公共財経済における効率と衡平

鈴村興太郎·佐藤公敏

「わしの牛の群れはどうなる?」とゴリオンがさけんだ。

「そしてわしのは?」とガーストもさけんだ。「もうすっかりごちゃごちゃで、どれが どっちゃら、だれにも区別がつかん。」

「それは、ゴリオン卿に平等に分けていただきます。」とタランがいった。

「やらせんぞ!」とガースト卿が口をはさんだ。「やつなら, ふとった方を一人じめして, やせこけた牛をぜんぶわしによこすわい! 分けるのは, わしがやる!」

「とんでもない!」と、ゴリオンがどなった。「きさまは、骨の見えるのをうまくわしに押しつけるにきまっておる!」

「ゴリオン卿に分けていただきます。」とタランはくり返していった。「しかし、ガースト卿がはじめにどちらか半分をえらんでとるのです。」

「でかした!」スモイトが思わずさけんでからからと笑いだした。「いや,まったくうまい。ふたりともぐうの音もでまい。ゴリオンが分けてガーストがえらぶ! ほ,ほう!これでふたりのぬすっとも,正直な取引きをしなくちゃならん!」*

1. イントロダクション

均質なケーキを複数の個人に分配するに際して, 個人間の厚生比較が不可能である限り, 効率的か つ衡平な唯一の分配方法は均等分配である。しか もこの「理想的」分配は,以下の手続きを利用す ることにより, なんらの強制装置をも要せずに実 現することができる。すなわち、個人に任意に順 番をつけ,この順序に従いケーキの一片を切り取 らせ, その際, 「あなたの後に順序づけられたい ずれかの個人が切り取られた一片を自発的に受け 取れば、あなたは残りのケーキからさらに一片を 切ることになる。一方, あなたの後に順序づけら れたどの個人もあなたの切り取った一片を受け容 れないならば, あなた自身の分け前はその一片と なる」という指示を与えさえすればよい。このよ うに、均質なケーキの分配問題には、ただ単に効 率的かつ衡平な分配が存在するのみならず, かよ うな分配を強制によらずして実現する達成手続き

もまた存在するのである。

本質的に同様な主張は、複数の分割可能な一定 量の私的財を複数の個人に分配するという、一層 複雑な問題を解くに際しても成立する。

まず用語の約束について確認しよう。各個人に対して利用可能な各財を残りなく分け与える実行可能な方法を「配分(allocation)」と呼ぶ。ある配分は、どの個人に対しても少なくとも同程度の満足を与え、少なくとも一人の個人に対しては一層高い満足を与えるような別の配分が存在しなければ、「(Pareto)効率的」であるという。次に、ある配分のもとにおいて、どの個人も自分が実際に受け取る財ベクトルよりも他の誰かが受け取る財ベクトルの方を選好するということがないならば、問題の配分は「(無羨望)衡平性」をもつという1),2)。最後に、効率的かつ衡平な配分を「公平」

^{*} ロイド・アリグザンダー作, 神宮輝夫訳『旅人 タラン』評論社, 昭和51年, 94-95ページ。

¹⁾ かような衡平性概念は Foley [6] によって最初に導入され, Pazner [18], Pazner=Schmeidler [20], 鈴村 [23], [24], [25], [27, Chapter 5], Varian [28] などにより研究されてきた。

²⁾ ケーキ分配問題においてわれわれが直観的に使用した「効率」と「衡平」という用語は、実のところここで定義した概念の特殊ケースに他ならない。

配分と称する。

さて、一定量の分割可能な私的財を公平に配分するためには、まず各財の総量を均等に各個人に分配し、しかる後完全競争的市場を開設して全個人に初期配分の自発的交換を行なわせればよい。その結果として生じる完全競争配分は、厚生経済学の基本定理により効率的である。また、競争価格で評価した予算額は全個人に共通なため、完全競争配分の衡平性もまた保証されるわけである。この結果——以下においてこれを Kolm の定理と呼ぶ——の重要性は強調に値いしよう。なぜならば、最終的配分の公平性を目標とする政策当局は、初期配分の均等性さえ確保すれば任務の大半を完了したことになるのであって、あとは交換市場の完全性を確立・維持しさえすればよいというのが、Kolm の定理のメッセージであるからである。

本稿の課題は、公共財を含む経済において、公 平配分の存在とその達成可能性について一定の評価を確立することにある。なかんずく、われわれ は公共財経済において Kolm の定理のアナローグ が成立するか否かに、格別の注意を払うことにな ろう。

2. 基礎概念

s 人の個人,m 種類の私的財,n 種類の(純粋) 公共財を含む経済を考え,前節で導入した分析概念を形式的に定義しておこう。 $S=\{1,2,\cdots,s\}$, $M=\{1,2,\cdots,m\}$, $N=\{1,2,\cdots,n\}$ を,それぞれ個人の集合,私的財の集合,公共財の集合とする。各個人 $i\in S$ は,私的財の始期保有ベクトル $\mathbf{\omega}_i\in \mathfrak{R}_+^m$ および効用関数 $U_i(X_i,Y)$ によって特徴づけられる 3)。 U_i は \mathfrak{R}_+^{m+n} で定義され, \mathfrak{R} で値をもつ徴分可能な凹関数である。 X_i は個人 $i\in S$ の私的財ベクトル,Y は(全個人に共通の)公共財ベクトルである。生産の技術的構造については, $\sum \mathbf{\omega}_i$ で

示される私的財の総始期保有ベクトルを生産過程に投入して、 $\sum_{i \in S} X_i$ の私的財総量ベクトルと Yの公共財ベクトルを産出することが可能であるということを、生産可能性フロンティア

(1)
$$F\left(\sum_{i \in S} X_i, Y; \sum_{i \in S} \boldsymbol{\omega}_i\right) = 0$$

を特定化することにより示す。以下においてわれわれは、各個人は生産技術へのアクセスをもっていること、すなわち各 $i \in S$ は、自らの始期保有ベクトル $\mathbf{\omega}_i$ を生産過程に投入することにより、 $F(X_i,Y_i;\mathbf{\omega}_i)=0$ を満足する $(X_i,Y_i)\in \mathfrak{R}_+^{m+n}$ を生産しうることを仮定する 4 。

