

厚生経済学における基本定理

—新しいパースペクティブ*—

西條辰義

1. 序

経済メカニズム論においては、公共財の存在する経済、外部性がある経済、収穫逓増が支配的な経済、所有権が明確に規定されていない経済など、非古典的な環境において性能のよいメカニズムをデザインすることが主要な課題である。これらの諸問題を解くにあたって、いつも出発点は古典的な環境におけるワルラス対応ないしは競争配分メカニズム(価格メカニズム)であったし、これからもあり続けるであろう。

競争配分メカニズムはさまざまな側面を持つ。よく知られている厚生経済学の基本定理は配分の効率性という側面から眺めた場合の競争配分メカニズムの一つの特徴である。ここ20年来の経済メカニズム論の進展を振り返ってみると、意図するとせざるとに関わらず、競争配分メカ

ニズムの諸側面を異なった視点から分析してきたといつてよい。本稿では、競争配分メカニズムを配分効率性のみならず、情報効率性、インセンティブ、複雑性、分権性という多角的な視点から眺め、ワルラス対応ないしは競争配分メカニズムの評価にあたってひとつの新しいパースペクティブないし枠組みを示したい。

表1は、本稿の枠組みを示す。注目する均衡概念は主に競争均衡であり、補足的にリンダール均衡に言及する。左端の列は注目する性質であり、バレート効率性などを列記してある。各々の均衡概念に対応して第一定理、第二定理に関わりのあった主要な論文の著者名を列記してある。実際にはここに言及していない論文のほうが多いことを断っておきたい。なお、?印は未解決であることを示し、×印は対応する第一命題が不可能性定理なので、その部分に意味

表1 厚生経済学の基本定理の諸結果

	Competitive Equilibrium		Lindahl Equilibrium	
	First Theorem	Second Theorem	First Theorem	Second Theorem
Pareto Efficiency	Arrow, Debreu, Koopmans	Arrow, Debreu, Koopmans	Foley [70]	Foley [70]
Informational Efficiency	Hurwicz[72a], Mount-Reiter[74], Osana[78]	Jordan[82]	Sato[82]	?
Incentives (Dominance)	Hurwicz[72b]	×	Ledyard-Roberts[74], Saijo[91]	×
Incentives (Nash)	Hurwicz[79b], Schmeidler[80]	Hurwicz[79b], Nagahisa-Suh[93]	Hurwicz[79a], Groves-Ledyard[77], Walker[81]	?
Complexity	Mount-Reiter[90]	?	?	?
Decentralization	Dutta-Sen-Vohra[93], Saijo-Tatamitani-Yamato [93]	?	Dutta-Sen-Vohra[93]	?

がないことを示す。2節以降の分析にあたっては、古典的な環境(効用関数の単調性、微分可能性、端点解の排除など)を想定している。

2. 資源配分メカニズム¹⁾

n 人の参加者が資源配分を実行する状況を考えよう。各参加者は個々に固有の情報を持っている。これを参加者 i の特質(characteristic)と呼び、 e^i で示す。たとえば、純粋交換経済における参加者 i の特質は初期保有 w^i と効用関数 u^i とで示すことができ、この場合、 $e^i = (w^i, u^i)$ となる。特質については、経済情報ばかりでなく、分析に応じて、たとえば参加者 i の社会における序列、「現場の知識」などを含めることもできる。参加者 i の持ちうるすべての特質の集合を E^i と記す。さらに n 人の参加者の特質のリスト $e = (e^1, e^2, \dots, e^n)$ を環境(environment)と呼ぶ。すべての環境の集合 E が各参加者の特質の集合の直積で表すことができる($E = E^1 \times E^2 \times \dots \times E^n$)。

A をこの経済における実現可能な(feasible)すべての配分とし、各環境 e に対し非空の社会的に望ましい配分を規定する対応 $F: E \rightarrow A$ を目標対応(goal correspondence)と呼ぶ。目標対応は、社会選択対応(social choice correspondence)と呼ばれることもある。たとえば、各環境 e に対し競争均衡配分を規定する対応はワルラス対応と呼ばれる。

目標対応を実現するために、参加者が情報を互いに伝達し、その情報に基づいて配分を決定する仕組み(資源配分メカニズム)を構築したい。

参加者全員の情報の伝達の場合としてメッセージ空間 M を準備する。参加者 i の均衡対応を $\mu^i: E \rightarrow M$ と記し、 $m \in \mu^i(e)$ を参加者 i の均衡メッセージと呼ぶ。すべての参加者に対し $\bar{m} \in \mu^i(e)$ が成立するとき、 $\bar{m}$ は環境 e に対する均衡メッセージであるという。各環境に対しすべての参加者の均衡メッセージの集合の共通部分を取り、結合均衡対応を作成する。すなわち、結合均衡対応 $\mu: E \rightarrow M$ は、 $\mu(e) = \bigcap_{i=1}^n \mu^i(e)$ for all $e \in E$ と表現できる。定義により、

$m \in \mu(e) \Leftrightarrow m \in \mu^i(e)$ for all i となる。均衡メッセージを以下のように解釈することができる。参加者のすべてが見ることのできるボードがあり、そのボード上にメッセージ m が示される。もし $m \in \mu^i(e)$ ならばそのときのみに参加者 i は「イエス」という。 m が均衡であるのは全員が「イエス」というときである。もし誰かが「ノウ」というならば、すべての参加者が「イエス」というまで新たなメッセージが提案されねばならない。この解釈はベリフィケーション・シナリオと呼ばれている。

