物財バランス調整プロセスと集計＝価格形成原則*

久保庭真彰

1 問　　題

社会主義経済の短期計画編成様式の問題点と可能性を探るという意図のもとに，この20年間に多種多様な計画調整プロセスの数学的モデルが提供されてきたことは周知のとおりであるが，それらは次の2つの類型に区分することができる。1つは，公定の固定価格体系を前提として，古典的な物財バランス＝多数財バランスを数量誘導的に解くための手続きを主題とする，物財バランスの《斉合的調整プロセス》である。いま1つは，伸縮的価格体系を想定しつつ，より拡張された物財バランス条件のもとでなんらかの国民経済的最適性規準を最大(最小)化するという課題を価格誘導的あるいは数量誘導的に解決するための手続きを主題とする，最適物財バランスの《最適調整プロセス》である。前者を代表するのはソ連型計画経済の核心をなす年次計画編成過程の抽象モデルである。ソ連型計画法を改善するために提起されたノヴォジロフ(Новожилов)の価格誘導的計画モデルとKornai-Lipták の数量誘導的計画モデルとが最適調整プロセスを代表するといえよう1)。

このように2類型に区分される計画モデルに共通する方法態度は，処理されるべき国民経済的計画問題＝《初期モデル》の次元の大規模性という問題にその分割と逐次解法とをもってこたえることにもとめられよう。しかしながら，これまでのほとんどの計画モデルは，初期モデルの大規模性という問題への対応において2つの難点を共有している。すなわち，第1に，調整プロセスにおいて財の品目の統合をともなう変量，パラメータの集計がおこなわれないという前提が設けられている；第2に，こうした前提にもかかわらずあるいはそれゆえに収束速度は総じてのろい。これらの難点は，従来の調整プロセスの厳密な運営が，短期計画計算に課される，情報処理の容量・費用・時間についての厳しい制約条件と適合しない，と予想させるにたるものである。実際，現実の短期計画計算にあたって計画当局は多かれ少なかれマクロ集計量を主としてとりあつかうし，中期・長期計画計算にいたってはなおさらそうである。したがって，これまでの計画モデル論の成果を継承しつつ，計画当局と生産諸単位がそれぞれマクロ集計量とミクロ分計量とを処理し，同時に調整速度をも加速するような調整プロセス＝《集計－分計調整プロセス》を上記の2類型の両者にわたって構成しその諸特性を調べるという課題が第1級の重要性をもって浮び上ってくる。

集計－分計調整プロセスの研究は，その重要性にもかかわらず，これまではほとんどおこなわれてこなかったが，若干の注目すべき試みは存在する。すなわち，ドゥートキン(Дудкин)，ヴァフチンスキー(Вахутинский)を中心とする研究集団の計画モデル全般にわたる一連の試み，Manove-Weitzman, Johansen による斉合的調整プロセスへの集計－分計手続き導入の試み，プガチョフ(Пугачев)を中心とする研究集団の貢献，などがそれである2)。これらはそれぞれ独立して展開されたものであるが，形式的枠組としてはドゥートキン・グループのものがその他を包括している。

本小論は，以上の状況認識のもとに，ドゥートキン等のグループの研究をベースとして，集計－分計調整プロセスについて若干の検討をおこなうことを意図している。

＊　この論文は，昭和53年度文部省科学研究費(奨励研究 A)に基づく研究である。論文作成の過程でВНИПИ ОАСУ の Дудкин 教授，Вахутинский 博士から有益なコメントと文献の提供とを受けた。また計算作業について特に当研究所電子計算機室の有田富美子助手の援助を得た。ここに記して感謝する。

1)　古典的な業績については，[20], [23] 参照。

2)　[11], [13], [19], [16]。ここでいう集計－分計調整プロセスのことを Дудкин グループは《逐次(反復)集計プロセス(процесс итеративного агрегирования)》と呼び，Пугачев グループは《多段最適化の近似法(аппроксимационная схема многоступенчатой оптимизация)》と名付けている。

なお，この他，集計化と下位単位の自律性との関連を論じた文献として[21], [22] がある。また従来の数学的に適切に定義された最適調整プロセスの収束速度が経験によれば総じてのろいという点を改良するために，[17] は分解アルゴリズムの変種(man-machine planning method)を考案しているが，そこでは集計－分計操作は考慮されていない。

そのさい彼等においては必ずしも十分に注意が払われていない集計ウェイト＝価格体系の形成原則とその運用方式とにとくに留意して議論を展開する。価格体系を重視するのは次の2つの理由による。第1に，集計手続きを導入すれば集計ウェイト＝価格体系を指定しなければならないが，そのさい集計－分計調整プロセスの運営のために，どのような集計ウェイト＝価格体系を選択すべきか，ということが問題となるからである。第2の理由は，社会主義のもとでの価格の形成原則とその運用方式とをめぐる従来の議論がこの問題といかなる脈絡において結びつきうるのかを調べることは，計画経済論の系統的な拡張にとって不可欠だと考えられる点にある。なお，本稿は紙幅の制約のためほとんど斉合的調整プロセスの考察に限定されている。

2　伝統的な物財バランス調整プロセス

本節から第5節にいたるまでの分析的枠組は，n 個の分計化された財($h, k=1, \cdots, n$)をそれぞれ唯1種類の固定的生産方法で生産する，古典的な単1計画期間投入産出体系に限定される。すなわち，産出列ベクトル，最終需要列ベクトル，投入係数＝投入ノルマ行列をそれぞれ $\boldsymbol{x}=[x_1, \cdots, x_n]$, $\boldsymbol{y}=[y_1, \cdots, y_n]$, $\boldsymbol{A}=(a_{hk})$ とすると，初期モデルは単純な物財＝多数財バランス(МПБ)

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y} \tag{2. 1}$$

によって表現される。理論的考察にさいしては，以下では $\boldsymbol{A}$ は productive で，簡単のために $\boldsymbol{y}$ は正だと仮定する。このとき，初期モデルが一意正数解 $\boldsymbol{x}^*=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{y}$ ($\boldsymbol{I}$: n 次単位行列)をもつことは，既知の事項に属する。こうした枠組のもとでは短期計画編成の2-レベル調整プロセスは，中央計画当局と生産諸単位とによる生産計画 $\boldsymbol{x}^*$ の導出過程として構成される[3)]。生産単位としては，複数の財の生産を担当する部門($i, j=1, \cdots, m$; $m<n$)を考える。j 部門が生産する財の番号集合は

$$H_j=\{h_{j-1}+1, \cdots, h_j\};\ h_0=0, h_m=n\ (j=1, \cdots, m) \tag{2. 2}$$

と定義する。したがって，分計財全部の番号集合$\{1, \cdots, n\}$を N と定めれば

$$N=\bigcup_{j=1}^{m} H_j;\ H_i \cap H_j=\phi \text{ if } i \neq j. \tag{2. 3}$$

部門別の産出列ベクトル，最終需要列ベクトル，投入係数行列をそれぞれ

$$\boldsymbol{x}_j=[x_h/h \in H_j],\ \boldsymbol{y}_j=[y_h/h \in H_j],$$

$$\boldsymbol{A}_{ij}=(a_{hk}/h \in H_i, k \in H_j)$$

と表記すれば，初期モデル(2. 1)は次式と等価である。

$$\boldsymbol{x}_i=\sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j+\boldsymbol{y}_i\ (i=1, \cdots, m). \tag{2. 1$'$}$$

さて，初期モデル(2. 1)あるいは(2. 1′)の解を近似するための，集計－分計手続きを含まない斉合的調整プロセス，すなわち伝統的な物財バランス調整プロセスは，一律に1ラウンドの遅れをともなう，有効需要原理にもとづく産出量調整方程式によって要約される。すなわち，$t=0, 1, 2, \cdots$ をイタレーションのラウンドを示す番号とすると，

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_t+\boldsymbol{y};$$

$$\boldsymbol{x}_{i,t+1}=\sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_{j,t}+\boldsymbol{y}_i\ (i=1, \cdots, m). \tag{2. 4}$$

この方程式をソ連型計画法の理想型として解釈してみよう。初期時点における情報所有構造については，第1に，計画当局は最終需要についてのみ完全な情報をもち，第2に，各部門は自己の生産に関連する技術係数にかんしてのみ完全な情報をもつ，と仮定する。計画編成作業は，計画当局が《統制数字》$\boldsymbol{x}_{j,0}>\boldsymbol{0}$ を決定し，それを j 部門におろすことからはじまる($j=1, \cdots, m$)。プロセスの t ラウンドは次の2つの段階からなりたっている。

i. j 部門は計画当局から示達された産出目標 $\boldsymbol{x}_{j,t}$ の達成に要する投入財必要量 $\boldsymbol{x}_{ij,t}=\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_{j,t}$ ($i=1, \cdots, m$)を計算し，それを計画当局に申請する($j=1, \cdots, m$)。

ii. 計画当局は，この申請をもとにして各財の有効需要総計を算定し，それとバランスするように $t+1$ ラウンドの産出目標を定め，それを各部門に示達する。すなわち

$$\boldsymbol{x}_{i,t+1}=\sum_{j=1}^{m} \boldsymbol{x}_{ij,t}+\boldsymbol{y}_i\ (i=1, \cdots, m).$$