さて、われわれが「配分」と称するものは、各個人への私的財ベクトル $X_i \in \mathfrak{R}_+^m$ の指定ならびに全個人の共同消費に供される公共財ベクトル $Y \in \mathfrak{R}_+^n$ の指定——[$\{X_i\}_{i \in S}, Y$] $\in \mathfrak{R}_+^{sm+n}$ であって(1)を満足するものである。配分[$\{X_i\}_{i \in S}, Y$] $\in \mathfrak{R}_+^{sm+n}$ は別の配分[$\{X_i\}_{i \in S}, Y^0$] $\in \mathfrak{R}_+^{sm+n}$ で

 $\exists i \in S: U_i(X_i^0, Y^0) > U_i(X_i, Y)$ を満足するものが存在しないならば「効率的」であり、また

 $\forall i \in S : U_i(X_i^0, Y^0) \ge U_i(X_i, Y)$

(2) $\forall i,j \in S: U_i(\pmb{X}_i,\pmb{Y}) \ge U_i(\pmb{X}_j,\pmb{Y})$ が成立するならば「衡平」である。効率的かつ衡平な配分を「公平」配分と呼ぶことは既に述べた。

3. 公平配分の存在問題

われわれが第1に考察すべきは、公共財を含む 経済には公平配分が存在するという一般的な保証 があるか否かという問題である。実のところ、生 産経済における公平配分の存在に関説する Pazner=Schmeidler の業績[19]を僅かに修正するこ とにより、この設問には否定的な解答を与えるこ とができる。

³⁾ \Re は実数の集合, $\Re^l(l)$ は自然数)は \Re の l 重 の直積である。 \Re^l 内の任意の 2 点 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_l)$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \cdots, y_l)$ に対して, $\mathbf{x} \ge \mathbf{y}$ [交替的に $\mathbf{x} > \mathbf{y}$] は,全ての $h = 1, 2, \cdots, l$ に対して $x_h \ge y_h$ [交替的に $x_h > y_h$] が成立つことを意味する。最後に, \Re^l の非負象限 [交替的に正象限] を $\Re^l_+ = \{\mathbf{x} \in \Re^l \mid \mathbf{x} \ge 0\}$ [交替的に $\Re^l_+ = \{\mathbf{x} \in \Re^l \mid \mathbf{x} \ge 0\}$] により定義する。

⁴⁾ この仮定が成立しないときには、各個人が孤立して達成しうることは、せいぜいのところ財ベクトル $(\boldsymbol{\omega}_i,0) \in \mathfrak{N}_+^{m+n}$ を消費することに留まる。この場合以下の分析の細部は変わるが、本稿の主要なメッセージに本質的な修正を施す必要は生じない。

Example 1

2個人 1,2,1 種類の私的消費財,各個人それぞれの労働サービスおよび 1 種類の公共財を含む経済を考える。各個人は 1 単位の労働用役 — それは余暇として消費することもできる — のみを始期保有しているものとする。 X_i,L_i,Y はそれぞれ個人 i の私的財消費量,個人 i の余暇,および公共財の量を表わすものとし,効用関数と生産可能性フロンティアを以下のように特定する。

(3)
$$U_1(L_1, X_1, Y) = L_1 + \frac{11}{10}X_1 + \frac{1}{2}Y,$$

(4)
$$U_2(L_2, X_2, Y) = L_2 + 2X_2 + \frac{1}{2}Y,$$

(5)
$$\sum_{i=1}^{2} X_i + Y = 1 - L_1 + \frac{1}{10} (1 - L_2)$$

$$0 \le L_i \le 1 \quad (i = 1, 2).$$

この経済に公平配分が存在するものと仮定し、それを $[\{X_i, L_i\}_{i=1}^2, Y]$ ϵ \mathfrak{M}^5 と書こう。いま Y> 0 であるものとすれば、 $0<\epsilon_1\leq Y$ を満足する ϵ_1 だけ Y を減らし、 X_1 と X_2 を共に $\epsilon_1/2$ だけ増せば、

$$\Delta U_1 = \frac{\varepsilon_1}{20} > 0$$
, $\Delta U_2 = \frac{\varepsilon_1}{2} > 0$

という効用増分をもたらす別の配分を得たことになり、公平配分の効率性に矛盾する。従ってY=0でなくてはならない。次に $L_1>0$ であるものとすれば $0<\varepsilon_2\le L_1$ を満足する ε_2 だけ L_1 を減少させる一方で X_1 を ε_2 だけ増せば

$$\Delta U_1 = \frac{\varepsilon_2}{10} > 0$$
, $\Delta U_2 = 0$

という効用変化をもたらす別の配分が存在することになって、再度公平配分の効率性に矛盾する。こうして $L_1=0$ も知られた。さて、 $L_2<1$ かつ $X_2>0$ であったとしよう。そのとき、 $0<\varepsilon_8\leq \min\{1-L_2,10X_2\}$ を満足する ε_8 をとって L_2 を ε_8 だけ増す一方で X_2 を $\varepsilon_8/10$ だけ減らせば

$$\Delta U_1 = 0, \ \Delta U_2 = \frac{4\varepsilon_3}{5} > 0$$

という効用変化を実現する別の配分が見出され、これまた公平配分の効率性との矛盾に結果してしまう。こうして $X_2>0$ である限りは $L_2=1$ とならざるを得ないのだが、実のところ $X_2>0$ は正しい。

仮に $X_2=0$ であったとすると、これまでに知られたことにより

$$X_1 = 1 + \frac{1}{10}(1 - L_2), \quad 0 \le L_2 \le 1$$

なので

 $U_2(0,X_1,0)=2X_1>L_2=U_2(L_2,0,0)$ が従い,これは公平配分の衡平性と矛盾するからである。

以上の結果をとりまとめれば

(6)
$$X_1 + X_2 = 1$$
,

(7)
$$\frac{11}{10}X_1 \ge 1 + \frac{11}{10}X_2$$
,

(8)
$$1+2X_2 \ge 2X_1$$

を得るが、これらを満足する $(X_1, X_2) \in \mathfrak{R}^2_+$ は存在し得ない。すなわち、われわれの経済は公平配分をもち得ないのである。||

