

寡占の進化ゲーム的分析

——価格アプローチと数量アプローチの同値性——

田 中 靖 人

1. はじめに

寡占についての理論的な分析では、企業が財の産出量を決めると考えるいわゆるクールノー的なアプローチまたは企業が財の価格を決めると考えるいわゆるベルトラン的なアプローチのいずれかの仮定にもとづいて研究がなされてきた。企業が差別的な(代替的な)財を生産している寡占の場合いずれの仮定をおくかによって得られる均衡が異なっており、一般的にベルトラン的な均衡の方がクールノー的な均衡よりも効率的である(財の産出量が大きく価格は低い)ことが知られている(Singh and Vives(1984), Cheng(1985)およびVives(1985)を参照)。これらの研究ではゲーム理論におけるナッシュ均衡の概念が用いられているが、本稿ではこれとは異なるアプローチによって寡占についての進化ゲーム的な分析を行う。具体的には、差別化された財を生産する寡占についてSchaffer(1988)による有限人口下の進化的に安定な戦略(Finite population evolutionarily stable strategy)(以下有限人口ESSと呼ぶ)とRobson and Vega-Redondo(1996)およびVega-Redondo(1997)などによって研究されたプレイヤーによる他のプレイヤーの戦略の模倣(imitation)と実験(あるいは突然変異)にもとづく確率的な動学的進化ゲームの長期均衡との関係を、企業が産出量を選ぶ場合と価格を選ぶ場合の両方のケースについて線型の需要関数の仮定のもとで検討する。ここで長期均衡(long run equilibrium)とは、実験の確率が非常に小さくなったときに確率過程がほとんどの時間を過ごすような状態を指す。

Schaffer(1988)はMaynard Smith(1982)などによる無限人口の場合の進化的に安定な戦略(ESS)の概念を一般化したものとして有限人口下の進化的に安定な戦略(有限人口ESS)の概念を提示し、それが一般的にはナッシュ均衡をなす戦略とは異なることを明らかにした。またSchaffer(1989)ではこの概念を経済学的なゲームに応用し、経済的な自然選択の過程で生き残る企業を選ぶ戦略は企業の利得そのものではなく他の企業に対する相対的な利得を最大化する戦略であること示した。そこでは以下のような進化のルールが仮定されている。企業はそれぞれ生まれながら定められた戦略を持っていて状況の変化に応じて戦略を変えることはできず、各期の終わりににおいて企業 i の利潤が企業 j の利潤より大きければ企業 i が次の期に生き残る確率が企業 j が生き残る確率より高い、というルールによって利潤の低い企業は淘汰されて行く。

これに代えて本稿では企業ではなく戦略に対して働く選択のルールを仮定して以下のようなモデルを考える。各企業は他の企業の行動やそのゲームにおける戦略変数以外の変数の実現値(産出量または価格)を観察することができるが需要関数の正確な形は知らず、したがって他の企業の戦略に対する自らの最適反応(best response)を計算することはできない。一方各企業は需要関数がすべての企業に対して対称的であり、かつすべての企業が同じ費用関数を持っている、すなわちゲームが対称的であることを知っている¹⁾。すべての企業が同じ戦略(産出量または価格)を選んでいる場合には対称的な寡占においては各企業の利潤は等しいからど

の企業も戦略を変更しようというインセンティブを持たないであろう。ここで、一つの企業(変異企業と呼ぶ)が実験的に異なる戦略を選んだとしてみよう。もし変異企業の利潤が他の企業の利潤より大きければ他の企業は成功した変異企業の戦略を模倣しようとし、変異企業の利潤が他の企業の利潤より小さければ逆に変異企業はその戦略をもとに戻そうとするであろう。ある一つの戦略をすべての企業が選んでいる状態において、その他のいかなる戦略もその戦略より低い利潤しかもたらさなければその戦略は進化的に安定である。Hansen and Samuelson (1988)もプレイヤー数が少数の場合の経済的なゲームの進化論的な分析を行っている。彼らは経済的な自然選択過程で生き残る戦略を *universal survival strategy* と名づけているが、それは Schaffer の有限人口 ESS と本質的に同じものである。

