

レオンチェフ體系と生産函數

山 田 勇

I. は し が き

「均衡分析の經驗的適用」という副題をもって書かれたワシリー W. レオンチェフ教授の「アメリカ經濟の構造」¹⁾は、ワルラスの一般均衡理論に經驗的な統計資料をあてはめたという意味、一層詳しくいえば、微視的經濟理論としてのワルラスの理論に統計資料をあてはめてアメリカ經濟の構造を分析したという意味で、計量經濟學における新しい分野を開拓した、といえるであろう。新しい分野というのは、従来統計資料の適用が許されると考えられた理論は、主としてケインズ理論を中心とするいわゆる巨視的經濟理論であったことに對し、これが微視的理論に関する經驗的分析であるという點にあるのである。

かかるレオンチェフの試みを理論そのものの立場から考えてみるならば、それははなはだ簡単なものであり、分析用具としての經濟體系が、單に需要供給數量の方程式と、收入支出の關係式と、さらに生産函數との三者から成ることを示し、その均衡條件が求められているに過ぎないのであって、これではとうてい經濟理論家の興味をそそるに足るものではないといつてもよいであろう²⁾。

1) Wassily W. Leontief; *The Structure of American Economy, 1919—1939*, 2nd ed., enlarged, 1951.

2) 理論的な興味からすれば、むしろ、レオンチェフ體系の動學化の問題 (David Hawkins and Herbert A. Simon; Note; Some Conditions of Macroeconomic Stability, *Econometrica* July—October, 1949, pp. 245—248, 安井琢磨, 「レオンチェフ體系の動學理論」(東北大學經濟學部研究年報「經濟學」1950年 pp. 1—14.) 等), 乘數論 (Richard M. Goodwin; *The Multiplier as Matrices, Economic Journal*, Vol. LIX, 1949, pp. 536—554; John S. Chipman; *The Multi-*

それにもかかわらず、それが計量經濟學者によって高く評價されるゆえんは、上述のような方法論上の問題のほか、現實のアメリカ經濟を分析して、これから經濟計畫の方策を求めようとする、經濟政策的な價值があるという點である。事實かれの理論および方法は、アメリカ海軍および勞働統計局等で現實に問題となっているのである。

ところで、レオンチェフの研究に從來から放たれてきた重要な批判の一つは、かれの生産函數に関するものであった。それは、生産要素がその生産物と結合する仕方が線型であるのみならず、各生産要素間においては limitational な關係より見られず、現實に考えられるように substitutional ではない、ということである。このことは、おそらく統計資料のあてはめという問題のために模型を簡単にする必要から生じた結果であろう³⁾。そこで本稿においては、各生産要素間の substitutional な關係をあらわす式としてダグラス函數を導入し、さらに、これを挿入した全體系に極大原理を適用して均衡條件を確定することを試みた。實際の統計資料をあてはめることは他の機會に譲ることとする。レオンチェフの場合もそうであったが、本稿においてもまた、統計資料のあてはめを目的とするために、理論模型の簡單化が必要であることを附記しておこう。

sector Multiplier *Econometrica* Vol. 18, 1950, pp. 355—374; Robert Solow; A Note on Dynamic Multipliers, *Econometrica* Vol. 19, 1951, pp. 306—316. 等), 活動分析 (*Activity Analysis of Production and Allocation*, ed. by Tjalling C. Koopmans, 1951) 等が重要であろう。

3) Leontief; *The Structure of American Economy*, p. 37.

II. レオンチエフ體系

レオンチエフ體系はつぎの如くあらわされる⁴⁾。いま、 X_1, X_2, \dots, X_n をもって、それぞれ 1, 2, ..., n なる産業部門で生産される純生産量（總生産量からその産業部門で自己消費せられる數量を差引いた量）をあらわす。 $x_{21}, x_{31}, \dots, x_{n1}$ をもって、1 なる部門の生産物がそれぞれ 2, 3, ..., n なる他の部門へ配分される數量を； $x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}$ をもって、2 なる部門の生産物がそれぞれ 1, 3, ..., n なる他の部門へ配分される數量を；……、 $x_{1n}, x_{2n}, \dots, x_{n-1,n}$ をもって、 n なる部門（これを消費部門とする。したがってここで生産されるものは一般に労働量である）の生産物がそれぞれ 1, 2, ..., $n-1$ なる他の部門へ配分せられる數量を、あらわすものとする。すべての産業部門において、その純生産物 X が過不足なく他の産業部門へ配分せられるものとするれば、つぎの需給均等式が成り立つことは明らかである。