公共財経済は必ずしも公平配分をもたないということになったからには、Kolmの定理の公共財経済版を吟味しようとするわれわれのプランは慎重に追求されねばならない。ある公共財経済における資源配分メカニズムが、もともと存在しないある目標配分を実現しえないからといって、その責めをメカニズムに帰するのは明らかに不当であるからである。この点に留意し、われわれは以下で公平配分が必然的に存在する2つの単純なモデル経済を構成する。

Model A

2個人1,2,1種類の私的財,1種類の公共財を 含み,各個人の効用関数は

(9)
$$U_i(X_i, Y) = \alpha_i \log X_i + \log(Y + \overline{Y})$$

$$(i=1, 2)$$

で,また生産可能性フロンティアは

(10)
$$\sum_{i=1}^{2} X_i + Y = \sum_{i=1}^{2} \omega_i$$

で与えられる経済を考える。ただし $\alpha_t>0$ (i=1,2) および $\bar{Y} \ge 0$ はパラメーターである。その他の記号の意味はこれまでの説明から明らかであろう。

この経済において、配分 $[\{X_i\}_{i=1}^2,Y] \in \Re_{++}^3$ が 効率的であるための必要十分条件は

(11)
$$\sum_{i=1}^{2} \left[\frac{\partial U_i}{\partial Y} / \frac{\partial U_i}{\partial X_i} \right] = 1, \text{ or } \sum_{i=1}^{2} \frac{X_i}{\alpha_i} = Y + \bar{Y}$$

で与えられる 5)。一方,私的財が一種類のみであるので,配分の衡平性の必要十分条件は $X_1=X_2$ で与えられる 6)。

いま,この経済の環境が

(12)
$$0 \leq \bar{Y} < \frac{(\omega_1 + \omega_2)(\alpha_1 + \alpha_2)}{2\alpha_1\alpha_2}$$

を成立させるものであったとしよう。そのとき配分 $[\{X_i^*\}_{i=1}^2, Y^*] \in \mathfrak{R}_+^3$ を

(13)
$$X_i^* = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_1 \alpha_2} \left(\sum_{i=1}^2 \omega_i + \bar{Y} \right)$$
 (i=1, 2)

(14)
$$Y^* = \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(\omega_1 + \omega_2) - 2\alpha_1\alpha_2\bar{Y}}{\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_1\alpha_2}$$

により定義すれば、この配分は公平配分となっている⁷⁾。すなわち、この経済は条件(12)のもとで公平配分の存在を保証されているのである。||

Model B

個人 i の効用関数が(9)の代りに

(15) $U_i(X_i,Y) = \alpha_i X_i + \log Y$ (i=1,2) で与えられる点以外は Model A と同一の経済を考える。配分 $[\{X_i\}_{i=1}^2,Y] \in \mathfrak{N}_{++}^3$ が効率的であるための必要十分条件はこの場合

$$(16) Y = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}$$

で与えられ、衡平性は以前と同じく $X_1=X_2$ を要求する。従って、

$$(17) \qquad \omega_1 + \omega_2 > \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}$$

が成立する限り,

(18)
$$X_i^{**} = \frac{1}{2} \left(\omega_1 + \omega_2 - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (i=1, 2)$$

(19)
$$Y^{**} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}$$

で定義される配分 $[\{X_i^{**}\}_{i=1}^2, Y^{**}] \in \mathfrak{R}_{++}^3$ は公平配分となっている。||

4. 公平配分の達成問題

これで Kolm の定理のメッセージを公共財を含む経済において保存する可能性を調べる準備はすべて整った。本節においてわれわれは、Kolm の定理の場合における競争的価格メカニズムの位置に(1)Lindahl メカニズム、(2)Zeuthen=Nash交渉メカニズム、(3)Kalai=Smorodinsky 仲裁メカニズムを交替的に置いたとき、Kolm の定理の公共財経済版が成立するか否かを問うことにする。

4.1. Lindahl メカニズム

公共財の供給メカニズムとして恐らく最も有名 で多くの研究者によって詳査されてきたものは, Eric Lindahl が創唱した「自発的交換メカニズ ム」であって、それはまた私的財経済における競 争的価格メカニズムを公共財経済に自然に拡張し たものと考えることができる。各私的財に対して は単一の市場価格が, そして各公共財に対しては 各個人に個別的な租税価格が指定され、それを全 個人にわたって加算したものがその公共財の生産 者価格とされる。これらの価格をあたかも競争的 市場価格であるかに看做して, 各主体は効用ある いは利潤最大化を企て、それにより各財――私的 財および公共財――の需要関数と供給関数が生成 される。各私的財ごとに総供給と総需要が一致し, また各公共財ごとに全個人が同一量を需要しそれ が総供給と一致する状態が,所謂 Lindahl 均衡 であり、そのもとで実現される配分を Lindahl 配分と呼ぶ8)。

Example 2 (鈴村 [26, pp. 201-202])

前節で導入した Model A 経済を考える。私的財と公共財との限界転形率は1なので,個人iに対する公共財の租税価格を h_i とすれば $h_1+h_2=1$ としてよい。(9)が与える効用関数を予算制約

(20)
$$X_i + h_i Y_i = \omega_i$$
 (i=1, 2)

⁵⁾ Samuelson [22].

