）の価格と賃金率をP_1、P_2、Wとすると、均衡では次の関係が成立している。

$$\left.\begin{array}{l} P_1A_1=WL_1+(1+r)(P_1A_{11}+P_2A_{21}) \quad \cdots\cdots ⓐ \\ P_2A_2=WL_2+(1+r)(P_1A_{12}+P_2A_{22}) \quad \cdots\cdots ⓑ \end{array}\right\} \cdots(4)$$

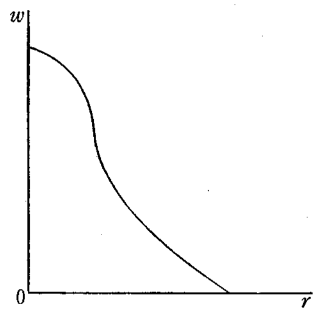
これが、われわれの直面する現実の価格体系であると考えてよい。分配を問題にするとき賃金率が実質的意味を持たなくては意味がないので、何らかの商品をニュメレールにとり貨幣賃金率Wを実質賃金率wになおす。

さて、商品1をニュメレールにするということは、商品1の物的一単位の貨幣表示の価値額すなわちP_1を1とみなすことであるから、このP_1で(4)式の両辺を割ってやることを意味している。その時、両辺を同じ数で割るので等号関係は保持され、賃金率と価格が実質表示になるだけである。利潤率rだけは不変にとどまる。ニュメレールは単一の商品でなく、合成商品であってもかまわない。例えば、商品1、2のバスケット(A_1, A_2)を物的一単位とし、これをニュメレールとする。この一単位の貨幣表示の価値額は$P_1A_1+P_2A_2$となる。この価値額をQとおく。この合成商品をニュメレールにすることはQを1とみなすことであるから、このQで(4)式の両辺を割る

ことを意味する。以上を念頭において話を進める。

さて、問題の核心にはいる。問題は分配関係（分配論）と相対価格（価値論）との関係にあることが明らかにされる。まず、単一の商品をニュメレールにとることからはじめよう。問題はニュメレールを媒介にしているのだ。われわれは(4)式において商品1をニュメレールにとり、$\frac{P_2}{P_1}=P$, $\frac{W}{P_1}=w$ とする。さらに(4)式のⓐをA_1で割り、ⓑをA_2で割る。すると、次式が得られる。

A 図



$$\left.\begin{array}{l} 1=wl_1+(1+r)(a_{11}+Pa_{21}) \\ P=wl_2+(1+r)(a_{12}+Pa_{22}) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

この時、実質賃金率w（rでもかまわない。）の値を変化させてみる。すると、この変化したwの水準で均衡が成立するためには、(5)式で等号が成立するようにrと$\frac{P_2}{P_1}$である相対価格Pが変化せねばならない。表現を変えれば、(5)式で任意のwを与えると、それに対応するrとPの水準が同時に決まる。この時、生産要素の価格(r, w)の軌跡を平面上に記すことができる。この軌跡を Factor-price Frontier[6]（要素価格辺境線）という。以下においてはフロンティアと略称する。このフロンティアは例えばA図のようになるかも知れない。

さて、wの変化につれてPも変化するとすれば、rはPの変化の影響を受け、Pが分らない限り、rも分らない。これがリカードウの頭を一生悩した問題であった。なぜなら、彼の主要な関心は分配論（分配関係）であり、主要な分配論が価値（相対価格）の変化の影響を受けては困るのである。このニュメレールを単一商品にとった場合における困難の解決は相対価格Pが実質賃金率wの変化に対して不変にとどまる（独立である）ことの内に発見される。われわれは本論文のⅢで相対価格が分配関係の変化に対して不変にとどまる条件を検討する。（われわれは分配関係ということばで、利潤率と実質賃金率の関係(r, w)を意味している。）この条件は分配関係が相対価格の変化の影響を蒙らない非常に特殊な場合としての意味を持つ。分配関係の変化に対して相対価格が不