Robson and Vega-Redondo (1996), Vega-Redondo (1997) などの確率的な動学的進化ゲームについての最近のいくつかの研究では模倣にもとづく動学プロセス (imitation dynamics) が仮定されている。一方 Kandori and Rob (1995), Kandori and Rob (1998) など他のいくつかの研究では最適反応による動学プロセス (best response dynamics) が用いられている。最適反応による動学プロセスでは、各プレイヤーは第 $t+1$ 期に選ぶべき戦略を決めるに当たって第 t 期における他のプレイヤーの戦略に対する自身の最適反応を計算できなければならない。一方模倣にもとづく動学プロセスでは、プレイヤーは単に成功した他のプレイヤーの戦略を真似るだけであるのでゲームの構造を知っている必要はない。企業の合理性が限られたものである(限定合理性)場合には最適反応にもとづくプロセスよりも模倣にもとづくプロセスの方がより現実的であると思われる。人口が無限の場合にはこれらの動学プロセスは同じ結果をもたらすが有限の場合には結果は異なる。Pingle and Day (1996) は別の観点から模倣が意思決定にかかるコストを節約する役割を

はたすと論じている。

Vega-Redondo (1997) は同質財を生産する寡占の長期均衡を分析し、競争的(あるいはワルラス的)な行動すなわち市場均衡価格を与えられたものとして利潤を最大化するという行動が企業の数にかかわらず長期均衡であることを示した。本稿では差別化された財を生産する寡占を考え、以下のことを示す。企業が産出量を選択するゲームにおいては有限人口 ESS に対応した産出量はナッシュ・クールノー均衡における産出量と競争的な産出量(価格と限界費用を一致させる産出量)との間に位置し、それが長期均衡における戦略となる。同様に企業が価格を選択するゲームにおいては有限人口 ESS に対応した価格はナッシュ・ベルトラン均衡における価格と競争的な価格(=限界費用)との間に位置し、それが長期均衡における戦略となる。さらに、企業が産出量を選択する場合の長期均衡と価格を選択する場合の長期均衡とが一致することを示す。

次の第2節では有限人口 ESS を産出量選択、価格選択のそれぞれのモデルで検討する。第3節では有限人口 ESS が各々のケースにおいて長期均衡に対応した戦略であることを明らかにし、二つの長期均衡が同値であることを示す。

2. 有限人口下での進化的に安定な戦略 (Finite population evolutionarily stable strategy)

2.1 企業が産出量を選択する場合

ある寡占産業において n 社の企業が差別化された(代替的な)製品を生産している。 n は2以上の整数である。企業 $i, i=1, 2, \dots, n$, の産出量を x_i で、その財の価格を p_i で表す。

各財の逆需要関数は以下のように与えられる。

$$p_i = a - x_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

ここで $a > 0$ および $0 < b < 1$ である。すべての企業に共通の限界費用(=平均費用)を $c > 0$ で表し、価格が c より大きいときに財の需要が正であるように $a > c$ と仮定する。

企業の利潤は次の式で表される。

$$\pi_i(\mathbf{x}) = (a - x_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j) x_i - cx_i, \quad (2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

ここで

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

である。\$n\$ 社の企業が産出量を戦略変数とする寡占ゲーム(段階ゲーム(stage game))を繰り返しプレイするような進化ゲームを考える。この進化ゲームでは人口(企業数)が \$n\$ であり段階ゲームも \$n\$ 人ゲームであるから、進化ゲーム理論において playing the fields model と呼ばれるゲームになっている。まず、すべての企業が産出量 \$x^*\$ を選んでいる状態を考えてみよう。今、ある一つの企業(変異企業(mutant firm))が \$x^*\$ とは異なるいかなる産出量 \$x'\$ を選んだときにも \$x^*\$ を選んでいる企業の利潤が \$x'\$ を選んだ企業の利潤より大きい場合、\$x^*\$ は有限人口下の進化的に安定な戦略(Finite population evolutionarily stable strategy)(有限人口 ESS)である。式で表すと、

$$\text{すべての } i \neq j \text{ について } \pi_i(\mathbf{x}) > \pi_j(\mathbf{x}) \quad (3)$$

ただし \$x_j = x' \neq x^*\$, およびすべての

$$i \neq j \text{ について } x_i = x^*$$

がすべての \$x' \neq x^*\$ について成り立つとき \$x^*\$ は有限人口 ESS である。(3)では変異企業は企業 \$j\$ であると仮定されている。

