一般化された静学的投入産出モデルの経済均衡についての一考察*

鈴村興太郎

I

この小論は、レオンティエフの静学的投入産出モデルを、

(1) 経済システム内の各産業部門は有限個の代替的生産プロセスの集合をもつと仮定する。

(2) レオンティエフ体系の母胎であったワルラス体系より生産物の最終需要函数と本源的生産要素の供給函数をとりもどす。

(3) 生産物および本源的生産要素の需給制約と費用法則を不等式化し、均衡における自由財の存在と、代替的プロセス間の選択を明示的に考慮にいれる。

という意味において一般化した、静学的線型非結合生産体系について若干の考察を行うことを目的とする。明らかにこのモデルは生産構造をレオンティエフ流に拡充されたワルラスの生産の一般均衡体系にほかならない(1)。

よく知られているように、本来の静学的レオンティエフ・モデルにおける、任意に与えられた非負最終需要ベクトルに対する非負均衡解の存在は、ホーキンス＝サイモン条件(2)により保証されるが、本稿の意味で一般化されたモデルでは解の存在はいかなる条件下に確認されるであろうか――この問題に答えることが我々の主要な課題となる。一般に、ある種の均衡方程式体系に経済的に意味のある解が存在するかどうか、一層正確には経済均衡のモデルがいかなる条件のもとに有意味な解をもつかという問題は、ワルトがカッセル＝シュレジンガー・モデル(3)について論じて以来マッケンジー〔9〕〔10〕、アロウ＝デブルー〔1〕、ゲール〔5〕、二階堂〔14〕、最近では久我〔7〕などにより種々のモデルについて詳論され、理論経済学において「均衡解の存在問題」という重要な問題領域を形成している。本稿はかくして、一般化された静学的投入産出モデルにおける非負一般均衡解の存在問題を論じるものであるといってよい。

II

各産業はそれぞれ一財を非結合生産し、財の数はn個とする。第j財（$j=1, \ldots\ldots, n$）を生産する第j産業は、m_j-m_{j-1}（$m_j>m_{j-1}$, $m_0=0$）個の互に異った生産プロセスの採択が可能であるとする。経済全体としては合計m個の生産プロセスの集合が存在する。（$m_n=m$ であり、mは有限の正整数である。）第（$m_{j-1}+\tau$）番目のプロセス（$1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}$; $j=1, \ldots\ldots, n$）は第j産業のプロセスで、これは $a_i^{m_{j-1}+\tau}$ を第i成分とするn次元列ベクトル $a^{m_{j-1}+\tau}$ で表わされる。投入係数行列Aは総計

m 個のこのようなプロセスが第1部門から第 n 部門への順序で配列された $n\times m$ 行列とする。

$$A=[a_i{}^{m_{j-1}+\tau}]$$

$(i,\ j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;\ m_n=m)$

本源的生産要素は合計 l 個存在するものとする。第 $(m_{j-1}+\tau)$ 番目のプロセスの単位レベルでの稼動に要する第 k 本源的生産要素 $(k=1,\ \cdots\cdots,\ l)$ の量を $l_k{}^{m_{j-1}+\tau}$ とするとき一般化された投入係数行列 A に対応する要素投入係数行列は、

$$L=[l_k{}^{m_{j-1}+\tau}]$$

$(k=1,\ \cdots\cdots,\ l\ ;\ j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;\ m_n=m)$

と表わされる $l\times m$ 行列である。

正方行列における単位行列の一般化として $n\times m$ 行列

$$\varDelta=[\delta_i{}^{m_{j-1}+\tau}]$$

$(i,\ j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;\ m_n=m)$

を定義する。そのエレメントは

$$\delta_i{}^{m_{j-1}+\tau}=\begin{cases}1 & if\ \ i=j\\ 0 & if\ \ i\neq j\end{cases}$$