定義により，上式が(2. 4)式と等価であることは明瞭であろう。プロセスは理想的に考えれば次の終結条件をみたす最小のラウンド $t=T$ において閉じられる。

$$\|\boldsymbol{x}_{t+1}-\boldsymbol{x}_t\|=\sum_{h=1}^{n} |x_{h,t+1}-x_{h,t}|<\varepsilon\ (\varepsilon\text{: 微小正定数}). \tag{2. 5}$$

以下では，こうしたプロセスの特徴を次節からの議論に必要な限りにおいて確認しておく。

まず安定性について。$\boldsymbol{\varepsilon}_t=\boldsymbol{x}_t-\boldsymbol{x}^*$ と定義すれば，(2. 1)式と(2. 4)式の差をとることによって次式をうる。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\varepsilon}_{t-1}=\cdots=\boldsymbol{A}^t\boldsymbol{\varepsilon}_0. \tag{2. 6}$$

$\boldsymbol{A}$ についての仮定より，$t\to\infty$ のとき，$\boldsymbol{A}^t\to\boldsymbol{0}$ だから $\boldsymbol{\varepsilon}_t\to\boldsymbol{0}$。すなわち，十分長く反復を重ねれば伝統的プロセ

3)　[16]，[19]，[20]。

スは数学的には初期値 $\boldsymbol{x}_0>\boldsymbol{0}$ のいかんにかかわらず $\boldsymbol{x}^*$ に収束する。

次に収束速度について。あまり多くない反復回数でプロセスを閉じようとすれば，$\boldsymbol{A}$ は所与であるから，(2.3)式より収束速度は $\|\boldsymbol{\varepsilon}_0\|$，すなわち初期解が解にどれほど近いかに決定的に依存する。すなわち初期解が解に近ければ近いほど，収束速度は速くなるといえよう。これは計画当局の統制数字の与え方によって，伝統的プロセスの収束速度が決まってくることを意味する。しかし，このプロセスには，この統制数字を解に近づけるようなメカニズムは内蔵されていないのである。

最後に情報流量について。ソ連型の伝統的プロセスの t ラウンドにおいて，各 j 部門は $[\boldsymbol{x}_{ij}/i=1,\cdots,m]$ という n 個の数値を計画当局に伝達し(総数で mn 個)，計画当局は部門全体にたいして $\boldsymbol{x}$ という n 個の数値を発信する。したがって，プロセス全体においては，総数 $n(T+2)+mn(T+1)$ 個の数値が流れることになる。既述のごとく反復回数 T が小さいという保証はないし，財数 n は実際にはきわめて多いとみなしうるから，部門数 m が n と比較して十分小さいとしても，情報流量は n に規定されて膨大になろう。しかも，このプロセスが垂直的情報交換しか含まないということは，一層情報処理上の矛盾を強めるであろう。

以上にみられるごとく，ソ連型の伝統的プロセスは，数学的には適切に定義されているが，現実的かつ合理的な短期計画編成という観点からみるとはなはだ不適切だといえよう。もちろんいくつかの問題点は，伝統的プロセスを水平的情報交換のみからなる1－レベルの調整プロセスとして再解釈すれば，回避することができる。すなわち，まず，各 j 部門は自主決定した産出目標 $\boldsymbol{x}_{j,t}$ の達成に要する投入財 $\boldsymbol{x}_{ij,t}$ を計算し，それを各 $i(\neq j)$ 部門に向けて提案する；次に，i 部門は他部門からの需要提案をもとにして自己に属する財の総有効需要 $\sum\boldsymbol{x}_{ij,t}+\boldsymbol{y}_i$ を計算し，$t+1$ ラウンドの産出目標 $\boldsymbol{x}_{i,t+1}$ をそれに等しく定める(i 部門は $\boldsymbol{y}_i$ についての情報を保有するとして)。このように分権的に再解釈された伝統的プロセスは総情報流量を $n(m-1)(T+1)$ へと減少させるし，そこでは各部門の自律的活動，部門間直結も認められている。しかし，第1に，各部門がまったく自律的に定める $\boldsymbol{x}_0$ は解に近い保証はないから，収束速度は一般的にはのろいと判断される。第2に，こうした短期調整は，国民経済のマクロ的安定化ということと有機的に連動していないから，国民経済全体の運動径路を不安定なものとするかもしれない。したがって，われわれは，こうした欠陥を除去するのみならず，垂直的情報流量をできるだけ低め，水平的情報交換をもその内部に包含するような調整プロセスの検討に移行せねばならない。

3　物財バランスの集計－分計調整プロセス

伝統的プロセスは，分計化されたミクロ・バランスのみの反復過程から成立していたが，ここで取上げる2－レベル集計－分計調整プロセスは，集計的なマクロ・バランスと分計的なミクロ・バランスの双方を逐次的に反復・結合することから成り立つ，短期計画編成の斉合的調整プロセスである。

まず集計原則すなわち財の統合ルールと集計ウェイトを規定することから議論を始める。以下において単1集計財と複数集計財の2つのばあいを考えるが，n 個の分計財を1つの集計財に集計するときには，財の統合ルールは問題とならない。複数集計財のばあいは，各集計財は各部門に属する財を統合したものとする。このとき，財の統合ルールは(2.2)と(2.3)によって示され，i 集計財は i 部門財とされる。各分計財の集計ウェイト＝価格については，第1に，収益的なフルコスト原則によって形成されること，第2に，価格は固定的であること，第3に，各部門は，プロセス開始に先立ちすべての財の価格について明瞭な情報を保持していること，以上の3つを仮定する。したがって，分計財の価格行ベクトルと付加価値行ベクトルをそれぞれ $\boldsymbol{p}=(p_1,\cdots,p_n)$，$\boldsymbol{v}=(v_1,\cdots,v_n)$ とすれば次の等式が成立している。

$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{v}\,;\,\boldsymbol{v}>\boldsymbol{0},\ \boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}. \tag{3.1}$$

各 j 部門に属する財の価格ベクトルは $\boldsymbol{p}_j=(p_h/h\in H_j)$ によって表示しておく。価格以外の経済的情報の初期所有構造については，第1に，計画当局は各部門の最終需要総額 $Y_i(=\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{y}_i)$(単1集計財のばあいは $Y=\boldsymbol{p}\boldsymbol{y}$)に関する正確な情報をもち，第2に，各 j 部門は自己の生産に関連する $\boldsymbol{A}_{ij},\boldsymbol{y}_j$ について完全な情報を保持する，と仮定する。

さて，以上の準備のもとに，複数集計財のばあいについて，初期モデル(2.1)あるいは(2.1′)の解の近似を目的とする集計－分計調整プロセスを記述しよう[4)]。プロセスの t ラウンドは次の4つの段階から成る。

i. 各 j 部門は，自主決定した産出量 $\boldsymbol{x}_{j,t}$ を用いて，部

4)　Дудкин グループの研究は，ほとんどの場合初期モデルを価値的物財バランスとすることによってすすめられてきたが，以下は［9］を参考にして価格体系を明示しつつ彼らの試みを再構成したものである。なお［11；pp. 64–67］，［12］参照。

門的集計産出量 $X_{j,t}$ と部門的集計需要量 $X_{ij,t}(i=1,\cdots,m)$ を計算し，それらを計画当局に提案する（ただし $X_{j,t}$ の提案は $t=0$ のばあいに限られる）。ここに

$$X_{j,t}=\boldsymbol{p}_j\boldsymbol{x}_{j,t}\,;X_{ij,t}=\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{x}_{ij,t}(\boldsymbol{x}_{ij}=\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j). \quad (3.2)$$

ii. 計画当局は部門提案をもとに，マクロ投入係数を作成し，次の部門連関バランス(МОБ)としての《マクロ・バランス》を解く。すなわち

$$X_{i,t+1}=\sum_{j=1}^{m}a_{ij,t}X_{j,t+1}+Y_i(i=1,\cdots,m)\,; \quad (3.3)$$

$$a_{ij,t}=X_{ij,t}/X_{j,t}\,;\,Y_i=\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{y}_i. \quad (3.4)$$

そして，この解 $X_{j,t+1}$ をもとにして，《マクロ均衡化乗数》を算定し，それらを各 j 部門に向けて送付する[5)]。すなわち

$$\zeta_{j,t+1}=X_{j,t+1}/X_{j,t}(j=1,\cdots,m). \quad (3.5)$$

iii. 各 j 部門は，マクロ均衡化乗数を考慮した部門別の分計需要量 $\tilde{\boldsymbol{x}}_{ij,t}=\zeta_{j,t+1}\boldsymbol{x}_{ij,t}(i=1,\cdots,m)$ を計算し，それらを各 i 部門$(i\neq j)$に提案する。

iv. 各 i 部門は，次の《ミクロ・バランス》によって，$t+1$ ラウンドの産出目標 $\boldsymbol{x}_{i\,t+1}$ を決定する。すなわち

$$\boldsymbol{x}_{i,t+1}=\sum\tilde{\boldsymbol{x}}_{ij,t}+\boldsymbol{y}_i\,;$$

$$\boldsymbol{x}_{i,t+1}=\sum_{j=1}^{m}\boldsymbol{A}_{ij}\zeta_{j,t+1}\boldsymbol{x}_{j,t}+\boldsymbol{y}_i\,;(i=1,\cdots,m). \quad (3.6)$$