変であれば、まさにそのゆえに、相対価格の変化によって分配関係が影響されないことは自明である。このとき、上記のフロンティアは直線になる。

リカードウは相対価格の変化の影響を蒙らない分配論（分配関係）を作るために苦労した。つまり価値論から独立な分配論を作ろうとした。特殊な上記の場合のように相対価格が変化しなければ都合が良いが、たとえ、分配関係の変化によって相対価格が変化したとしても、その変化に左右されない分配関係を保障するニュメレール（価値尺度）をみつければリカードウの所期の目的は達成されるわけである。この価値尺度が有名な不変の価値尺度である。リカードウにとって、価値論は分配論を価値論から切離し、自立させるという意味で、分配論を補足する附随的なものであったのである。リカードウはこの不変の価値尺度をついに発見できなかったが、スラッファは特殊な合成商品の内にこれを見い出すことができた。

勿論、体系に基礎的生産物が一つしかない場合には、厄介な相対価格の問題はない。この一財モデルの資本投入係数をa、労働投入係数をlとし、ニュメレールをそれ自身とすると均衡において次の関係が成立する。

$$1=wl+(1+r)a$$

他の基礎的生産物の価格がはいり込まないし、l、aは不変なので、この式だけで分配関係は定まる。wかrの一方を与えれば他方が決まる。非基礎的生産物が無数にあるとしても、それ等の価格はここで決まったrとwを基礎にして決定されるが、この決定された無数の価格は非基礎的生産物の価格であるために上記の基礎的生産物の方程式にはいり込まない。したがって、上式で分配関係（r, w）はこの意味でも相対価格の変化から独立である。フロンティアは直線となる。リカードウの分配論の基本構想は最も単純なこのモデルにあった。リカードウはこの唯一の基礎的生産物を小麦と考えていた。これが有名な corn ratio theory である。この場合、小麦は相対価格の変化に左右されない分配関係を保障するニュメレールとなり、不変の価値尺度と考えられる。[7] スラッファは一財モデルの小麦にあたる商品を多財モデルの中で合成商品（勿論、基礎的生産物のである。）として見い出し、分配関係の変化に起因する相対価格の変化に左右されない分配関係をえぐり出した。

さて、ニュメレールを単一の商品でなく、複数の商品が一単位である合成商品にする場合を考える。見透しを良くするために次の操作を行う。(4)式において ⓐ$\times q_1+$ⓑ$\times q_2$ を作り、整理すると次式が得られる。

$$P_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P_2(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})=W(q_1L_1+q_2L_2)+r\{P_1(q_1A_{11}+q_2A_{12})+P_2(q_1A_{21}+q_2A_{22})\} \quad \cdots\cdots(6)$$

これは産業1、2がそれぞれ、q_1、q_2 の比率で構成されている体系の国民所得を示している。左辺が生産国民所得であり、右辺は分配国民所得である。これは両者の均等を表わす。特に、左辺を次のようにおいておく。

$$P_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P_2(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})=Q \quad \cdots\cdots(7)$$

貨幣価値額 Q は q_1、q_2 が与えられていれば、現実の価格を基礎にして、例えば10兆円というふうにはじき出される。

さて、(6)式を変形すると次式が得られる。

$$r=\left\{1-\frac{W(q_1L_1+q_2L_2)}{P_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P_2(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})}\right\}\div\left\{\frac{P_1(q_1A_{11}+q_2A_{12})+P_2(q_1A_{21}+q_2A_{22})}{P_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P_2(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})}\right\} \quad \cdots\cdots(8)$$

この時はじめて、われわれは商品1と2のバスケット $(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12},\ q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})$ を合成商品の物的一単位として、ニュメレールと考える。この合成商品一単位の貨幣表示の価値額（7式）で貨幣賃金率 W を割ったものが合成商品表示の実質賃金率となる。これを w とおくと(8)式は次のようになる。

$$r=\{1-w(q_1L_1+q_2L_2)\}\div\left\{\frac{P_1(q_1A_{11}+q_2A_{12})+P_2(q_1A_{21}+q_2A_{22})}{P_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P_2(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})}\right\} \quad \cdots\cdots(9)$$

注意すべきことは w がニュメレールによって実質賃金率にされているのに、分母の中の P_1、P_2 は依然として貨幣表示である点である。不自然であるが、かえってこの方が問題の本質が分る。ただし分母を全体としてみれば合成商品表示の体系全体の実質資本価値となっている。もしくは、これを国民所得に対する（流動）資本の比率すなわち資本—産出高比率を表わしているとみることもで

