産業連關分析におけるアグリゲーションの經濟的意味について

山　田　　勇

1　はしがき

部門のアグリゲーションの問題は，産業連關表を作成する場合にも，またこれを利用する場合にも，あらかじめ理論的，實證的に検討しておかねばならぬことがらである。

しかし，現在までにわかったアグリゲーションの條件は，アグリゲーションの前後において，リパーカッションの効果が變化しないという數學的條件であって[1]，これは餘りにも嚴しすぎ，したがって，これでは産業連關表の實際的な用途をいちじるしく限定することとなる。

これの救濟方法として，このような數學的條件を大體において滿たすような場合にまで，條件を緩和する方法が提案されてはいるが，それでもなお，實際にはこのような場合に出會うことは稀であるといった方が一般的である[2]。

筆者はまえに，アグリゲーションの前後におけるリパーカッションの効果の相等，相違について，1つの經濟的な意味づけを與えたが，これはまだ試論的なものであることを斷っておいた[3]。本稿では，これに引き續いて，アウトプットの大きさとは無關係に，アグリゲーションの前後におけるリパーカッションの効果の相違する條件を導くこととした。本稿もまた1つの試論に過ぎないことをつけ加えておこう。

2　アグリゲーション

そこで，まずアグリゲーションとリパーカッションとの關係を分析しよう。いま，つぎの3部門分割表を考える。

第1表

	第Ⅰ部門	第Ⅱ部門	第Ⅲ部門	最終需要	總アウトプット
第Ⅰ部門	$a_{11}X_1$	$a_{12}X_2$	$a_{13}X_3$	Y_1	X_1
第Ⅱ部門	$a_{21}X_1$	$a_{22}X_2$	$a_{23}X_3$	Y_2	X_2
第Ⅲ部門	$a_{31}X_1$	$a_{32}X_2$	$a_{33}X_3$	Y_3	X_3

この表のなかの a_{ij} は投入係數であって，$a_{ij}=x_{ij}/X_j$ である。また X_i, Y_i はそれぞれ第 i 部門のアウトプットおよび最終需要を示す。この表を基礎として，第Ⅰ部門と第Ⅱ部門とを統合し，第Ⅲ部門はそのままとすれば，第2表がえられる。ただし，第0部門とは，第Ⅰ部門と第Ⅱ部門とを統合した部門である。

第2表

	第0部門	第Ⅲ部門	最終需要	總アウトプット
第0部門	$b_{00}X_0$	$b_{03}X_3$	Y_0	X_0
第Ⅲ部門	$b_{30}X_0$	$b_{33}X_3$	Y_3	X_3

一般に

$$(1)\quad \begin{cases} b_{00}=\dfrac{(a_{11}+a_{21})X_1+(a_{12}+a_{22})X_2}{X_1+X_2} \\ b_{30}=\dfrac{a_{31}X_1+a_{32}X_2}{X_1+X_2} \\ b_{03}=a_{13}+a_{23}, \qquad a_{33}=b_{33} \end{cases}$$

である。すなわち b_{00} は $a_{11}+a_{21}$ と $a_{21}+a_{22}$ との，それぞれ X_1, X_2 をウエイトとする，加重算術平均であり，b_{30} は a_{31} と a_{32} との，それぞれ X_1, X_2 をウエイトとする加重算術平均にほかならない。さらに b_{03} は a_{13} と a_{23} との合計である。

投入係數のマトリックスを A とすれば，3部門分割表の A（これを A_1 であらわす）は

$$(2)\quad A_1\equiv\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

で與えられる。またアウトプットの列ヴェクトルを $X\equiv$

---

1)　荒憲治郎「産業部門の統合と動學的安定條件」一橋論叢 30 年 6 月 pp. 95–100.

山田勇「産業連關分析におけるアグリゲーションの條件について」一橋大學創立 80 周年記念論集（下巻）pp. 367–394.

2)　P. A. Samuelson, *Brief Summary of the Leontief Input-Output System*, pp. 17–19.

F. T. Moore, A Survey of Current Interindustry Models, *Input-Output Analysis: An Appraisal*, 1955. p. 228.

M. Hatanaka, Note on Consolidation within a Leontief System, *Econometrica*, XX 2, April 1952. pp. 301–305.

3)　山田勇　前掲書 p. 368.