単1集計財のばあいには，マクロ・バランス(3.3)は1元1次方程式となり，それに応じてマクロ均衡化乗数は均斉化されるから，ミクロ・バランスも単純になる。すなわち，それぞれ次のようになる。

$$X_{t+1}=a_tX_{t+1}+Y, \quad (3.7)$$

$$a_t=\boldsymbol{pAx}_t/\boldsymbol{px}_t,\,Y=\boldsymbol{py}, \quad (3.8)$$

$$\zeta_{t+1}=X_{t+1}/X_t(X_t=\boldsymbol{px}_t), \quad (3.9)$$

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=\boldsymbol{A}\zeta_{t+1}\boldsymbol{x}_t+\boldsymbol{y}. \quad (3.10)$$

ここで，ζ あるいは ζ_j をマクロ均衡化乗数と呼ぶことの意味を確認しておく。そのためにはより単純な単1集計財のばあいを検討すればよい。(3.7), (3.8), (3.9)式より次式をうる。

$$\zeta_{t+1}=Y/(1-a_t)X_t=\boldsymbol{py}/(\boldsymbol{px}_t-\boldsymbol{pAx}_t). \quad (3.11)$$

上式は，ζ_{t+1} がミクロ産出量を $\boldsymbol{x}_t$ に一時的に固定したときのマクロ純需要－マクロ純供給比率をあらわすこと，および $\boldsymbol{x}_t$ を部門内，部門間を問わず一律に ζ_{t+1} 倍してやれば一時的なマクロ均衡が達成されることを意味する。複数集計財のばあいの ζ_j は，ζ を部門連関のみを考慮して部門＝集計財別に詳細にしたものに他ならない。そして，伝統的プロセス(2.4)と(3.6)ないし(3.10)式とを比較すれば明瞭なように，このマクロ均衡化乗数の導入が集計－分計調整プロセスの核心をなすのである。この点を念頭において，以下プロセスの基本的な特徴を調べる(単1集計財のばあいのプロセスと複数集計財のそれをそれぞれプロセス $\mathcal{S}$，プロセス $\mathcal{M}$ と略記する)。

第1，プロセスの有意性。伝統的プロセスと違って，集計－分計調整プロセスにはマクロ・バランスが導入されている。それゆえ，プロセスが意味をもつためには，新たに導入されたマクロ・バランスは一意正数解をもつことが必要である。われわれの設定した分析的枠組のもとでは，この要件は必ず充たされる(初期解が正であるとして)。すなわち

(P1)　プロセス $\mathcal{S}$ とプロセス $\mathcal{M}$ のそれぞれのマクロ・バランスは，固定価格系 $\boldsymbol{p}$ が収益的なフルコスト原則によって形成されさえすれば(付加価値 $\boldsymbol{v}$ がとにかく正であれば)，それらは一意正数解をもつ[6)]。

マクロ・バランスが正数解をもてば，定義によって，均衡化乗数は正となり，次のラウンドの分計的な生産目標が正となる。そして，プロセスが定常解をとるとき($\boldsymbol{x}_t=\boldsymbol{x}_{t+1}$)，均衡化乗数はことごとく1となり，ミクロ・バランスが初期モデルの解を与えることも容易に看取されよう。

第2，安定性。プロセス $\mathcal{S}$ の収束の十分条件は妥当なものであるが，プロセス $\mathcal{M}$ のそれは経済的妥当性を欠くものである。すなわち

(P2)　プロセス $\mathcal{S}$ は任意の収益的なフルコスト原則によって形成された固定価格系のもとで収束性を有する[7)]。

(P3)　プロセス $\mathcal{M}$ は，固定価格系が $\boldsymbol{pA}<\frac{1}{3}\boldsymbol{p}\left(\frac{2}{3}\boldsymbol{p}<\boldsymbol{v}\right)$ という条件を充たすならば，大域的収束性を有する。またマクロ・バランスの解法に伝統的プロセスを採用し，さらにその解として第1次近似解をとるとすれば，$\boldsymbol{pA}<(\sqrt{2}-1)\boldsymbol{p}\approx0.41\boldsymbol{p}$ のもとで収束する[8)]。

プロセス $\mathcal{M}$ の収束条件は経済的にみて妥当なものだとはいえないが，上の命題はあくまで $t\to\infty$ のばあいの大域的収束性に関するものであって，そこからただちにプ

5)　(3.3), (3.4)式をまとめて

$$\zeta_{i,t+1}X_{i,t}=\sum\zeta_{j,t+1}X_{ij,t}+Y_i(i=1,\cdots,m)$$

と記せば投入係数を計算する必要はない。しかしより現実的な観点よりすれば，計画当局は投入係数についての情報を蓄積しておくべきであろう(例えば，中・長期計画モデルと短期計画モデルとの整合性をチェックするために)。

6)　数学付録1参照。

7)　数学付録2, [14], [11; p. 294] 参照。

8)　数学付録3, [5] 参照。

ロセス $\mathscr{M}$ が無意味だと判断するのは早計である。すなわち，もしプロセスの最初の数ラウンドにおいて，初期解が解に急速に近づく，ないしはマクロ・バランスが急速に安定化し均衡化乗数がことごとく1に近接するならば，プロセス $\mathscr{M}$ は伝統的プロセスとほぼ等価なものとなる。したがって，このような場合には，プロセス $\mathscr{M}$ は任意のフルコスト原則のもとで発散することはほとんどないといえよう。かくして，問題はかかるメカニズムがプロセスに内蔵されているかどうかという点に集約される。

第3，収束速度。伝統的プロセスの収束速度と一般的に比較秤量することは困難だが，集計－分計調整プロセスは次のような単純な原理にその合理性の基礎をおいている。すなわち

(P 4) プロセス $\mathscr{S}$ は，初期解が一様に解の定数倍であれば$(\boldsymbol{x}_0=k\boldsymbol{x}^*, k>0, k\neq1)$，マクロ均衡化乗数の作用によって最初のラウンドで収束する$(\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{x}^*)$。そしてこのとき，プロセス $\mathscr{S}$ は伝統的プロセスよりはやく収束する[9]。

(P 5) プロセス $\mathscr{M}$ は，部門別初期解が部門別解の一様な定数倍であれば$(\boldsymbol{x}_{j,0}=k_j\boldsymbol{x}_j^*\,;k_j>0, k_j\neq1\,;j=1, \cdots, m)$，マクロ均衡化乗数の作用によって最初のラウンドで収束する$(\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{x}^*)$。そして，$k_i\neq k_j(i\neq j)$であればプロセス $\mathscr{M}$ の収束速度はプロセス $\mathscr{S}$ のそれよりはやい[10]。

これら2つの命題は，1) k ないし k_j の1からの乖離が大きいほど伝統的プロセスと集計－分計調整プロセスの収束速度の差は大きくなること，2) プロセス $\mathscr{S}$ は初期解が解から一様でないとしても同一方向に乖離しているならば，伝統的プロセスよりも特に有利であること，3) 先の収束条件のばあいと異なり，収束速度の加速化という側面からみるとプロセス $\mathscr{M}$ の方が一般的にはプロセス $\mathscr{S}$ よりも有効だということ，などを含意している。かくして，プロセス $\mathscr{M}$ は収束条件の非現実性にもかかわらず，それは急速に収束すると期待することができる。

第4，情報流量。集計－分計調整プロセスは，計画当局が分計量を一切扱わないとすれば，計画当局と部門との間におけるマクロ集計量の垂直的情報交換および部門間におけるミクロ分計量の水平的情報交換の両者を同時に含む。プロセス $\mathscr{M}$ の t ラウンドで，各 j 部門は $[X_{ij}/i=1, \cdots, m]$ という m 個の数値を計画当局に提案し(全部で m^2 個)，計画当局は部門全体にたいして $[\zeta_j/j=1, \cdots, m]$ という m 個の数値を伝達する。さらに各 j 部門は $[\zeta_j\boldsymbol{x}_{ij}/i=1, \cdots, m]$ という n 個の数値を各 $i(i\neq j)$ 部門に伝達する(全部で $n(m-1)$ 個)。したがって，1ラウンドの垂直的情報交換量は $m+m^2$(プロセス $\mathscr{S}$ では $1+m^2$)で水平的なそれは $n(m-1)$ である。n が m より十分大きいとすれば，プロセス $\mathscr{M}$ における1ラウンドの総情報流量，とりわけ垂直的情報流量はソ連型の伝統的プロセスよりかなり少なくなるとみてよい。分権的に解釈された伝統的プロセスと比較すれば，垂直的情報流量分だけプロセス $\mathscr{M}$ の流量は多いが，この事情は収束速度にかんする上記の議論ならびに前節での討議に照らしてみれば，問題点とならない。

