Title	パシネッティの定理に関するノート
Author(s)	柿原, 和夫
Citation	一橋論叢, 72(2): 245-252
Issue Date	1974-08-01
Type	Departmental Bulletin Paper
Text Version	publisher
URL	http://doi.org/10.15057/1876
Right	

パシネッティの定理に関するノート*

柿原和夫

1　一九五〇・六〇年代にイングランドとマサチュセッツの両ケンブリッジ間で、「資本理論におけるケンブリッジ論争」と呼ばれる論争が展開された。(1) それは、資本の測定、投資の社会的収益率、技術選択、資本利潤率の決定などに関する論争であった。本稿の目的は、資本利潤率に関する論争の性格を明らかにすること、および、長期均衡における所得と富の個人間への分配の問題を考察することの二点にある。

2　さて、われわれの社会は、資本を所有し、利潤を唯一の所得とする資本家と、労働を供給して賃金を稼得する労働者との二階級から構成されており、時間が経過しても階級相互間の移動は生じないと仮定しよう。ところで、ある人が貯蓄を行なうならば、彼は直接または間接的に資本を所有することになる。資本所有者には所有する資本の大きさに従って利潤が分配される。そこで、労働者が貯蓄するときには、彼の所得は賃金と利潤の二要素から構成されることになる。いま、両階級は各々その所得に対して比例的に貯蓄し、所有する資本を増大させてゆくと仮定する。このとき、パシネッティ〔6〕は、両階級の資本収益率が等しいならば、成長均衡において成立する資本利潤率は自然成長率と資本家の貯蓄性向の比率に等しいことを証明した。このパシネッティの定理を契機として、成長均衡の特性に関する論争が行なわれた。そこで、ヒックスの方法を用いて、(2) 二階級が存在する経済の成長均衡の特徴を明らかにしよう。

ここで、次の仮定を設ける。

A—1　産業は消費財産業と資本財産業の二部門から構成されている。

A—2　各産業部門が生産活動を行なうためには労働と資本財の投入がともに必要とされる。生産技術は固定的生産係数によって表現される。

A—3　技術進歩は存在しない。

A—4　労働人口は $n(>0)$ の率で成長する。

A—5　資本財は減耗しない。

いま、記号を次のように定める。

π: 消費財価格、p: 資本財価格、q: 資本用役価格、w: 労働賃金率、r: 資本利潤率、$\alpha(\lambda)$: 消費財産業の資本（労働）係数、$a(l)$: 資本財産業の資本（労働）係数、$\xi(x)$: 消費財（資本財）産出量、L: 労働人口、K: 総資本ストック、$K_c(K_w)$: 資本家（労働者）が所有する資本ストック、g: 資本蓄積率、s: 実質貯蓄、$s_c(s_w)$: 資本家（労働者）の貯蓄性向、E: 総利潤、$E_c(E_w)$: 資本家（労働者）に分配される利潤、S: 総貯蓄、$S_c(S_w)$: 資本家（労働者）の貯蓄。