$\{X_1, X_2, X_3\}$，最終需要の列ヴェクトルを $Y\equiv\{Y_1, Y_2, Y_3\}$ とすれば，つぎの關係が成立することはよく知られたところである。

(3)　$X=[U_3-A_1]^{-1}Y$

ここで U_3 は3次の單位マトリックスであり，$\det[U_3-A_1]\neq 0$ であることはいうまでもない。ところで，逆マトリックス $[U_3-A_1]^{-1}$ を實際に求めてみる。

$$(4)\quad [U_3-A_1]^{-1}=\begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & 1-a_{22} & -a_{23} \\ -a_{31} & -a_{32} & 1-a_{33} \end{pmatrix}^{-1} \equiv \begin{pmatrix} a^{11} & a^{12} & a^{13} \\ a^{21} & a^{22} & a^{23} \\ a^{31} & a^{32} & a^{33} \end{pmatrix}$$

a^{ij} は逆マトリックスの要素である。これはつぎの如く，a_{ij} であらわされる。

$$(5)\quad \begin{cases} a^{11}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[(1-a_{22})(1-a_{33})-a_{23}\,a_{32}] \\ a^{21}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{21}(1-a_{33})+a_{23}\,a_{31}] \\ a^{31}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{31}(1-a_{22})+a_{21}\,a_{32}] \\ a^{12}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{12}(1-a_{33})+a_{13}\,a_{32}] \\ a^{22}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[(1-a_{11})(1-a_{33})-a_{13}\,a_{31}] \\ a^{32}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{32}(1-a_{11})+a_{12}\,a_{31}] \\ a^{13}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{13}(1-a_{22})+a_{12}\,a_{23}] \\ a^{23}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[a_{23}(1-a_{11})+a_{13}\,a_{21}] \\ a^{33}\equiv\dfrac{1}{\det[U_3-A_1]}[(1-a_{11})(1-a_{22})-a_{12}\,a_{21}] \end{cases}$$

したがって，(3) から

$$(6)\quad \begin{cases} X_1=a^{11}\,Y_1+a^{12}\,Y_2+a^{13}\,Y_3 \\ X_2=a^{21}\,Y_1+a^{22}\,Y_2+a^{23}\,Y_3 \\ X_3=a^{31}\,Y_1+a^{32}\,Y_2+a^{33}\,Y_3 \end{cases}$$

同樣の操作を2部門統合表について行ってみる。まずこの場合の投入係數のマトリックス A_2 は

$$(7)\quad B_2\equiv\begin{bmatrix} b_{00} & b_{03} \\ b_{30} & b_{33} \end{bmatrix}$$

であり，$\det[U_2-A_2]\neq 0$ として，逆マトリックス $[U_2-B_2]^{-1}$ を求める。この場合の U_2 は2次の單位マトリックスである。

$$(8)\quad [U_2-B_2]^{-1}=\begin{bmatrix} b^{00} & b^{03} \\ b^{30} & b^{33} \end{bmatrix}$$

a^{ij} を求めると，つぎの式がえられる。

$$(9)\quad \begin{cases} b^{00}=\dfrac{1}{\det[U_2-B_2]}[1-a_{33}] \\ b^{30}\equiv\dfrac{1}{\det[U_2-B_2]}b_{30} \\ b^{03}\equiv\dfrac{1}{\det[U_2-B_2]}b_{03} \\ b^{33}\equiv\dfrac{1}{\det[U_2-B_2]}[1-b_{00}] \end{cases}$$

この記號を使って，X の値を求めると

$$(10)\quad \begin{cases} X_0=b^{00}\,Y_0+b^{03}\,Y_3 \\ X_3=b^{30}\,Y_0+b^{33}\,Y_3 \end{cases}$$

いま部門の統合においては

(11)　$Y_0=Y_1+Y_2$

であるから，これを (10) に代入して

$$(12)\quad \begin{cases} X_0=b^{00}\,Y_1+b^{00}\,Y_2+b^{03}\,Y_3 \\ X_3=b^{30}\,Y_1+b^{30}\,Y_2+b^{33}\,Y_3 \end{cases}$$

