

要なものになってきており、各種の予測方法の効率や予測力を評価することは、理論的にも実際的にも極めて興味深い主題である。ところで、その場合の経済予測の狙いは、いわば不確実な将来の経済動向に関する「情報」を獲得することであり、予測が有効か否かは、予測のもたらす情報が不確実性の程度をどの位減少させるかにかかっていると見える。そう考えると、ここに、不確実性を測る尺度としての情報概念、とくに「エントロピー」の概念を応用して、予測結果を評価することが示唆されよう。

タイトルの新著は、このような着想にもとづき、主として通信工学と結びついて発展した情報理論における各種の概念を使用して、相対度数ないし構成比の形で表わされる経済諸量を分析しようとするものである。経済分析へ情報概念を適用する試みは、すでに本書の約1年前に刊行された同じ著者の *Applied Economic Forecasting* でなされており、扱かれている分析課題や適用例について、同書と重複するところが多い。本書の力点は、具体的な問題を分析することよりも、むしろ情報理論的分析方法の原理を一般的に解説し、現実のデータに即してそれらの経済的意味づけを行ない、その有効性を検討することにおかれている様である。

本書の構成は、第1章と第2章で経済問題に例をとった情報概念の概説、第3章で情報概念の直接的な応用としての logit function による分析の解説、第4章でエントロピーによる所得不平等度の測定、第5~7章で指数問題と需要関数の測定をめぐる問題の検討、第8~10章で産業の集中度の測定と企業の要素需要関数の設定、投入産出分析でのアグリゲーションの問題、国際貿易パターンの予測の問題等への情報概念の適用が行なわれ、最後の第11章で連続的な情報理論の解説と予測誤差分散の問題への適用が試みられている。さらに、「情報量」が生起確率の対数で定義されることから、附表として、底を2とした対数(bit)と自然対数(nit)の表が付いている。これで理解される様に、本書で扱かれる問題は消費者の行動から企業ないし産業の行動、さらに国際貿易の問題にまで拡がっており、したがって本書の評価も、全体的になされるというよりは、個々の問題への適用と関連づけてなされるべきであろう。以下では、本書の主要な内容を要約しながら、若干の感想を述べることにする。

さてタイトルは本書のはじめで、通常の情報理論のテキストに従って、この理論での中心概念である「情報量」、「情報量の期待値(エントロピー)」を定義し、またそれらの拡充概念として information inaccuracy や infor-

アンリ・タイトル

『経済学と情報理論』

Henri Theil, *Economics and Information Theory*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1967, pp. xxii, 488.

今日、経済予測に関する活動は、企業の経営計画の決定や政府での各種の経済計画の作成のためにますます重

mation contents なる概念をサーベイ・データと関連づけて説明している。いま information inaccuracy をとりあげると、それは $I(A:P) = \sum_i A_i \log(A_i/P_i)$ の形で定義されるものである。ただし A_i は予測すべき構成比(ないし確率)の実際値、 P_i はそれに対応する予測値で、ともに合計したものは1である。この測度は本書全体を通じて平方平均基準 (mean square criterion) に代って予測力の評価基準として用いられているが、相対誤差率が相対的に小さい場合には、この information inaccuracy と平方平均基準との間には次の関係、すなわち $\sum_i A_i \log(A_i/P_i) = \frac{1}{2} \sum_i A_i \varepsilon_i^2$; $\varepsilon_i = (P_i - A_i)/A_i$ が成立することは注目しておくべきことである。

情報概念を経済問題に適用した第1の例として、タイトルはビジネス・サーベイで与えられる質的変数の分析をあげている。具体的には、各企業での生産計画の修正とそれに関連した受注残高や在庫残高の予想のエラーについての、「増加」、「不変」、「減少」とか「過大」、「過少」という質的な形のサーベイ・データに「条件付きエントロピー」の測度を適用して、受注や在庫の予想誤差が生産計画の修正方向に及ぼす効果を数量化するものである。とりあげているドイツの皮革企業の例でみると、在庫や受注に関しての情報がゼロの場合の生産計画の修正方向に関するエントロピーは 0.97 bit、受注予想のエラーに関する情報が与えられた時は 0.75 bit、受注と在庫の両方についての情報がある時は 0.67 bit となり、不確実性の測度であるエントロピーの減少分だけ、関連要因が生産計画の修正方向に作用していることを示している。

情報概念のこのような適用は、質的データを分析し、その情報量を評価するには極めて興味ある方向であり、要因数や各要因のレベルを増やすことによってより一般的なものに拡充できる。ここで問題になるのは、現実のデータから計算されるものが相対度数としての確率であり、したがって計算されるエントロピーが誤差を伴う性質のものだということである。このことは、何らかの形で推定値の有意性を検定する方式が確立されなければならないことを意味する。

このような有意性検定の問題と、要因数や要因レベルをふやすことに伴う推定上の問題を解決するひとつの方法として、タイトルは、logit と呼ばれる統計量を導入し、それに要因分析を加えている。ここで logit というのは、従属変数のレベルが2つの場合、それぞれに含まれる確率 $p, 1-p$ の比の対数、 $L = \log\{p/(1-p)\}$ として定義されるものである。先のサーベイ・データについての logit