たとえば、参加者 2 人(1, 2)で 2 財(a 財, b 財)の純粋交換経済の場合、メッセージとして実現可能な配分と価格を考えることができる。 w_j^i を参加者 i が保有する財 j の量とし、 (a^i, b^i) を参加者 i が消費する財ベクトルとすると、 $a^1 + a^2 = w_a^1 + w_a^2$ および $b^1 + b^2 = w_b^1 + w_b^2$ を満たす $m = ((a^1, b^1), (a^2, b^2), p)$ をメッセージとして考えることができる。このとき、参加者の予算のもとで満足度を最大にするメッセージを均衡対応とするならば、参加者 1 の場合、任意の (a^2, b^2) に対し、価格 $\hat{p}$ のもとで効用を最大にする財を $(\bar{a}^1, \bar{b}^1)$ であるとする($((\bar{a}^1, \bar{b}^1), (a^2, b^2), \hat{p}) \in \mu^1(e^1)$) となる。参加者 2 も同様にして、任意の (a^1, b^1) に対し、 $(\bar{a}^2, \bar{b}^2)$ を価格 $\hat{p}$ のもとで効用を最大にする財であるとする($((a^1, b^1), (\bar{a}^2, \bar{b}^2), \hat{p}) \in \mu^2(e^2)$) を得る。ここで $\mu(e) = \mu^1(e^1) \cap \mu^2(e^2)$ とすると、 μ は環境 e に対し競争均衡を規定する結合均衡対応である。

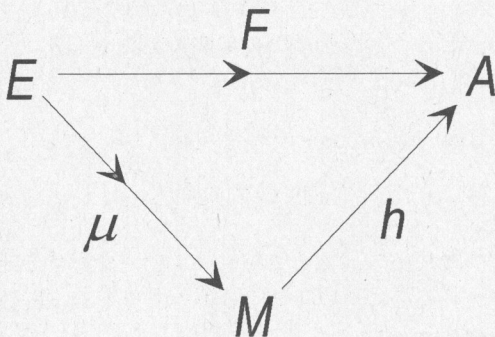
各参加者から出されたメッセージに基づいて実現可能な配分を規定する関数 $h: M \rightarrow A$ を帰結関数(outcome function)と呼ぶ。上記の例の場合には、 $h(((a^1, b^1), (a^2, b^2), p))) = ((a^1, b^1), (a^2, b^2))$ とすると競争均衡配分が帰結となる。

メッセージ空間、均衡対応および帰結関数の組 (M, μ, h) をメカニズム(mechanism)と呼ぶ。上記の 2 人, 2 財の例は競争配分メカニズム(competitive allocation mechanism)の一例である。

メカニズム (M, μ, h) について、 $h \circ \mu(e) = F$

(e) for all $e \in E$ が満たされているとき, (M, μ, h) が目標対応 F を実現する (realize) という. すなわち, 目標対応 F が均衡対応 μ と帰結関数 h に分解可能であるとき, (M, μ, h) が目標対応 F を実現するのである. 実現性 (realization) は図 1 のように, マウント=ライターの三角形で示することができる.

図 1 マウント=ライターの三角形



3. 配分効率性に関する厚生経済学の基本定理

ワルラス対応 (を実現する競争配分メカニズム) の配分効率性に関しては, アダム・スミス以来, 数多くの経済学研究者により検討が加えられ, 現在では以下で示すような「厚生経済学の二命題」ないしは「厚生経済学の基本定理」として広く知られている²⁾.

配分効率性に関する厚生経済学の第一定理: 競争配分メカニズムによる配分はパレート効率 (Pareto efficient, PE と略) である.

参加者全員の選好の局所的非飽和に関する仮定を用いて第一定理を証明することができる. この仮定が成立するためには, 少なくとも一財が分割可能でなければならない点に注意されたい.

配分効率性に関する厚生経済学の第二定理: 任意のパレート効率な配分は初期保有の適当な再分配を通じて競争配分メカニズムにより達成可

能である.

参加者全員の消費可能性集合の凸性, 選好の凸性, 連続性, 最少所得に関する仮定および少なくとも一人の参加者の局所的非飽和に関する仮定を用いて第二定理を得る.

リンダール対応についても同様の 2 つの定理を得る.

4. 情報効率性に関する厚生経済学の基本定理

各々の参加者がメッセージを示す際, 自分自身の特質のみならず他の参加者の特質に基づいて意思決定をするようなメカニズムは情報伝達が分権化されているとはいいいがたい. 以下では参加者 i の均衡対応が環境ではなく i 自身の特質のみによって決まるメカニズムに注目したい. メカニズム (M, μ, h) が $\mu(e) = \bigcap_{i=1}^n \mu^i(e^i)$ を満たすとき, そのメカニズムは情報分権的 (informationally decentralized) であるという³⁾. 競争配分メカニズムは情報分権的である. 個々の参加者が消費の意思決定をするとき, 他人の特質に注意を払う必要がないからである.

いくらパレート効率な配分を達成する情報分権的なメカニズムを設計できるとしても, そこで要求される参加者の間の情報の交換が困難ならば, そのメカニズムの性能はよいとはいえない. たとえば, 効用関数という情報を参加者の間でやりとりするようなメカニズムにおいてはメッセージ空間の次元が無限になる⁴⁾. ハイエクがいうようにこのような情報は原理的に伝達不可能であるか, 伝達のコストが禁止的に高いといえる. それゆえ, 社会の目標対応を与えとし, その目標対応を実現する情報分権的なメカニズムを設計する際, メッセージ空間の次元をできるだけ小さくしたい⁵⁾.