⁶⁾ 衡平性が私的財の物理的配分量の個人間同一性 と等価となるというこの特徴は、私的財が一種類のみ という特殊な場合にのみ成立するということは忘れら れてはならない。

⁷⁾ 実際,この配分が(10)および(11)を満足することは直ちに確認できる。

⁸⁾ Lindahl メカニズムの一層の詳細については, Foley [7], Johansen [11], Lindahl [13], Malinvaud [15] 等々を参照されたい。

の下で最大化して, 需要関数

$$(21) X_i = \frac{\alpha_i}{1 + \alpha_i} (\omega_i + h_i \bar{Y})$$

(22)
$$Y_i = \frac{1}{h_i(1+\alpha_i)} (\omega_i - h_i \alpha_i \bar{Y})$$

$$(i=1, 2)$$

が得られる 9)。したがって,Lindahl 配分 $[\{X_i^L\}_{i=1}^2, Y^L] \in \mathfrak{R}_+^3$ は

(23)
$$\frac{\boldsymbol{\omega}_{1} - h_{1}^{L} \boldsymbol{\alpha}_{1} \bar{Y}}{h_{1}^{L} (1 + \boldsymbol{\alpha}_{1})} = \frac{\boldsymbol{\omega}_{2} - h_{2}^{L} \boldsymbol{\alpha}_{2} \bar{Y}}{h_{2}^{L} (1 + \boldsymbol{\alpha}_{2})}, h_{1}^{L} + h_{2}^{L} = 1$$

を満足する $h_i^L(i=1,2)$ に対して

(24)
$$X_i^L = \frac{\alpha_i}{1 + \alpha_i} (\omega_i + h_i^L \bar{Y}) \quad (i = 1, 2)$$

(25)
$$Y^{L} = \frac{\omega_{1} - h_{1}^{L} \alpha_{1} \overline{Y}}{h_{1}^{L} (1 + \alpha_{1})}$$

によって与えられる。

Lindahl 配分が(公平配分の存在が保証 されている場合において)衡平性を必ずしも保証 しないことは、 $\omega_1=\omega_2=1$ 、 $\alpha_1=2$ 、 $\alpha_2=1$ 、 $\bar{Y}=\frac{1}{2}$ というケースを考えることにより明らかにされる 10 。この場合、(23)を解けば

$$h_1^L = \frac{11 - \sqrt{105}}{2}, h_2^L = \frac{-9 + \sqrt{105}}{2}$$

となるので

$$U_{2}(X_{1}^{L}, Y^{L}) - U_{2}(X_{2}^{L}, Y^{L})$$

$$= \log \frac{15 - \sqrt{105}}{6} - \log \frac{-5 + \sqrt{105}}{8} = \log \frac{-3 + \sqrt{105}}{6}$$

>0

が従うからである11)。||

9) 租税価格 h_i が $h_i > \omega_i / \alpha_i V$ を成立させる程に高ければ(22)の右辺は負となる。この点を配慮すれば、公共財の需要関数は

$$(22^*) \quad Y_i = \max \left\{ 0, \frac{1}{h_i(1+\alpha_i)} (\omega_i - h_i \alpha_i \overline{Y}) \right\}$$

と書かるべきであろう。本稿の目的にとってはこの点 にこれ以上立ち入る必要は認められない。

- 10) この場合,公平配分の存在条件(12)が満足されていることに留意したい。
- 11) 公共財の理論の展開過程におけるひとつの興味深いエピソードは、Gunner Myrdal による Lindahl 批判である。本論で見たように、Lindahl 均衡においては、各個人ごとに公共財の私的財に対する限界代替率が個別化された公共財の租税価格と等しくなっている。しかしながら、「公正の配慮にとって重要性をもつのは、限界量ではなく、総効用の純増であろう

4.2. Zeuthen=Nash 交渉メカニズム

市場機構を公共財経済において模倣した Lindahl メカニズムは、Kolmの定理の公共財経済版を成立させえないことが、以上の考察から結論されうる。それでは公共財供給の交渉メカニズムはどうか。本項においてわれわれは、Zeuthen=Nashの交渉メカニズムを取り上げて、この設問への解答を提出したい。

2人交渉状況における Zeuthen=Nash > カニズムは、われわれの問題の論脈においては以下のように定式化される 12)。まず

(26)
$$(X_i^0, Y_i^0) = \arg \max_{F(X_i, Y_i; \omega_i) = 0} U_i(X_i, Y_i)$$

(27)
$$u_i^0 = U_i(X_i^0, Y_i^0) \quad (i=1, 2)$$

と定め、 $\mathbf{u}^0 = (u_1^0, u_2^0)$ と記す。これは交渉が成立 せず各人が孤立的行動を余儀なくされるときの効 用ベクトルで、以下では「威嚇点」と称される。 次に、個人 2 の効用レベル u_2 を任意に定め、

(28)
$$\phi(u_2) = \max \left\{ U_1(X_1, Y) \middle| \begin{array}{c} U_2(X_2, Y) \ge u_2 \\ & & \\ E\left(\sum_{i=1}^2 X_i, Y; \sum_{i=1}^2 \omega_i\right) = 0 \end{array} \right\}$$

により,交渉状況における効用可能性フロンティ アを定義する。そのとき Zeuthen=Nash 解は

(29)
$$(u_1^N - u_1^0)(u_2^N - u_2^0)$$

$$= \max_{u_1 = \phi(u_2)} (u_1 - u_1^0)(u_2 - u_2^0)$$

を満足する効用ベクトル (u_1^N, u_2^N) で与えられ、その背後には (28)によって陰伏的に示される Zeuthen = Nash 配分 $[\{X_i^N\}_{i=1}^2, Y^N] \in \mathfrak{R}_+^3$ が存在する。

Example 3

前節で導入した Model B 経済で、特に $\alpha_1=2$, $\alpha_2=1$, $\omega_1=\omega_2=1$ となるものを考える。明らかに

⁽Myrdal[16, p. 184])」から、Lindahl 配分に公平性の先験的保証はないというのが Myrdal の主旨である。本論の Example 2 は、Myrdal のかような批判が確かに根拠をもつということを具体的に示したものである。
12) Zeuthen=Nash 交渉理論の一層の詳細については、Harsanyi [8], [9], Luce=Raiffa [14, Chapter 6], Nash [17] が参照さるべきである。

公平配分の存在条件(17)は満足される。また容易 に計算されるように

(30) $u_1^0 = 1 - \log 2$, $u_2^0 = 0$ である。効用可能性フロンティアは、閉区間 $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ に属すxをパラメーターとして