$$-X_1 + x_{21} + x_{31} + \dots + x_{n-1,1} + x_{n1} = 0$$

$$x_{12} - X_2 + x_{32} + \dots + x_{n-1,2} + x_{n2} = 0$$

(1)

$$x_{1n} + x_{2n} + x_{3n} + \dots + x_{n-1,n} - X_n = 0$$

この關係式をそれぞれ縦に見れば、それは生産物と生産要素との關係をあらわしている。たとえば、第一縦欄についていえば、 X_1 なる生産物をうるのに、 x_{12}, \dots, x_{1n} なる生産要素を必要とし、第 n 縦欄についていえば、 X_n なる生産物（労働量）をうるのに、 $x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{n, n-1}$ なる生産要素を必要とすることを示している。

そこで、つぎは生産函数の問題である。 i なる産業部門についての生産函数は一般に

$$X_i = f(x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{in})$$

によってあらわされるが、レオンチエフ體系においては、これを極めて簡單にして、各生産要素 x_{i1}, \dots, x_{in} とその生産物 X_i との間には線型關係が成立し、しかも各生産要素間には相互に關連なく、いわゆる limitational な關係を許容する。すな

わち

$$x_{i1} = a_{i1}X_i, x_{i2} = a_{i2}X_i, \dots, x_{in} = a_{in}X_i$$

上式において $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ は X_i を一單位作るのにそれぞれ $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ がどれだけ必要であるかを示す、一種の生産係數 (coefficient of production) をあらわす。〔 n 番目の部門は消費部門であるから $a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{n, n-1}$ は消費係數 (coefficient of consumption) と考えられる。〕

ところで、ある一つの産業内で、たとえば技術の進歩等のために各生産係數を一様に比例的に變化せしめる要素を考え、これを生産性係數 (productivity coefficient) と呼ぶことにし、 A であらわすことにすれば、うへの生産函数はつぎの如く書きえられる。

$$x_{i2} = \frac{a_{i2}X_i}{A_1}, \dots,$$

$$x_{i, n-1} = \frac{a_{i, n-1}X_i}{A_1}, x_{in} = \frac{a_{in}X_i}{A_1}$$

$$(2) \quad x_{21} = \frac{a_{21}X_2}{A_2}, \dots,$$

$$x_{2, n-1} = \frac{a_{2, n-1}X_2}{A_2}, x_{2n} = \frac{a_{2n}X_2}{A_2}$$

.....

$$x_{n1} = \frac{a_{n1}X_n}{A_n}, x_{n2} = \frac{a_{n2}X_n}{A_n}, \dots,$$

$$x_{n, n-1} = \frac{a_{n, n-1}X_n}{A_n}$$

以上によって、需給均等式と生産函数とがえられたが、もう一つ各産業部門の收支關係を示す一連の方程式が残る。

いま、1, 2, ..., n なる部門の生産物の價格をそれぞれ P_1, P_2, \dots, P_n とする。 i なる部門について、その純生産物の配分總額はいうまでもなく P_iX_i であり、これを生産するに要する費用の總額は $P_1x_{i1} + P_2x_{i2} + \dots + P_{i-1}x_{i, i-1} + P_{i+1}x_{i, i+1} + \dots + P_nx_{in}$ である。この配分總額は必ずしも費用總額と一致せず、むしろ兩者は相異なるのであるが、レオンチエフ體系においては、配分總額（賣上總額）が費用總額より大であれば、その差額は貯蓄せられ、その逆であれば、その差額は投資の結果であるとする。したがっていま B という係數を導入し、 i 部門についてつぎの式が成立

4) レオンチエフは、最近、本稿に紹介した形より、さらに新しい模型を使用している。(The Structure, p. 143 ff.)