Schaffer(1988)によれば有限人口 ESS は次の最大化問題の解として求められる。

$$x^* = \arg \max_{x'} \varphi \quad (4)$$

ここで

$$\varphi = \pi_j(\mathbf{x}) - \pi_i(\mathbf{x})$$

である²⁾。

『すべての \$i \neq j\$ について \$x_i = x^*\$』という条件のもとで(4)を最大化する一意な \$x'\$ があれば、\$\varphi\$ は \$x' = x^*\$ のときに、かつそのときのみ最大値 0 をとるので \$x^*\$ は(3)を満たす。(2)を \$\varphi\$ に代入し、\$x_i\$ と \$x_j\$ をそれぞれ \$x^*\$ および \$x'\$ で置き換えると次の式が得られる。

$$\varphi = [a - x' - (n-1)bx^*]x' - cx' \\ - [a - x^* - bx' - (n-2)bx^*]x^* + cx^*.$$

\$x'\$ についての \$\varphi\$ の最大化条件は

$$a - 2x' - (n-1)bx^* - c + bx^* = 0$$

である。したがって

$$x^* = \frac{a-c}{2+(n-2)b} \quad (5)$$

が得られる。一方ナッシュ・クールノー均衡の条件は

$$\text{各々の } i \text{ について } a - 2x_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j - c = 0$$

であるから、ナッシュ・クールノー均衡における企業の産出量を \$x_c\$ で表すと

$$x_c = \frac{a-c}{2+(n-1)b}$$

が求まる。また競争的な産出量(価格=限界費用となる産出量)を \$x_w\$ で表すと

$$x_w = \frac{a-c}{1+(n-1)b}$$

である。これは次の条件から求められる。

$$\text{各々の } i \text{ について } a - x_i - b \sum_{j=1, j \neq i}^n x_j = c.$$

\$a > c\$, \$0 < b < 1\$ なので \$x_c < x^* < x_w\$ が導かれる。以上のことから次の命題を得る。

命題 1 企業が産出量を選ぶ場合の有限人口 ESS に対応した産出量は、ナッシュ・クールノー均衡における産出量より大きく競争的な産出量よりは小さい。

上で求めた産出量 \$x^*\$ を有限人口 ESS 産出量と呼ぶことにする。

(3)の定式化からわかるように、有限人口 ESS はナッシュ均衡をなす戦略(最適反応戦略)とは異なって各プレイヤーの利得の絶対的な値ではなく他のプレイヤーと比較した相対的な利得を最大化するものであり、したがって一般的に有限人口 ESS とナッシュ均衡をなす戦略とは一致しない。ある企業がナッシュ・クールノー均衡よりも産出量を大きくすると、その企業の利潤は減るが他の企業の利潤がそれ以上に減るために相対的な利潤は増えることになるので、有限人口 ESS 産出量はナッシュ・クールノー均衡における産出量よりも大きい。

(5)を(1)に代入するとすべての企業が有限人口 ESS 産出量を選んでいるときの財の価格が

以下のように求められる。

すべての i について

$$p_i = \frac{(1-b)a + [1+(n-1)b]c}{2+(n-2)b}. \quad (6)$$

2.2 企業が価格を選ぶ場合

次に企業が価格を選ぶ場合を検討する。

財の逆需要関数は前のケースにおいて(1)で表されているものと同一であるとする。(1)の両辺をすべての i にわたって加えると、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n p_i &= na - \sum_{i=1}^n x_i - (n-1)b \sum_{i=1}^n x_i \\ &= na - [1+(n-1)b] \sum_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

が得られる。これを変形して

$$\sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{1+(n-1)b} (na - \sum_{i=1}^n p_i) \quad (7)$$

を得る。一方企業 i が生産する財の逆需要関数は以下のように書き直される。

$$p_i = a - (1-b)x_i - b \sum_{j=1}^n x_j.$$

これより

$$x_i = \frac{1}{1-b} (a - p_i - b \sum_{j=1}^n x_j) \quad (8)$$

を得る。(7)と(8)から企業 i が生産する財の(通常の)需要関数は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} x_i &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a \\ &\quad - [1+(n-1)b]p_i + b \sum_{j=1}^n p_j \} \\ &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a \\ &\quad - [1+(n-2)b]p_i \\ &\quad + b \sum_{j=1, j \neq i}^n p_j \}, i = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (9)$$

したがって、企業 i の利潤は

$$\begin{aligned} \pi_i(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a \\ &\quad - [1+(n-2)b]p_i \\ &\quad + b \sum_{j=1, j \neq i}^n p_j \} (p_i - c), i \\ &= 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \quad (10)$$