要因モデルを定式化すると、 f_{jk} = 受注の予想エラーが j レベルで在庫のそれが k レベルの時に、生産計画をプラスの方向に修正する確率として、 $L_{jk} = \log\{f_{jk}/(1-f_{jk})\} = \alpha + \beta_j + \gamma_k + u_{jk}$; $E(u_{jk}) = 0$, $E(u_{jk}^2) = 1/\{n_{jk}f_{jk}(1-f_{jk})\}$ となる。ここで β_j, γ_k はそれぞれ対応する要因レベルの logit、 n_{jk} は対応する要因レベルに含まれる標本数である。これから、説明要因の logit に交互作用がないとすると、 u_{jk} の分散の相違を考慮したウェイト付きの回帰分析によって $(j+k-1)$ 個のパラメーターを求めれば、 $(j \times k)$ 個の f_{jk} の推定値が与えられ、したがって対応するエントロピーが推定できることになる。

この様な logit 変換の方法は、一般化すれば回帰分析の特殊な場合として、従属変数が質的なものを表わし、あるいは従属変数のとりうる値の範囲が限定されている場合の推定方法であり、いわゆる probit 変換の方法と比較されるものである。後者が正規分布にもとづいた変換を行なうのに対して、logit 分析は logistic function を想定するという違いはあるが、両者は極めて類似しており、しかも変換の意味づけや推定パラメーターの個数が少ないことを考えると、logit 変換の方が優れているといえる。ただ logit 分析を行なうためには、あらかじめ従属変数となる相対度数をどの位のサイズの要因レベルで推定するかを決めておかなければならない。そこでタイトルは、いくつかのシミュレーション実験によって、要因レベルの相違が推定値にどう影響するかを検討している。そこでの結論がどの程度一般化できるかは、さらに現実データにもとづいて評価されなければならない。

以上の様な質的データへの一般的な適用例の説明に続いて、タイトルは、情報概念が経済問題の特殊な分野にも適用されることを論じている。そのひとつが、エントロピー概念を用いた分布特性の測定である。

いま所得の階層別分布を例にとり、 y_i によって N 人の総所得に占める第 i 番目の人の所得構成比とすると、所得の不均等度の測度は、分配が全く均等に行なわれた時の分布のエントロピー、 $\log N$ と現実の分布のエントロピーの差、すなわち $\log N - \sum_i y_i \log(1/y_i) = \sum_i y_i \log(y_i/y_i')$ として与えられる。ただし $y_i' = 1/N$ 。この測度は、情報理論的に言えば y_i に関するメッセージの information contents に対応するが、同時に、所得分布の不均等度の程度に従ってゼロと $\log N$ の間に分布し、しかも所得分布の不均等度が増すにつれて増大していくことを考慮すると、不均等度の一般的測度としても用いられる。

この測度は、所得分布が離散的な場合だけでなく、特定の連続分布、たとえばパレート分布とか対数正規分布で表現される場合にも適用でき、またパレート型のもとの異なり、全てのプラスの所得を扱いうるという点でよりオペレーショナルなものである。さらにこの測度を用いて好都合なことは、ジニ係数などとは異なって全体の不均等度をグループ別に分割できることである。たとえば全国の所得分布(較差)を測定する問題では、全国ベースのエントロピーを地域間(between class)の部分と地域内(within class)の部分に分割することができ、また地域間の部分についてはそれを再分割し、人口移動の要因と所得較差要因の相対的重要性を定量化することも可能である。

産業集中の測定については、タイトルはアメリカの自動車工業を例にとりて GM, Ford, Chrysler, その他の4つのグループの生産集中度の変化を測定している。この場合の集中度の測度は、所得分布の場合とは異なって、マーケット・シェアに関するエントロピーそのもので定義されている。これは、グループ間のエントロピーを取扱う場合に、所得分布では1人当りの水準が問題となるのに対して、産業集中の場合にはグループ間の絶対的シェアそのものが関心事となっているからである。

以上の適用例からも理解される様に、情報理論の概念はシェアの形で表わされる経済変量の特徴づけるのに極めて有効なものである。それ故この様な接近方法は、シェアの形で表現される他の経済諸量の分析にも拡充してゆくことができる。消費者行動に注目すれば、需要分析の対象となる予算配分(budget share)、企業活動や貿易面で考えれば、投入産出表での需要構成や投入構成、地域連関分析での交易係数、などがそれである。これらはいずれも、それぞれが non-negative で総和は1という確率変数の要件を満足している。

そこで、タイトルは、本書の第5~7章にわたって需要分析への情報理論的接近を試み、予算配分の変化率のチームでスペシファイされた需要関数の予測力やそれに密接な関連を持つ指数算式の問題を論じている。まず第6章では、スルツキー方程式の導出過程とほぼ同じステップのもとに、予算制約式と効用極大の条件から需要理論の基本行列方程式を導出し、それにもとづいて所得効果や価格効果の性質や preference が完全に独立な場合と特定の財ブロック間で独立な場合との需要関数のスペシフィケーションの相違などを詳細に論じている。併せて、需要関数でデフレーターとして用いられる価格指数についての原子論的説明と関数論的議論が展開されている。