するものとする。

$$-\frac{P_i X_i}{B_i} + (P_1 x_{i1} + P_2 x_{i2} + \dots + P_{i-1} x_{i, i-1} + P_{i+1} x_{i, i+1} + \dots + P_n x_{in}) = 0$$

もしも B_i が 1 に等しいときは、配分総額と費用総額とが相等しい静學的均衡をあらわすのに對し、これが 1 よりも大きいか、小さい場合は、それぞれ貯蓄もしくは投資の存在することを示すのであって、體系は動學的となる。この B_i を單に貯蓄係數 (saving coefficient) と名づける。したがって、 B_i が 1 に等しい場合は收支が均衡し、1 よりも大きい場合は貯蓄が行われ、1 よりも小さい場合は投資の存在することがわかる。さらに全産業部門の收支關係に比例的に影響を與える要素として β を導入する⁵⁾。そこで

$$-\frac{P_1 X_1}{B_1 \beta} + P_2 x_{12} + P_3 x_{13} + \dots + P_n x_{1n} = 0$$

$$(3) \quad P_1 x_{21} - \frac{P_2 X_2}{B_2 \beta} + P_3 x_{23} + \dots + P_n x_{2n} = 0$$

.....

$$P_1 x_{n1} + P_2 x_{n2} + P_3 x_{n3} + \dots - \frac{P_n X_n}{B_n \beta} = 0$$

がえられる。以上の方程式組織 (1), (2), (3) において、未知數は、 X_1, X_2, \dots, X_n の n 個、 $x_{21}, x_{31}, \dots, x_{n1}; x_{12}, x_{32}, \dots, x_{n2}; \dots; x_{1n}, x_{2n}, x_{3n}, \dots, x_{n-1, n}$ の $n(n-1)$ 個および P_1, P_2, \dots, P_n の n 個、合計 $n(n+1)$ 個あるのに對し、方程式は、(1) 式の n 個; (2) 式の $n(n-1)$ 個; (3) 式の n 個、合計 $n(n+1)$ 個であるから、この體系は一義的に確定される。

すでに述べた如く、レオンチエフ體系そのものは理論としては、極めて簡單であって、ことさら興味を引くほどのこともないが、問題は実際の計量化にある。レオンチエフは以上の理論模型をすでに 1919 年、1929 年、1939 年のアメリカの統計資料に適用している。ここにこの研究の特徴が認められるのである。

5) この β は、レオンチエフが連立同次一次方程式の必要條件

$$D(\beta) = 0$$

を解くために導入したものと考えられ、その經濟的意味は明確を缺く。(The Structure, p. 51)

III. レオンチエフ體系の修正

レオンチエフ體系は、(1) 式において述べたように自己消費量 x_{ii} を含まず、これを總生産量から差引いた純生産量 X_i を考へている。そこで、さらに一般的に總生産量を Y_i で示し、自己消費量を體系中に導入しよう。この場合においては、(1) 式で $X_i = Y_i - x_{ii}$ とおけばよい。したがって

$$(Y_1 - x_{11}) - x_{21} - x_{31} - \dots - x_{n-1, 1} - x_{n1} = 0$$

$$-x_{12} + (Y_2 - x_{22}) - x_{32} - \dots - x_{n-1, 2} - x_{n2} = 0$$

(4)

$-x_{1n} - x_{2n} - x_{3n} - \dots - x_{n-1, n} + (Y_n - x_{nn}) = 0$
つぎに生産函数を考へる。従來問題となつたレオンチエフ體系の limitational な生産函数 (2) に代えて、一般的に

$$Y_1 = f_1(x_{11}, x_{12}, x_{13}, \dots, x_{1n})$$

$$(5) \quad Y_2 = f_2(x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{2n})$$

.....

$Y_n = f_n(x_{n1}, x_{n2}, x_{n3}, \dots, x_{nn})$
とおく。この式は、 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$ の各生産要素が substitutional な關係をもつことを示す。

つぎに、レオンチエフ體系における收支の關係式 (3) は、以上の修正に應じて

$$P_1(Y_1 - x_{11}) - P_2 x_{12} - P_3 x_{13} - \dots$$

$$- P_{n-1} x_{1, n-1} - P_n x_{1n} = \pi_1$$

$$(6) \quad -P_1 x_{21} + P_2(Y_2 - x_{22}) - P_3 x_{23} - \dots$$

$$- P_{n-1} x_{2, n-1} - P_n x_{2n} = \pi_2$$

.....

$$-P_1 x_{n1} - P_2 x_{n2} - P_3 x_{n3} - \dots$$

$$- P_{n-1} x_{n, n-1} + P_n(Y_n - x_{nn}) = \pi_n$$

と書き換えられる。ここに $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ は 1, 2, ..., n の各部門における餘剩 (配分總額 - 費用總額) である。