きる。分子の第一項の1は、実質国民所得の合成商品をニュメレールにとっていることを示す。

さて、物価を示すP_1、P_2が貨幣賃金率W（固定していると考えると便利なのでそう考える）に対して、(9)式の実質賃金率wが変化するように変化したとしよう。この時、(9)式において、このwが計算されて与えられるとしてrを導出しようと試みる。もしP_1、P_2が変化したにもかかわらず、P_1、P_2間の比率が一定にとどまるならば、分母の値は一定となる。つまり、実質資本価値は分配関係の変化にもかかわらず一定である。そして、rはwが与えられれば絶対価格、P_1、P_2の変化の影響を蒙らずに決定される。勿論、相対価格は一定なのであるが、実質賃金率wが変化しているので、一定と仮定している貨幣賃金率Wに対して、P_1、P_2の絶対水準は一様な比率で変化している。

以上を示そう。$P_2=mP_1$とおき(9)式へこれを代入すると次のようになる。

$$r=\{1-w(q_1L_1+q_2L_2)\}\div\left\{\frac{(q_1A_{11}+q_2A_{12})+m(q_1A_{21}+q_2A_{22})}{(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+m(q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})}\right\}\quad\cdots\cdots(10)$$

この場合、mを一定（相対価格不変）とすれば、右辺でw以外はすべて定数になるから、wが与えられれば一次関数として、すぐにrが決定される。ニュメレールが単一商品の場合も同じ命題が成立した。よって、相対価格が分配関係の変化に対して不変であれば、ニュメレールが何であれ分配関係は相対価格の変化の影響を蒙らずに決定され、フロンティアは直線になる。逆に、あらゆるニュメレールの下で、フロンティアが直線ならば、相対価格は不変である。なぜなら、(10)式において、適当なq_1、q_2をえらんでmを消去（後述。これは特殊なニュメレールをとることである）せずに、任意のq_1、q_2（任意のニュメレール）の下でフロンティアが直線であることはmが一定であることに他ならないからである。

最後に、たとえ相対価格の変化（(9)式のP_1、P_2が比例的に変化しない場合）があったとしても、分配関係の決定方式にその変化が影響しないようにするニュメレールを求めよう。これは(10)式のmが変化する場合と考えてよい。すなわちwが変化するとmが変化する。この時rの決定がmの変化の影響を受けないようにするには、(10)式

の分母（これは(9)式の分母である実質資本価値に等しい）をmの変化に対して一定に保つようにすればよい。この分母の値を不変に保つ（mを消去する）必要十分条件は次式である。

$$\frac{q_1A_1}{q_1A_{11}+q_2A_{12}}=\frac{q_2A_2}{q_1A_{21}+q_2A_{22}}=\frac{1}{\lambda}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

つまり、(11)式を満すq_1、q_2をかけた商品1と商品2の合成ニュメレール$(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12},\ q_2A_2-q_1A_{21}-q_2A_{22})$がリカードウの求めていた不変の価値尺度となる。これをスラッファは標準商品と呼んでいる。q_1、q_2（の比率）とλの値が一意的に決定されることは本論文のIVで示される。(11)式を仮定し、さらに$q_1L_1+q_2L_2=1$とおくと(9)もしくは(10)式は次のようになる。

$$\left(\frac{1}{\lambda}-1\right)(1-w)=r\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

このとき、フロンティアは直線になる。

スラッファはニュメレールを標準商品にとった体系を標準体系といっている。すでに標準体系を扱ったのであるが、確認しよう。q_1、q_2が(11)式を満すものとする。この時、貨幣表示の現実の体系から、簡単に標準体系が導出される。(4)式と(7)式の両辺を(7)式のQで割り、$\frac{P_1}{Q}=P'_1$, $\frac{P_2}{Q}=P'_2$, $\frac{W}{Q}=w$ としよう。すると、次の体系が成立する。

$$\left.\begin{aligned}&P'_1A_1=wL_1+(1+r)(P'_1A_{11}+P'_2A_{21})\cdots\cdots ⓐ\\&P'_2A_2=wL_2+(1+r)(P'_1A_{12}+P'_2A_{22})\cdots\cdots ⓑ\\&P'_1(q_1A_1-q_1A_{11}-q_2A_{12})+P'_2(q_2A_2\\&\quad-q_1A_{21}-q_2A_{22})=1\cdots\cdots ⓒ\end{aligned}\right\}\cdots(13)$$