競争配分メカニズムのメッセージ空間の次元を参加者 2 人, 2 財の場合を通じて再検討しよう. 財 b の価格を 1 とするなら, 2 節の競争配分メカニズムにおけるメッセージは $m = ((a^1, b^1), (a^2, b^2), p)$ だから 5 つの数を用いる. 実はもっと少ない数でメッセージの交換が可能で

ある。参加者1は初期保有 w^1 および価格 p を与件とし、消費計画を決定する。ここで参加者1が a^1 を決めれば、 (a^1, b^1) は予算線上に位置しているので b^1 も同時に決定していることになる。参加者2も同様でメッセージとして $((a^1, a^2), p)$ を用いれば十分である。さらに競争均衡においては a 財の需給が一致 ($a^1 + a^2 = w_a^1 + w_a^2$) しているので、 a^1 が a^2 のどちらかをもちいれればよい。それゆえ、競争均衡配分(ワルラス均衡配分)を実現するためには $m = (a^1, p)$ で十分である。一般に参加者が n 人、 l 財の場合を考えよう。一つの財をニューメレルとすると価格に必要な次元は $l-1$ である。上記の議論から財に関しても一つの財を省いてよいのだから各参加者の消費計画のメッセージに必要な次元は $l-1$ である。ここで実現可能性を考慮にいとワルラス均衡配分を実現するために必要な次元は $(l-1) + (n-1)(l-1) = n(l-1)$ である。パレート効率な配分を達成する情報分権的なメカニズムの中でメッセージ空間が最小であるメカニズムを情報効率的(informationally efficient)であると定義すると、情報効率性に関する厚生経済学の第一定理を得る。

情報効率性に関する厚生経済学の第一定理：競争配分メカニズムは情報効率的である。

この第一定理は1972年、ハーヴィッツ[1972a]により提示され、マウント＝ライター[1974]、長名[1978]らによって一般化がなされた⁶⁾。

ハーヴィッツ[1972a]に従い第一定理の証明の概略を示そう。第一ステップは、パレート効率な配分を実現する情報分権的なメカニズム $(\hat{M}, \hat{\mu}, \hat{h})$ を実際に作成する。作成の際、メッセージ空間 $\hat{M}$ が $n(l-1)$ 次元ユークリッド空間で、しかも環境 $\hat{E}$ も $n(l-1)$ 次元ユークリッド空間であるように限定する。第二ステップは、パレート効率な配分を実現する情報分権的な任意のメカニズム (M, μ, h) における M の最小次元が $n(l-1)$ であることを示すために、メカニズム (M, μ, h) を $\hat{E}$ 上に限定するとき、

$\dim \hat{E} \leq \dim \mu(\hat{E})$ を示す。 $\dim \hat{M} = \dim \hat{E}$ および $\dim \mu(\hat{E}) \leq \dim M$ だから、 $\dim \hat{M} \leq \dim M$ を得る。ここで環境を $\hat{E}$ から一般的な E に拡張することにより第一定理を得る。以下では2人の参加者、3財の純粋交換経済の場合について示すことにする。

第一ステップ：2人、3財だから環境の次元は4である。それゆえ、各参加者の特質の集合を2次元空間とする。すなわち、 $\hat{E}^1 = \hat{E}^2 = \mathbb{R}^2$ とし、 $(e_1^1, e_2^1) \in \hat{E}^1$ および $(e_1^2, e_2^2) \in \hat{E}^2$ とする。ここで各参加者の効用関数を次のようにする。

$$u^i(x_1^i, x_2^i, x_3^i) = -\frac{1}{2}(x_1^i)^2 + e_1^i x_1^i - \frac{1}{2}(x_2^i)^2 + e_2^i x_2^i + x_3^i \text{ for } i = 1, 2.$$

この効用関数のもとでパレート効率な配分を発見するために、以下のようなラグランジュ関数を導入する。

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{2}(x_1^1)^2 + e_1^1 x_1^1 - \frac{1}{2}(x_2^1)^2 + e_2^1 x_2^1 \\ & + x_3^1 + \gamma \left\{ -\frac{1}{2}(x_1^2)^2 + e_1^2 x_1^2 - \frac{1}{2}(x_2^2)^2 \right. \\ & \left. + e_2^2 x_2^2 + x_3^2 - \bar{u}^2 \right\} \\ & + \lambda_1(w_1 - x_1^1 - x_1^2) + \lambda_2(w_2 - x_2^1 - x_2^2) \\ & + \lambda_3(w_3 - x_3^1 - x_3^2). \end{aligned}$$

このとき一階の条件は以下ようになる。

$$\begin{aligned} x_1^1 : -x_1^1 + e_1^1 &= \lambda_1, \\ x_2^1 : -x_2^1 + e_2^1 &= \lambda_2, \\ x_3^1 : 1 - \lambda_3 &= 0, \\ x_1^2 : \gamma(-x_1^2 + e_1^2) &= \lambda_1, \\ x_2^2 : \gamma(-x_2^2 + e_2^2) &= \lambda_2, \\ x_3^2 : \gamma - \lambda_3 &= 0, \end{aligned}$$

$w_1 = x_1^1 + x_1^2$, $w_2 = x_2^1 + x_2^2$ および $w_3 = x_3^1 + x_3^2$. $\gamma = \lambda_3 = 1$ なので、

$-x_j^i + e_j^i = \lambda_j$ ($i, j = 1, 2$) および $\sum_{i=1}^2 x_j^i = w_j$ ($j = 1, 2$)

を得る。 $w_1 = x_1^1 + x_1^2$ なので x_1^2 というメッセージを送ることは x_1^1 に関する情報を送っていることにほかならない⁷⁾。それゆえ $m = (x_1^1, x_2^2, \lambda_1, \lambda_2)$ とし、均衡対応を次のように定義する。

$\bar{\mu}(e^1) = \{m = (x_1^1, x_2^2, \lambda_1, \lambda_2) \mid -x_1^1 + e_1^1 = \lambda_1$
and $-x_2^1 + e_2^1 = \lambda_2\}$ および
 $\bar{\mu}(e^2) = \{m = (x_1^1, x_2^2, \lambda_1, \lambda_2) \mid -x_1^2 + e_1^2 = \lambda_1$
and $-x_2^2 + e_2^2 = \lambda_2\}$.

