

E・マランヴォー

『計量経済学の統計学的方法』

E. Malinvaud, *Statistical Methods of Econometrics*, Translated by Mrs. A. Silvey. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1966, pp. x, 631.

この本の仏語原書の書評はすでに Nerlove (*The American Economic Review*, Sept. 1964) 及び F. Fisher (*Econometrica*, April 1965) によって書かれており、夫々最大級の賛辞を呈している。Nerlove の書評はこの本の全般に亘って詳しく紹介しているのでここでは総括的な事は省いて断片的な感想を主にのべる。

この本の最大の特徴は今迄に表れた econometrics の教科書に比べて econometrics の理論及び regression

analysis の理論に関する問題をはるかに多く取上げ解説しているということである。例えば最少自乗法の asymptotic normality の証明, 同じくその decision theory の立場からの評価, convergence in probability に関する便利な附加章, spectral analysis の説明等は従来の econometrics の教科書に見られぬものである。従ってこの書はエンサイクロペディア的色彩を持つ。econometrician の遭遇する大方の理論的問題は多かれ少かれこの書のうちにふれられていると見て間違いない。もとよりそれらの問題のすべてをこの書の説明によってのみ完全に理解することは期待出来ぬが、読者はかかげられている豊富な文献に直接当たって更に深く研究する便を与えられる。後に挙げる様にオミットされている重要な論文もいくつかあるが、読者は常にすでに引用されている論文の文献から連鎖的に広範囲の文献に通ずることが出来るものである。

数理統計学に関するこの書の説明は概して難解である。容易性よりも厳密性を重んじている。このことに関して著者は英訳本の序文において数学的素養のあるフランス人読者を対象として書いた為に数学的説明がしばしば難解になり経済学的説明がいささか冗長になったかも知れぬと断っている。説明の中に数学的に高級な undefined term が数々現われる。それは特に Part 4 の time series analysis の基礎において顕著である。例えば spectral representation が説明されているが、確率変数、スチルチェス積分の定義は省略してある。従って経済学者の多くは数学及び統計学の参考書を参照しつつこの書を読む必要がある。かくいうのはこの書を非難する為ではない。Gibbons の言う如く、“The power of instruction is seldom of much efficacy except in those happy dispositions where it is almost superfluous.” である。

ただ geometry を導入する為に一部の読者には特に説明がわかりにくくなるという難はある。又 notation も改良の余地があると思う。matrix で押し通せるところにもあえて \sum 記号を使って subscript をふやしていることがしばしばある。

さて次に個々の問題点に間するコメントに移ろう。

3章と6章は夫々1変数と多変数の regression における諸条件下の最小自乗法の性質について論じているのであるが、その条件のうちで77頁と174頁に外生変数の sample moment が sample size と同速度で増加するという条件があり、後の asymptotic normality 及び consistency の証明に必ず使われている。しかしこれ

は著者も78頁に断っている通り必要以上に restrictive であるから、初めからより一般的な仮定で押し通した方が良いと思われる。

同じく3章の89頁にCramérに従って、最小自乗法は residual が normal の場合にはすべての“regular” unbiased estimator の中で最小の variance を持つという定理が証明なしでのべられているが、この“regular”たることの必要はない。(C. R. Rao, *Linear Statistical Inference and Its Applications*, John Wiley, 1965, p. 258 を参照せよ)。

しかし asymptotic efficiency に関しては著者の様に asymptotic に minimum variance を持つものと定義すると何らかの意味で“regular”な estimator 群の中で考えねば意味をなさなくなる。従って autoregression における最小自乗法の漸近的性質に関する452頁の Theorem 1 は Mann and Wald (*Econometrica*, 1943) の定理を誤って引用している。同頁の脚註に Durbin (*Journal of the Royal Statistical Society*, 1960) が asymptotic efficiency を証明しているというのも Malinvaud の定義のままでは誤りである。asymptotic efficiency の概念は甚だ難解なものであり様々の定義法がある。これに関しても前述の Rao の著書の283頁に始る部分に詳細な解説がある。

5章は regression analysis の幾何学的説明として独自の価値をもっている。ここでは random vector の concentration ellipsoid すなわち, covariance matrix A が与えられた時のそれに対応する集合 $Q_A = \{x : |x'y| \leq 1 \text{ for every } y \text{ such that } y'Ay \leq 1\}$ が定義されており、以後の議論に度々使われている。 Q_A が Q_B を包含することは A が B よりも matrix の意味で大きいということと同義である。多くの読者には後者の概念の方が使い易いのではないかと思う。幾何学的思考に馴れることも価値あると思うが、かえってその為に説明がわかりにくくなると思われる箇所があるのも事実である。

6章の195~197頁間に通常の仮定、すなわち regressor が non-stochastic であり residual が independent, identical である場合の下における最小自乗法の asymptotic normality が証明されている。しかも3rd moment の仮定を必要とせぬ Lindberg の central limit theorem を使った証明であり、この本の他の econometrics の教科書に比しての数学的高等性を示している。この証明に使われる Lindberg の central limit theorem 及びその様々な有益な変型が212~214頁間の appendix に紹介もしくは証明されている。これらの部

分は大変有益であると思う。ただ、前にも述べた様な外生変数の moment に関する仮定を緩和した場合どうなるかということが 198 頁に簡単に指適してあるにすぎないこと、及び上の証明が最も一般的な multiple regression model に関してなされたために notation が煩雑になったことが惜しまれる。

最小自乗法の asymptotic normality の証明は上記の通常モデル (regressor non-stochastic, residual independent) の場合に限られている。residual が serially correlated の場合については 13 章 426~428 頁間に前述の外生変数のモーメントに関する仮定下に consistency のみを証明している。asymptotic normality に関しては 428 頁に数行をもってその証明が可能なることを記してある。この書には引用されていないが、この場合の asymptotic normality は Hannan, "A Central Limit Theorem for Systems of Regressions," *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1961 に証明されている。autoregression model における最小自乗法の asymptotic normality に関しては 453 頁の Theorem 2 に Mann and Wald (*Econometrica*, 1943) の結果が証明なしに引用されている。しかしこの証明は、ここには引用されていないが、Walker, "The Asymptotic Distribution of Serial Correlation

Coefficients for Autoregressive Processes with Dependent Residuals," *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 1954 の定理を使った方がはるかに容易である。

319~325 頁間の convergence in probability に関する諸定理を証明した appendix は大いに有益である。これらを更に深く研究せんとする読者には Mann and Wald, "On Stochastic Limit and Order Relationships," *Annals of Math. Stat.*, 1943 をすすめる。又前述の Rao の本には種々の convergence の定義及びそれらの間の関係が要領よくのべられている。

14 章の autoregressive models では Malinvaud, "Estimation et prévision dans les modèles économiques autorégressifs," *Revue de l'Institut International de Statistique*, 1961 を基にして autoregression における最小自乗法の small sample properties のモンテカルロ式研究に多くをさいている。

連立方程式モデルに関する説明はほぼ全体の 5 分の 1 を占め、従来の教科書に比して特に目新しいものはない。

以上、断片的な書評であるので、前述の Nerlove の書評と併せ読まれることを望む。

[雨宮 健]