(31)
$$\begin{cases} u_1 = 2x + \log \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{1}{2} - x + \log \frac{3}{2} \end{cases}$$

により与えられ、その背後には

(32)
$$X_1 = x$$
, $X_2 = \frac{1}{2} - x$, $Y = \frac{3}{2}$

という配分が存在する。Zeuthen=Nash 解を求める問題は、

(33)
$$N(x) = \left(2x + \log \frac{3}{2} - 1 + \log 2\right) \times \left(\frac{1}{2} - x + \log \frac{3}{2}\right)$$

を最大にする $x^N \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ を見出す問題に帰着する。ところで

(34) $N'(x) = -4x + \log 3 - 2 \log 2 + 2$ なので N''(x) < 0, すなわち N(x) は凹関数であり, $N'(x^N) = 0$ となる x^N は

(35)
$$0 < x^{N} = \frac{1}{4} (2 + \log 3 - 2 \log 2) < \frac{1}{2}$$

を満足する。しかるに, (32)によれば Zeuthen = Nash 配分は

(36)
$$(X_1^N, X_2^N, Y^N)$$

$$= \left(\frac{2 - \log \frac{4}{3}}{4}, \frac{\log \frac{4}{3}}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

となり、明らかに衡平性を有しない。|

4.3. Kalai=Smorodinsky 仲裁メカニズム

Zeuthen=Nash の交渉理論には幾つかの批判がある¹³⁾が、とりわけ彼らの交渉解が交渉状況における各個人の「志向水準」――相手が自分の意のままに協力したとき達成できる、自分にとっての理想的効用レベル――になんらの役割をも指定していない事実は重要であろう。Kalai=Smorodinskyの仲裁メカニズムはまさしくこの点で対

照的な解を与える14)。

研究

2 人交渉状況において, $u_1=\phi(u_2)$ と $\mathbf{u}^0=(u_1^0,u_2^0)$ をそれぞれ効用可能性フロンティアおよび 威嚇点とする。いま個人 i の志向水準 u_i^* を

(37) $u_i^* = \sup\{u_i|u_1 = \phi(u_2)\}$ (i=1,2) で定義し、 $u^* = (u_1^*, u_2^*)$ を「志向点」と称することにしよう。そのとき Kalai = Smorodinsky 解は u^0 と u^* を連結する直線が $u_1 = \phi(u_2)$ と交わる点 (u_1^K, u_2^K) として決定され、その背後には (28)によって陰伏的に示される Kalai = Smorodinsky 配分 $[\{X_i^K\}_{i=1}^2, Y^K] \in \mathfrak{N}_+^3$ が存在する。

Example 4

前節で導入した Model A 経済で α_1 =2, α_2 =1, \bar{Y} =0, ω_1 = ω_2 =1 としたものを考える。公平配分の存在条件(12)は自明に満足される。また威嚇点 \boldsymbol{u}^0 = (u_1^0,u_2^0) は

(38) $u_1^0 = 2 \log 2 - 3 \log 3$, $u_2^0 = -2 \log 2$ で与えられることが容易に確認される。効用可能性フロンティアは,開区間 $\left(0, \frac{4}{3}\right)$ に属する x を バラメーターとして

(39)
$$\begin{cases} u_1 = 2 \log x + \log \left(1 - \frac{1}{4} x \right) \\ u_2 = \log \left(1 - \frac{3}{4} x \right) + \log \left(1 - \frac{1}{4} x \right) \end{cases}$$

によって与えられ、その背後には

(40)
$$X_1=x$$
, $X_2=1-\frac{3}{4}x$, $Y=1-\frac{1}{4}x$ という配分が存在する。志向点 $\mathbf{u}^*=(u_1^*,u_2^*)$ は

(41) $u_1^* = 5 \log 2 - 3 \log 3$, $u_2^* = 0$ なので、威嚇点と志向点を通過する直線は

$$(42) u_1 = \frac{3}{2}u_2 + \log \frac{2^5}{3^8}$$

と定まる。(39) を(42) に代入してx に関する方程式

(43)
$$\log x^{2} = \frac{3}{2} \log \left(1 - \frac{3}{4} x \right) + \frac{1}{2} \log \left(1 - \frac{1}{4} x \right) + \log \frac{2^{5}}{3^{8}}$$

¹³⁾ Luce=Raiffa [14, pp. 128-134] を見よ。

¹⁴⁾ Kalai=Smorodinsky [12].

を得る。いま

(44)
$$f(x) = x^2 - \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(1 - \frac{3}{4}x\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(1 - \frac{1}{4}x\right)^{\frac{1}{2}}$$

とおけば、Kalai=Smorodinsky 配分 $[{X_i}^K]_{i=1}^2$, Y^K] $\in \Re_+^3$ は $f(x^K) = 0$, $x^K \in \left(0, \frac{4}{3}\right)$ を満足する x^K に対して (40) によって定義される。ところで、配分の衡平性は $X_1 = X_2$ を要求するので、公平配分に対応する x^F は (40) より $x^F = \frac{4}{7}$ と求まる。

$$f(x^F) = \left(\frac{4}{7}\right)^2 - \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \left(\frac{4}{7}\right)^2 \cdot \left\{1 - \frac{2^5}{3^3} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}\right\} \neq 0$$

であるから、これで Kalai=Smorodinsky 配分が 衡平性を保証しないという事実が例証されたこと になる。||

5. 結 語

本稿においてわれわれは,公共財経済における 資源配分メカニズムとして交替的に

- (1) Lindahl メカニズム,
- (2) Zeuthen=Nash メカニズム,
- (3) Kalai=Smorodinsky メカニズム

を用いる場合,私的財経済における Kolm の定理の公共財経済版は必ずしも成立しないということを反例によって示した。したがって、公共財経済における資源配分の公平性を確保しようとする政策当局は、単に初期状況の平等性を達成したうえであとはメカニズムの適切なワーキングを監視するだけでは事足りず、結果の公平性を絶えずモニターし続けねばならないのである。