いま、各産業部門はそれぞれの餘剩 π を極大ならしめようとする場合を考へる。ところで、レオンチエフ體系においてはすべての價格 P_1, P_2, \dots, P_n はこの體系内で決定せられる内生變數 (endogenous variables) であったが、理論を簡單ならしめ、實際の統計資料のあてはめを容易ならしめるため、これを與件として考へば、 π の極大條件はつぎの如くなる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial Y_1}{\partial x_{11}} = 1, \quad \frac{\partial Y_1}{\partial x_{12}} = \frac{P_2}{P_1}, \quad \frac{\partial Y_1}{\partial x_{13}} = \frac{P_3}{P_1}, \dots, \\
 \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1, n-1}} = \frac{P_{n-1}}{P_1}, \quad \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1-n}} = \frac{P_n}{P_1} \\
 (7) \quad \frac{\partial Y_2}{\partial x_{21}} = \frac{P_1}{P_2}, \quad \frac{\partial Y_2}{\partial x_{22}} = 1, \quad \frac{\partial Y_2}{\partial x_{23}} = \frac{P_3}{P_2}, \dots, \\
 \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2, n-1}} = \frac{P_{n-1}}{P_2}, \quad \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2n}} = \frac{P_n}{P_2} \\
 \dots\dots\dots \\
 \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n1}} = \frac{P_1}{P_n}, \quad \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n2}} = \frac{P_2}{P_n}, \quad \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n3}} = \frac{P_3}{P_n}, \dots, \\
 \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n, n-1}} = \frac{P_{n-1}}{P_n}, \quad \frac{\partial Y_n}{\partial x_{nn}} = 1
 \end{aligned}$$

この場合の未知数の個数は Y_1, Y_2, \dots, Y_n の n 個と, $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}; x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n}; \dots; x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nn}$ の n^2 個, 合計 $n(n+1)$ 個である。これに對する方程式は, 生産函数 (5) の n 個, 極大條件式 (7) の n^2 個, 合計 $n(n+1)$ 個であり, すべての未知数は一義的に決定せられる。ここでは, (3) 式は方程式として考えないのであって, この點はレオンチエフの場合より條件が緩かである⁶⁾。

IV. 生産 函 數

(5) 式によって示される生産函数の具體的な形としてダグラス函数を用いることとしよう。すなわち, これを

$$\begin{aligned}
 Y_1 = A_1 x_{11}^{b_{11}} x_{12}^{b_{12}} \dots x_{1n}^{b_{1n}} \\
 (8) \quad Y_2 = A_2 x_{21}^{b_{21}} x_{22}^{b_{22}} \dots x_{2n}^{b_{2n}} \\
 \dots\dots\dots \\
 Y_n = A_n x_{n1}^{b_{n1}} x_{n2}^{b_{n2}} \dots x_{nn}^{b_{nn}}
 \end{aligned}$$

とおく。ここに A_1, A_2, \dots, A_n は常數であり, $b_{11},$

6) (4) 式の條件のもとに (6) 式の π_i を極大ならしめるには

$$\begin{aligned}
 \pi_1 - \lambda_1 \left(Y_1 - \sum_{i=1}^n x_{i1} \right) - \lambda_2 \left(Y_2 - \sum_{i=1}^n x_{i2} \right) - \\
 \dots\dots\dots - \lambda_n \left(Y_n - \sum_{i=1}^n x_{in} \right)
 \end{aligned}$$

について極大を求めればよい。この場合, 新らしい未知數 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ が導入されるが, さらに (4) 式を方程式の體系に含ましめることによって, 方程式と未知數とが一致する。しかし計量の問題として, かかる λ の値を決定することは極めて困難となるので, (4) 式の條件から體系を解放すると同時に, λ も考慮しないことが必要となるであろう。

$b_{12}, \dots, b_{1n}; b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n}; \dots; b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nn}$ は, (8) 式から

$$\begin{aligned}
 b_{11} = \frac{x_{11}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{11}}, \quad b_{12} = \frac{x_{12}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{12}}, \dots, \\
 b_{1n} = \frac{x_{1n}}{Y_1} \frac{\partial Y_1}{\partial x_{1n}} \\
 (9) \quad b_{21} = \frac{x_{21}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{21}}, \quad b_{22} = \frac{x_{22}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{22}}, \dots, \\
 b_{2n} = \frac{x_{2n}}{Y_2} \frac{\partial Y_2}{\partial x_{2n}} \\
 \dots\dots\dots \\
 b_{n1} = \frac{x_{n1}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n1}}, \quad b_{n2} = \frac{x_{n2}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{n2}}, \dots, \\
 b_{nn} = \frac{x_{nn}}{Y_n} \frac{\partial Y_n}{\partial x_{nn}}
 \end{aligned}$$