均衡対応の作成の仕方から明らかなように、パレート効率な目標対応を実現するような帰結関数 $\hat{h}$ が簡単に作成できる。

第二ステップ：パレート効率な配分を実現する情報分権的な任意のメカニズムを (M, μ, h) とする。 $\dim \bar{E} \leq \dim \mu(\bar{E})$ を示すためには、各々の $m \in \mu(\bar{E})$ に対し、ただ一つの $e \in \bar{E}$ を発見できればよい。すなわち、 $(\mu|_{\bar{E}})^{-1}$ が一価であることを示せばよい⁸⁾。このためにまず一意性の性質を示す。 $E \supseteq \bar{E}$ とし、以下の条件を満たすとき、環境 E が $\bar{E}$ に関して一意性の性質をもつという。

一意性の性質：もし配分 x が $(e^1, e^2), (\bar{e}^1, \bar{e}^2), (e^1, \bar{e}^2)$ および $(\bar{e}^1, e^2) \in \bar{E}$ に対してパレート効率ならば、 $(e^1, e^2) = (\bar{e}^1, \bar{e}^2)$ 。

ただし $e^i = (e_1^i, e_2^i)'$, $x^i = (x_1^i, x_2^i)'$ および $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)'$ とし、 $'$ はベクトルの転置を示す。 x が (e^1, e^2) および $(\bar{e}^1, \bar{e}^2)$ に対してパレート効率なので、

$$\begin{cases} -x^1 + e^1 = \lambda \\ -x^2 + e^2 = \lambda \end{cases} \text{ および } \begin{cases} -x^1 + \bar{e}^1 = \bar{\lambda} \\ -x^2 + \bar{e}^2 = \bar{\lambda} \end{cases}$$

を得る。さらに x が $(e^1, \bar{e}^2)$ および $(\bar{e}^1, e^2)$ に対してパレート効率なので、

$$\begin{cases} -x^1 + e^1 = \bar{\lambda} \\ -x^2 + \bar{e}^2 = \bar{\lambda} \end{cases} \text{ および } \begin{cases} -x^1 + \bar{e}^1 = \bar{\lambda} \\ -x^2 + e^2 = \bar{\lambda} \end{cases}$$

を得る。それゆえ $\lambda = \bar{\lambda} = \bar{\lambda}$ 。このとき明らかに $e^1 = \bar{e}^1$ および $e^2 = \bar{e}^2$ を得る。

一意性の性質を用いて $(\mu|_{\bar{E}})^{-1}$ が一価であることを示すことができる。

一価性に関する補題：もしパレート効率なメカニズム (M, μ, h) が情報分権的で $\bar{E}$ に関して一意性の性質を持ち目標対応 F を実現するならば、 $(\mu|_{\bar{E}})^{-1}$ は一価である。

ある $e', e'' \in \bar{E}$ に対し、 $m \in \mu(e')$ および $m \in \mu(e'')$ としよう。メカニズムが情報分権的なので、 $m \in \mu^i(e^i)$ $i=1, 2$ および $m \in \mu^i(e''^i)$ $i=1, 2$ 。さらに $\mu^1(e^1) \cap \mu^2(e''^2) = \mu(e^1, e''^2)$ を得る。それゆえ、 $m \in \mu(e^1, e''^2)$ 。実現性より $h(m) \in F(e^1, e''^2)$ 。同様にして $m \in \mu(e''^1, e^2)$ だから、 $h(m) \in F(e''^1, e^2)$ 。ゆえに、 $h(m) \in F(e') \cap F(e'') \cap F(e^1, e''^2) \cap F(e''^1, e^2)$ を得る。一意性の性質を用いると $e' = e''$ を得る。

最後に、 E 上で F を実現するメカニズムが $\bar{E}$ 上で F を実現する際に必要なメッセージ空間よりも小さいメッセージ空間を用いることはできないので、第一定理を得る。参加者が n 人、 l 財の一般的な場合にも同様の議論が適用できる。

さらに以下のようにメカニズムのクラスを限定することにより、第一定理の逆をジョルダン [1982] が証明した。考察の対象とするメカニズムが (1) パレート効率性；(2) 個人合理性 (任意の $e = ((w^1, u^1), (w^2, u^2), \dots, (w^n, u^n)) \in E$ および任意の $x = (x^1, x^2, \dots, x^n) \in h \circ \mu(e)$ に対し、 $u^i(x^i) \geq u^i(w^i)$ 、ただし u^i は参加者 i の効用関数、IR と略)；(3) 情報分権性；(4) $\dim M = n(l-1)$ を満たし、(5) μ が連続で $\mu(E)$ が閉、という仮定を満たすならば、第二定理を得る。

情報効率性に関する厚生経済学の第二定理：競争配分メカニズムのみが情報効率的である。

5. インセンティブに関する厚生経済学の基本定理

これまでの議論においては配分および情報の効率性が主要な課題で、インセンティブの問題は捨象されている。たとえば、競争配分メカニズムにおける参加者の均衡対応では各々の価格に真の需要量、(ないしは)供給量を表明することが仮定されている。以下では、メッセージ空間ではなく、戦略空間 $S = \times_{i=1}^n S^i$ を導入する。ただし、 S^i は参加者 i の戦略空間である。戦