本稿を閉じるにあたり、幾つかの一般的注意を 与えておかねばならない。

その1。われわれは上掲の3つのメカニズムに 関する Kolm の定理のアナローグが成立しない ことを示したが、この定理が公共財経済版を有す るか否かという設問を一般的に解決するためには、 具体的に適格なメカニズムを設計してみせるか、 あるいは一般不可能性定理を樹立しなくてはなら ない。

その2。われわれの結果の解釈は、幾分慎重に

なされねばならない。ひとつの解釈は、われわれ が取扱ったメカニズムの欠陥がそれによって顕示 されたというものだが、いまひとつの可能な解釈 は、公共財経済において無羨望衡平性の概念が不 適切であることがそれにより顕示されたというも のである。

このような方向で本稿の問題を一層追求することは別の機会を待たねばならない。本稿の目的は,かようなアジェンダの重要性に読者の注意を喚起することにあったのである。

(一橋大学経済研究所· 亜細亜大学経済学部)

Appendix: 3 財-非分離選好モデル

1. 本文中でわれわれが用いた2つのモデルには、私的財も公共財もそれぞれ唯ひとつであり、各個人の効用関数は加法的に分離可能であるという2つの顕著な特性が含まれている。前者の特性は、配分の衡平性と私的財配分量の均等性とが等価であるという重要なインプリケーションを生むし、後者の特性は、公共財[交替的に私的財]の限界効用が私的財[交替的に公共財]の量とは独立であるという強い前提を含意している。われわれの本文における結論はこれらの特性の偶然的所産ではないということを例示するため、以下では3財一非分離的選好モデルを構成し、Lindahl配分の衡平性に関するわれわれの判定の頑健性を示しておくことにしたい。

2. 2個人1, 2, 2種類の私的財および1種類の公共 財を含む経済を考える。個人iの効用関数は

(A. 1)
$$U_i(X_i, Y) = \log X_{i1} + \theta_i \log(X_{i2}Y + 1)$$

(i=1, 2)

で示され、また生産可能性フロンティアは

(A. 2)
$$\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} X_{ij} + Y = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}$$

で示されるものとする。ただし,(A.1)において $X_i = (X_{i1}, X_{i2})$ は個人i の私的財消費ベクトルを示し, θ_i は正のパラメーターである。その他の記号の意味は本文中での用例に準じて自明であろう。

3. まず,この経済における公平配分の存在条件を明らかにしなくてはならない。容易に確認できるように,配分 $[\{X_i\}_{i=1}^2,Y]\in\mathfrak{R}_+^5$ が衡平性をもつための条件は

(A. 3)
$$\log X_{i1} + \theta_i \log (X_{i2}Y + 1)$$

$$\geq \log X_{i1} + \theta_i \log (X_{i2}Y + 1)$$

$$(i \neq j; i, j = 1, 2)$$

(A. 4)
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{2} \frac{\theta_{i} X_{i1} X_{i2}}{X_{i2} Y + 1} = 1, \\ \frac{\theta_{1} X_{11}}{X_{12} Y + 1} = \frac{\theta_{2} X_{21}}{X_{22} Y + 1} \end{cases}$$

で与えられる。(A.4)の第2式を X21 について解いて 第1式に代入すれば

(A. 5)
$$X_{i1} = \frac{X_{i2}Y + 1}{\theta_i(X_{12} + X_{22})}$$
 (i=1, 2)

を得る。これを(A.3)にもちこめば

(A. 6)
$$(1+\theta_i)\log(X_{i2}Y+1)$$

 $\geq \log\frac{\theta_i}{\theta_j} + (1+\theta_i)\log(X_{j2}Y+1)$
 $(i \neq j; i, j=1, 2)$

が従う。また(A.2), (A.5)より

(A.7)
$$\frac{\sum_{i=1}^{2} \frac{1}{\theta_{i}} (X_{i2}Y+1)}{\sum_{i=1}^{2} X_{i2}} + \sum_{i=1}^{2} X_{i2}+Y = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}$$

を得る。(A.5), (A.6), (A.7) は配分「 $\{X_i\}_{i=1}^2$, Y] ϵ 96+ が公平配分であるための必要十分条件である。こ れ以降, $\theta_1 = \theta > 0$, $\theta_2 = 1$ と置く。われわれの目的にと っては、このケースを分析しさえすれば十分である。 われわれの経済の環境は, 半開区間

$$B = \left(\max\left\{1, \frac{\sqrt{\theta}}{\theta}, \frac{2}{1+\sqrt{\theta}} \right\}, \frac{\left(\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}\right)^{2} + 8}{4\left(2 + \frac{\sqrt{\theta}}{\theta}(1+\theta)\right)} \right]$$

が非空であるようなものであるとしよう。この仮定の もとにわれわれの経済は無限に多くの公平配分をもつ ということを論証したい。

まず補助変数として

(A. 9)
$$a = X_{12}Y + 1, b = X_{22}Y + 1$$

を導入すれば、(A.6)および(A.7)は

(A. 10) $(1+\theta)\log a \ge \log \theta + (1+\theta)\log b,$

(A. 11) $2 \log b \ge -\log \theta + 2 \log a$,

(A. 12)
$$\frac{Y}{a+b-2} \left(\frac{a}{\theta} + b \right) + \frac{a+b-2}{Y}$$
$$+Y = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}$$

と書き直される¹⁵⁾。われわれの問題は, (A. 10), (A.