が求められる如く, それぞれ生産要素の増加率に對應する生産物の増加率の比をあらわす, 部分弾力性として考えられ, 一種の生産構造を示す指標である。これがレオンチエフ體系 (2) の生産係數 a に對應することはいうまでもない。

(9) 式とさきの均衡條件式 (7) とを組合せて, つぎの體系がえられる⁷⁾。

$$\begin{aligned}
 x_{11} = b_{11} Y_1, \quad x_{12} = b_{12} \frac{P_1}{P_2} Y_1, \\
 x_{13} = b_{13} \frac{P_1}{P_3} Y_1, \dots, \quad x_{1n} = b_{1n} \frac{P_1}{P_n} Y_1 \\
 (10) \quad x_{21} = b_{21} \frac{P_2}{P_1} Y_2, \quad x_{22} = b_{22} Y_2, \\
 x_{23} = b_{23} \frac{P_2}{P_3} Y_2, \dots, \quad x_{2n} = b_{2n} \frac{P_2}{P_n} Y_2 \\
 \dots\dots\dots \\
 x_{n1} = b_{n1} \frac{P_n}{P_1} Y_n, \quad x_{n2} = b_{n2} \frac{P_n}{P_2} Y_n, \\
 x_{n3} = b_{n3} \frac{P_n}{P_3} Y_n, \dots, \quad x_{nn} = Y_n
 \end{aligned}$$

7) この極値が極大であるためには

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 Y_1}{\partial x_{11}^2} = b_{11}(b_{11}-1) \frac{Y_1}{x_{11}^2} < 0 \\
 \frac{\partial^2 Y_1}{\partial x_{12}^2} = b_{12}(b_{12}-1) \frac{Y_1}{x_{12}^2} < 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 \frac{\partial^2 Y_n}{\partial x_{nn}^2} = b_{nn}(b_{nn}-1) \frac{Y_n}{x_{nn}^2} < 0
 \end{aligned}$$

を充分條件とすることは, いうまでもない。

したがって、われわれの新しい均衡體系は (8) 式と (10) 式とであり、ここでの未知数と方程式との関係は前節の場合と同様である。すなわち、未知数は $Y_1, Y_2, \dots, Y_n; x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}; \dots; x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nn}$ の $n(n+1)$ 個であるに對し、方程式の個数も、(8), (10) 兩式の個数を加えて、ちょうど同数であり、一義的な均衡値がえられる。パラメーターのうち、 P_1, P_2, \dots, P_n は与えられた資料から求められねばならず、また b の数値は (8) 式から經驗的に求められることを要する。つぎに n 番目の部門はレオンチエフ體系の場合と同様に消費部門をあらわすこととし、この部門について若干の説明を補足しておこう。

V. 消費部門

(8) 式において $Y_n = A_n x_{n1}^{b_{n1}} x_{n2}^{b_{n2}} \dots x_{nn}^{b_{nn}}$ は消費部門の生産函数をあらわしている。ここでの生産は労働の生産であり、 Y_n は労働生産量を示す。これを生産するためにはその他の産業部門から配分された生産要素 (いわば生活資材) $x_{n1}, x_{n2}, x_{n3}, \dots, x_{n,n-1}$ と自家労働の要素 x_{nn} とを必要とする。それらの結合関係が上記の式であらわされている。 $A_n, b_{n1}, b_{n2}, \dots, b_{nn}$ はその労働生産の構造を示すパラメーターであって、このかぎりにおいては、消費部門も他の部門と同様に取扱いえられることはいうまでもない。

さらにまた、最後の消費部門を除き、(8) 式の Y_i の各式は、その最後に $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i-1, i}$ を含むのであって、これは、労働がその他の生産要素と結合して生産物を作ることを示している⁹⁾。