(13)式において、ⓐ$\times q_1+$ⓑ$\times q_2$ を求め、ⓒを考慮して整理すると次式がでてくる。

$$r=\frac{1-w(q_1L_1+q_2L_2)}{P'_1(q_1A_{11}+q_2A_{12})+P'_2(q_1A_{21}+q_2A_{22})}$$

これは(7)式とP'_1、P'_2の定義を考えれば、全く(9)式と同じである。(11)式が前提だから、$q_1L_1+q_2L_2=1$ とすれば(12)式が導れる。ⓒは標準国民所得と呼ばれる。上記の議論から明らかなように、標準体系においては、標準商品で測った実質賃金率が変化したときに、相対価格が変化しても利潤率は相対価格の変化の影響を受けずに決定されるのである。（逆の決定関係の解釈も可能である。）

注意のために(4)式のすぐ後で述べたことを補足する。現実の価格体系が共通になっていれば、ニュメレールが

何であろうと相対価格は同じになる。例えば、$\frac{P_2}{P_1}=\frac{P_2}{Q}\div\frac{P_1}{Q}=\frac{P_2}{P_1}$さらに(5)式を考えると$\frac{P}{1}=\frac{P_2}{P_1}\div 1=\frac{P_2}{P_1}$となる。したがって、あるニュメレールの下で、分配関係の変化によって相対価格が変化したとすれば、別の適当なニュメレール（例えば標準商品）の下で相対価格が不変にとどまるということはありえない。同じだけ変化する。この本質は(4)式の両辺をゼロ以外の数で割っても、その体系の価格の比率は不変であるという点にある。

III　相対価格が分配関係の変化に対して不変にとどまる条件

この命題の意義は、あらゆるニュメレールの下で分配関係が相対価格の変化の影響を受けないということであった。なぜなら、相対価格にははじめから変化がなかったからだ。

さて、分配関係（r, w）をあつかったときにはニュメレールは重要な意味を持っていた。つまり、実質賃金率wが何で測定されるかが利潤率rの決定にひびいていたからである。しかし、相対価格自体を扱うときには、さきに述べたように、ニュメレールが何でも同じになる。

そこで、商品1をニュメレールにとって、相対価格が分配関係の変化の影響を受けないという命題の必要条件から求めることにしよう。(5)式で$(1+r)=\rho$とすると(5)式は、次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}1&=wl_1+\rho(a_{11}+Pa_{21})\\P&=wl_2+\rho(a_{12}+Pa_{22})\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

この式をρで微分（wでも同じ結果が出る）すると、$\frac{dP}{d\rho}=0$を念頭におくと、必要条件として次式が得られる。

$$\frac{dw}{d\rho}=-\frac{a_{11}+Pa_{21}}{l_1}$$

$$\frac{dw}{d\rho}=-\frac{a_{12}+Pa_{22}}{l_2}$$

$$\therefore\quad\frac{a_{11}+Pa_{21}}{l_1}=\frac{a_{12}+Pa_{22}}{l_2}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

これは、各産業の資本集約度（有機的構成）が均等であることを示す。産業1、2の資本集約度をそれぞれk_1（(15)式の左辺）、k_2（右辺）とすると、以上の関係は$\frac{dP}{d\rho}=0\rightarrow k_1=k_2$と要約できる。

さらに$k_1=k_2$であるための必要条件を求めよう。(14)を変形すると次のようになる。

$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{1}{l_1}=w+\rho k_1\\[2ex]\dfrac{P}{l_2}=w+\rho k_2\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ここで，$k_1=k_2$ を考えて，両方程式の差を作ると次のようになる。

$$\frac{l_2-Pl_1}{l_1l_2}=0$$

$l_1 \neq 0$，$l_2 \neq 0$ であるから，

$$P=\frac{l_2}{l_1}$$

すなわち，$k_1=k_2 \rightarrow P=\dfrac{l_2}{l_1}$ である。この意味するところは，各産業の資本集約度が均等ならば，相対価格は，各産業の現在の投下労働に比例し，投下労働価値説が妥当するということである。ところで，l_1，l_2は不変なので $P=\dfrac{l_2}{l_1}$ であることは $\dfrac{dP}{d\rho}=0$ であることである。よって次の関係が成立する。

$$\frac{dP}{d\rho}=0 \rightarrow k_1=k_2 \rightarrow P=\frac{l_2}{l_1} \rightarrow \frac{dp}{d\rho}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