という属性をもつものとする。

本稿に現われる変数は次のものである。

$y_{m_{j-1}+\tau}$＝第 $(m_{j-1}+\tau)$ 番目のプロセスの活動レベル $(j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;\ m_n=m)$

p_i＝第 i 財の価格 $(i=1,\ \cdots\cdots,\ n)$

q_k＝第 k 本源的生産要素の価格 $(k=1,\ \cdots\cdots,\ l)$

c_i＝第 i 財に対する最終需要量 $(i=1,\ \cdots\cdots,\ n)$

r_k＝第 k 本源的生産要素の供給量 $(k=1,\ \cdots\cdots,\ l)$

これらを成分とするベクトル

$$y=[y_{m_{j-1}+\tau}],\ p=[p_i],\ q=[q_k],$$
$$c=[c_i],\ r=[r_k]$$

は各々、m 次元列ベクトル、n 次元行ベクトル、l 次元行ベクトル、n 次元列ベクトル、l 次元列ベクトルである。

III

以上の準備をもって本論に入る。いま第 i 財の需給状況に注目すれば、経済均衡の成立のためには我々は次の不等式関係をもたねばならない。

$$\sum_{\tau=1}^{m_i-m_{i-1}} y_{m_{i-1}+\tau}\geqq\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{i-1}} a_i{}^{m_{j-1}+\tau}y_{m_{j-1}+\tau}+c_i \qquad (1)$$
$$(i=1,\ \cdots\cdots,\ n)$$

ここで厳密な不等式が成立すれば第 i 財は供給過剰であり、古典的需給法則の教えるところにより第 i 財の価格は下落し供給過剰は解消にむかうであろう。この調整メカニズムが価格零という状況までゆきつくしてなお、需給ギャップがクリアーされぬ財を「自由財」とよぶ。したがって我々が均衡において要請する、

$$\sum_{i=1}^{n}p_i\left[\sum_{\tau=1}^{m_i-m_{i-1}} y_{m_{i-1}+\tau}-\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} a_i{}^{m_{j-1}+\tau}y_{m_{j-1}+\tau}-c_i\right]$$
$$=0 \qquad (2)$$

という関係式を「財に関する自由財のルール」と称することができる。

(1)(2) 式に登場する最終需要を我々は体系内で決定さるべき変数として取扱い，

$$c_i=c_i(p,\ q)\quad (i=1,\ \cdots\cdots,\ n) \tag{3}$$

という関係式を設定する。(4)

全く同様の推論により，本源的生産要素市場に関して我々は以下の関係式をもつ。

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l_k^{m_{j-1}+\tau} y_{m_{j-1}+\tau} \leqq r_k \tag{4}$$

$$(k=1,\ \cdots\cdots,\ l)$$

$$\sum_{k=1}^{l} q_k\left[\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l_k^{m_{j-1}+\tau} y_{m_{j-1}+\tau}-r_k\right]=0 \tag{5}$$

$$r_k=r_k(p,\ q)\qquad (k=1,\ \cdots\cdots,\ l) \tag{6}$$

ここに (4) は本源的生産要素に関する需給制約，(5) はその自由財ルール，(6) はワルラス的供給函数であることはいうまでもない。

次に第 $(m_{j-1}+\tau)$ 番目のプロセスの単位稼動から得られる利潤を $e_{m_{j-1}+\tau}$ とすれば，

$$e_{m_{j-1}+\tau}=p_j-\left[\sum_{i=1}^{n} p_i a_i^{m_{j-1}+\tau}+\sum_{k=1}^{l} q_k l_k^{m_{j-1}+\tau}\right]$$

$(j=1,\ \cdots\cdots,\ n;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1};\ m_0=0;\ m_n=m)$

が成立つ。記号を

$$e=\max_{\substack{1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\\ 1\leqq j\leqq n}} e_{m_{j-1}+\tau}$$

と約束すれば，

$$e\geqq p_j-\left[\sum_{i=1}^{n} p_i a_i^{m_{j-1}+\tau}+\sum_{k=1}^{l} q_k l_k^{m_{j-1}+\tau}\right]$$