と表される。ここで

$$\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$$

である。

企業が産出量を選ぶ場合と同様に n 社の企業が寡占ゲームを繰り返しプレイする進化ゲームを考える。すべての企業が価格 p^* を選んでいる状態において、一つの企業が p^* とは異なるいかなる価格 p' を選んだときにも p^* を選んでいる企業の利潤が p' を選んだ企業の利潤より大きい場合、 p^* は有限人口 ESS である。式で表すと、

$$\text{すべての } i \neq j \text{ について } \pi_i(\mathbf{p}) > \pi_j(\mathbf{p}) \quad (11)$$

ただし $p_j = p' \neq p^*$, およびすべての

$$i \neq j \text{ について } p_i = p^*$$

がすべての $p' \neq p^*$ について成り立つとき p^* は有限人口 ESS である。前のケースと同様に有限人口 ESS は次の最大化問題の解として求められる。

$$p^* = \arg \max_{p'} \psi \quad (12)$$

ここで

$$\psi = \pi_j(\mathbf{p}) - \pi_i(\mathbf{p})$$

である³⁾。(10)を ψ に代入し、 p_i と p_j をそれぞれ p^* および p' で置き換えると次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a \\ &\quad - [1+(n-2)b]p' \\ &\quad + (n-1)b p^* \} (p' - c) \\ &\quad - \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a \\ &\quad - [1+(n-2)b]p^* + b p' + (n-2)b p^* \} \\ &\quad (p^* - c). \end{aligned}$$

p' について ψ を最大化する条件は

$$\begin{aligned} (1-b)a - [1+(n-2)b]p' + (n-1)b p^* \\ - (p' - c)[1+(n-2)b] \\ - b(p^* - c) = 0 \end{aligned}$$

である。したがって、

$$p^* = \frac{(1-b)a + [1+(n-1)b]c}{2+(n-2)b} \quad (13)$$

が得られる。一方ナッシュ・ベルトラン均衡の条件は

各々の i について

$$\begin{aligned} (1-b)a - [1+(n-2)b]p_i + b \sum_{j=1, j \neq i}^n p_j \\ - (p_i - c)[1+(n-2)b] = 0 \end{aligned}$$

であるから、ナッシュ・ペルトラン均衡における価格を p_b で表すと、

$$p_b = \frac{(1-b)a + [1 + (n-2)b]c}{2 + (n-3)b}$$

が求まる。また競争的な価格は限界費用に等しいので、それを p_w で表すと $p_w = c$ を得る。 $a > c$ および $0 < b < 1$ であるから $p_w < p^* < p_b$ が導かれる⁴⁾。以上のことから以下の命題を得る。

命題 2 企業が価格を選ぶ場合の有限人口 ESS に対応した価格は、ナッシュ・ペルトラン均衡における価格より低く競争的な価格よりは高い。

上で求めた価格 p^* を有限人口 ESS 価格と呼ぶことにする。

(13)を(9)に代入すると、すべての企業が有限人口 ESS となる価格を選んでいるときの各企業の産出量が以下のように求められる。

$$\text{すべての } i \text{ について } x_i = \frac{a-c}{2 + (n-2)b} \cdot (14)$$

3. 進化ゲームの長期均衡

この節では前節で求めた有限人口 ESS 産出量および価格が確率的な動学的進化ゲームの長期均衡における戦略になることを示し、さらに企業が産出量を選ぶ場合の長期均衡と価格を選ぶ場合の長期均衡とが同値であることを示す。

3.1 企業が産出量を選ぶ場合

確率的な動学的進化ゲームにおける長期均衡について分析した研究には Kandori *et al.* (1993), Kandori and Rob (1995), Robson and Vega-Redondo (1996) および Vega-Redondo (1997) などがある。ここでは Robson and Vega-Redondo (1996) および Vega-Redondo (1997) に従って以下のような各企業が他企業の戦略を模倣する動学プロセスを考える。 n 社の企業が各期において対称的な寡占ゲームをプレイし、第 $t+1$ 期において各企業は第 t 期に最大の利潤を得た企業を選んだ戦略に自らの戦略を変更する機会を 1 より小さい正の確率で持つ。

もし第 t 期においてある企業が厳密に(その企業のみが、または同じ戦略を選ぶ他の企業とともに)最大の利潤を得ていた場合にはその企業は戦略を変更しない。もし第 t 期において異なる戦略を選ぶ複数の企業が(等しい)最大の利潤を達成していた場合には、第 $t+1$ 期において各企業はその最大利潤を得ている複数の企業が第 t 期において選んだ戦略のいずれをも選ぶ可能性がある。