つまり $\dfrac{dP}{d\rho}=0$，$k_1=k_2$，$P=\dfrac{l_2}{l_1}$ はお互に必要十分条件（同値）になっていて，ある一つのものは他のものと論理的に同じ内容を表現している。このことを考えると(10)式の不変の m は，実は，l_2/l_1 だったのである。

ところで，この(17)式の関係を成立せしめる必要条件は $P=\dfrac{l_2}{l_1}$ を(15)式に代入することによって得られる。

$$\frac{a_{11}+\dfrac{l_2}{l_1}a_{21}}{l_1}=\frac{a_{12}+\dfrac{l_2}{l_1}a_{22}}{l_2}=C \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

さらに，この(18)式が(17)式の関係の同時成立の十分条件でもあることは次のように示される。(14)式より次式が成立する。

$$\frac{1}{l_1}=w+\rho\frac{a_{11}+Pa_{21}}{l_1}$$

$$\frac{P}{l_2}=w+\rho\frac{a_{12}+Pa_{22}}{l_2}$$

ここで仮に $P=\dfrac{l_2}{l_1}$ とおくと

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{l_1}&=w+\rho\frac{a_{11}+\frac{l_2}{l_1}a_{21}}{l_1}\\ \frac{1}{l_1}&=w+\rho\frac{a_{12}+\frac{l_2}{l_1}a_{22}}{l_2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

このとき(18)式を考えれば(19)式の両式は同じものであることが分る。これは次のようになる。

$$w=\frac{1}{l_1}-C\rho$$

これから分ることは、(18)式が成立すれば、任意にρが与えられた時に、原式である(14)式は$P=\frac{l_2}{l_1}$, $w=\frac{1}{l_1}-C\rho$の解を持ち、資本集約度は(18)式のCの値となって各産業で均等になることである。よって、(18)式が(17)式の関係を成立せしめる必要十分条件であることが分った。つまり、(17)式が成立していることは、(18)式という非常に特殊な関係を投入係数が満していることと同値なのだ。(この現実的なプロバビリティは非常に小さいはずである。)

IV　相対価格の変化に左右されない分配関係を保障するニュメレール(不変の価値尺度)

投入係数が(18)式を満さない限り、相対価格は分配関係の変化に対して不変にとどまることはないから、一般的には分配関係が変化すれば相対価格も変化する。この一般的な場合に、相対価格の変化に依存しない分配関係を論ずることが可能なのは、不変の価値尺度だけである。

さて、(11)式のすぐ後の議論をそのまま引きつごう。すると、われわれに残された問題は(11)式を満す、q_1、q_2、λを実際に求めることだけになる。まず、(11)式の経済学的意味を考えると、(11)式は、商品1を生産する産業と商品2を生産する産業がそれぞれq_1、q_2の比率で構成されているときに、各商品の投入量と産出量の比率が均等であり、その比率がλであることを示している。かように、q_1、q_2、λを考えておく。ここで(11)式を行列表示にしてみる。

$$\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}\\A_{21}&A_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\q_2\end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix}A_1&0\\0&A_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}q_1\\q_2\end{bmatrix}\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

n財モデルの場合も、本質的にこれと同じ表現をとるから、われわれはこの二財モデルで一般的な場合を代表していると考えることができる。(20)式は左辺と右辺の行列の同じ行を同じ数で割っても等号は成立するから、第一

行と第二行をそれぞれA_1、A_2で割る。すると左辺の行列は投入係数行列に、右辺の行列は単位行列になる。これを示すと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}=\lambda\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots(21)$$