をうる。ところで

(13)　$X_0\gtreqless X_1+X_2$

であり，さらに (6) の X_3 と (12) の X_3 とが同じ値をうるためには，つぎの關係が成立しなければならない。

$$(14)\quad \begin{cases} [b^{00}-(a^{11}+a^{21})]\,Y_1+[b^{00}-(a^{12}+a^{22})]\,Y_2 \\ \qquad +[b^{03}-(a^{13}+a^{23})]\,Y_3\gtreqless 0 \\ b^{30}=a^{31}=a^{32}, \qquad b^{33}=a^{33} \end{cases}$$

上式の Y はプラスの値をとるから，この不等式が成立するための一番嚴しい條件は，$b^{00}\gtreqless a^{11}+a^{21}$, $b^{00}\gtreqless a^{12}+a^{22}$, $b^{03}\gtreqless a^{13}+a^{23}$ である。これと (14) の最後の等式，すなわち

$$(15)\quad \begin{cases} b^{00}\gtreqless a^{11}+a^{21} \\ b^{00}\gtreqless a^{12}+a^{22} \\ b^{03}\gtreqless a^{13}+a^{23} \\ b^{30}=a^{31}=a^{32}, \quad b^{33}=a^{33} \end{cases}$$

が，この場合の條件である。もし上式において不等號の代りに等號にした場合が，アグリゲーションの前後において，リパーカッションの效果に變化のない條件にほかならない。

(15) の條件を緩和し，第1, 2の兩式を等號で結びつけるものとすると，$a_{31}=a_{32}$ あるいは，$(1-a_{11}-a_{21})/a_{31}=(1-a_{12}-a_{22})/a_{32}=(a_{13}+a_{23})/(1-a_{33})$ が導かれる。まえの場合からは，アグリゲーションの前後において，リパーカッションの效果が等しい場合となってしまって，本題にもとることとなる。またのちの場合には，$\det(U_3-A_1)=0$ となるから，この條件をとることができない。

また (15) 式の第3式を等式とした場合，最初の2つの式のうち，いずれか1つを等號で結び，他を不等號と

した場合においても，所期の目的を達することができない。さらにまた，同じく第3式を等式とした場合，第1，2式を不等號で結ぶ場合でも同じ向きの不等式では，やはり，その解はえられない。したがって，この場合，所要の條件は，(15) 式の第1，2式を向きの異る不等式とすることである。

3 變換係數と能率係數

以上のアグリゲーションの問題をリパーカッションの視點から吟味して，$X_0>X_1+X_2$ と $X_0<X_1+X_2$ との場合の投入係數間の關係を求めると，そこで殘る問題は，$X_0>X_1+X_2$ は經濟的に何を意味し，$X_0<X_1+X_2$ についてはどうであるかということである。これについては，すでにまえの機會にこのことを論じたから[4]，ここでは結論だけを述べておこう。2つの部門を統合するとき，投入係數の異るために，ある場合には生産能率が向上して，アグリゲーションのまえよりも，あとの方がアウトプットが增大する場合があり，また他の場合では，生産能率が低下して，減少することがある。このような問題の分析にあたって，まえの機會では，原單位的な變換係數と，さらにまた，アグリゲーションのために生ずるアウトプットの增減を示す能率係數とを區別して考えた。たとえば，航空機の部分品を作るために必要な勞働技術と，製作機械とは，自動車の部分品を作る場合にも，そのまま適用することができると考えられるから，一定の勞働，機械を用いる場合の航空機の部分品と自動車の部分品との2つのアウトプットの數量間には，原單位的な變換係數を考えることができる。これに對し，極端な場合の1例として，機械器具の製作と纎維製品の製造とを統合する場合には，製作機械の改造，取り換え，勞働技術の再訓練等多くの能率上のロスが出てくる。これを示すものが能率係數である。もちろん，實際にはこのような變換係數と能率係數とを明確に區別することは不可能ではあろうが，理論的にアグリゲーションの問題を考える場合には，ある1つの考え方を示唆するものといえよう。

4) 山田勇 前掲書 pp. 386–394