11), (A. 12) を同時に満足する a, b>1 および Y>0 の 存在を確認することに帰着する。

まず、 $b \in B$ を任意にとり、

(A. 13)
$$a = \sqrt{\theta} b$$

と定める。区間 B の定義により、そのとき明らかに a, b > 1 である。また、この a, b は不等式 (A. 11) を等 号で満足するし,

$$(1+\theta)\log\sqrt{\theta}\ b = \frac{1+\theta}{2}\log\theta + (1+\theta)\log b$$

$$\frac{1+\theta}{2}\log\theta - \log\theta = \frac{\theta-1}{2}\log\theta \ge 0$$

なので不等式(A.10)の成立もまた保証されている。 ここで(A.13)を(A.12)に代入すれば

(A. 14)
$$Y\left\{1 + \frac{\left(1 + \sqrt{\theta}/\theta\right)b}{\left(1 + \sqrt{\theta}\right)b - 2}\right\} + \frac{\left(1 + \sqrt{\theta}\right)b - 2}{Y}$$
$$= \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}$$

あるいは

(A. 15)
$$\left(1 + \frac{\alpha(b)}{\beta(b)}\right) Y^2 - \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \omega_{ij}\right) Y$$
$$+ \beta(b) = 0$$

を得る。ただし

(A. 16)
$$\alpha(b) = \left(1 + \frac{\sqrt{\theta}}{\theta}\right)b, \beta(b) = (1 + \sqrt{\theta})b - 2$$

である。区間 B の定義により、二次方程式(A.15)の 判別式

(A. 17)
$$D = \left(\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}\right)^{2}$$
$$-4\left\{\left(2 + \frac{\sqrt{\theta}}{\theta} (1 + \theta)\right)b - 2\right\}$$

は非負となる。従って(A.15), (A.16)は正根

$$= \frac{\sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij} + \sqrt{D}}{2\left\{1 + \frac{(1 + \sqrt{\theta}/\theta)b}{(1 + \sqrt{\theta})b - 2}\right\}}$$

を有する。(A.9), (A.13)を考慮して以上の考察を取 りまとめると、任意の $b \in B$ に対して

$$[X_{11}(b), X_{12}(b), X_{21}(b), X_{22}(b), Y(b)]$$

$$= \left[\frac{\sqrt{\theta} \ bY(b)}{\theta\{(1+\sqrt{\theta})b-2\}}, \frac{\sqrt{\theta} \ b-1}{Y(b)}, \frac{bY(b)}{(1+\sqrt{\theta})b-2}, \frac{b-1}{Y(b)}, \frac{y(b)}{Y(b)} \right]$$

15) (A. 9) $\geq X_{12}, X_{22}, Y > 0 + b = a + b - 2 > 0$ $\Rightarrow 3$ ことに留意する。

はわれわれの経済の公平配分となる。すなわち、区間 B の非空性を保証する経済は、無限に多くの公平配分をもつのである。

4. 次に,この経済の Lindahl 配分の特性を吟味する。生産可能性フロンティアが(A.2)という一次式で与えられるため,第一私的財をニュメレールとした第二私的財および公共財の(生産者)価格は1である。第i個人の公共財租税価格を h_i とすれば $h_i \ge 0$ (i=1,2), $\sum_{i=1}^{2} h_i = 1$ である。個人iの需要関数は効用関数(A.1)を予算制約

(A. 19)
$$\sum_{j=1}^{2} X_{ij} + h_i Y_i = \sum_{j=1}^{2} \omega_{ij}$$

の下で最大化して得られる。計算により X_{i_1}, X_{i_2}, Y_i は

(A. 20)
$$X_{i1} = \frac{1 + h_i Y_i^2}{\theta_i Y_i}, X_{i2} = h_i Y_i$$

(A. 21)
$$h_i(1+2\theta_i) Y_i^2 - \left(\sum_{j=1}^2 \omega_{ij}\right) \theta_i Y_i + 1 = 0$$

を満足することが知られる。いま h1 が

(A. 22)
$$\frac{12 - \left(\sum_{j=1}^{2} \omega_{2j}\right)^{2}}{12} \leq h_{1} \leq \frac{\theta^{2} \left(\sum_{j=1}^{2} \omega_{1j}\right)^{2}}{4(1 + 2\theta)}$$

を満足するように与えられると, (A.21)の判別式は

(A. 23)
$$D_i(h_i) = \left(\sum_{i=1}^2 \omega_{ij}\right)^2 \theta_i^2 - 4h_i(1+2\theta_i) \ge 0$$

を満足する $^{16)}$ ので、 Y_i に関する二次方程式 (A. 21) は正の実根

(A. 24)
$$Y_i(h_i) = \frac{\left(\sum_{j=1}^2 \omega_{ij}\right)\theta_i + \sqrt{D_i(h_i)}}{2h_i(1+2\theta_i)}$$

をもち、それに対応する $X_{ij}(h_i)$ が(A.20) によって与えられることになる。

Lindahl 均衡を考察するため $\theta = \frac{1}{2}$, $\omega_{ij} = 3$ (i, j = 1, 2) と特定すれば¹⁷⁾,均衡における公共財の租税価格は

$$\frac{3+\sqrt{9-8h_1}}{2h_1} = \frac{6+\sqrt{12(h_1+2)}}{3(1-h_1)}$$

16) $h_2=1-h_1$, $\theta_1=\theta>0$, $\theta_2=1$ に留意すればこれは (A. 22) より容易にしたがう。

17) このとき (A. 8) で定義される区間 B は $B = (\sqrt{2}, 38(3\sqrt{2} - 4)]$

となり明らかに非空なので、われわれの経済は無限に多くの公平配分をもつ。また、(A.22)が与える $h_1 \sim$ の変域条件は $-2 \le h_1 \le \frac{9}{8}$ となるため、需要関数 $X_{ij}(h_i), Y_i(h_i)$ は任意の $h_i \in [0,1], \sum_{i=1}^{2} h_i = 1$ に対して定義されることになる。

10

(A. 25)
$$h_1^L = \frac{3(\sqrt{321} - 11)}{50}$$
; $h_2^L = \frac{83 - 3\sqrt{321}}{50}$

と求められる。

このような費用分担 (h_1^L, h_2^L) に対応する Lindahl 配分の公平性を吟味しよう。まず(A.6)より

(A. 26)
$$1 \ge \frac{1}{4} \left(\frac{X_{22}Y + 1}{X_{12}Y + 1} \right)^3; \quad \frac{1}{2} \left(\frac{X_{22}Y + 1}{X_{12}Y + 1} \right)^2$$
$$\ge 1$$

を導出する。次に(A.4)の第2式より

(A. 27)
$$\frac{X_{22}Y+1}{X_{12}Y+1} = \frac{2X_{21}}{X_{11}}$$

を出して(A. 26)に代入して整理したうえで対数をとれば

(A. 28)
$$\frac{1}{2} \log 2 \ge \log \frac{X_{11}}{X_{21}} \ge \frac{1}{3} \log 2$$

