[redacted]

M・ハタナカ

『投入産出分析の可働性』

Michio Hatanaka, *The Workability of Input-Output Analysis*, Fachverlag für Wirtschaftstheorie und Oekonometrie, Ludwigshafen am Rhein, 1960, pp. xxiii+310.

1. はしがき

著者ハタナカ(畑中道夫)氏はかって東北大学経済学部の教職につき，産業連関分析について勝れた研究を行ったのち，プリンストン大学のモルゲンシュテルン教授のもとで研鑽を重ねてきた。

本書は，同大学の Economic Research Program の仕事として，アカデミックな環境のもとで行われてきた数ヵ年にわたる著者の研究の結晶であって，モルゲンシュテルン教授の序文中の言葉を引用すれば，「投入産出分析が提起した広範な問題に本書ほど深く喰い込んだ著作はあまりない」といえる。

著者によれば，ある関係の有用性は，概念の1群に属する事象が与えられると，その概念の他群に属する事象が予測できることにある。そしてまえの群を予測子(predictor)，あとの群を被予測子(predictand)として特定化する。被予測子の集合は，予測子の観察された事象にしたがって，さらに2つの部分集合に分けられる。1つは許容部分集合(admission subset)と呼ばれ，予測子の事象が観察されるときはいつでも，当該関係に歩調を併せて観察することが予期されるような事象から成り立つ。他の部分集合は棄却部分集合(rejection subset)と呼ばれ，許容部分集合に含まれない他のすべての事象から成り立つ。

ここでつぎの3つの場合を区別する。第1は，許容部分集合が空集合の場合，第2は，棄却部分集合が空集合の場合，第3は，許容，棄却両集合とも空集合でない場合がこれである。まえの2つの場合は重要ではないので，これらを除外し，本書では第3の場合だけについて考える。ここで被予測子の観察値を導入する。棄却集合に落ちる観察された事象の頻度と比較して，許容集合に落ちる観察された事象の頻度をあらわすような概念を設定する。この概念が，本書の題名ともなった，関係の可働性(workability of the relationship)といわれるものである。

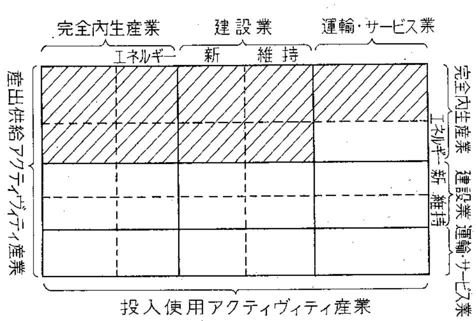
著者は以上のように可働性を一般的に定義してのち，経済学における可働性の検定を明確化する。まず第1の問題は，経済学に特有な観察誤差から起るものである。

経済的な観察値は報告者の経済的な関心に都合のよいような組織的な倚りを持っている。そこで通常の統計検定の際に設けられるような，観察値が平均の周りにランダムに分布するという仮説を用いない。第2の問題は，経済的な観察値は管理実験からえられたものでないということであって，そのために，テストしようと思う関係によっては陽表的に考慮することができないような事象の影響をゼロにすることが困難である。

著者は，このような事情のもとで関係の可働性をできるだけ厳密に定義し，これを現実の投入産出モデルに適用する。

2. 可働性の論理構造

本書の中核を形成する可働性の問題に入るまえに，著者の研究対象となる投入産出モデルについて述べなければならぬ。1947年のアメリカの投入産出表において，まず外生部門としては，通常の如く，家計，政府，純在庫変動，総個人資本形成および外国貿易をとり，残りの部門のうち，農業，製造業，およびエネルギー産業を完全内生産業(entirely endogenous industries)とし，建設業，ならびに運輸・サービス産業をそれぞれ第2グループおよび第3グループに区別する。完全内生産業は30個，第2グループは26個，第3グループは8個の各個別部