をもつ。競争均衡においては $e=0$ であるので結局我々は次の「一般化された費用法則」を得る。

$$p_j\leqq\sum_{i=1}^{n} p_i a_i^{m_{j-1}+\tau}+\sum_{k=1}^{l} q_k l_k^{m_{j-1}+\tau} \tag{7}$$

$(j=1\ \cdots\cdots,\ n;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1};\ m_0=0;\ m_n=m)$

ここで厳密な不等号の成立つプロセスは，単位生産費を価格がカバーしえないので均衡においては採択されないであろう。すなわち競争均衡の最後の要請として，

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}}\left[p_j-\left\{\sum_{i=1}^{n} p_i a_i^{m_{j-1}+\tau}+\sum_{k=1}^{l} q_k l_k^{m_{j-1}+\tau}\right\}\right] y_{m_{j-1}+\tau}=0 \tag{8}$$

を設定する。その経済的意味より，これを「資本主義的生産のルール」とよぶことができる。

以上により一般化された静学的投入産出モデルの競争均衡について次の定義が自然に導びかれる。

定義。

$$(\Delta-A)y\geqq c(p,\ q) \tag{9}$$

$$p[(\Delta-A)y-c(p,\ q)]=0 \tag{10}$$

$$Ly\leqq r\ (p,\ q) \tag{11}$$

$$q[Ly-r(p,\ q)]=0 \tag{12}$$

$$p\varDelta \leqq pA+qL \tag{13}$$

$$[p(\varDelta-A)-qL]y=0 \tag{14}$$

を満足するベクトルの組 $(p,\ q,\ y)$ $(p\epsilon R_+{}^n,\ q\epsilon R_+{}^l,\ y\epsilon R_+{}^m)$ を一般化された線型非結合生産体系の『競争均衡解』という。(5)

IV

我々の課題は次の定理を証明することにより果される。

『存在定理』

一般化された静学的線型非結合生産体系には以下の仮定のもとに競争均衡が存在する。

仮定1

$A \geqslant O,\ L \geqslant O$

仮定2

どの産業のどのプロセスにおいても不可欠的に必要とされる本源的生産要素(6)が存在し、その要素の供給は有界である。

仮定3

$c(p,\ q)$, $r(p,\ q)$ は $(p,\ q)\neq 0$ なる非負価格ベクトルの組 $(p,\ q)$ について定義される非負の一意連続函数で、その正零次同次函数である。

仮定4

$r=r(p,\ q)$ において $q_k=0$ ならば、$r_k=0$ である。$(k=1,\ \cdots\cdots,\ l)$

仮定5

ワルラス法則

$pc(p,\ q)=qr(p,\ q)$

が成立する。

「証明」

仮定3の後半により、$(p,\ q)$ の変域を $(n+l-1)$ 次元基本単体

$$S=\left\{(p,\ q)\middle|p\geqq 0,\ q\geqq 0,\ \sum_{i=1}^{n}p_i+\sum_{k=1}^{l}q_k=1\right\}$$

に限定してよい。次に仮定2により

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l^{m_{j-1}+\tau}y_{m_{j-1}+\tau} \leqq r_1(p,\ q) \leqq \tilde{r}_1$$

$$l_1{}^{m_{j-1}+\tau}>0 \qquad (j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1})$$

である。ただし $\tilde{r}_1$ は第一要素供給量の上限である。$y\epsilon R_+{}^m$ を考慮にいれて

$$0\leqq y_{m_{j-1}+\tau} \leqq \frac{\tilde{r}_1}{l_1{}^{m_{j-1}+\tau}} \begin{pmatrix} j=1,\ \cdots\cdots,\ n \\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1} \end{pmatrix}$$

をもつ。そこで各プロセスごとに

$$\frac{\tilde{r}_1}{l_1{}^{m_{j-1}+\tau}} < \tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}$$