ところで、Aをn次の分解不能の非負行列とする。このとき、フロベニウスの定理にしたがえば、$Aq=\lambda q$ ならしめるλ（スカラー）の内の最大のものは正であり、（これがフロベニウス根）それに対応するq（列ベクター）も正である。そして、定数倍を無視すれば、このqは一意的である。[8] (21)式の投入係数行列は2次という最も単純な場合であるが、あくまでも分解不能の非負行列であるから、一意的な正のλと、定数倍を無視すれば一意的な正のq_1、q_2を持つ。すなわち不変の価値尺度が存在する。このことをたしかめよう。(21)式を変形する。

$$\begin{bmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

$q_1=q_2=0$ 以外の解があるための必要十分条件は次のようになる。

$$\begin{vmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} \end{vmatrix}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

これよりフロベニウス根（λ^*とする）は次のようになる。

$$\lambda^*=\frac{1}{2}\left\{(a_{11}+a_{22})+\sqrt{(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}a_{21}}\right\} \quad \cdots\cdots(24)$$

これは明らかに正であって、フロベニウスの定理の示すとおりである。

次に(22)式において、$q_1=kq_2$ とおき整理すると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \lambda-a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & \lambda-a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} k \\ 1 \end{bmatrix}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

kを求めることが、q_1、q_2を求めることになる。(25)式の列ベクターを定数倍すれば、無数のq_1、q_2が得られる。(25)式において $\lambda=\lambda^*$ とし(24)式を代入するとkは一意的に定まる。これをk^*とする。

$$k^*=\frac{(a_{11}-a_{22})+\sqrt{(a_{11}-a_{22})^2+4a_{12}a_{21}}}{2a_{21}}$$

これも正である。なぜなら根号の中が $(a_{11}-a_{22})^2$ よりも大きいからである。フロベニウスの定理のとおりである。以上で不変の価値尺度が存在することがたしかめら

れた。

次に、(21)式の投入係数行列の転置行列を考える。そして、(21)式と同様な関係を生ぜしめる値を、P_1、P_2、μとすると次のようになる。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}=\mu\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(26)$$

これも、フロベニウスの定理があてはまるかたちをしている。この転置行列も非負の分解不能行列であるから、(26)式を成立せしめる最大の正のμ（フロベニウス根）とそれに対応する正のP_1、P_2が存在する。さらに、フロベニウスの定理によれば、転置行列のフロベニウス根はもとの行列のフロベニウス根に等しい[9]。よって、(26)式のフロベニウス根は(24)式のフロベニウス根λ^*に等しい。(26)式にこれを代入し、これに対応するP_1、P_2をそれぞれ$P_1{}^*$、$P_2{}^*$とする。そして行列表示から普通の方程式の表示になおして整理する。

$$\left.\begin{aligned} P_1{}^* &= \frac{1}{\lambda^*}(P_1{}^* a_{11} + P_2{}^* a_{21}) \\ P_2{}^* &= \frac{1}{\lambda^*}(P_1{}^* a_{12} + P_2{}^* a_{22}) \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(27)$$

これを良くみれば分るが、$\frac{1}{\lambda^*}$は実は賃金率がゼロの場合の極大利潤率（Rとしよう）に1を加えたものであることが分る。Rが一意的であることはλ^*の一意性によって保証されている。これより次のようになる。

$$\frac{1}{\lambda^*}-1=R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

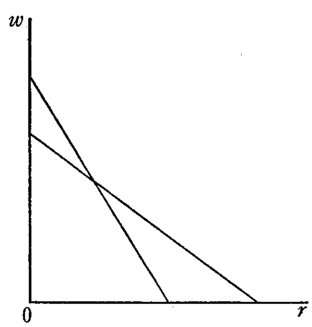
(12)式のλをλ^*と考えることができるから、(28)式を代入すると次のようになる。

$$r=R(1-w) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29)$$

分配関係が変化すれば一般的には相対価格も変化するが、その相対価格の変化の影響を蒙らないようにせしめる不変の価値尺度を採用すれば、その分配関係は(29)式で表現される。なお、フロベニウス根とHawkins-Simonの条件との関係から[10]、現実の利潤率をrとすると、$\frac{1}{1+r}>\frac{1}{1+R}=\lambda^*$ならば与えられた正の賃金率に対して（労働投入係数は正と仮定する）非負の価格ベクター（すべての元がゼロではない）が存在する。例えば、(4)式において、$0<r<R$で、Wが正の場合には、$P_1>0, P_2>0$なるP_1、P_2が存在する。P_1、P_2の片方がゼロとならないのは、基礎的生産物のモデルだから、一つはあると