略空間の特殊な場合として、 $S^i = E^i$ とし、各参加者が各々の特質を戦略として用いることがある。そのようなゲームを表明ゲーム(revelation game)と呼ぶ。なお、当面、一価の目標対応、すなわち目標関数 $f: E \rightarrow A$ を考察することにし、参加者の人数を2人とする。特質が選好だけであるとし、選好 $\hat{e}^i$ において v が w よりも好まれるか無差別な場合、 $v(\geq, \hat{e}^i)w$ と記述することにする。

ある目標関数 f に関し、任意の $(\hat{e}^1, \hat{e}^2)$ に対し、

$f(\hat{e}^1, e^2) (\geq, \hat{e}^1) f(e^1, e^2)$ for all $e^1 \in E^1$ and $e^2 \in E^2$; および

$f(e^1, \hat{e}^2) (\geq, \hat{e}^2) f(e^1, e^2)$ for all $e^1 \in E^1$ and $e^2 \in E^2$,

が成立するとき、 f はインセンティブ・コンパティブル(incentive compatible, IC と略)であるという。 f が IC であることは真の選好表明が支配戦略であることと同値である。

インセンティブの理論の発端となったのは、パレート効率性、個人合理性およびインセンティブ・コンパティビリティを満たすような目標

関数が経済環境で存在しないというハーヴィッツの定理であった。

ハーヴィッツの定理：パレート効率性、個人合理性およびインセンティブ・コンパティビリティを満たす目標関数は存在しない⁹⁾。

図2の正方形のエッジワースの箱の w が初期保有配分であるとし、実線で描かれた無差別曲線が真の無差別曲線であるとする。この経済において PE, IR かつ IC であるような目標関数が存在するとして矛盾を導く。もしそのような目標関数があるなら、この経済の場合、目標関数は線分 $A-B$ 上の一つの配分を選ぶ。ここで箱のセンターを C とすると、目標関数は $A-C$ か $C-B$ のどちらかの上の一点を選ぶ。一般性を失うことなく、 $C-B$ 上の一点 D を選ぶとしよう。そうすると参加者2は破線で示した無差別曲線を提示することにより $A-E$ 上の点を得ることができる。 $A-E$ 上の点は真の選好で評価して D よりも好ましいので、目標関数が IC であるとしたことに反する。ゆえ

図2 ハーヴィッツの定理の証明

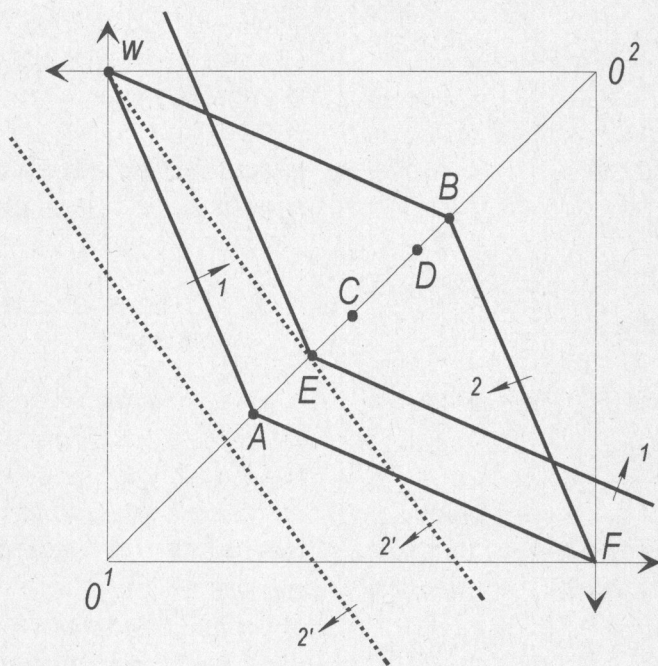
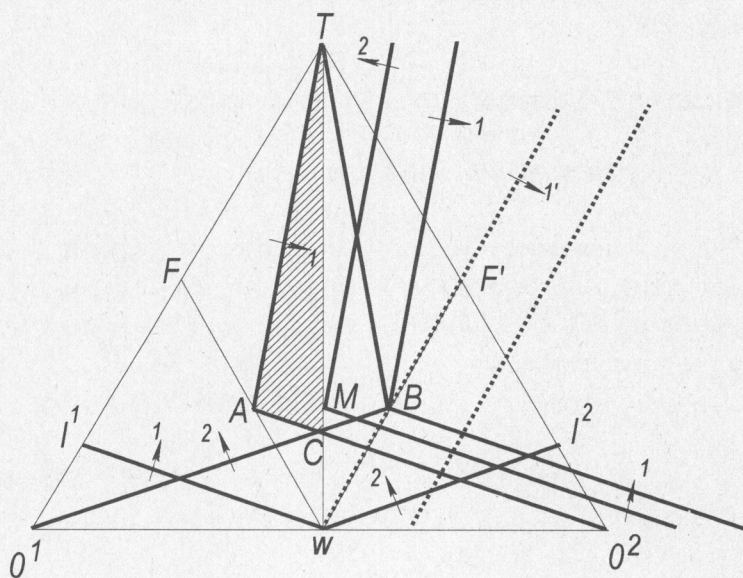


図3 公共財を含む経済における不可能性定理の証明



目標関数にパレート効率性を要求するから不可能性定理を得ることになると考え、これをはじめずとどうなるだろうか。私的財のみの場合、常に初期保有を配分として提示する目標関数はIRとICを満たすが、望ましい目標関数とはいえない。公共財を含む経済においては、PEを要求しなくとも、IRを少し強めることによりICを満たす目標関数は存在しないことが知られている¹⁰⁾。参加者が2人、私的財(x)が一つ、公共財(y)が一つで公共財の生産関数が $y = g(x) = x$ の場合を考えてみよう。この経済はエッジワースの箱の対応物であるコラムの三角形として表現される¹¹⁾。図3において、二人の参加者がともに同じ量の私的財の初期保有を持ち、公共財の初期保有はゼロとする(w 点)。参加者1の一つの無差別曲線が 0^2-A-T で示され、この無差別曲線を水平方向に移動する