なるほどに十分大きい $\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}$ を選んで

$$\Gamma=\{y|y\epsilon R^m,\ 0\leqq y_{m_{j-1}+\tau}\leqq \tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}$$
$$(j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1})\}$$

で定義される $R_+{}^m$ における超直方体をつくり、活動ベクトル y の変域を Γ に限定しうる。

記号を

$$\xi(p,\ q,\ y)=c(p,\ q)-(\Delta-A)y$$

$$\eta(p,\ q,\ y)=Ly-r(p,\ q)$$

$$\theta(p,\ q)=p(\Delta-A)-qL$$

と定め，さらに

$$\tilde{\xi}=max(0,\ \xi),\ \tilde{\eta}=max(0,\ \eta)$$

$$\tilde{\theta}=max(0,\ \theta)$$

と約束しよう。

$$P_i=\frac{1}{1+\sum_i\tilde{\xi}_j+\sum_k\tilde{\eta}_k}(p_i+\tilde{\xi}_i)$$

$$Q_k=\frac{1}{1+\sum_i\tilde{\xi}_i+\sum_k\tilde{\eta}_k}(q_k+\tilde{\eta}_k)$$

$$Y_{m_{j-1}+\tau}=\frac{\tilde{y}_{m_{jj-1}+\tau}}{\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}+\sum_i\tilde{\xi}_i+\sum_k\tilde{\eta}_k+\tilde{\theta}_{m_{j-1}+\tau}}(y_{m_{j-1}+\tau}+\tilde{\theta}_{m_{j-1}+\tau})$$

$(i,\ j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ k=1,\ \cdots\cdots,\ l\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;$
$m_n=m)$

によって定まる点 $(P,\ Q,\ Y)$ を考える。

$$P_i\geqq 0,\ Q_k\geqq 0,\ 0\leqq Y_{m_{j-1}+\tau}\leqq\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}$$

$$\sum_i P_i+\sum_k Q_k=1$$

なので写像

$(p,\ q,\ y)\rightarrow(P,\ Q,\ Y)$: $S\times\Gamma\rightarrow S\times\Gamma$ は R^{m+l+n} 内のコンパクト凸集合 $S\times\Gamma$ よりそれ自身の内部への一意連続写像(7)であり，ブロウェルの不動点定理により，この写像は少くともひとつの不動点 $(p^*,\ q^*,\ y^*)$ をもち，その点において，

$$p_i{}^*=\frac{p_i{}^*+\tilde{\xi}_i{}^*}{1+\mathscr{A}^*},\ q_k{}^*=\frac{q_k{}^*+\tilde{\eta}_k{}^*}{1+\mathscr{A}^*}$$

$$y^*_{m_{j-1}+\tau}=\frac{\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}}{\tilde{y}^*_{m_{j-1}+\tau}+\mathscr{A}+\tilde{\theta}^*_{m_{j-1}+\tau}}(y^*_{m_{j-1}+\tau}+\tilde{\theta}^*_{m_{j-1}+\tau})$$

$(i,\ j=1,\ \cdots\cdots,\ n\ ;\ k=1,\ \cdots\cdots,\ l\ ;\ 1\leqq\tau\leqq m_j-m_{j-1}\ ;\ m_0=0\ ;$
$m_n=m)$

が成立つ。ただしここで

$$\mathscr{A}^*=\sum_{i=1}^{n}max(0,\ \xi_i(p^*,\ q^*,\ y^*))$$
$$+\sum_{k=1}^{l}max(0,\ \eta_i(p^*,\ q^*,\ y^*))$$

であるものとする。定義により $\mathscr{A}^*\geqq 0$ であるが，いま $\mathscr{A}^*>0$ とすれば

$p_i{}^*>0\quad iff\ \tilde{\xi}_i{}^*>0$

$q_k{}^*>0\quad iff\ \tilde{\eta}_k{}^*>0$

$y^*_{m_{j-1}+\tau}>0\quad iff\ \theta^*_{m_{j-1}+\tau}>0$

であることを容易に知る。ゆえにこのとき

$$p^*\xi^*+q^*\eta^*+\theta^*y^*>0$$

であるがこれは

$$p\xi+q\eta+\theta y$$
$$=pc(p,\ q)-p(\Delta-A)y+qLy$$
$$-qr(p,\ q)+p(\Delta-A)y-qLy=0$$