門を含む。そこで問題となる投入係数の不変性は図において斜線の部分だけであると考える。

ここでつぎの如く記号を設定する。$i(=1,\cdots,30)$は産出供給アクティヴィティとしての完全内生産業の添字。$j(=1,\cdots,30)$は投入使用アクティヴィティとしての完全内生産業の添字。$h(=1,\cdots,8)$は投入使用アクティヴィティとしての建設業の添字。$k(=1,\cdots,8)$は投入使用アクティヴィティとしての運輸・サービス業の添字。$X_i(t)$または$X_j(t)$ $(i,j=1,\cdots,30)$はt年における完全内生産業のなかの第i番目もしくは第j番目の部門の(1947年価格であらわした)真の実質産出高。$Y_h(t)$ $(h=1,\cdots,26)$はt年における第2グループのなかの第h番目の部門の(1947年価格であらわした)真の実質産出高。$Z_k(t)$ $(k=1,\cdots 8)$はt年における第3グループのなかの部門の(1947年価格であらわした)真の実質産出高。また，$A_{ij}(t)$ $(i,j=1,\cdots,30)$はt年における完全内生部門のなかの第i番目から第j番目の部門への投入係数の真の値。$b_{ih}(t)$ $(i=1,\cdots,30\,;h=1,\cdots,26)$は$t$年における完全内生部門の第$i$番目から第2グループの第$h$番目の産業への投入係数の真の値。$c_{ik}(t)$ $(i=1,\cdots,30\,;k=1,\cdots,8)$は$t$年における完全内生産業のなかの第$i$番目から第3グループの第$k$番目への投入係数の真の値。さらに，$S_i(t)$または$S_j(t)$ $(i,j=1,\cdots,30)$はt年において外生部門が完全内生産業の第i番目もしくは第j番目の部門の生産物を購入した実質合計額の真の値。$T_i(t)$または$T_j(t)$ $(i,j=27,\cdots,30)$はt年において第3グループの各部門が完全内生部門の第i番目もしくは第j番目の部門の生産物を購入した実質合計額の真の値。なお，たとえば$\bar{a}$，$\bar{X}$はa，Xの観察値をあらわし，$\check{X}$は投入産出モデルからえられたXの推定値をあらわす。

そこで投入産出モデルを以上の記号を使ってあらわせばつぎの如くである

$$\text{(3.1)}\quad \check{X}_i(t)-\sum_{j=1}^{30}\bar{a}_{ij}\check{X}_j(t)-\sum_{h=1}^{26}\bar{b}_{ih}\bar{Y}_h(t)-\sum_{k=1}^{8}\bar{c}_{ik}\bar{Z}_k(t)=\bar{S}_i(t)\quad (i=1,\cdots,26)$$

$(i=27,\cdots,30$についても同様の式が成り立つが，ここでは省略する。以下についても同様である。なお式に附した番号は原著の番号であって，以下同様である。)

観察値から真の値を差し引いた残りを$\varepsilon_i(t)$であらわせば

$$\begin{aligned}\text{(3.9)}\quad \varepsilon_i(t)=&[\bar{X}_i(t)-X_i(t)]-[\bar{S}_i(t)-S_i(t)]\\&-[\sum_j\bar{a}_{ij}(t)\bar{X}_i(t)-\sum_j a_{ij}(t)X_j(t)]\\&-[\sum_h\bar{b}_{ih}(t)\bar{Y}_h(t)-\sum_h b_{ih}(t)Y_h(t)]\\&-[\sum_k\bar{c}_{ik}(t)\bar{Z}_k(t)-\sum_k c_{ik}(t)Z_k(t)]\\&\qquad (i=1,\cdots,26)\end{aligned}$$

このεを投入係数変化の総体測度(global measure of the changes in input coefficients)と呼ぶ。

(3.1)式の可働性のテストは2つに分かれる。1つを誤差の大きさに関するテストと呼び，他を誤差の構造に関するテストと呼ぶのであるが，ここでは誤差の大きさに関するテストだけを紹介しよう。

一般的に，いま$0,\cdots,N$時点の実質産出高の真の値をそれぞれ

$$(5.1)\quad \begin{bmatrix} X_1(0) \\ \vdots \\ X_m(0) \end{bmatrix}, \cdots\cdots, \begin{bmatrix} X_1(N) \\ \vdots \\ X_m(N) \end{bmatrix}$$

とし，投入産出モデルによる予測値には各Xに∨をつけて$\check{X}$とし，他の方法による予測値には∧をつけて$\hat{X}$とする。さらに$\bar{X}$をもって観察値をあらわすものとしよう。