Vega-Redondo (1997)における仮定に倣って各企業はその産出量を有限の格子 $\Gamma = \{0, \delta, 2\delta, \dots, v\delta\}$ から選ばなければならないと仮定する。ここで $\delta > 0$ であり v は任意の自然数である。前節で求めた有限人口 ESS 産出量 x^* は Γ に含まれるものとする。この動学プロセスの各状態は各企業が選択する産出量の組で表され、状態空間は $\Omega = \Gamma^n$ である。ある状態 ω から別の状態 ω' に推移する確率を行列(推移確率行列) $T(\omega, \omega')$ で、また、その推移を m 回繰り返したときに ω から ω' に推移する確率を行列 $T^{(m)}(\omega, \omega')$ で表す。ここで $\omega, \omega' \in \Omega$ である。以上述べた戦略の調整メカニズムの他にランダムな(突然)変異(mutation)がある。各期において各企業はその戦略を ε の確率でランダムに変更する。このような変異は企業による新たな戦略の実験と解釈することができ、いずれの戦略も正の確率で選ばれる可能性があるものとする。したがって全体の動学プロセスはエルゴード的なマルコフ連鎖になるので一意の定常分布を持つ。 ε をゼロに近づけたときに得られるマルコフ連鎖の定常分布の極限を考えると、長期均衡はその極限において正の確率が与えられる状態として定義される。

ここで仮定する戦略の調整プロセスは, Robson and Vega-Redondo (1996), Vega-Redondo (1996) 第 5 章 および Vega-Redondo (1997) で想定されているプロセスと同じであり、各プレイヤーが独立した確率で戦略を変更するので変異(mutation)がなくてもそれ自身確率的な性質を持っており、第 t 期に最も大きな利潤を得た企業を選んだ戦略を第 $t+1$ 期において選ぶ企業の数(変異がなくても)確率変数となる。

また、第 t 期から第 $t+1$ 期にかけてすべての企業が第 t 期に最も大きな利潤を得た企業を選んだ戦略を選ぶという状態に推移することが正の確率で起こりうる⁵⁾。

変異を含まない動学過程の極限集合(limit set), A , を以下のように定義する。

$$(1) \forall \omega \in A, \forall \omega' \notin A, T(\omega, \omega') = 0$$

$$(2) \forall \omega \in A, \omega' \in A, \exists m \in \mathbb{N}$$

$$\text{ただし } T^{(m)}(\omega, \omega') > 0$$

つまり、ある状態の集合が正の確率での推移について閉じている場合に極限集合と呼ばれる。もし第 t 期において複数の異なる戦略が企業によって選ばれていれば少なくとも一つの企業は正の確率で戦略を変更する機会を持ち、次の期にはすべての企業が同一の戦略を選ぶ可能性がある。そのような状態は極限集合には含まれない。したがって極限集合に含まれる状態においてはすべての企業が同じ戦略を選んでいる必要はない。一方すべての企業が同じ戦略を選んでいるときには、その戦略が最大利潤をもたらす戦略となるので変異以外ではどの企業も戦略を変更しようとはしない。したがって各々の極限集合はすべての企業が同一の戦略を選んでいるただ一つの状態からなる集合である⁶⁾。極限集合に含まれないいかなる状態からも変異なしで極限集合に含まれる状態に移ることができるから、長期均衡は極限集合に含まれる状態でなければならない。Kandori and Rob(1995)に従って極限集合に限定されたマルコフ連鎖を考えることにし、すべての企業が産出量 x を選んでいる状態を $\omega(x)$ で表す。起こり得る状態の数は格子の数と同じ $v+1$ である。

ここで、すべての $x \neq x^*$ についての $\omega(x)$ から $\omega(x^*)$ への経路および $\omega(x^*)$ からある一つの $\omega(x')$ への経路からなる有向グラフを考えそれを G で表す。 G を構成する経路から $\omega(x)$ と $\omega(x^*)$ とを結ぶ経路を取り去ると $\omega(x)$ -tree と呼ばれるグラフが得られる。同様に G から $\omega(x^*)$ と $\omega(x')$ とを結ぶ経路を取り去ると $\omega(x^*)$ -tree が得られる。ここで $\omega(x)$ -tree とは、方向を持った枝($\omega(x_1)$, $\omega(x_2)$)($\omega(x_1)$ と $\omega(x_2)$ とを結ぶ枝)からなる