に矛盾する。ゆえに $\mathscr{A}^*=0$ すなわち

$$\xi^*\leqq 0,\ \eta^*\leqq 0$$

を得る。

次に $\theta^*_{m_{j-1}+\tau}>0$ であるとすれば $\mathscr{A}^*=0$ を考慮して

$$y^*_{m_{j-1}+\tau}\tilde{\theta}^*_{m_{j-1}+\tau}=\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}\tilde{\theta}^*_{m_{j-1}+\tau}$$

すなわち $y_{m_{j-1}+\tau}{}^*=\tilde{y}_{m_{j-1}+\tau}$ を得る。しかるにΓの定義により

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l_1{}^{m_{j-1}+\tau}y^*_{m_{j-1}+\tau} \geqq l_1{}^{m_{j-1}+\tau}y^*_{m_{j-1}+\tau}>\tilde{r}_1$$

$$=\max_{(p,q)\epsilon S} r_1(p,\ q)\geqq r_1(p^*,\ q^*)$$

を得る。これにより $\eta_1{}^*>0$ すなわち $\mathscr{A}^*>0$ という矛盾が生じるので $\theta^*\leqq 0$ でなくてはならぬ。

以上により不動点 $(p^*,\ q^*,\ y^*)$ の属性として

$$(\Delta-A)y^*\geqq c(p^*,\ q^*) \tag{15}$$

$$Ly^*\leqq r(p^*,\ q^*) \tag{16}$$

$$p^*(\Delta-A)\leqq q^*L \tag{17}$$

の成立を確証しえた。

(15) に p^* を左乗，(16) に q^* を左乗，(17) に y^* を右乗し，ワルラス法則を考慮すれば，

$$p^*(\Delta-A)y^*\leqq q^*Ly^*\leqq q^*r(p^*,\ q^*)$$

$$=p^*c(p^*,q^*)\leqq p^*(\Delta-A)y^*$$

となりこれより

$$p^*[(\Delta-A)y^*-c(p^*,\ q^*)]=0 \tag{18}$$

$$q^*[Ly^*-r(p^*,\ q^*)]=0 \tag{19}$$

$$[p^*(\Delta-A)-q^*L]y^*=0 \tag{20}$$

の成立を知る。

(15)～(20) は不動点 $(p^*,\ q^*,\ y^*)$ が一般化された静学的線型非結合生産体系のもつ競争均衡解であることを物語る。

ここで仮定4をこの均衡解に適用すれば，不等式 (16) が実際には等号で成立つことを確認しうる。いま

$\exists k$:

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l_k{}^{m_{j-1}+\tau}y^*_{m_{j-1}+\tau}<r_k(p^*,\ q^*) \qquad (1\leqq k\leqq l)$$

であるとすると，(16) (19) より $q_k{}^*=0$ を得るがそのとき仮定4により $r_k(p^*,\ q^*)=0$ となり

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{\tau=1}^{m_j-m_{j-1}} l_k{}^{m_{j-1}+\tau}y^*{}_{m_{j-1}+\tau}<0$$

を得るがこれは $L\geqslant 0,\ y^*\epsilon\Gamma\subset R_+{}^m$ に矛盾する。ゆえに $Ly^*=r(p^*,\ q^*)$ が成立つ。

（証明終）

V

これまでのところ，我々は，技術の併用という現象を必らずしも排除せずに進んできた。したがって以上で存在を確認された競争均衡において，各産業は一般に複数個のプロセスの適当な一次結合によりその生産を遂行しているであろう。本節では，各産業部門はそのプロセス集合のうち，任意にひとつずつのプロセスを選択するという単純体系を考察し，均衡解の正値性を適当な条件のもとに保証しよう。