と残りの無差別曲線が得られる。すなわち、この選好は準線形である。参加者2も同じ選好であるとする。各々の参加者は生産技術を知っているとし、参加者1(参加者2)は自己の初期保有と生産技術を用いて $w-F(w-F')$ 上の点を選ぶとする。前節のIRを満たすのは w よりも好ましいか無差別な領域、すなわち I^1-w-I^2 の上方であるが、参加者1は他の参加者の助けをかりずに $w-F$ 上の点を選ぶので、 $w-F$ 上で最も好ましい点 A よりも好ましいか無差別な領域を新たなIRの条件として考えるべきである。この新たなIRは自給自足の個人合理性 (autarkic individual rationality, AIR と略) と呼ばれており、図3でAIRを満たすのは $C-A-T-B$ の境界を含む内部の領域である。ハーヴィッツの定理の証明の場合と同様に、AIRとICを満たすメカニズムは $C-A-T-B$ の右半分か、左半分のどちらかの中から一つの配分を選ぶ。仮に左半分 ($T-A-C$) であるとしよう。そうすると、参加者1は破線で示した選好を示すことにより、AIRを満たす領域が一つの点 B になり、真の選好で評価すると点 B は $T-A-C$ の領域の中で最も好ましい点 M よりも好ましい。それ

ゆえ、AIR と IC を満たすメカニズムは存在しないので以下の定理を得る。

公共財を含む経済における不可能性定理：自給自足的個人合理性およびインセンティブ・コンパティビリティを満たす目標関数は存在しない。

以上では、表明ゲームを考察の対象としてきたが、以下では一般に関数 $g: S \rightarrow A$ を導入する。この関数はゲーム形式(メカニズム)と呼ばれている¹²⁾。このとき任意の参加者に対し

$$g(\bar{s}^i, s^{-i})(\geq, e^i)g(s^i, s^{-i}) \text{ for all } s = (s^1, \dots, s^n) \text{ の } i \text{ 番目の } s^i \text{ を } \bar{s}^i \text{ に変更した戦略である。さらに、} D_g(e) \text{ をメカニズム } g \text{ を用いるときの環境 } e \text{ に対する支配戦略均衡の集合とする。ここで、任意の } e \text{ に対し、} f(e) = g \circ D_g(e) \text{ が成立するとき、メカニズム } g \text{ が目標関数 } f \text{ を支配戦略で遂行する (implement) という。これらの準備を経て、ギバードによる表明原理を得る。}$$

が満たされているとき、 $\bar{s}$ を環境 e に対する支配戦略均衡という。ただし、 $(\bar{s}^i, s^{-i})$ は戦略 $s = (s^1, \dots, s^n)$ の i 番目の s^i を $\bar{s}^i$ に変更した戦略である。さらに、 $D_g(e)$ をメカニズム g を用いるときの環境 e に対する支配戦略均衡の集合とする。ここで、任意の e に対し、 $f(e) = g \circ D_g(e)$ が成立するとき、メカニズム g が目標関数 f を支配戦略で遂行する (implement) という。これらの準備を経て、ギバードによる表明原理を得る。

表明原理：もしあるメカニズム g が目標関数 f を支配戦略で遂行するならば、目標関数はインセンティブ・コンパティブルである。

ハーヴィッツの定理や公共財を含む経済における不可能性定理は $S^i = E^i$ を要求する表明ゲームを用いるから否定的な結果を得るのであって、戦略空間を限定しなければ遂行可能になるかもしれない。しかし、表明原理の対偶はこのことを否定している。IC でないならば、どのようなメカニズムを作ったところでその目標関数を支配戦略で遂行できないのである。さらに、ダスグプタ＝ハモンド＝マスキン[1979]によれば、真の選好表明が支配戦略であることとナッシュ戦略であることが同値であるので、表明ゲームにおいて均衡概念を支配戦略均衡からナッシュ均衡に緩めてもよい結果を得ることはできない。それゆえ、70 年代後半から、戦略の集合に条件

をつけず(すなわち真の選好表明にこだわらず)、ナッシュ均衡を用いることにより可能性を探る研究が盛んになった。

任意の参加者 i に対し、 $g(\bar{s})(\geq, e^i)g(s^i, s^{-i})$ for all s^i が満たされるとき、戦略 $\bar{s}$ を環境 e に対するナッシュ均衡という。さらに、 $N_g(e)$ をメカニズム g を用いるときの環境 e に対するナッシュ均衡の集合とする。ここで、任意の e に対し、 $f(e) = g \circ N_g(e)$ が成立するとき、メカニズム g が目標関数 f をナッシュ遂行するという。ハーヴィッツ[1979a]、シュマイドラー[1980]らは以下の第一定理を証明した。

インセンティブに関する厚生経済学の第一定理：ワルラス対応はナッシュ遂行できる。

公共財を含む経済におけるフリー・ライディングの問題をどのように解決するのかは 70 年代初頭の主要関心事であったが、1977 年、グローブズ＝レジャードが、パレート効率的な配分をナッシュ均衡で達成するメカニズム・デザインに成功した¹³⁾。ただグローブズ＝レジャード・メカニズムによるパレート効率的な配分は IR を満たさない場合があり、それゆえ、リンダール均衡配分を達成するメカニズムが設計できるかどうか为主要課題となった。これは肯定的にハーヴィッツ[1979a]、ウォーカー[1981]らにより解決された¹⁴⁾。