さて、消費財をニュメレールにとると、われわれの経済は次

の方程式体系(1)～(14)によって表現される。

均衡においては、貸付利子率と資本利潤率は等しい。また、超過利潤は存在せず、価格は生産費に等しくなる。従って、価格は、

$$\pi = 1 = q\alpha + w\lambda \quad \cdots\cdots (1)$$

$$p = qa + wl \quad \cdots\cdots (2)$$

を満たす。また、定義により、

$$r \equiv q/p \quad \cdots\cdots (3)$$

である。生産物の需給が均衡するためには、

$$\xi = (1-s_c)E_c + (1-s_w)\ (E_w + wL) \quad \cdots\cdots (4)$$

$$x = s \quad \cdots\cdots (5)$$

が成立しなければならない。また、生産要素の需給均衡条件は、

$$\alpha\xi + ax = K \quad \cdots\cdots (6)$$

$$\lambda\xi + lx = L \quad \cdots\cdots (7)$$

によって表わされる。定義により、

$$g \equiv x/K \quad \cdots\cdots (8)$$

である。貯蓄に関する仮定から、

$$S_c = s_c E_c,\ S_w = s_w(E_w + wL) \quad \cdots\cdots (9)$$

が成立する。また、定義によって、

$$S \equiv S_c + S_w \quad \cdots\cdots (10)$$

$$S \equiv ps \quad \cdots\cdots (11)$$

$$E = E_c + E_w \quad \cdots\cdots (12)$$

$$E_c \equiv rpK_c,\ E_w \equiv rpK_w \quad \cdots\cdots (13)$$

$$K \equiv K_c + K_w \quad \cdots\cdots (14)$$

が成立する。そこで、価格体系が一定で、すべての数量が同一率で成長する成長均衡解が方程式体系(1)～(14)に存在するか否かを調べよう。

さて、(1)～(3)式より、実質賃金率 $\frac{w}{\pi} = w$ および資本財価格 p は閉区間 $\left[0, \frac{1}{a}\right]$ 内の利潤率 r に対して非負値をとる r の連続関数であることが導かれる。

$$w = w(r) = \frac{1-ar}{\lambda\{1+(m-1)ar\}},\ m \equiv \left(\frac{\alpha}{\lambda}\right) \Big/ \left(\frac{a}{l}\right) \text{[3]} \quad \cdots\cdots (15)$$

$$\frac{dw}{dr} < 0,\ \frac{d^2w}{dr^2} \gtreqless 0 \Leftrightarrow m \gtreqless 1$$

$$p = p(r) = \frac{l}{\lambda\{1+(m-1)ar\}},\ \frac{dp}{dr} \gtreqless 0 \Leftrightarrow m \lesseqgtr 1, \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\forall r \in \left[0, \frac{1}{a}\right];\ w(r) \geqq 0,\ p(r) > 0$$

いま、利潤分配率を f で表わす。

$$f \equiv \frac{rpK}{rpK + wL},\quad \frac{1}{f} - 1 = \left(\frac{1}{r}\right)\left(\frac{w}{p}\right)\left(\frac{L}{K}\right)$$

このとき、(15)、(16)から、$\frac{w}{p} = \frac{1-ar}{l}$ が求まる。また、成長均衡においては $g=n$ であることを考慮すると、(6)～(8)式から、

$$\frac{L}{K} = \frac{l}{a}M,\quad M \equiv \frac{1+(m-1)an}{m}$$

が導かれる[4]。従って f は、

$$f=\frac{ar}{M+(1-M)ar} \qquad \cdots\cdots(17)$$

$$\frac{df}{dr}>0,\ \frac{d^2f}{dr^2}\gtreqless 0 \Leftrightarrow M\gtreqless 1 \Leftrightarrow m\lesseqgtr 1$$

と表わせる。⒄は成長均衡が存在するために、技術的に要請される利潤率と所得分配率との関係を示す。r が区間 $\left[0, \frac{1}{a}\right]$ に属するならば、$0\leqq f\leqq 1$ を満たす。⒄のグラフを価格数量曲線と呼ぶ。

さて、貯蓄性向 s_c と s_w は、

A—6　$0\leqq s_w<s_c\leqq 1$

を満たすと仮定しよう。成長均衡が存在するならば、各階級が所有する資本の成長率は同一でなければならない。また、総利潤は所有する資本の大きさに従って分配される。それ故に、各階級の利潤と貯蓄との比率は等しく、

$$\frac{E_c}{s_cE_c}=\frac{E_w}{s_w(E_w+wL)} \qquad \cdots\cdots(18)$$

が成立する。⒅から、

$$E_w=\frac{s_w}{s_c-s_w}wL,\ E_c=E-\frac{s_w}{s_c-s_w}wL \qquad \cdots\cdots(19)$$

が導かれる。⒆が経済的に意味をもつためには、E_w, E_c はともに非負であり、かつ総利潤 E 以下でなければならない。従って、[5]

$$E_c=\max\left(E-\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, 0\right) \qquad \cdots\cdots(20)$$

$$E_w=\min\left(\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, E\right) \qquad \cdots\cdots(21)$$