A および L において各産業部門のプロセスを任意に一個ずつ

とり出し、第j部門のプロセス集合より選択されたプロセスを第j列におき、$n\times n$ 行列A_ϵ $l\times n$ 行列L_ϵを構成する。それに対応する活動ベクトルをy_ϵと書けば単純体系は

$$(I-A_\epsilon)y_\epsilon \geqq c(p,\ q) \tag{21}$$

$$p[(I-A_\epsilon)y_\epsilon-c(p,\ q)]=0 \tag{22}$$

$$L_\epsilon y_\epsilon \leqq r(p,\ q) \tag{23}$$

$$q[L_\epsilon y_\epsilon-r(p,\ q)]=0 \tag{24}$$

$$p\leqq pA_\epsilon+qL_\epsilon \tag{25}$$

$$[p(I-A_\epsilon)-qL_\epsilon]y_\epsilon=0 \tag{26}$$

で構成される。前節と全く同様にしてこのシステムは少くともひとつの均衡解 (p^*, q^*, y_ϵ^*) をもち、

$$(I-A_\epsilon)y_\epsilon^* \geqq c(p^*, q^*) \tag{27}$$

$$p^*[(I-A_\epsilon)y_\epsilon^*-c(p^*, q^*)]=0 \tag{28}$$

$$L_\epsilon y_\epsilon^*=r(p^*, q^*) \tag{29}$$

$$q^*[L_\epsilon y_\epsilon^*-r(p^*, q^*)]=0 \tag{30}$$

$$p^*(I-A_\epsilon)\leqq q^*L_\epsilon \tag{31}$$

$$[p^*(I-A_\epsilon)-q^*L_\epsilon]y_\epsilon^*=0 \tag{32}$$

が成立することを証明しうる。ここでさらに

仮定6

A_ϵは分解不能であり、$I-A_\epsilon$ はホーキンス＝サイモン条件をみたす。

仮定7

L_ϵの各行は少くともひとつ、正要素をもつ。

仮定8

任意の $(p, q)\in S$ において、少くとも一財に対する最終需要は正である。

を設定しよう。我々は $c(p^*, q^*)$ を除く、全内生変数ベクトルの正値性を立証しうる。

仮定6、仮定8を考慮して (27) より

$$y_\epsilon^* \geqq (I-A_\epsilon)^{-1}c(p^*, q^*)>0$$

を得る。これを (29) と結合して仮定7を考慮にいれて

$$r(p^*q^*) \geqq L_\epsilon(I-A_\epsilon)^{-1}c(p^*, q^*)>0$$

となる。仮定4の対偶をとればこれより

$$q^*>0$$

を知る。また $y_\epsilon^*>0$ と (32) を考えあわせて (31) が等号で成立することを導きこれより

$$p^*=q^*L_\epsilon(I-A_\epsilon)^{-1}>0$$

を帰結しうる。この結果を (28) に結びつけて (27) の等号での成立を確認しうる。

結局のところ単純体系は

$$(I-A_\epsilon)y_\epsilon^*=c(p^*, q^*)$$

$$L_\epsilon y_\epsilon^*=r(p^*, q^*)$$

$$p^*(I-A_\epsilon)=q^*L_\epsilon$$

$$y_\epsilon^*>0, p^*>0, q^*>0$$

$$r(p^*, q^*)>0,\ \ c(p^*, q^*)\geqq 0$$

という競争均衡状態をもつということができる。

(1)　ワルラス体系と投入産出モデルの関係について詳しくは、安井〔18〕〔19〕を見られたい。

（2） ホーキンス＝サイモン〔6〕。

（3） アロウ=デブルー〔1〕287—289*pp.* および福岡＝小山，〔4〕44—46*pp.* により問題の発生についての知識を得ることができる。ワルト〔16〕はこの問題に対する彼の貢献の平易な叙述である。なお森嶋〔12〕をもみられたい。