長久＝スウ[1993]はハーヴィッツ[1979b]の結果を受けて、第二定理を証明した。目標関数が PE かつ IR であることに加えて、局所独立性の条件を仮定する。任意の環境 $e, \bar{e}$ に対し、すべての参加者の実現可能な配分 x における限界代替率が一致 ($MRS(x^i, e^i) = (MRS(x^i, \bar{e}^i) \text{ for all } i)$ するならば、 $[x = f(e) \Leftrightarrow x = f(\bar{e})]$ が成立するとき、目標関数 f は局所独立性(local independence)を満たすという。これらの条件のもとで第二定理を得る。

インセンティブに関する厚生経済学の第二定理：ワルラス対応のみがナッシュ遂行できる。

この第二定理は配分効率性や情報効率性の第二定理の場合とは異なって、環境に関する条件ではなく局所独立性という強い条件を目標対応に課したから得られるのであって、ワルラス対応以外に経済環境のもとでナッシュ遂行できる目標対応は数多くある。

6. 新たな基本定理

インセンティブに関する厚生経済学の第一定理は、マスキンの定理[1977]を用いても証明できる¹⁵⁾。ナッシュ遂行可能性とマスキン単調性が経済環境においては同値であり、ワルラス対応はマスキン単調性を満たしているからである。ハーヴィッツ、シュマイドラーらは直接メカニズムを設計することにより第一定理を示している。ただ彼らは可能性を示すことに重点をおき、「自然」なメカニズム設計という視点は欠いていた。近年、ヒューストロム[1991]、ダッター＝セン＝ポーラ[1993]、西條＝畳谷＝大和[1993]たちはメカニズムそのものにさまざまな条件を課し、「自然」に遂行できる目標対応(関数)のクラスを確認するという新たな方法を提示している。たとえば、西條＝畳谷＝大和は、(1)戦略空間として価格、数量のみに限定、(2)均衡においては参加者が戦略として用いた数量をそのままその参加者が獲得、(3)メカニズムによる配分が必ず実現可能、(4)他の参加者の戦略を与件としたとき、必ず最適反応が存在すること、などを要求し、目標対応のクラスを確定している。

「分権」的なメカニズムの満たすべき性質として、(α)他の参加者に関わる情報を報告しないこと、(β)戦略空間が各参加者の間で極端に異なること、(γ)均衡戦略の計算が容易であること、などが挙げられる。西條＝畳谷＝大和の条件(1)において、各参加者がアナウンスできる情報が、(1-1)その参加者が消費する財のみである場合、(1-2)価格とその参加者が消費する財の場合、は条件(α)および(β)を満たしていると考えてもよい。また上記の条件(2)は条件(γ)の一部であるとみなせる。条件(1-1)と他の3つの条件を要求すると、3財以上の

場合には、ワルラス対応をナッシュ遂行するメカニズムはデザインできない。2財の場合だと、数量表明をするとその数量と初期保有を結ぶことにより暗黙のうちに価格も表明しているので、ワルラス対応をナッシュ遂行するメカニズムをデザインすることができる。さらに条件(1-2)と他の3つの条件を要求すると、ワルラス対応をナッシュ遂行するメカニズムをデザインすることが可能である。「自然」でしかも「分権」的なメカニズム・デザインにおける第二定理に相当する部分は未解決の問題として残っている。

マウント＝ライター[1990]は、ニューラル・ネットワーク・モデルを用い、メカニズムの計算に関する複雑性の分析を行っている。彼らは、情報効率性の節でみたメッセージ空間の次元と計算に関する複雑性の間にトレード・オフがあることを示し、競争配分メカニズムがこのフロンティア上にあることを証明している。すなわち、複雑性に関する厚生経済学の第一命題である。

ワルラス対応ないしは競争配分メカニズムを複眼的に評価する手法は非古典的な環境における目標対応を実現ないし遂行する際にも適用できる。経済政策や規制などの応用分野での複眼的評価につながることを期待したい。

(筑波大学社会工学系・大阪大学社会経済研究所)

注

* 本稿は、1993年12月、逢甲大学で開催されたミクロ経済学コンファレンス(Microeconomics Meetings)における招待講演“Fundamental Theorems in Welfare Economics: A New Perspective”に基づいている。コンファレンスに招待して下さった逢甲大学経済学研究科に感謝したい。初稿に詳細なコメントをして下さった吉原直毅(一橋大学)、畳谷整克(日本学術振興会およびミネソタ大学)および大瀬戸真次(筑波大学)の各氏に感謝したい。衛忠欣(逢甲大学)、鈴木興太郎(一橋大学)、寺西重郎(一橋大学)、中島孝子(筑波大学)、中村慎助(慶應大学)および大和毅彦(東洋大学)の諸氏のコメントにも感謝したい。なお、本稿は科学研究費(04451111)および全国銀行学術研究振興財団からの補助を受けた。記して感謝したい。

1) 詳しくはハーヴィッツ[1987]を参照されたい。

2) これらの命題は早くからバレート、パローネが議論しており、その後計画経済論争においてランゲ、

ラーナーにより経済計算論の中で再論された。より現代的な定式化はアロー、デブリュー、クープマンズらによる。詳細は鈴木[1982]の1章、川又[1991]の1章、5章を参照されたい。