考えられる正の価格の投入物が直接的もしくは間接的に、すべての生産物に入るために、どの生産物の価格もゼロになりえないからである。

B図



以上の議論は一般の多財モデルにも妥当する。(11)

V 論じ残されている論点

以上が本質的な点であるが、他に残された二つの論点がある。軽くふれておく。詳細は註であげてある文献を参照されたい。一つは結合生産についてである。結合生産の概念は、耐久期間のある固定資本を流動資本として取扱うことを可能にし、固定資本を本論文のような単位期間の連立方程式の内に組込む。(12)もう一つは生産方法（技術）の切換え（switching）である。(13)二つの生産方法が(18)式に対応する条件をそれぞれ満しているならば、それぞれの相対価格は共通のどんなニュメレールの下でも不変となり、(9)もしくは(10)式の分母の実質資本価値は実質賃金率wの変化にもかかわらず、それぞれ不変にとどまり、それぞれのフロンティアは直線になる。このとき生産方法の切換えは一回しか生じない。（B図参照）(18)式を満さない場合はdouble switchingの生ずる可能性がある。異った二つの生産方法（投入係数）がどちらも(18)式にあたるものを満さない場合には、共通の任意のニュメレールの下ではどちらのフロンティアも直線にならない。そこで、一方の生産方法の標準商品を共通のニュメレールとすると、その一方のフロンティアはたしかに直線となるが、他方のフロンティアは直線になりえない。したがって、標準商品をニュメレールにとることによってはdouble switchingのケースの生ずる可能性を排除できない。したがって、switchingの問題はニュメレールの問題ではなく、(18)式の示すような技術的・工学的な条件の問題になる。最後に(18)式を良くみるとl_1、l_2の列ベクターは$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$の転置行列のフロベニウス・ベクターになっている。つまり、このl_1、l_2は(27)式のP_1^*、P_2^*となる。多財モデルでも同様のことがいえる。これは荒教授が最近証明している。（彼の謄写版刷のペーパーがあ

る。)

(1) P. Sraffa, Production of Commodities by Means of Commodities, Cambridge at the University Press, 1960, 菱山泉・山下博訳『商品による商品の生産』有斐閣、一九六二年に依拠する。

(2) Ibid, p. 11 菱山・山下訳、一七頁

(3) Ibid, preface, 菱山・山下訳、序文

(4) Ibid, p. 8 菱山・山下訳、一二頁

(5) 二階堂副包『現代経済学の数学的方法』岩波書店、一九六〇年、一三三頁

(6) P. A. Samuelson, 'Parable and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function', *Review of Economic Studies*, 1962, pp. 193—206

(7) 以上のリカードウ解釈は下記に依拠する。The Works and Correspondence of David Ricardo, edited by Piero Sraffa, with the collaboration of M. H. Dobb, vol. I, Cambridge at the University Press, 1953 中のスラッファによる Introduction の中の特にⅣとⅤ、堀経夫訳『リカードウ全集Ⅰ』雄松堂書店、一九七二年、編者序文の中の特に四と五

(8) 二階堂、前掲書、一三六頁

(9) 同書、一二〇頁

(10) 同書、一二七—一二八頁

(11) 多財モデルでは次のものが参考になった。E. Burmeister, 'On a Theorem of Sraffa,' *Economica*, Feb., 1968, pp. 83—87; 大塚勇一郎「Sraffa の標準体系と資本理論」『一橋論叢』第六四巻第四号、一九七〇年、十月号、四四八—四五四頁

(12) M. Morishima, Marx's Economics, Cambridge at the University Press, 1973, ch. 13; 信田強「生産構造と利子率」『一橋論叢』第六九巻、第六号一九七三年六月号、五四八—五五四頁

(13) P. Garegnani, 'Heterogeneous Capital, the Production Function and the Theory of Distribution', A Critique of Economic Theory, edited by E. K. Hunt and Jesse G. Schwartz, Penguin Education, 1972, pp. 245—291

(あとがき)　本稿の作成にあたり大塚勇一郎氏から親身の御教示をえた。また、都留重人、荒憲治郎、高須賀義博の諸先生方からも有益な示唆をえ、研究上の便宜をなにくれとなくはかっていただいた。ここに深謝の意を表しておく。

(一橋大学助手)