次いで第7章では、オランダ経済のデータにもとづいてブロック間の preference の独立性を想定した需要関数を計測し、その予測力を information contents で評価している。予算配分 w_i の予測値を \hat{w}_i とすると、この場合の information contents は $I(w_i; \hat{w}_i) = \sum_i w_i \log(w_i/\hat{w}_i)$ である。この値が大きいとすると、 w_i で得られる事後のメッセージと \hat{w}_i での事前メッセージの相違が大きくなることであり、したがって予測精度は著しく低いことになる。逆の場合は以上の議論は逆になる。オランダ経済での計測例では戦前、戦後別に主要な4つの商品グループ毎の $I(w_i; \hat{w}_i)$ が比較されているが、総じて価格と所得を説明変数とする需要関数で最も少なく、所得のみ情報を用いた場合と前期の予算配分 w_{i-1} をそのまま外挿した場合の結果にはそれほど差が生じないことが示されている。

時点間や地域間の価格や数量を比較するための指数算式について、タイトルが第5章で提案する指数は、形式的にはフィッシャーの提案した指数と同じであり、価格指数で言えば、価格比の対数を比較される2時点ないし2地域の平均の予算配分比で加重したものである。この算式の利点は、それが「真の生計費指数」の2次近似であることと、この価格指数の2次のモーメントで測られる「ちらばり」の測度が情報概念で評価できることである。

投入産出分析への情報理論的接近では、はじめに、中間需要予測でのアグリゲーション・エラーの問題が一般的に定式化され、ついで、部門別の需要構成に関する information contents によってアグリゲーションの方法の効率が評価できることを論じている。この場合の information contents は、アグリゲーション前では、 $I = \sum_i \sum_j p_{ij} \log(p_{ij}/\hat{p}_{ij})$; $\hat{p}_{ij} = p_i \cdot p_j$ アグリゲーションが行なわれた後では $I_0 = \sum p_{gh} \log(p_{gh}/\hat{p}_{gh})$; $\hat{p}_{gh} = p_g \cdot p_h$ で表わされる。ここで p_{ij} は中間需要合計に占める (i, j) フローの構成比、 p_{gh} はアグリゲート後の (g, h) フローの構成比である。また $\hat{p}_{ij}, \hat{p}_{gh}$ はそれぞれ投入比率と産出比率の独立性を仮定した場合の p_{ij}, p_{gh} の予測値である。

ところで上の2つの information contents の間には、 $I_0 \leq I$ の関係があり、両者のギャップは、アグリゲーションにもとづく投入及び産出の異質性を測る information contents である。そこでこの関係を考慮に入れると、投入、産出の異質性に関する情報量をできるだけ小さくすることが最適のアグリゲーションの基準となる。

最後に国際貿易の分析へ情報概念を適用することを考えてみよう。ここでの問題は、各地域の輸出、輸入の合

計が分かっている時地域間の貿易量ないし貿易係数をどう予測するか、である。そのためにタイルが用いる方法は2段階情報予測 (two stage information forecasts) である。具体的にはまず第1段階で過去の貿易パターンの特徴がそのまま維持されると仮定した場合の貿易パターン y'_{ij} を求め、ついで行和や列和に関する条件を満足しながら、 y'_{ij} と予測値 \hat{y}_{ij} とのギャップ (これは \hat{y}_{ij} に関する information inaccuracy で測られる) を最小にする様に y'_{ij} を修正して \hat{y}_{ij} を求めようとするものである。この方法は information inaccuracy を平方平均基準で近似させた時、いわゆるステファン法 (Stephan method) に対応するものである。またストーンによって投入係数を修正する方法として提案された RAS 法とも類似したものである。明らかにタイルの方法は国際貿易の問題に限定されるものではなく、他の問題、たとえば投入係数の修正や地域産業連関モデルでの地域間の交易パターンの予測の問題にも応用することができる。

以上が本書の概要である。これらを総合すると、経済分析への情報概念の適用のタイプとして、2つのものを区別することができよう。ひとつは予測力の評価基準としての情報概念の利用であり、他のひとつは分析ないし予測の方法としての利用である。前者に関しては、とくに information inaccuracy の測度は、全体的な予測精度を測るものとして、極めて有用な概念であろう。また従来必ずしも十分に試みられなかった質的変数の関係分析にとって、条件付きエントロピーの概念は魅力的な分析概念である。それに反して予測方法としての利用にはいろいろの問題が含まれていると考えられる。たとえば、地域間の貿易パターンを予測するための2段階情報予測法をとりあげると、これは貿易パターン決定での経済的要因を何ら考慮していない。この問題については、われわれはまず第1に、各地域での需要、供給、価格等を考慮した国際貿易のモデルを設定し、その推定を試みるべきであろう。その意味では、本書によって、情報理論の経済分析に対する実質的貢献について結論をくだすことは、時期尚早というべきであろう。〔木下宗七〕