を,公平配分の必要条件として得る。しかるに計算に より

(A. 29)
$$\frac{X_{11}(h_1^L)}{X_{21}(h_2^L)} = \frac{3(9 - \sqrt{9 - 8h_1^L})}{2(12 - \sqrt{12(h_1^L + 2)})} = \frac{3}{2}$$

となる。従って

$$\log \frac{X_{11}(h_1^L)}{X_{21}(h_2^L)} = \log 3 - \log 2 = 0.405$$

$$> \frac{1}{2} \log 2 = 0.347$$

が出るので、Lindahl 配分は公平配分の必要条件(A. 28)を満足しないことが確認されたことになる。

参考文献

[1] Aumann, R. J., and M. Kurz, "Power and Taxes," *Econometrica*, Vol. 45, 1977, pp. 1137-1161.

[2] Crawford, V. P., "A Game of Fair Division," Review of Economic Studies, Vol. 44, 1977, pp. 235-247.

[3] Crawford, V. P. "A Procedure for Generating Pareto-Efficient Egalitarian-Equivalent Allocations," *Econometrica*, Vol. 47, 1979, pp. 49–60.

[4] Daniel, T. E., "A Revised Concept of Distributional Equity," *Journal of Economic Theory*, Vol. 11, 1975, pp. 94–109.

[5] Daniel, T. E., "Pitfalls in the Theory of Fairness—Comment," *Journal of Economic Theory*, Vol. 19, 1978, pp.561–564.

[6] Foley, D., "Resource Allocation and the Public Sector," *Yale Economic Essays*, Vol. 7, 1967, pp. 45–98.

[7] Foley, D., "Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods," *Econometrica*,

Vol. 38, 1970, pp. 66-72.

- [8] Harsanyi, J. C., "Approaches to the Bargaining Problem before and after Theory of Games: A Critical Discussion of Zeuthen's, Hicks' and Nash's Theories," *Econometrica*, Vol. 24, 1956, pp. 144–157.
- [9] Harsanyi, J. C., Rational Behavior and Bargaining Equilibrium in Games and Social Situations, Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [10] 本間正明『租税の経済理論』創文社,昭和 57年。
- [11] Johansen, L., "Some Notes on the Lindahl Theory of Determination of Public Expenditures," *International Economic Review*, Vol. 4, 1963, pp. 346–358.
- [12] Kalai, E., and M. Smorodinsky, "Other Solutions to Nash's Bargaining Problem," *Econometrica*, Vol. 43, 1975, pp. 513–518.
- [13] Lindahl, E., "Just Taxation—A Positive Solution," in *Classics in the Theory of Public Finance*, edited by R. A. Musgrave and A. T. Peacock, New York: Macmillan, 1967, pp. 168–176.
- [14] Luce, R. D., and H. Raiffa, Games and Decisions, New York: John Wiley & Sons, 1957.
- [15] Malinvaud, E., "A Planning Approach to the Public Good Problem," in *The Economics of Environment*, edited by P. Bohm and A. V. Kneese, London: Macmillan, 1971, pp. 77–93.
- [16] Myrdal, G., The Political Element in the Development of Economic Theory, London: Routledge & Kegan Paul, 1953 (山田雄三・佐藤隆三訳『経済学説と政治的要素』春秋社,昭和42年)。
- [17] Nash, J. F., "The Bargaining Problem," Econometrica, Vol. 18, 1950, pp. 155–162.

- [18] Pazner, E. A., "Pitfalls in the Theory of Fairness," *Journal of Economic Theory*, Vol. 14, 1977, pp. 458-466.
- [19] Pazner, E. A., and D Schmeidler, "A Difficulty in the Concept of Fairness," *Review of Economic Studies*, Vol. 41, 1974, pp. 441-443.
- [20] Pazner, E. A., and D. Schmeidler, "Egalitarian Equivalent Allocations: A New Concept of Economic Equity," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 92, 1978, pp. 671–687.
- [21] Raiffa, H., The Art and Science of Negotiation, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1982.
- [22] Samuelson, P. A., "The Pure Theory of Public Expenditure," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 36, 1954, pp. 387–389.
- [23] Suzumura, K., "On the Possibility of 'Fair' Collective Choice Rule," *International Economic Review*, Vol. 22, 1981, pp. 351-364.
- [24] Suzumura, K., "On Pareto-Efficiency and the No-Envy Concept of Equity," *Journal of Economic Theory*, Vol. 25, 1981, pp. 367–379.
- [25] Suzumura, K., "Equity, Efficiency and Rights in Social Choice," *Mathematical Social Sciences*, Vol. 3, 1982, pp. 131–155.
- [26] 鈴村興太郎『経済計画理論』筑摩書房,昭和 57年。
- [27] Suzumura, K., Rational Choice, Collective Decisions and Social Welfare, New York: Cambridge University Press, 1983.
- [28] Varian, H. R., "Equity, Envy, and Efficiency," *Journal of Economic Theory*, Vol. 9, 1974, pp. 63–91.

季刊理論経済学 第34巻第2号 (発売中)

《論文》

Kimitoshi Sato: On Compatibility between Neutrality and Aggregate Correct Revelation for Public Goods

Toshihiro Sato: On the MDP Procedure with Non-Myopic Agents

Brian Burkitt: Post-Keynesian Distribution Theory and Employee Investment Funds

本間正明・小佐野広: 暗黙の労働契約制度の構造的安定性

中村二朗:スタグフレーション克服過程における労働市場の役割

――マクロ計量モデルによる検討――

Asazi Hirayama: Interpersonal Comparison and Criteria of Justice

Kazuhiro Ohtani: A Bayesian Analysis of the Generalized Production Function

with Heteroscedasticity

《覚書・評論・討論》

Takeaki Kariya: The Non-Unbiasedness of the Wu Test

B5判・96頁・定価 1000 円 理論・計量経済学会編集・発行/東洋経済新報社発売