が成立する必要がある。そこで、長期貯蓄関数は、

$$S_c=s_c\left\{\max\left(E-\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, 0\right)\right\} \qquad \cdots\cdots(22)$$

$$S_w=s_w\left\{wL+\min\left(\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, E\right)\right\} \qquad \cdots\cdots(23)$$

と表わせる。このとき、貯蓄投資均衡条件⑸は、

$$npK=s_c\left\{\max\left(E-\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, 0\right)\right\}$$
$$+s_w\left\{wL+\min\left(\frac{s_w}{s_c-s_w}wL, E\right)\right\}$$

によって示される。これより、

$$\left.\begin{array}{ll} n=s_cr & \left(E>\dfrac{s_w}{s_c-s_w}wL \text{ のとき}\right)\cdots(24\text{-}1) \\ f=\dfrac{s_w}{n}r & \left(E\leqq\dfrac{s_w}{s_c-s_w}wL \text{ のとき}\right)\cdots(24\text{-}2) \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(24)$$

が導ける。㉔式は、成長均衡において投資と貯蓄が均等するために成立しなければならない利潤率と所得分配率との関係を示し、そのグラフは貯蓄曲線と呼ばれる。

以上のプロセスによって、体系⑴〜⒁の成長均衡解の存在は、⒄と㉔を同時に満たす解、すなわち、価格数量曲線と貯蓄曲線の交点の存在に帰着された。⒄は区間 $\left[0, \frac{1}{a}\right]$ 内の任意の r に対して、$0\leqq f\leqq 1$ を満たす。従って、⒄と㉔が、$0\leqq r\leqq \frac{1}{a}$ の

範囲内で解をもてば成長均衡が存在することになる。

ところで、成長均衡のもとで生産要素を完全雇用する投資所得比率 $\frac{I}{Y}$ は、(17)式から、

$$\frac{I}{Y}=\frac{npK}{rpK+wL}=\frac{n}{r}f=\frac{an}{M+(1-M)ar}\equiv F(r) \quad \cdots\cdots(25)$$

と表わされ、r の関数となることがわかる。また、(24)式から、投資と貯蓄が等しくなるときの投資所得比率を求められる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{I}{Y}&=s_c f\quad\left(E>\frac{s_w}{s_c-s_w}wL\ \text{のとき}\right)\cdots(26\text{-}1)\\ \frac{I}{Y}&=s_w\quad\left(E\leqq\frac{s_w}{s_c-s_w}wL\ \text{のとき}\right)\cdots(26\text{-}2)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(26)$$

3　さて、2節のモデルの成長均衡解の特徴を調べることによって、パシネッティ定理に関する論争の本質を明らかにしよう。

いま、$E_c=E-\frac{s_w}{s_c-s_w}wL>0$ のもとで、(17)と (24-1) が意味のある解をもてば、その解をパシネッティ均衡と呼ぶ。このとき、両階級が所有する資本は各々 n の率で増加している。また、均衡資本利潤率 $r^*=\frac{n}{s_c}$ は、体系の成長率と資本家の貯蓄性向にのみ依存し、労働者の貯蓄性向および技術条件から独立である。このことは次の理由に基づいている。二階級が存在する成長均衡においては、$\frac{S_c}{pK_c}=\frac{S_w}{pK_w}=n$ が成立する。また、制度上の原則(13)が成立する。そこで、