以上にみられるごとく，集計－分計調整プロセスは，数学的には若干適切に定義されない部分をもつが，前節で述べた限りにおける伝統的プロセスの問題点をことごとく解決するものだといえよう。加うるに，計画当局は，安定的なマクロ計画バランスを保有するから，短期計画と中・長期のマクロ計画とを円滑かつ合理的に連動させることもできよう。

4. 集計－分計調整プロセスと生産価格

集計ウェイトとしての価格が収益的なフルコスト原則に準拠して形成されるとすれば，集計－分計調整プロセスは一定の満足的な作動を示すことは，これまでの討議によって明瞭であろう。しかし，フルコスト原則一般は多くのクラスの価格類型に妥当する。したがって，ここではさらに論をすすめて，プロセスの一層の合理的な運営という見地からみて，すなわち，第1に計画当局の介入を最小限にとどめることによって垂直的情報流量を少なくする；第2にプロセスの収束速度をはやめる，とい

---

9) $\boldsymbol{x}_0=k\boldsymbol{x}^*$ とすると(3.11)式より$(\boldsymbol{px}^*=\boldsymbol{pAx}^*+\boldsymbol{py}$ に注意)

$$\zeta_1=\boldsymbol{py}/k\boldsymbol{p}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\,\boldsymbol{x}^*=1/k.$$

したがって(3.10)式より

$$\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{A}k^{-1}k\boldsymbol{x}^*+\boldsymbol{y}=\boldsymbol{Ax}^*+\boldsymbol{y}\,;\ \boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{x}^*.$$

$k\neq1$ であれば伝統的プロセスでは明らかに $\boldsymbol{x}_1\neq\boldsymbol{x}^*$.

10) $\boldsymbol{x}_{j,0}=k_j\boldsymbol{x}_j^*$ ならば，マクロ・バランスの定義式より

$$k_i\zeta_{i,1}X_i^*=\sum\nolimits_j a_{ij}^*\,(k_j\zeta_{j,1})\,X_j^*+Y_i \quad (i=1, \cdots, m).$$

ただし $X_i^*=\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{x}_i^*$, $X_{ij}^*=\boldsymbol{p}_i\boldsymbol{A}_{ij}\boldsymbol{x}_j^*$, $a_{ij}^*=x_{ij}^*/x_j^*$. $X_i^*=\sum a_{ij}^*X_j^*+Y_i$ $(i=1, \cdots, m)$ および命題(P1)より $\zeta_{j,1}$ が一意的正数であることに注意すると $k_j\zeta_{j,1}=1\,;\zeta_{j,1}=1/k_j$ $(j=1, \cdots, m)$ をうる。

したがって，これらを(3.6)式に代入すれば

$$\boldsymbol{x}_{i,1}=\sum\nolimits_j\boldsymbol{A}_{ij}k_j^{-1}k_j\boldsymbol{x}_j^*+\boldsymbol{y}_i\,(i=1, \cdots, m)\,;$$
$$\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{x}^*.$$

$k_i\neq k_j$ のときプロセス $\mathscr{S}$ と伝統的プロセスにおいて $\boldsymbol{x}_1\neq\boldsymbol{x}^*$ であることは明らかである。

う観点からみて，フルコスト原則はどのように特定化されるべきかを問題とする。

ところで，価格の形成とその運用方式とは計画経済論の主要な係争点をなしているが，これまでの議論を通じてえられる1つの結論は，少なくとも理論的には，生産価格タイプの価格が生産フォンド利用の効率化，効率的技術選択，部門間の利害の平準化などを促進する機能をもつということである。それゆえ，さしあたりわれわれは，生産価格タイプの価格が集計－分計調整プロセスの一層の合理的運営という課題といかに係わっているかを調べるべきであろう。そのために，生産価格タイプの価格として，最も単純な流動フォンドモデルによる「生産価格」を選ぼう。すなわち，$\boldsymbol{p}^*$ を正の「生産価格」行ベクトル，r^* を正の均等利潤率として，(3.1)式を次式に置き換える。

$$\boldsymbol{p}^*=(1+r^*)\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{A}. \tag{4.1}$$

$\boldsymbol{A}$ は先の仮定に加えて indecomposable とする。このとき $\boldsymbol{A}$ のフロベニウス根を α^* とすれば，$\alpha^*=(1+r^*)^{-1}$ で $\boldsymbol{p}^*$ は α^* に属するフロベニウス行ベクトルとなり，$\boldsymbol{p}^*, r^*$ はともに正かつ一意である[11)]。

フルコスト原則を(4.1)式に示されるような「生産価格」原則に特定化するならば，単1集計財の場合の集計－分計調整プロセスについて次の2つの命題をうることができる。

(P 6)　固定価格が「生産価格」だとすれば($\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$)，最初のラウンドを除いてマクロ均衡化乗数は常に1に等しい($\zeta_{t+1}=1, t=1, 2, \cdots$)[12)]。別言すれば計画当局は初期ラウンドに関してのみプロセスに介入すればよい。

(P 7)　$\boldsymbol{A}$ がさらに diagonalizable だと仮定する。このとき，$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ とする集計－分計調整プロセスの収束速度は，伝統的プロセスのそれよりもはやい[13)]。したがって，最初のラウンドに関してのみ集計－分計調整プロセスを用い，その後はプロセスを伝統的プロセスに切換える斉合的調整プロセスは，$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ のばあいに収束速度は最急である[14)]。

上記2つの命題の共通点は，集計－分計調整プロセスは最初のラウンドにおいてのみ登場し，その後は伝統的プロセスに切換えられるという点にある。ここでの伝統的プロセスを分権的に解釈されたものとすれば，かかる切換えは，初期解が最初のラウンドで計画当局によって著しく改善されるという条件下では合目的的だといえよう。そしてこの条件が充たされうることを既述の命題(P 4),(P 5)と上の2つの命題は示しているのである。これら2つの命題を複数集計財の場合に直接的に延長す

11)　$\boldsymbol{A}$ を次のように再定義する必要がある。すなわち

$$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}\underset{\sim}{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{c}\\ \boldsymbol{l} & 0\end{pmatrix}\quad \text{または}\quad \boldsymbol{A}=\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}+\boldsymbol{cl}.$$

ただし，$\underset{\sim}{\boldsymbol{A}}$: 通常の投入係数行列，$\boldsymbol{l}$: 労働投入係数行ベクトル，$\boldsymbol{c}$: 個人消費係数列ベクトル。もちろん，$\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{p}$ はこれらの定義に応じて適当に再解釈されねばならない([15] 参照)。

12)　$\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{A}=\alpha^*\boldsymbol{p}^*$ ならば

$$a_t=\frac{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_t}{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_t}=\alpha^*\frac{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_t}{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_t}=\alpha^*.$$

$$\therefore\quad \zeta_{t+1}=\frac{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}}{(1-\alpha^*)\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_t}\ (t=0, 1, \cdots).$$

一方，ミクロ・バランス式より次式をうる。

$$\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_t=\frac{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}}{(1-\alpha^*)\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_{t-1}}\alpha^*\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_{t-1}+\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}$$

$$=\frac{\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}}{1-\alpha^*}\ (t=1, 2, \cdots).$$

$$\therefore\quad \zeta_{t+1}=1\ (t=1, 2, \cdots).$$

13)　単1集計財プロセスで $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ としたときの ζ_1 を $\zeta_1{}^*=\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}/(1-\alpha^*)\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{x}_0$ とする。伝統的プロセス(2.4)の2つの近似解系列を $\{\hat{\boldsymbol{x}}_t\}, \{\tilde{\boldsymbol{x}}_t\}$ と定め次のことを仮定する。すなわち

$$\hat{\boldsymbol{x}}_0=\zeta_1{}^*\boldsymbol{x}_0;\ \boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{x}}_0=\alpha^*\boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{x}}_0+\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y},$$
$$\tilde{\boldsymbol{x}}_0\neq\zeta_1{}^*\boldsymbol{x}_0;\ \boldsymbol{p}^*\tilde{\boldsymbol{x}}_0\neq\alpha^*\boldsymbol{p}^*\tilde{\boldsymbol{x}}_0+\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{y}.$$

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t=\hat{\boldsymbol{x}}_t-\boldsymbol{x}^*$, $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t=\tilde{\boldsymbol{x}}_t-\boldsymbol{x}^*$ とおく。$\boldsymbol{p}^*\times$(2.4)式と上記第1式との差をとり，$\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{A}=\alpha^*\boldsymbol{p}^*$ に注意すれば $\boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0=\alpha\boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0$ をうる。しかるに $0<\alpha^*<1$ だから，$\boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0=0$. 一方，$\boldsymbol{p}^*\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_0=0$ とすれば $\tilde{\boldsymbol{x}}_0=\zeta_1{}^*\boldsymbol{x}_0$ となり上記の仮定と矛盾する。ゆえに $\boldsymbol{p}^*\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}\neq 0$.