3) これは通常 privacy-preserving の条件と呼ばれている。

4) たとえば区間[0,1]上の連続関数からなる空間の次元が無限であることを想起されたい。

5) メッセージ空間を小さくすることによりメカニズムの帰結関数が複雑になるというトレード・オフも考えねばならない。

6) 情報分権性、情報効率性に関してはハーヴィッツ[1987]のサーベイ論文を参照されたい。

7) 各参加者は他の参加者の初期保有を知らないが、全体の初期保有合計は知っているという暗黙に仮定している。

8) ある写像 $\mu: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^k$ が全射でかつ μ^{-1} が一価でリプシッツ連続ならば、 $\dim \mathfrak{R}^n \leq \dim \mathfrak{R}^k$ 。

9) ハーヴィッツ[1972b]を見よ。ただしここでの証明はポストルウェイト[1985]による。

10) 西條[1991]を参照されたい。

11) コルムの三角形の初等的な解説については石井=西條=塩沢[1995]の6章および7章、トムソン[1987]を参照されたい。

12) インセンティブの理論ではゲーム形式をメカニズムと呼ぶことがある。情報効率性の場合のメカニズムとインセンティブの理論におけるメカニズムでは定義が異なるが、以下ではゲーム形式をメカニズムと呼ぶ。

13) フリー・ライディングの意味に関しては石井=西條=塩沢[1995]の7章を参照されたい。

14) グロブズ=レッジード・メカニズムおよびウォーカー・メカニズムの初等的な解説に関しては西條[1991]を参照されたい。

15) 西條[1988]を参照されたい。

参 考 文 献

- Dasgupta, P., P. Hammond, and E. Maskin(1979) "The Implementation of Social Choice Rules: Some General Results on Incentive Compatibility," *Review of Economic Studies*, 46, pp. 185-216.
- Dutta, B., A. Sen, and R. Vohra(1993) "Nash Implementation through Elementary Mechanisms in Economic Environments," mimeo.
- Foley, D.(1970) "Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods," *Econometrica*, 38, pp. 66-72.
- Groves, T. and J. Ledyard(1977) "Optimal Allocation of Public Goods: A Solution to the "Free Rider" Problem," *Econometrica*, 48, pp. 1487-1506.
- Hurwicz, L.(1972a) "On Informationally Decentralized System," in C. B. McGuire and R. Radner eds., *Decision and Organization: A Volume in Honor of Jacob Marschak*, Amsterdam: North-Holland, pp. 297-336.
- Hurwicz, L.(1972b) "On the Dimensional Requirements of Informationally Decentralized Pareto Satisfactory Processes," mimeo., 1972, Reprinted in K. Arrow and L. Hurwicz eds., *Studies in Resource Allocation Processes*, Cambridge Univ. Press, 1977.
- Hurwicz, L.(1979a) "Outcome Functions Yielding Walrasian and Lindahl Allocations at Nash Equilibrium Points," *Review of Economic Studies*, 46, pp. 217-225.
- Hurwicz, L.(1979b) "On Allocations Attainable through Nash Equilibria," *Journal of Economic Theory*, 21, pp. 140-165.
- Hurwicz, L.(1987) "On Informational Decentralization and Efficiency in Resource Allocation Mechanisms," in Stanley Reiter ed., *Studies in Mathematical Economics*, 238-350.
- Jordan, J.(1982) "The Competitive Allocation Process is Informationally Efficient Uniquely," *Journal of Economic Theory*, 28, pp. 1-18.
- Ledyard J. and J. Roberts(1974) "On the Incentive Problem with Public Goods," mimeo.
- Maskin, E.(1977) "Nash Equilibrium and Welfare Optimality," mimeo.
- Mount, K. and S. Reiter(1974) "The Informational Size of Message Spaces," *Journal of Economic Theory*, 8, pp. 161-192.
- Mount, K. and S. Reiter(1990) "A Model of Computing with Human Agents," mimeo.
- Nagahisa, R. and S. Suh(1993) "A Characterization of Walras Rule," mimeo.
- Osana, H.(1978) "On the Informational Size of Message Spaces for Resource Allocation Processes," *Journal of Economic Theory*, 17, pp. 66-77.
- Postlewaite, A.(1985) "Implementation via Nash Equilibria in Economic Environments," in L. Hurwicz, D. Schmeidler, and H. Sonnenschein eds., *Social Goals and Social Organization: A Volume in Memory of Elisha Pazner*, Cambridge Univ. Press.
- Saijo, T.(1988) "Strategy Space Reduction in Maskin's Theorem: Sufficient Conditions for Nash Implementation," *Econometrica*, 56, pp. 693-700.
- Saijo, T.(1991) "Incentive Compatibility and Individual Rationality in Public Good Economies," *Journal of Economic Theory*, 55, pp. 203-212.
- Saijo, T., Y. Tatamitani and T. Yamato(1993) "Toward Natural Implementation," mimeo.
- Sato, F.(1982) "On the Informational Size of Message Spaces for Resource Allocation Processes in Economies with Public Goods," *Journal of Economic Theory*, 24, pp. 48-69.
- Schmeidler, D.(1980) "Walrasian Analysis via Strategic Outcome Functions," *Econometrica*, 48, pp. 1585-1593.
- Sjöström, T.(1991) "Implementation by Demand Mechanisms," mimeo.
- Thomson, W.(1987) "Lecture on Public Goods," mimeo.

Walker, M.(1981) "A Simple Incentive Compatible Scheme for Attaining Lindahl Allocations," *Econometrica*, 49, pp. 65-71.

石井安憲・西條辰義・塩沢修平(1995年刊行予定)『入門・ミクロ経済学』有斐閣.

川又邦雄(1991)『市場機構と経済厚生』創文社.

西條辰義(1991)「公共的意思決定のメカニズム・デザイン」金本・宮島編『公共セクターの効率化』東京大学出版会, pp. 53-70.

鈴木興太郎(1982)『経済計画理論』筑摩書房.