$$E_c/S_c=E_w/S_w=r/n \quad \cdots\cdots(27)$$

が従う。ただし、一般に、(27)の値は確定しない。一方、資本家の行動は(27)とは独立な関係、$E_c/S_c=\frac{1}{s_c}$ に従う。これが(27)と両立するのは、資本家の行動が(27)の値を確定し、$r^*=\frac{n}{s_c}$ となる場合である。これに対して、$E_w/S_w=E_w/s_c(E_w+wL)=\frac{r}{n}$ を満たす E_w と wL の値は無数にある。従って、労働者の行動が(27)の値を確定することはないのである。さて、均衡利潤率 r^* が定まると、(25)から、生産要素を完全雇用するために必要な投資所得比率 $\left(\frac{I}{Y}\right)^*=F(r^*)$ が定まる。このとき、(26-1)から、均衡利潤分配率 $f^*=\frac{1}{s_c}\left(\frac{I}{Y}\right)^*$ が決定される。この式から $E=\frac{1}{s_c}I$ が導かれ、利潤 E が完全雇用を実現する投資 I に依存して決定されることを知る。ところで、均衡において、投資と貯蓄は等しいから、

$$s_cE=s_cE_c+s_w(E_w+wL)$$

が成り立つ。そこで、

$$s_cE_w=s_w(E_w+wL) \quad \cdots\cdots(28)$$

が導かれる。(28)は、労働者の貯蓄が、左辺（労働者の利潤 E_w を資本家が受取ったときに、資本家が貯蓄するであろう大きさ）と等しくなるように、労働者の利潤 E_w が決定されることを意味する。[6] 上述のことから、パシネッティ均衡においては次のメカニズムが働いていることが明らかになった。

資本家の貯蓄性向と体系の成長率とから資本利潤率が定まると、均衡利潤率に対応して完全雇用を実現するために必要な投資所得比率が確定する。すると、この投資所得比率

がそれに等しい貯蓄所得比率をもたらすように要素所得分配率と階級間の利潤分配率を決定する。……………〔P〕

他方、$E \leqq \frac{s_w}{s_c - s_w} wL$ のもとで、(17)と(24-2)が意味のある解をもてば、その解をミード均衡と呼ぶ。[7] このとき、(20)、(22)から、$E_c = S_c = 0$、となり、資本家階級の資本は増加しない。ところが総資本の成長率は n である。従って、$\frac{K_c}{K}$ はやがて0に収束して、経済に占める資本家の役割は無視できる程度になる。さて、ミード均衡では、投資と貯蓄が等しくなる投資所得比率 $\left(\frac{I}{Y}\right)^{**}$ は、(26-2)から s_w に等しい。そこで、(25)式から、$s_w = F(r)$ をみたす r^{**} が均衡利潤率となる。[8] r^{**} に対応して、(24-2)から均衡利潤分配率 $f^{**} = \frac{n}{s_w} r^{**}$ が求まる。このとき、均衡資本所得比率 f^{**}/r^{**} は体系の成長率と労働者の貯蓄性向にのみ存在する。従って、ミード均衡において働いているメカニズムは次のとおりである。

体系の貯蓄率がそれに等しい投資率をもたらす水準に資本利潤率を決定する。この利潤率に対応して均衡利潤分配率が定められる。……………………………〔M〕

さて、資本利潤率決定に関する論争の契機となったパシネッティ〔6〕は、条件

$$s_w < \frac{I}{Y} < s_c \quad \cdots\cdots (29)$$

のもとで、投資がそれに等しい貯蓄を生み出す水準に要素所得分配率と階級間の利潤分配を定めるという前記〔P〕の関係に基づいて、パシネッティ均衡の存在を証明した。条件(29)は、関係〔P〕が成立するための必要条件である。[9] ところで、われわれはパシネッティ均衡を支えるメカニズム〔P〕とミード均衡のもとで成立する関係〔M〕とは相互に異なっていることを知っている。パシネッティは〔P〕を前提しているために、それと異なる関係〔M〕のもとで成立するミード均衡の存在を否定するのである。これは、パシネッティが、有効需要の原理を基礎にして、資本蓄積プロセスの規定要因を投資決定に求めるケインジアンの立場から成長均衡を分析していることを意味している。これに対して、ミード〔4〕、およびサミュエルソン、モジリアーニ〔7〕は、貯蓄はすべて有意的に投資され、価格機構の働きにより需給均衡が成立するという新古典派のメカニズムのもとでもパシネッティ均衡が成立することを示した。これを2節のモデルに即して説明すると次のようになる。貯蓄と投資の均衡条件(24—1)は生産要素の需給均衡を考慮せずに、また、生産要素の需給均衡条件(17)は貯蓄と投資の均衡を考慮に入れずに導出された。貯蓄と投資の均衡および生産要素の需給均衡がともに成立するのは、(17)と(24—1)が同時に満たされるときに限られる。そこで、均衡利潤率および均衡利潤分配率は(17)と(24—1)の解として、生産物および生産要素の需給が均衡する水準に定まる。このときの利潤率が $\frac{n}{s_c}$ となるのであって、パシネッティ〔6〕のように(9)と(27)の関係から利潤率が決定されるのではない。これは、ミード均