ここで，$\boldsymbol{A}$ の固有根を $\lambda_1, \cdots, \lambda_n\ (\lambda_1=\alpha^*)$，これらに属する固有行ベクトルをそれぞれ $\underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_1, \cdots, \underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_n\ (\underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_1=\boldsymbol{p}^*)$，固有列ベクトルをそれぞれ $\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_1, \cdots, \underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_n$ とし，さらに $\underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_h$ を第 h 行とする行列を $\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}$, $\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_h$ を第 h 列とする行列を $\underset{\sim}{\boldsymbol{X}}$ とする。このとき，仮定により $\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\Lambda}\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}$ ($\boldsymbol{\Lambda}=\mathrm{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_n\}$) だから，$\boldsymbol{A}=\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}$ で，$\boldsymbol{A}^t=\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}^t\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}$. したがって $\underset{\sim}{\boldsymbol{P}}^{-1}=\underset{\sim}{\boldsymbol{X}}$ に注意すれば，(2.6)式は次のようにかける。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t=\boldsymbol{A}^t\boldsymbol{\varepsilon}_0=\sum_{h=1}^{n}\lambda_h{}^t(\underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_h\boldsymbol{\varepsilon}_0)\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_h$$

$$=\alpha^{*t}\left[(\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{\varepsilon}_0)\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_1+\sum_{h=2}^{n}\left(\frac{\lambda_h}{\alpha^*}\right)^t(\underset{\sim}{\boldsymbol{p}}_h\boldsymbol{\varepsilon}_0)\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_h\right].$$

α^* がフロベニウス根で $\underset{\sim}{\boldsymbol{x}}_1$ がフロベニウス列ベクトル(仮定より正)だという点を考慮すれば，上式は $\boldsymbol{p}^*\boldsymbol{\varepsilon}_0\neq 0$ のときイタレーションの経過とともに[　]内の第1項(絶対値正)が $\|\boldsymbol{\varepsilon}_t\|$ の大きさを支配していくことを示している。しかるに $\boldsymbol{p}^*\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_0=0, \boldsymbol{p}^*\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}\neq 0$ だから任意の $t\geqq T$ に対して $\|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\|<\|\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t\|$ とする整数 T が存在する([19; pp. 5-6] 参照)。

14)　前注より明らかである。

ることはできないが，$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ のときには総生産量が安定化するから，部門別生産量も変域が固定されることによってより安定的になるといえよう。

さて，以上において $\boldsymbol{p}^*, r^*$ は所与とされたが，計画当局がそれらを集中的にみいだす情報処理能力を有するとすれば，そもそも初期モデルを一挙に集中的に解くこともできるはずである。したがって，$\boldsymbol{p}^*, r^*$ を求めるための何らかの価格調整プロセスを考えなければならない。そのようなものとしては，次の価格調整プロセスがある[15]。すなわち，$\boldsymbol{x}$ を任意の正の固定された産出ベクトルとして

$$\boldsymbol{p}_{t+1}=\frac{\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}}\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{A}(\boldsymbol{p}_0>\boldsymbol{0}). \tag{4. 2}$$

均等利潤率 r_t の算定は計画当局の課題とし，各財の価格の設定を各部門に委任する，とみなせば，上記のプロセスは単1集計財のばあいの集計‐分計プロセスと同様に解釈することができる[16]。多かれ少なかれ近似解に甘んじるとすれば，このようなプロセスを垂直的には1回だけ実行すればよい。

ところで，価格系が固定的で所与だということは，これまでの議論全体の問題点でもある。したがって以下この点を若干考察しておく。いま，もし付加価値 $\boldsymbol{v}$ が固定的だとすると，伝統的プロセスと双対的な生産物価格調整プロセスを考えることもできるし，集計‐分計調整プロセスと双対的なそれを定式化することも容易にできる($\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{y}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{p}$ をそれぞれ $\boldsymbol{p}_t, \boldsymbol{v}, \boldsymbol{A}', \boldsymbol{x}$ に変えればよい)。後者の場合には，マクロの価格関係とミクロのそれとの相互調整問題を陽表的に考察することもできよう(もっとも，今度は価格のかわりに産出量を固定量として与えなければならないが)。しかし，いずれにしろ付加価値 $\boldsymbol{v}$ が与件とされることにかわりはない。したがって，次にわれわれはこの $\boldsymbol{v}$ の合理的編成をも内包する集計‐分計調整プロセスの検討を行なわねばならないが，その前にこれまでの予想がどの程度の確からしさを有しているかをシミュレーションによって調べてみたい。

5. シミュレーションの結果

物財バランスの集計‐分計調整プロセスの作動を具体的に調べるために，ソ連邦1966年産業連関バランスの15産業部門，76産業部門加工表[17]を用いて数値実験を行なった。その結果について述べる前に次の4つの注意を与えておきたい。第1に，データは当年購入者価格表示だから，初期モデルは価格タームの多数財バランスであり，価格 p_h は66年購入者価格 $\bar{p}_h$ を1としたときのそれからの乖離率を示す価格換算係数，すなわちいわゆる《価格インデックス》である[18]。第2に，$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{y}$ に関して理論的考察で設けた諸仮定は実験では無視し，データ通りの数値を用いた(したがって $\boldsymbol{A}$ の対角要素はゼロではないし，$\boldsymbol{y}$ には負の成分も含まれている)。第3に，15部門表を用いるさいには，価格 p_h の算定のために，「労働力部門」を付加した(その投入係数行ベクトルと列ベクトルは，それぞれ賃金投入係数，個人消費係数を成分とする)。第4に，数値計算における初期解については，解の近傍から成分別にランダムに±10%の範囲で種々の初期解を設定するばあいを中心とし，さらにその他のばあい $(1/2\boldsymbol{x}^*\leqq\boldsymbol{x}_0\leqq 3/2\boldsymbol{x}^*, \boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{y})$ に関しても計算したが，以下では主として各プロセスのもつ傾向性を示す代表例をとりあげるにとめる。

第1表は，15部門表を利用したばあいにおける各プロセスの計画不均衡の絶対値総額 $\|\boldsymbol{x}_{t+1}-\boldsymbol{x}_t\|=\sum|x_{h,t+1}-x_{h,t}|$ を $\|\boldsymbol{x}_1-\boldsymbol{x}_0\|$ を100として表したものである[19]。第2表は，76部門のケースにおいて同様の作業を行なった結果である(伝統的プロセスの収束速度が比較的速いばあいを摘出した)。これらの表とそれに付随する計算結果より次の諸点を確認することができた。

第1。初期解，価格類型($\bar{\boldsymbol{p}}$ と $\boldsymbol{p}^*$)，集計財数(単1と複数)，初期モデルの規模 ($n=15, 76$) のいかんを問わず，集計‐分計調整プロセスの収束速度は，伝統的プロセスのそれよりも速い($\varepsilon=1$ 億ルーブリとした時の収束にいたるまでの伝統的プロセスのラウンド数は，集計‐分計プロセスのそれの約1.5～4倍である)[20]。

15) [15; p. 90] の(24)式で $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}$ とすれば，(4. 2)式をうる。

16) $r_t=\boldsymbol{p}_t(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{A}\boldsymbol{x})/\boldsymbol{p}_t\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ だから，単1集計財プロセスの $a_t, \zeta_{t+1}, \boldsymbol{A}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{x}_t$ をそれぞれ，$1+r_t, 1+r_t, \boldsymbol{A}', \boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}_t$ で置き換えてやればよい。

17) 15部門表は，Treml, V. G. (ed.), *Studies in Soviet input-output analysis*, New York, 1977 の75部門表(pp. 10–24)を集計したものである(なお同書pp. 52–54 参照)。76部門表と投入係数については，Treml, V. G. *et al.*, *The structure of the Soviet economy*, New York, 1972 のデータを用いた(pp. 430–511)。

18) [3] 参照。

19) 集計‐分計調整プロセスのばあい，$\|\boldsymbol{x}_{t+1}-\boldsymbol{x}_t\|$ の推移は $\|\boldsymbol{x}_t-\boldsymbol{x}^*\|$ のそれと絶対量においてほぼ等しく対応するが，伝統的プロセスのときはそうではない(特に最初のラウンドにおいて)。すなわち後者では，最初のラウンドでは見かけ上計画不均衡の絶対額が他のプロセスと比較して小さくなる。

第1表　計画不均衡の推移：15 産業部門($n=15$)のケース
(単位：%)

	伝統的プロセス	集計－分計調整プロセス			
		単1集計財		3集計財($m=3$)	
	当年価格	当年価格	「生産価格」	当年価格	「生産価格」
$t=0$	100	100	100	100	100
1	71	25	21	19	17
2	54	9	9	7.3	6.8
3	42	2.5	3.6	2.9	2.8
4	33	1.6	1.7	1.2	1.1
5	26	0.71	0.69	0.48	0.46
6	20	0.25	0.31	0.19	0.19
7	16	0.13	0.14	0.08	0.08

第2表　計画不均衡の推移：76 産業部門($n=76$)のケース
(単位：%)