（4） 消費理論は一般にある個人の消費需要を市場価格体系とその個人の所得の函数として叙述する。我々のモデルでは所得は内積

$$qv(p,q)$$

で表わされるので

$$c=c(p,qv(p,q))\equiv c(p,q)$$

である。

（5） ここで，R_+^n は n 次元ユークリッド空間の非負象限を表わす記号とする。R_+^l, R_+^m についても同様である。

（6） 一般性を欠くことなくこれを「第一要素」としてよい。

（7） 我々の写像手法は，ワルラスの「資本化および信用の一般均衡」の存在証明に際して森嶋〔11〕によって用いられたものと本質的に同じである。

参考文献

〔1〕 Arrow, K. J., and G. Debreu, "Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy", *Econometrica*, 22 (July 1954) 265—90.

〔2〕 Berge, C., *Topological Spaces*, Oliver & Boyd, 1963.

〔3〕 Dorfman, R., P. A. Samuelson, and R. M. Solow, *Linear Programming and Economic Analysis*, McGraw-Hill, 1958.

〔4〕 福岡正夫・小山昭雄「カッセル一般均衡体系の再検討」『季刊理論経済学』9 (January, 1959), 44—51.

〔5〕 Gale, D., "The Law of Supply and Demand", *Mathematica Scandinavia*, 3 (1955) 155—69.

〔6〕 Hawkins, D., and H. A. Simon, "Note ; Some Conditions of Macroeconomic Stability", *Econometica*, 17 (October 1949) 245—8.

〔7〕 Kuga, K., "Weak Gross Substitutability and the Existence of Competitive Equilibrium", *Econometrica*, 33 (July 1965) 593—599.

〔8〕 Kuhn, H. W., "On a Theorem of Wald", *Linear Inequalities and Related Systems*, ed. H. W. Kuhn and A. W. Tucker, Princeton University Press, 1956, 265—73.

〔9〕 McKenzie, L., "On Equilibrium in Graham's Model of World Trade and other Competitive Systems", *Econometrica*, 22(April 1954) 147—161.

〔10〕 ——, "On the Existence of General Equilibrium for a Competitive Market", *Econometrica* 27 (January 1959) 54—71.

〔11〕 Morishima, M., "Existence of Solution to the Walrasian System of Capital Formation and Credit",

Zeitschrift für Nationalökonomie, 20(1960), 238—43.
〔12〕 ——, "A Reconsideration of the Walras-Cassel-Leontief Model of General Equilibrium", *Mathematical Methods in the Social Sciences*, ed. K. J. Arrow, S. Karlin, and P. Suppes, Stanford University Press, 1960, 63—76.
〔13〕 ——, *Equilibrium, Stability and Growth*, Oxford University Press, 1964.
〔14〕 Nikaidô, H., "On the Classical Multilateral Exchange Problem", *Metroeconomica*, 8 (August 1956) 135—45.
〔15〕 ——, 『現代経済学の数学的方法』岩波書店, 1960.
〔16〕 Wald, A., "On Some Systems of Equations of Mathematical Economics", *Econometrica*, 19 (October 1951) 368—403.
〔17〕 Walras, L., *Elements of Pure Economics*, translated by W. Jaffe, Richard D. Irwin, Inc., 1954.
〔18〕 安井琢磨, 「ワルラス体系と投入産出理論」, 『経済評論』一九五七年五月号, 二—九頁。
〔19〕 ——, 「ワルラス体系の一考察」, 『経済の安定と進歩』東洋経済新報社 1958, 39—60.

* この小論は筆者が動学的投入産出モデルの研究をしているとき, 副産物としてまとめられたものである。研究過程において多くのコメントを与えて下さった荒憲治郎教授, 時子山和彦講師に厚く感謝申し上げます。

(一九六七, 一一, 三〇脱稿)(一橋大学大学院学生)