衡の場合と同一のメカニズム〔M〕に基づいてパシネッティ均衡が成立することを意味している。従って、パシネッティ均衡の存在は、ケインジアンのアプローチと並んで、新古典派の考え方に基づいても説明できることになる。ところで、成長均衡状態を問題にする限り、議論は連立方程式の解を求めることに帰着されるから、論争を生む余地はない。しかしながら、成長均衡を成立させるメカニズムに関して、いくつかの異なったアプローチが可能になる。[10] すなわち、体系の運行を規定するメカニズムについて代替的な構想が並存しうるのであり、体系の運行に関する異なった説明原理相互間には論争の余地が存在するのである。パシネッティの定理に関する論争はその一例であり、それはメカニズム〔P〕に基づいてパシネッティ均衡が成立すると考えるアプローチと、関係〔M〕に基づいてそれが達成されると考える立場との相異が生み出した産物であるといえる。

4　ここで、パシネッティ均衡における所得と富の個人間への分配の問題を考察しよう。いま、(i)資本家の人口Nは毎期cの率で増加する、(ii)各階級内では所得と富は各々均等に分配されると仮定する。このとき、資本家一人当りの所得（富）と労働者一人当りの所得（富）とが等しければ、個人間の所得（富）分配は均等になり、所得（富）分配に関するローレンツ曲線は直線になる。

さて、パシネッティ均衡では労働者一人当りの所得$\left[\frac{r'pK_w}{L}+w\right]$と富$\frac{K_w}{L}$はともに一定である。そこで資本家一人当りの所得と富を労働者一人当りのそれと比較しよう。

いま、$c>n$ならば、資本家階級の資本の成長率nは資本家の増加率cよりも小さい。そこで資本家一人当りの資本$\frac{K_c}{N}$は年々減少し、やがて0になる。資本家一人当りの所得についても同様である。従って、資本家一人当りの富（所得）と労働者一人当りの富（所得）が持続的に等しい状態は存在しない。

$c<n$のときには、$c>n$となる場合と逆の状態が起こり、資本家一人当りの富と所得はともに増加し続ける。従って、両階級間で個人間の所得と富の分配の不均等性は増大する。

さて、$c=n$の場合には、資本家一人当りの富および所得は一定になる。また、資本家と労働者の比率$N/L\equiv\theta$は一定である。従って、$K_c/K_w=\theta$となれば$K_c/N=K_w/L$が成立して、富の分配は均等になる。一方、資本家一人当りの所得は$\frac{r'pK_c}{N}$であり、労働者一人当りの所得は$\frac{r'pK_w}{L}+w$である。そこで、一人当りの富が両階級を通じて等しいならば、労働者一人当りの所得は資本家一人当りの所得よりも大きい。逆に、両階級間を通じて所得分配が均等ならば、富の分配は不均等になる。

そこで、パシネッティ均衡が存在し、両階級の構成員の増加率が等しければ、所得と富のいずれか一方が均等に分配される状態は存在しうるが、所得と富の分配が同時に均等化することはないということになる。

5　これまでの議論を通して次の二点が明らかにされた。

1、パシネッティの定理に関する論争は、資本蓄積過程を分析するときのアプローチの相異が生み出した産物である。

2、資本家と労働者の二階級が存在するとき、フローである

所得とストックである富の個人間への分配が同時に均等になる状態は存在しない。

＊ この小論の執筆に際して，筆者に温かい激励と御指導を与えてくださった荒憲治郎先生に厚く感謝いたします。もちろん，ありうべき誤謬はすべて筆者の責任であることは言うまでもありません。