いま一定の期間におけるm個の産業の実質産出高についてm次元空間を考え，この空間のうちの$X_i^{(t)}>0\,(i=1,\cdots,m)$の部分空間を$X^{(t)}$であらわす。$X^{(0)},\cdots,X^{(N)}$の各空間について許容部分空間と棄却部分空間とを決定しよう。いま平行座標のなかに積

$$X^{(0)}\cdot X^{(1)}\cdot\cdots\cdots\cdot X^{(N)}$$

を考える。しかしここでは1つの観察値を使ったときの可働性だけを考えよう。この場合$N=0$である。許容部分集合の3つの異った定義を与える。

〔予備〕 $\check{X}_1,\cdots,\check{X}_m(>0)$は予測方式のいかんにかかわりなく，これによってえられた実質産出高の予測値をあらわし，$\bar{X}_1,\cdots,\bar{X}_m$はその観察値をあらわすものとすれば，

$$(5.6)\quad d=\sqrt{\Sigma(\check{X}_i-\bar{X}_i)^2}$$

は$\check{X}$とXとの2点間の距離をあらわす。(Σは$i=1$から$i=m$までの合計，以下同様)dを誤差のユークリッド測度と名づける。この測度に対して，百分比誤差の絶対値の加重平均値

$$(5.7)\quad \frac{\Sigma\left|\dfrac{\check{X}_i-\bar{X}_i}{\bar{X}_i}\right|\bar{X}_i}{\Sigma\,\bar{X}_i}=\frac{\Sigma\,|\check{X}_i-\bar{X}_i|}{\Sigma\,\bar{X}_i}$$

をもう1つの測度として考える。

〔A〕ここでいよいよ3つの許容部分集合の定義に移る。第1はユークリッド測度による許容部分集合の定義である。実質産出高に対するm次元ユークリッド空間$X^{(0)}$において，$\check{X}$を投入産出モデルによってえられた予測値，$\bar{X}$をその観測値，$\hat{X}$を総体モデルによる予測値とする。$X_i>0$であって

$$(5.8)\quad \Sigma(\hat{X}_i-X_i)^2\geq\Sigma(\check{X}_i-X_i)^2$$

の条件を満足するXの点集合が許容部分集合であるが，この式は

$$(5.10)\quad \Sigma(\check{X}_i-\hat{X}_i)\left(X_i-\frac{\check{X}_i+\hat{X}_i}{2}\right)\geq 0$$

となる。Xの余集合が棄却部分集合であることはいうまでもない。

〔B〕 つぎには百分比誤差の絶対値の加重平均による許容部分集合を考える。いま

$$(5.14)\quad \mathrm{Max}(\hat{X}_i,\check{X}_i)\geq X_i\geq \mathrm{Min}(\check{X}_i,\hat{X}_i)$$

を満足するような点Xから成る領域を考え，これを領域Pと呼ぶ。Pのなかの任意の点は$X_i>0$を満足する。そこで投入産出モデルのなかの予測誤差は総体モデルの予測誤差よりも大きくないという条件を満足するような観察された実質産出高$X(>0)$の集合を許容部分集合と定義すれば

$$(5.12')\quad \Sigma\,|\hat{X}_i-X_i|\geq\Sigma\,|\check{X}_i-X_i|$$

となる。この式の等号だけが成立するような条件を満足する点は$\check{X}$と$\hat{X}$の間の中点であることは容易に証明される。Aを領域Pのなかの点集合とし，しかも(5.12′)式の等号だけの条件を満足するものとすれば，Aのなかのすべての点は

$$\Sigma\,|\check{X}_i-X_i|=\Sigma\left|\frac{\check{X}_i-\hat{X}_i}{2}\right|$$

に等しく，また領域Pのなかでは

$$\Sigma\,|\hat{X}_i-X_i|=\Sigma\left|\frac{\check{X}_i-\hat{X}_i}{2}\right|$$

に等しいことが証明できる。(pp. 162)

〔C〕 大多数の規則による許容部分集合と著者が呼ぶものであって，問題は投入産出モデルと総体モデルとのいずれが大多数の産業の実質産出高を予測するのにより勝れているかということである。この場合の許容部分集合は

$$(5.19)\quad \sum_{i\varepsilon S_1}X_i\geq\sum_{i\varepsilon S_2}X_i$$

を満足する$X(>0)$の点集合である。ただしS_1は

$$|\check{X}_i-X_i|\leq|\hat{X}_i-X_i|$$

の条件を満足するiの集合であり，S_2は

$$|\check{X}_i-X_i|>|\hat{X}_i-X_i|$$

の条件を満足するiの集合である。

3. む す び

以上が著者の可働性に関する論理構造の骨子である。これを1947年のアメリカの投入産出モデルに適用した結果について批判する余白を持たないのは遺憾である。可働性の論理構造について著者が用意周到な展開を示していることはすでに明らかであろう。われわれは，これを批判することよりも，むしろより多くのものを本書から学びとることができる点を強調しておこう。

〔山　田　　勇〕

[redacted]