	伝統的プロセス	集計－分計調整プロセス			
		単1集計財		9集計財($m=9$)	
	当年価格	当年価格	「生産価格」	当年価格	「生産価格」
$t=0$	100	100	100	100	100
1	33	14	12	6	6
2	19	4.2	2.9	1.5	1.3
3	9	1.0	0.90	0.33	0.25
4	4.4	0.48	0.30	0.09	0.07
5	2.2	0.15	0.12	0.02	0.02
6	1.1	0.06	0.02	0.01	0.00
7	0.52	0.02	0.01	0.00	0.00

第2。集計－分計調整プロセスは，最初のラウンドでとくに著しく計画不均衡を減少させる。これに対応してマクロ均衡化係数も最初のラウンド以後ただちに安定状態に入る。第1表で 15 部門単1集計財($\boldsymbol{p}=\bar{\boldsymbol{p}}$)のばあい ζ_t は 1.019→0.998→0.999→1.000→……($\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ のとき $\zeta_1=1.015$)，第2表で 76 部門・単1集計財($\boldsymbol{p}=\bar{\boldsymbol{p}}$)のばあいのそれは 0.9568→1.004→0.998→1.000→……($\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ のとき $\zeta_1=0.9572$)と推移している。複数集計財のときも各 $\zeta_{j,t}$ は同様の動きを示す。すなわちマクロ・バランスは，急速に安定化する傾向があり，この特性が集計－分計調整プロセスの収束速度を速めているといえよう。

第3。価格を「生産価格」$\boldsymbol{p}^*$ にとったときには，66 年価格 $\bar{\boldsymbol{p}}$ としたときより，プロセスは改善される傾向があるが，改善の度合はあまり大きいものではない。これは $\boldsymbol{A}$ の対角要素をゼロとしないで実験を行なったためである(そうする場合でも，プロセスの2ラウンド目までは改善はあまりみられないが3ラウンド目以降は $\bar{\boldsymbol{p}}$ のときに比して急速に不均衡を是正する)。

第4。複数集計財のプロセスは，$\boldsymbol{A}$ が数学的な収束の十分条件を充たしていないにもかかわらず，実験のあらゆる場合において収束した。しかもこのプロセスは第2表の 76 部門・9集計財のケースに端的に示されているように，単1集計財のプロセスよりも，規模においても率においても不均衡を著しく改善する(76 部門5集計財，3集計財のときは9財のばあいよりも次第に劣ってくるが，単1集計財のばあいよりは優れている)。また複数集計財のプロセスの数学的収束条件をゆるめるために，マクロ・バランスの解を第1次近似解にとめることは，厳密解をもとめるときと比較すると収束のラウンド数を約 1.5～2 倍にする。

第5。第1表，第2表からも看取されるように，最も収束速度の速いのは，$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}^*$ とした複数集計財のプロセスである。

以上より，われわれの予想は，ほぼもれなく妥当なものであったことが看取されよう[21]。

6. 最適物財バランスの集計－分計調整プロセス

これまでの考察は，斉合的調整プロセスへの集計－分計手続の導入をめぐるものであったが，本節では問題への最適化論的接近の可能性を探る。初期モデル＝最適物財バランス(OMБ)としては，代替的生産方法・稀少資源ストック・結合生産の存在を容認する，ノヴォジロフ型の線型計画問題を採用する。

まず記号を一括して次のように(再)定義しておく。$h \in H$: 財(生産物,資源ストック)の番号とその集合；$s \in S$: 生産方法の番号とその集合；S_j: $j=1, \cdots, m$ 部門に属する生産方法の番号集合($S=\cup S_j$, $S_j \cap S_{j'}=\phi$ if $j \neq j'$)；q_{hs}, a_{hs}, c_s: s 生産方法の h 財産出係数，h 財投入係数，労働投入係数(非負)；y_h: h 財の最終需要量マイナス初期存在量(以上与件)；x_s: s 生産方法の活動水準；u_h, v_h: h 財に関する不等式の等式への変換のための補助変数；p_h: h 財の評価係数(生産物価格，資源ストック評価係数)(以上変量)。

20)　本稿とは異なった問題意識とデータとにもとづいて行なわれたシミュレーションの結果については，[1]，[19；pp. 7-10] 参照。

21)　なお，(4.2)式による価格計算については，利潤率 r_t が2回目のラウンド以降ほぼ安定状態に入ることを確認できた。$\boldsymbol{p}^*$ の組成に関しては，計算公式において固定フォンドと減価償却とが無視されているため，重工業部門の価格水準が総じて低く見積もられていることを注意しておきたい。

初期モデルは次の労働支出最小化問題である。

$$\min \sum_{s \in S} c_s x_s$$

$$\sum_{s \in S} (q_{hs} - a_{hs}) x_s \geqq y_h \, (h \in H), \quad x_s \geqq 0 \, (s \in S). \qquad (6.1)$$

ここでの課題は，この初期モデルを集計－分計手続を導入しつつ分権的に解決する計画編成様式の定式化である。かかる試みを従来の価格論の系譜上に位置づけようとすれば，集計ウェイトとして(双対)価格系をとるばあいに関心を向けるべきであろう。実際，こうした集計－分計調整プロセスを構築することは可能であり，それは1)変量の集計化のみを含むプロセス，2)変量と制約量の両者の集計化を含むそれ，という2つのタイプに分類される。後者については別の機会にふれたので[22]，本稿では前者のばあいを取上げる[23]。プロセスの t ラウンドは次の4つの段階から成立している(計画当局は y_h について，各部門は自己に属する生産方法についてそれぞれ正確な情報をもっているとする)。

i. 各 j 部門は，自主決定した活動水準 $x_{s,t}$ にもとづき，各財の純需給量 $y_{hj,t}$ と部門的(超過)利潤 $\Pi_{j,t}$ を計算し，計画当局に伝達する(情報流量は全体で $(n+1)m$)。

$$y_{hj,t} = \sum_{s \in S_j} (q_{hs} - a_{hs}) x_{s,t}, \quad \Pi_{j,t} = \sum_{s \in S_j} \pi_{s,t} x_{s,t}. \qquad (6.2)$$

ただし $\pi_{s,t} = \sum_{h \in H} p_{h,t} (q_{hs} - a_{hs}) - c_s$.

ii. 計画当局は次の利潤最大化《マクロ・モデル》を解き，その解であるマクロ均衡化乗数 $\xi_{j,t+1}$ を各 j 部門に伝達する(情報流量は m)。

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^{m} [\Pi_{j,t} \xi_j - \beta_j (\xi_j - 1)^2] - Q_0 \sum_{h \in H} {\Delta_{h,t}}^2 \right\}$$

$$\xi_j \geqq 0 \, (j = 1, \cdots, m), \, u_h \geqq 0 \, (h \in H) \qquad (6.3)$$

ただし $\Delta_{h,t} = y_h - \sum y_{hj,t} \xi_j + u_h$ で β_j, Q_0 は正定数。

iii. 各 j 部門はまず次の部門的利潤最大化《ミクロ・モデル》を解く。すなわち

$$\max \{ \sum_{s \in S_j} \pi_{s,t} x_s - Q \sum_{s \in S_j} {\Delta_{s,t}}^2 \}$$

$$x_s \geqq 0, \, v_s \geqq 0 \, (s \in S_j). \qquad (6.4)$$

ただし $\Delta_{s,t} = (q_{hs} - a_{hs})(x_{s,t} \xi_{j,t+1} - x_s) + v_s$ で Q は正定数。

この解 $\hat{x}_{s,t+1}$ をもとに予備的純需給量 $\hat{y}_{hj,t+1}$ を(6.2)第1式と同様にして計算し，それを計画当局に伝達する(情報流量 nm)。さらに，前ラウンドでえられた $x_{s,t}$ とこの $\hat{x}_{s,t+1}$ とをそれぞれ $1-\gamma, \gamma \, (0 < \gamma < 1)$ の比重で加重平均して，$x_{s,t+1}$ を形成する。すなわち

$$x_{s,t+1} = (1-\gamma) x_{s,t} + \gamma \hat{x}_{s,t+1}. \qquad (6.5)$$

iv. 計画当局は需給法則により，評価係数を改訂し，さらに(6.5)式と同様な修正を行なう。すなわち α を正定数として

$$\hat{p}_{h,t+1} = \max \left\{ 0, p_{h,t} + \alpha Q \left(y_h - \sum_{j=1}^{m} \hat{y}_{hj,t+1} \right) \right\}, \quad h \in H, \qquad (6.6)$$

$$p_{h,t+1} = (1-\gamma) p_{h,t} + \gamma \hat{p}_{h,t+1}, \quad h \in H. \qquad (6.7)$$

そして，この $p_{h,t+1}$ を各部門に伝達する(情報流量 nm)。

以上の集計－分計調整プロセスは，分解原理(問題分割)，逐次無制約最適化法(制約条件の目的関数へのたたきこみ)，勾配法(評価の需給法則による改訂法)，ゲーム論的混合戦略形成法(プロセスの安定化法)などを結合することによって定式化されている。このプロセスは，有意であり定常解は最適解を与える。さらに特記すべきは，初期モデルの最適解が一意的で，プロセス・パラメータが条件

$$\alpha < \frac{2}{Q/Q_0 + m} \quad \text{または} \quad \gamma < \frac{2}{\alpha (Q/Q_0 + m)} \qquad (6.8)$$