集合で以下の条件を満たすものである⁷⁾。

1. $\omega(x)$ 以外のすべての状態はその状態から他の状態へのただ一つの枝を持つ。
2. 閉じた経路(closed loop, 方向を持った枝を順にたどるともとへ戻ってくるような経路)はない。

したがって、 $\omega(x)$ 以外のいかなる状態から出発して枝をたどって行っても必ず $\omega(x)$ に到達する。各枝が結んでいる二つの状態間の推移に必要な変異の数をその枝に割り当て、 $\omega(x)$ -tree(または $\omega(x^*)$ -tree)を構成する枝に含まれる変異の総数を $C(x)$ (または $C(x^*)$)で表す。Kandori and Rob(1995)はFreidlin and Wentzel(1984)で示された結果にもとづいて、長期均衡は最も小さい $C(x)$ (または $C(x^*)$)を持つ状態であることをその Proposition 4 において明らかにした。

前節での議論から分かるように x^* は有限人口 ESS 産出量なので一つの変異だけでは状態 $\omega(x^*)$ から別の状態に推移するのに十分ではなく、少なくとも二つの変異を必要とする。したがってすべての $x \neq x^*$ について $C(x) \geq v+1$ である。

次にある状態 $\omega(x)$, $x \neq x^*$, から状態 $\omega(x^*)$ に推移するのにいくつの変異を必要とするかを考えてみよう。まず、すべての企業が産出量 x' , $x' \neq x^*$, を選んでいる状態を考える。今、一つの企業(変異企業)が産出量 x^* を選んだとすると、その企業の利潤は

$$\pi_i(\mathbf{x}) = [a - x^* - (n-1)bx']x^* - cx^* \quad (15)$$

となり、他のすべての企業の利潤は

$$\pi_j(\mathbf{x}) = [a - x' - bx^* - (n-2)bx']x' - cx' \quad (16)$$

で与えられる。ここで

$x_i = x^*$, およびすべての $j \neq i$ について $x_j \neq x^*$ である。(15)と(16)とを比較すると

$$\begin{aligned} \pi_i(\mathbf{x}) - \pi_j(\mathbf{x}) &= (a-c)(x^* - x') \\ &\quad - (x^* - x')(x^* + x') \\ &\quad - (n-2)b(x^* - x')x' \end{aligned}$$

$$= (x^* - x') [a - c - (n-2)bx' - x^* - x'] \quad (17)$$

が導かれる。(5)より $a - c = [2 + (n-2)b]x^*$ が得られ、それを(17)に代入すると

$\pi_i(\mathbf{x}) - \pi_j(\mathbf{x}) = [1 + (n-2)b](x^* - x')^2$ (18) となる。 $x^* \neq x'$ であれば(18)は厳密に正である。それは他のいかなる状態からも状態 $\omega(x^*)$ に一つの変異で推移できることを意味する。したがって $C(x^*) = v$ であり、上で見た $C(x)$, $x \neq x^*$, より小さいので以下の定理が得られる。

定理1 企業が産出量を選ぶ場合、すべての企業が有限人口 ESS 産出量を選んでいる状態 $\omega(x^*)$ が長期均衡である。

3.2 企業が価格を選ぶ場合

企業が価格を選ぶ場合の長期均衡は上で考察した企業が産出量を選ぶ場合と同様に考えることができる。企業はその財の価格を有限の格子 $\Gamma = 0, \delta', 2\delta, \dots, v', \delta'$ から選ばなければならないものとする。 $\delta' > 0$ であり v' は任意の自然数である。有限人口 ESS 価格はこの格子に含まれると仮定する。

利潤の比較による戦略調整メカニズムの他にランダムな変異(mutation)があり、各期において各企業はその戦略を ε の確率でランダムに変更する。いずれの戦略も正の確率で選ばれる可能性があるので動学プロセスはエルゴード的なマルコフ連鎖になり一意の定常分布を持つ。長期均衡は ε をゼロに近づけたときの極限において正の確率が与えられる状態として定義される。極限集合も同様に定義でき極限集合に限定されたマルコフ連鎖を考える。また、すべての企業が価格 p を選んでいる状態を $\omega(p)$ で表す。

$\omega(p)$ -tree および $C(p)$ も同様に定義される。前節での議論からわかるように p^* は有限人口 ESS 価格なので一つの変異だけでは状態 $\omega(p^*)$ から別の状態に推移するのに十分ではなく少なくとも二つの変異を必要とする。したがってすべての $p \neq p^*$ について $C(p) \geq v + 1$