つぎに、(6) 式の最後の式、すなわち $-P_1 x_{n1} - P_2 x_{n2} - P_3 x_{n3} - \dots - P_{n-1} x_{n, n-1} + P_n (Y_n - x_{nn}) = \pi_n$ は家計の收支を示すものである。家計の總収入は、自家労働的要素を考慮外におけば、 $P_n (Y_n - x_{nn})$ であり、その支出總額は $P_1 x_{n1} + P_2 x_{n2} + \dots + P_{n-1} x_{n, n-1}$ であり、兩者の差 π_n がプラスであれば家計餘剰であり、マイ

ナスの場合は家計不足額であるが、この場合、家計としては、かかる家計餘剰を極大にしようとする傾向があり、このこともまた、他の部門における場合と變りがない⁹⁾。

VI. 統計資料のあてはめについて

以上によって、レオンチエフの體系にダグラス函数を導入し、さらに企業および家計餘剰を極大ならしめる条件を、この體系のなかで考察した。これの理論模型に實際の統計資料をあてはめることは、計量經濟學の立場からすれば、重要なことであり、本稿においては、比較的容易にこの目的を遂行しようとする理論模型の導出に努めた。

しかし、レオンチエフの統計表は、すべて金額によって與えられている。これを、三部門に結合した表によって示せばつぎの如くである¹⁰⁾。

	企業 (1)	家計 (2)	その他(3)	計
企業 (1)	$P_1 x_{11}$	$P_1 x_{21}$	$P_1 x_{31}$	$P_1 Y_1$
家計 (2)	$P_2 x_{12}$	$P_2 x_{22}$	$P_2 x_{32}$	$P_2 Y_2$
その他 (3)	$P_3 x_{13}$	$P_3 x_{23}$	$P_3 x_{33}$	$P_3 Y_3$

この表から、すべての數量 x_{ik} を求めることは、 Y_i および價格に何等かの假定をおかないかぎり、不可能である。この點に關するレオンチエフの方法は必ずしも納得のいくものではない¹¹⁾。もしも、この表からではなく、實際の他の資料から價格を求めたとすれば、數量を求めることは容易である。

9) 消費者の經濟行動は、普通には效用を極大にすることであるが、計量の問題としては、效用極大は、現在までのところ無意味であって、本稿で考察したように、たとえば、經驗的な量の一つたる家計餘剰の極大ということをおねらうものでなければならぬ。家計餘剰の極大は、消費者行動の全部ではなく、そのうちの一つであることはいうまでもない。

10) この表において

$$P_1 x_{11} + P_1 x_{21} + P_1 x_{31} = P_1 Y_1$$

$$P_2 x_{12} + P_2 x_{22} + P_2 x_{32} = P_2 Y_2$$

$$P_3 x_{13} + P_3 x_{23} + P_3 x_{33} = P_3 Y_3$$

となることはいうまでもない。

11) レオンチエフは、家計の PX (X はレオンチエフの模型において自己消費分を差引いた數量である) をもって他の PX を割り、數量を求めることを定義しているが、その意味は明らかでない。(The Structure, pp. 72-73)

8) この點は、とくにレーゲンが強く主張している。(Nicholas Georgescu-Roegen; Leontief's System in the Light of Recent Results, The Review of Economics and Statistics, Vol. 32, 1950, pp. 214-222.)

さて、數量 X_i および α_{ik} が求められたものとして、この資料から、ダグラス函數(8)の諸常數を確定するには、ただ一ヵ年の統計資料によることは許されない。レオンチェフは、すでにアメリカの經濟について、1919, 1929, 1939 の三ヵ年について表を作成しているので、かりに 1919 年と 1929 年との間に技術の進歩がなかったか、あるいはそれが極めて僅少であったものとして、この兩年の統計資料によって、ダグラス函數中の b_{ik} の値を確定し、これをもって 1919 年の生産構造係數とすることは、計量の問題としてはやむをえないことであろう。(1939 年についても同様に計算

する。そして 1929 年の b_{ik} は 1919 年と 1939 年の幾何平均をとるのも一方法であろう。)

ただ以上のように、生産函數が確定せられ、 b_{ik} の値が求められたとしても、 X_i , α_{ik} の均衡値が意味のある値となるとはかぎらない。

このような問題の解決にあたっては、さらに計量的な研究を必要とするであろう。¹²⁾

12) 以上の理論模型に、1919 年、1929 年、1939 年のアメリカ經濟の資料(レオンチェフ作成)をあてはめてみたのであるが、その結果については、なお吟味を要する點があるので、これの發表を他日に譲ることとした。