をみたすときには，プロセスが局所的収束性を有することである[24]。またマクロ均衡化乗数の作用と制約条件のたたきこみとによって，プロセスは最初の数ラウンドで反復近似解を最適解に近づけると期待されよう。ところが，このプロセスでは，第1に，(6.3)，(6.4)式をみればわかるように計画当局は分計的な制約量とすべての財の評価係数とを取扱わなければならない，第2に，各部門は2度にわたって分計的な純需給量を報告する必要がある(したがって情報流量も多い)。もちろん，これらの難点を解決するような集計－分計調整プロセスを構成することはできるが[25]，そのときには今度は局所的収束性さえ数学的には保証されない。しかし，斉合的プロセスについての議論を援用すれば，こうした場合を含めて集計－分計調整プロセスを最初の1，2ラウンドでのみ用い，後は各部門間の相互の情報交換によって各部門が分計的なミクロ量を自律的に決定するプロセスに移行することが考えられる。この構想の成否は各マクロ均衡化乗数 $\xi_{j,t}$ が急速に安定化する(1に近接する)かどうかにかかっている。しかし既述の問題点およびこの点にたいしてより立入って理論的かつ実験的に検討することは本稿では今後の課題とされる[26]。

22) [18]，[23] 参照。

23) 以下は [11；pp. 308–316] に若干の再解釈を施したものである。

24) [11] の Теорема П. 4. 1 と Теорема П. 5. 1 とを適用することによってただちにここでのプロセスの有意性と局所的収束性とをうる。

25) [18]，[23]，[11]。

7. 結　　語

以上短期計画編成の集計－分計手続きについて，斉合的調整プロセスから最適調整プロセスへと辿ることによってその1側面を考察してきた。この作業を通じて次の諸点を確認することができる。第1に，合目的的な集計－分計調整プロセスは，従来の社会主義価格論の主要な潮流，すなわち生産価格＝最適価格論を形成する流れと斉合的にリンクされうる。第2に，2–レベル集計－分計調整プロセスから1–レベルの分権的な調整プロセスへと移行することは短期計画化にとって妥当なものであり，計画当局のマクロ的決定と各個別単位のミクロ的決定とを共に急速に安定化させるのみならず，マクロ的安定性を損うことなく各個別単位がミクロ面の合理的な最終決定を自主的に行なうことを可能にする。この点は周知の Brus の《分権モデル》構想を基礎づけるものだといえよう[27]。第3は，解析的な保証の不十分性は，必ずしもプロセスを不合理にするものではないこと，および経済的，現実的見地からみて妥当なプロセスをまず構成する方法態度が重要だということである。

しかし，われわれの考察は，第1に伝統的プロセスの種々のヴァリアントとそれらに対応する集計－分計調整プロセス[28]，第2に1–レベルの集計－分計調整プロセス[29]，などの検討を含んでいないという点において不十分なものである。これらの問題領域の検討は別の機会に譲らざるをえない。　　　（一橋大学経済研究所）

数学付録

1. (P 1) の証明。プロセス $\mathscr{S}$ については，$\boldsymbol{x}_t>\boldsymbol{0}$ とすれば，仮定より $\boldsymbol{pA}<\boldsymbol{p}$ だから次式をうる。すなわち

$$a_t=\boldsymbol{pAx}_t/\boldsymbol{px}_t<\boldsymbol{px}_t/\boldsymbol{px}_t=1;\ a_t<1.$$

プロセス $\mathscr{M}$ についてはまず記号を次のように定める。

$$\tilde{\boldsymbol{A}}=(a_{ij}),\ \ \hat{\boldsymbol{P}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{p}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{p}_m\end{pmatrix},\ \ \hat{\boldsymbol{X}}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{x}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{x}_m\end{pmatrix}.$$

$$\boldsymbol{e}_m=(\underset{(1)}{1},\cdots,\underset{(m)}{1}),$$

このとき

$$\boldsymbol{e}_m\tilde{\boldsymbol{A}}_t=\boldsymbol{e}_m\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_t(\hat{\boldsymbol{P}}\hat{\boldsymbol{X}}_t)^{-1}=\boldsymbol{pA}\hat{\boldsymbol{X}}_t(\hat{\boldsymbol{P}}\hat{\boldsymbol{X}}_t)^{-1}$$
$$<\boldsymbol{p}\hat{\boldsymbol{X}}_t(\hat{\boldsymbol{P}}\hat{\boldsymbol{X}}_t)^{-1}=\boldsymbol{e}_m;$$
$$\|\tilde{\boldsymbol{A}}_t\|\equiv\max_j \textstyle\sum_i a_{ij,t}<1.$$

以上よりプロセス $\mathscr{S}, \mathscr{M}$ のマクロ・バランスはともに $\boldsymbol{x}_0>\boldsymbol{0}$ であれば必らず各ラウンドにおいて一意正数解をもつ。

2. (P 2) の証明。プロセス $\mathscr{S}$ は定義により

$$\boldsymbol{x}_{t+1}=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{px}_{t+1}/\boldsymbol{px}_t)\boldsymbol{x}_t+\boldsymbol{y} \qquad \text{(a. 1)}$$

と表現しうる。次の記号を導入する。

$$\hat{\boldsymbol{p}}=\mathrm{diag}\{p_1,\cdots,p_n\},\ \ \boldsymbol{e}=(\underset{(1)}{1},\cdots,\underset{(n)}{1}),\ \ \boldsymbol{w}_t\equiv\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{x}_t/\boldsymbol{px}_t.$$

(a. 1) 式に $\hat{\boldsymbol{p}}$ を乗じ，さらに $\boldsymbol{px}_{t+1}$ で除すと

$$\boldsymbol{w}_{t+1}=\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{p}}^{-1}\boldsymbol{w}_t+\boldsymbol{py}/\boldsymbol{px}_{t+1} \qquad \text{(a. 2)}$$

をうる。(a. 1) 式に左から $\boldsymbol{p}$ を乗じて $\boldsymbol{px}_{t+1}$ を求め，それを上式に代入すると ($1=\boldsymbol{ew}_t$ に注意)

$$\boldsymbol{w}_{t+1}=\bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{w}_t+(\boldsymbol{py})^{-1}\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{y}\cdot(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}\bar{\boldsymbol{A}})\boldsymbol{w}_t$$

をうる。ただし $\bar{\boldsymbol{A}}=\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{p}}^{-1}$. したがって，

$$\boldsymbol{M}=\bar{\boldsymbol{A}}+(\boldsymbol{py})^{-1}\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{y}\cdot(\boldsymbol{e}-\boldsymbol{e}\bar{\boldsymbol{A}})$$

とおくと

$$\boldsymbol{w}_{t+1}=\boldsymbol{Mw}_t=\cdots=\boldsymbol{M}^{t+1}\boldsymbol{w}_0 \qquad \text{(a. 3)}$$

をうる。$\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}, \boldsymbol{p}>\boldsymbol{pA}$ より $\bar{\boldsymbol{A}}\geqq\boldsymbol{0}, \boldsymbol{e}>\boldsymbol{e}\bar{\boldsymbol{A}}$. したがって $\boldsymbol{y}>\boldsymbol{0}$ に注意すると $\boldsymbol{M}>\boldsymbol{0}$. 一方 $\boldsymbol{e}\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{y}=\boldsymbol{py}$ であることを考慮すれば，容易に $\boldsymbol{eM}=\boldsymbol{e}$ をうる。すなわち $\boldsymbol{M}$ は正マルコフ行列である。それゆえ $\boldsymbol{w}_0>\boldsymbol{0}\,(\boldsymbol{x}_0>\boldsymbol{0})$ のとき $\boldsymbol{w}_t$ は一意的に $\boldsymbol{w}^*>\boldsymbol{0}$ に収束する。このとき $\boldsymbol{p}>\boldsymbol{0}$ に注意すれば $\boldsymbol{x}_t\to\boldsymbol{x}^*\,(t\to\infty)$ が成立する。

3. (P 3) の証明。まず記号を定める。

$$\boldsymbol{X}=\mathrm{diag}\{X_1,\cdots,X_m\},\ \ \boldsymbol{Y}=[Y_1,\cdots,Y_m],$$
$$\boldsymbol{\zeta}=[\zeta_1,\cdots,\zeta_m].$$

プロセス $\mathscr{M}$ の t ラウンドのマクロ・バランスの解法に伝統的プロセスを適用した場合の $\boldsymbol{\zeta}_t$ の τ 近似解 $\boldsymbol{\zeta}_t{}^{(\tau)}$ は次式で定義される。すなわち

$$\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{\zeta}_{t+1}{}^{(\tau)}=\tilde{\boldsymbol{A}}_t\boldsymbol{X}_t\boldsymbol{\zeta}_{t+1}{}^{(\tau-1)}+\boldsymbol{Y}. \qquad \text{(a. 4)}$$