である。

次にある状態 $\omega(p)$, $p \neq p^*$, から状態 $\omega(p^*)$ に推移するのにいくつの変異を必要とするかを考えてみよう。まず、すべての企業が価格 p , $p \neq p^*$, を選んでいる状態を考える。今、一つの企業(変異企業)が価格 p^* を選んだとすると、その企業の利潤は

$$\pi_i(\mathbf{p}) = \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a - [1+(n-2)b]p^* + (n-1)bp' \} (p^* - c) \quad (19)$$

となり、他のすべての企業の利潤は

$$\pi_j(\mathbf{p}) = \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a - [1+(n-2)b]p' + bp^* + (n-2)bp' \} (p' - c) \quad (20)$$

で与えられる。ここで

$p_i = p^*$, およびすべての $j \neq i$ について $p_j \neq p^*$ である。(19)と(20)とを比較すると

$$\begin{aligned} \pi_i(\mathbf{p}) - \pi_j(\mathbf{p}) &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} \{ (1-b)a(p^* - p') - [1+(n-2)b](p^* - p') \\ &\quad (p^* + p' - c) + (p^* - p')bc + (n-2)bp'(p^* - p') \} \\ &= \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} [(1-b)a + [1+(n-1)b]c - [1+(n-2)b]p^* - p'] \quad (21) \end{aligned}$$

を得る。(13)より $(1-b)a + [1+(n-1)b]c = [2+(n-2)b]p^*$ が得られ、これを(21)に代入すると

$$\pi_i(\mathbf{p}) - \pi_j(\mathbf{p}) = \frac{1}{(1-b)[1+(n-1)b]} (p^* - p')^2 \quad (22)$$

となる。 $p^* \neq p'$ であれば(22)は厳密に正である。それは他のいかなる状態からも状態 $\omega(p^*)$ に一つの変異で推移できることを意味する。したがって $C(p^*) = v$ が得られ、これは上で見た $C(p)$, $p \neq p^*$, より小さいので次の定理が導かれる。

定理2 企業が価格を選ぶ場合、すべての企業

が有限人口 ESS 価格を選んでいる状態が長期均衡である。

企業が産出量を選ぶ場合の(5)と(6)、および企業が価格を選ぶ場合の(13)と(14)より、前者のケースの有限人口 ESS 産出量と後者のケースの有限人口 ESS 価格に対応した産出量とが等しく、前者のケースの有限人口 ESS 産出量に対応した価格と後者のケースの有限人口 ESS 価格とが等しいことがわかる。有限人口 ESS 産出量および価格は長期均衡をなす戦略であることが上で示されているから、次の定理が導かれる。

定理 3 企業が産出量を選ぶ場合の長期均衡と企業が価格を選ぶ場合の長期均衡とは一致する。

4. おわりに

本稿では差別化された財を生産している線型の需要関数を持つ寡占を、企業による成功した他企業の戦略の模倣にもとづく確率的な動学的進化ゲームの枠組みにおいて、企業が産出量を選ぶ場合と価格を選ぶ場合との両方の仮定のもとで分析し、どちらのケースにおいても有限人口下での進化的に安定な戦略が確率的な動学的進化ゲームにおける長期均衡戦略になることを示すとともに、企業が産出量を選ぶ場合の長期均衡と価格を選ぶ場合の長期均衡とが一致することを明らかにした。

有限人口 ESS が意味するところとナッシュ均衡とを比較してみよう。産出量を選択するケースにおいて各企業が他の企業の戦略に対する最適反応を計算するときには、他の企業の産出量が一定であると仮定して自身の利潤を最大化する産出量を選ぶ。このことは、自らの産出量の変化が自身および他の企業の財の価格に及ぼす影響を考慮に入れて戦略を選択するということを意味する。同様に、価格を選択するケースにおいて最適反応を計算するときには、他の企業の財の価格が一定であると仮定して自身の利潤を最大化する価格を選ぶ。このことは、自らの価格の変化が自身および他の企業の産出量に

及ぼす影響を考慮に入れて戦略を選択するということの意味する。したがって、企業の戦略変数が産出量である場合の最適反応と価格である場合の最適反応とは同値にはならない。一方本稿の進化的なモデルにおいては、戦略変数が産出量であれ価格であれ各企業は自らの戦略の変化が他の企業の行動に及ぼす影響はまったく考慮せず、ただ単により大きい利潤を得ている企業の戦略を真似るだけである。そのために戦略変数がいずれであっても同じ結果が得られるものと考えられる。