(1) G. C. Harcourt 〔1〕参照。

(2) 本節に展開するモデルは，J. R. Hicks 〔2〕および M. Morishima 〔5〕に負うている。

(3) m は，消費財産業の資本集約度 α/λ と資本財産業の資本集約度 a/l との比率である。

(4) (6)〜(8)式から，ξ/L と g の間には，w と r の関係(15)式と数学的にまったく同じ関係が存在することが導かれる。$\frac{\xi}{L}\geqq 0$ であるためには，$1-ag\geqq 0$ が必要である。そこで，成長均衡が存在するためには，労働人口増加率 n は，$1-an\geqq 0$ を満たさなければならない。このとき，$M>0$ であるから，$\frac{L}{K}>0$ となる。

(5) (15)式から，区間 $\left[0, \frac{1}{a}\right]$ 内の任意の r に対して $w(r)\geqq 0$ である。従って，$E_w\geqq 0$, $E_c\leqq E$ が成立する。

(6) パシネッティ均衡では，$r=r^*$ であるから，(15)式より，$w^*=w(r^*)$ となる。また，A―4 から，任意の時点の L は外生変数となる。従って，(28)式は E_w を未知数とする方程式である。

(7) J. E. Meade 〔4〕参照。

(8) ミード均衡では，$E_c=S_c=0$ であるから，(27)式を定義できない。従って，資本家の行動が利潤率をきめることはない。

(9) パシネッティは，生産要素を完全雇用するために必要な投資所得比率 I/Y を外生変数と考えている。さて，$\frac{I}{Y}\geqq s_c$ ならば，$I\geqq s_cY\geqq s_cE_c+s_w(E_w+wL)$ が成立する。すなわち，$I\geqq S$ である（等号が成立するのは，$I=s_cY$ かつ $E_w+wL=0$ となる場合に限られるが，パシネッティはこのケースを排除している）。また，$\frac{I}{Y}\leqq s_w$ ならば，$I\leqq s_wY\leqq s_cE_c+s_w(E_w+wL)$ が導かれる。これは，$I\leqq S$（等号の成立は $I=s_wY$ かつ $E_c=0$ の場合に限られる。この場合については注（8）参照）を意味する。従って，(29)が成立しないならば，投資がそれに等しい貯蓄を生み出すように要素所得分配率と階級間の利潤分配を決定するというメカニズムに基づいて均衡が成立することは不可能になる。

(10) 代替的なアプローチと，資本主義経済の運行を記述するモデルとの関係を調べたマーグリン，青木〔3〕参照。

〔参考文献〕

〔1〕 G. C. Harcourt, "Some Cambridge Controversies in the Theory of Capital", *Journal of Economic Literature*, Vol. VII No. 2, June 1969, pp. 369―405.

〔2〕 J. R. Hicks, *Capital and Growth*, Part II, Oxford University Press, 1965.

〔3〕 S・マーグリン、青木昌彦、〃資本主義経済の三つのモデル〃、青木昌彦編『ラディカル・エコノミックス』、中央公論社、昭和四八年、四七〜七〇頁所収。
〔4〕 J. E. Meade, "The Rate of Profit in a Growing Economy", *Economic Journal*, Vol. LXXIII, December 1963, pp. 665—674.
〔5〕 M. Morishima, *Theory of Economic Growth*, Oxford University Press, 1969, Chapter II and VI.
〔6〕 L. L. Pasinetti, "Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth", *Review of Economic Studies*, Vol. XXIX No. 4, October 1962, pp. 267—279.
〔7〕 P. A. Samuelson and F. Madigliani, "The Pasinetti Paradox in Neoclassical and More General Models", *Review of Economic Studies*, Vol. XXXIII No. 4, October 1966, pp. 269—301.

（一橋大学大学院博士課程）