ただし $\zeta_{i,t+1}{}^{(0)}=1, \zeta_{i,t+1}{}^{(\tau)}=\zeta_{i,t+1}\,(i=1,\cdots,m)$ とする。$\boldsymbol{\varepsilon}_t=\boldsymbol{x}_t-\boldsymbol{x}^*, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t=\boldsymbol{\zeta}_t-\boldsymbol{e}_m'$ (プライムは転置をあらわす) とおくと $\boldsymbol{x}_t$ と $\boldsymbol{x}^*$ の定義により次式をうる ($\hat{\boldsymbol{X}}\boldsymbol{e}_m'=\boldsymbol{x}$ に注意)。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}&=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_t\boldsymbol{\zeta}_{t+1}+\boldsymbol{y}-(\boldsymbol{Ax}^*+\boldsymbol{y})\\&=\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_t(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}+\boldsymbol{e}_m')-\boldsymbol{Ax}^*\\&=\boldsymbol{A\varepsilon}_t+\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{X}}_t\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}.\end{aligned} \qquad \text{(a. 5)}$$

一方，$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}{}^{(\tau)}$ は，$\boldsymbol{e}_m'=\boldsymbol{X}_t{}^{-1}\hat{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{x}_t, \boldsymbol{Y}=\hat{\boldsymbol{P}}(\boldsymbol{x}^*-\boldsymbol{Ax}^*)$ であることに注意すれば，(a. 4) 式を用いて次のように表せる。すなわち

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}{}^{(\tau)}=\boldsymbol{X}_t{}^{-1}\{\tilde{\boldsymbol{A}}_t\boldsymbol{X}_t\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}{}^{(\tau-1)}+\tilde{\boldsymbol{I}}(\bar{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{I})\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\varepsilon}_t\}. \qquad \text{(a. 6)}$$

ただし $\tilde{\boldsymbol{I}}=\hat{\boldsymbol{P}}\hat{\boldsymbol{p}}^{-1}, \bar{\boldsymbol{A}}=\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{A}\hat{\boldsymbol{p}}^{-1}$。約束により $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}{}^{(\tau)}=\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}$, $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}{}^{(0)}=0$ だから，上式で反復代入を繰り返すことによって

$$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t+1}=\boldsymbol{X}_t{}^{-1}\Big(\sum_{k=0}^{\tau-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_t{}^{\kappa}\Big)\tilde{\boldsymbol{I}}(\bar{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{I})\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\varepsilon}_t \qquad \text{(a. 7)}$$

---

26)　[11] は経験的には最適集計－分計調整プロセスは他の最適プロセスよりも遅くなったことはないと述べているが，実験結果の記述は不明瞭である。

27)　このような移行をおこなわないときには，集計－分計調整プロセスが集権的に閉じられると考えることも可能である。この場合は，集計－分計調整プロセスは《集権モデル》を「改善」する用具として位置づけられる。Дудкин 等のこの点に関する議論は曖昧である ([11; pp. 11–13])。

28)　伝統的プロセスの非線型化と動学化については [2] 参照。また [11] には集計－分計調整プロセスの多様なヴァリアントが含まれている。

29)　本稿で示した 2–レベルプロセスはすべて 1–レベルに修正されうる ([11] 参照)。

をうる。(a. 5)式に $\hat{\boldsymbol{p}}$ を乗じて上式を代入すると

$$\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\varepsilon}_{t+1}=\left[\bar{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{A}}\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{X}}_t\boldsymbol{X}_t^{-1}\left(\sum_{k=0}^{\tau-1}\tilde{\boldsymbol{A}}_t^{\kappa}\right)\tilde{\boldsymbol{I}}(\bar{\boldsymbol{A}}-\boldsymbol{I})\right]\hat{\boldsymbol{p}}\boldsymbol{\varepsilon}_t. \tag{a. 8}$$

[ ]内の部分を $\boldsymbol{L}$ とおく。$\|\boldsymbol{L}\|<1$ であれば，$t\to\infty$ のとき $\boldsymbol{x}_t\to\boldsymbol{x}^*$ である。さて，容易に確かめられるように $\|\hat{\boldsymbol{p}}\hat{\boldsymbol{X}}_t\boldsymbol{X}_t^{-1}\|<1$, $\|\tilde{\boldsymbol{I}}\|=1$. それゆえ

$$\|\boldsymbol{L}\|\leqq\|\bar{\boldsymbol{A}}\|+\|\bar{\boldsymbol{A}}\|\left(\sum_{k=0}^{\tau-1}\|\bar{\boldsymbol{A}}\|^k\right)(\|\bar{\boldsymbol{A}}\|+1)$$

$$=\frac{\alpha}{1-\alpha}(2-\alpha^{\tau}-\alpha^{\tau+1})\quad ただし\ \alpha=\|\bar{\boldsymbol{A}}\|. \tag{a. 9}$$

$\boldsymbol{pA}<\boldsymbol{p}$ より $\alpha<1$ である。したがって，$\tau\to\infty$，すなわちマクロ・バランスで厳密解を求める場合には，$\alpha^{\tau}\to 0$ だから，$\boldsymbol{x}_t\to\boldsymbol{x}^*(t\to\infty)$ の十分条件は $2\alpha(1-\alpha)^{-1}<1$ である。すなわち

$$\|\bar{\boldsymbol{A}}\|=\max_k\sum_h p_h a_{hk} p_k^{-1}<\frac{1}{3};\ \boldsymbol{pA}<\frac{1}{3}\boldsymbol{p}.$$

$\tau=1$ のときの十分条件は $\alpha(2-\alpha-\alpha^2)(1-\alpha)^{-1}<1$ を α について解けば与えられる。すなわち

$$\|\bar{\boldsymbol{A}}\|<\sqrt{2}-1\approx 0.41;\ \boldsymbol{pA}<(\sqrt{2}-1)\,\boldsymbol{p}.$$

文献

[1] Архангельский, Ю. С., Вахутинский, И. Я., Дудкин, Л. М. и др., Численные исследования методов итеративного агрегирования для решения задачи межпродуктового баланса, 《Автоматика и телемеханика》, No. 7, 1975.

[2] Багриновский, К. А., Основы согласования плановых решений. М., 1977.

[3] Белкин, В. Д., Экономические измерения и планирование. М., 1972.

[4] Вахутинский, И. Я., Дудкин, Л. М., Щенников, Б. А., Итеративное агрегирование в некоторых оптимальных экономических моделях, 《Э. М. М.》, вып. 3, 1973.

[5] Вахутинский, И. Я., Каспарсон, В. А., Доказательство сходимости модифицированных процессов итеративного агрегирования для матриц с малой нормой, 《Э. М. М.》, вып. 4, 1977.

[6] Демиденко, Н. А., Применение метода итеративного агрегирования к расширенной модели межотраслевого баланса, 《Э. М. М.》, вып. 3, 1977.

[7] Дудкин, Л. М., Система расчетов оптимального народнохозяйственного плана. М., 1972.

[8] Дудкин, Л. М., Иванков, С. А., Экономическая и геометрическая интерпретация процесса итеративного агрегирования, 《Э. М. М.》, вып 2, 1975.

[9] Дудкин, Л. М., Рабинович И. Н., Итеративное агрегирование для натурального межпродуктового баланса, 《Э. М. М.》, вып. 4, 1976.

[10] Дудкин, Л. М., Каспарсон В. А., Обобщенные процессы итеративного агрегирования для решения системы уравнения межпродукового баланса, 《Автоматика и телемеханика》, No. 2, 1979.

[11] Дудкин, Л. М. (ред.), Итеративное агрегирование и его применение в планировании, М., 1979.

[12] Красносельский, М. А., Островский, А. Ю., Соболев, А. В., О сходимости метода однопараметрического агрегирования, 《Автоматика и телемеханика》, No. 9, 1978.

[13] Федоренко, Н. П. (ред.), Система моделей оптимального планирования. М., 1975.

[14] Щенников, Б. А., Блочный метод решения системы ленейных уравнений большой размерности, 《Э. М. М.》, вып. 6, 1965.

[15] Bródy, A., *Proportions, prices and planning*. Amsterdam, 1970.

[16] Johansen, *L.*, *Lectures on macroeconomic planning* (*Part* 2). Amsterdam, 1978.

[17] Kornai, J., "Man-machine planning," *Economics of Planning*, No. 3, 1969, pp. 209-234.

[18] Kuboniwa, M., "On the optimization approach to socialist planning and pricing," *Discussion Paper Series* No. 19. IER Hitotsubashi University, March 1979.

[19] Manove, M., and Weitzman M. L., "Aggregation for material balances," *Journal of Comparative Economics*, March 1978, pp. 1-11.

[20] Montias, J. M., "Planning with material balances in Soviet-type economies," *American Economic Review*, December 1959, pp. 963-985.

[21] Montias, J. M., "The aggregation of controls and the autonomy of subordinates," *Journal of Economic Theory*, June 1977, pp. 123-134.

[22] 岩田昌征『社会主義の経済システム』新評論，1976年。

[23] 久保庭真彰「計画経済への最適化論的接近法」関恒義編『現代の経済学(下)』青木書店，1978年。

[24] 望月喜市「ソ連の経済計画の改善と数学利用」『経済研究』第27巻第2号，1976年。