本稿では線型の需要関数のケースだけを分析したが、一般的な需要関数(および費用関数)のケースについても研究を進めているところである。産出量選択、価格選択における有限人口 ESS が同値であるという結論は一般的なケースにおいても成り立つが、それが各々のケースで確率的な動学プロセスの長期均衡になるためには需要関数(および費用関数)について条件が必要となる。

(論文受付日 1997 年 12 月 16 日・採用決定日 1998 年 7 月 15 日、中央大学法学部)

注

1) 消費者の多様な好みに合わせていわゆる水平的に差別化された財が各企業によって生産されるような、独占的競争と同様の産業構造を考えれば需要関数が対称的であるという仮定も正当化されるであろう。ただし独占的競争とは異なり参入は自由ではなく企業数は固定されている。戦略の模倣にもとづく進化論的な分析は、各プレイヤーが自分と同じ状況に置かれた他のプレイヤーが少なくとも一人はいると思っていなければ適用できない。

2) 寡占が対称的なので産出量 x^* を生産する企業はすべて等しい利潤を得る。

3) 寡占が対称的なので価格 p^* を選ぶ企業はすべて等しい利潤を得る。

4) これは次のようにして証明される。

$$p_0 - p^* = \frac{b(1-b)(a-c)}{[2+(n-2)b][2+(n-3)b]} > 0$$

および

$$p^* - p_w = \frac{(1-b)(a-c)}{2+(n-2)b} > 0.$$

5) Kandori *et al.* (1993) では $z_{t+1} = b(z_t)$ で表されるような確定的な調整プロセスが想定されている。

6) 以上の議論は Vega-Redondo (1997) の Proposition 1 と同様の内容である。

7) より詳しくは Kandori *et al.* (1993), Vega-

Redondo(1996)およびVega-Redondo(1997)を参照.

参 考 文 献

- Cheng, L. (1985) "Comparing Bertrand and Cournot Equilibria: A Geometric Approach," *Rand Journal of Economics*, Vol. 16, No. 1, pp. 146-147.
- Freidlin, M. I. and Wentzel A. D. (1984) *Random Perturbations of Dynamical Systems*, Springer-Verlag.
- Hansen, R. G. and Samuelson W. (1988) "Evolution in Economic Games," *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 10, No. 3, pp. 315-338.
- Kandori, M., Mailath G. and Rob R. (1993) "Learning, Mutation, and Long Run Equilibria in Games," *Econometrica*, Vol. 61, No. 1, pp. 29-56.
- Kandori, M. and Rob R. (1995) "Evolution of Equilibria in the Long Run: A General Theory and Applications," *Journal of Economic Theory*, Vol. 65, No. 1, pp. 383-414.
- Kandori, M. and Rob R. (1998) "Bandwagon Effects and Long Run Technology Choice," *Games and Economic Behavior*, Vol. 22, No. 1, pp. 30-60.
- Maynard Smith, J. (1982) *Evolution and Theory of Games*, Cambridge University Press.
- Pingle, M. and Day R. H. (1996) "Models of Economizing Behavior: Experimental Evidence," *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 29, No. 2, pp. 191-209.
- Vega-Redondo, F. (1996) *Evolution, Games and Economic Behaviour*, Oxford University Press.
- Vega-Redondo, F. (1997) "The Evolution of Walrasian Behavior," *Econometrica*, Vol. 65, No. 2, pp. 375-384.
- Robson, A. and Vega-Redondo F. (1996) "Efficient Equilibrium Selection in Evolutionary Games with Random Matching," *Journal of Economic Theory*, Vol. 70, No. 1, pp. 65-92.
- Schaffer, M. E. (1988) "Evolutionarily Stable Strategies for a Finite Population and a Variable Contest Size," *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 132, pp. 469-478.
- Schaffer, M. E. (1989) "Are Profit-Maximisers the Best Survivors? A Darwinian Model of Economic Natural Selection," *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 12, No. 1, pp. 29-45.
- Singh, N. and Vives X. (1984) "Price and Quantity Competition in a Differentiated Duopoly," *Rand Journal of Economics*, Vol. 15, No. 4, pp. 546-554.
- Vives, X. (1985) "On the Efficiency of Bertrand and Cournot Equilibria with Product Differentiation," *Journal of Economic Theory*, Vol. 36, No. 1, pp. 166-175.