

博士学位請求論文審査報告書

申請者：植松 良公

論文題目：Statistical Analysis of Nonlinear Time Series

1. 論文の主題と構成

経済時系列分析においては、基礎となる理論は定常性や線形性を仮定して構築されるが、実際の経済データにおいては、非定常性や非線形性が観測されることがしばしばある。そのため、説明変数に非線形トレンドを導入したり、説明変数の非線形関数でモデルを構築することがしばしばある。また、通常の回帰分析では条件付期待値の分析が中心となるが、近年、経済変数の関係がデータの分位点に依存する可能性が指摘されているため、分位点回帰による分析も盛んに行われるようになってきている。分位点回帰もまた、非線形モデルの一つとしてとらえることができる。本論文は、このような経済時系列データの特徴である、非線形性や非定常性を分析する手法を構築しており、新たな計量理論を展開し、モデルの分析手法を提案するものである。

本論文は4章からなり、以下のような構成になっている。

Chapter 1: Overview

Chapter 2: Asymptotic Efficiency of the OLS Estimator with
a Singular Limiting Sample Moment Matrix

Chapter 3: Testing for a Unit Root in the Presence of a Slowly
Varying Regressor

Chapter 4: Nonstationary Nonlinear Quantile Regression

2. 各章の概要

以下では、本論文を構成する各章の主たる内容を述べる。まず、第1章は、序章として全体の概観を説明し、本論文の背景、目的および成果をまとめている。

第2章では、非確率項が、定数および時間に線形なトレンドの対数値のような緩慢変動関数である非線形項である場合の、最小2乗推定量の特性を分析している。一般的な理論では、最小2乗推定量は効率性という観点で、一般化最小2乗推定量よりも劣ることが知られているが、説明変数がGrenander-Rosenblatt (G-R) 条件を満たす場合、最小2乗推定量は一般化最小2乗推定量と同等に効率的である。その代表的な例は、非確率項が定数及び時間トレンドである場合である。しかしながら、時間トレンドの対数値のよう

な緩慢変動関数が説明変数の場合、定数項と緩慢変動関数は漸近的に多重共線関係となり、G-R 条件は満たされなくなる。本章では、このように G-R 条件が満たされない場合でも、非確率項が緩慢変動関数の場合には、最小 2 乗推定量は一般化最小 2 乗推定量と同等に効率的であることが、理論的に証明されている。

第 3 章では、第 2 章のモデルを拡張して、非確率項が緩慢変動関数である場合、確率項が定常過程に従うか、あるいは単位根をもつ非定常過程に従うかの仮説検定を提案している。先行研究と同様に、まず始めに標準的な手順として、変数を非確率項へ回帰し、係数の推定量の漸近特性が分析されている。次のステップとして、最初の回帰からの残差に対し、単位根があるかどうかの t 検定を行っている。この場合の漸近分布は、標準的な単位根検定である **Dickey-Fuller** 検定の分布とは異なることが明らかになっており、その漸近分布はモンテ・カルロ法で導出されている。しかしながら、漸近分布による有限標本分布の近似は、精度が非常に悪いことが明らかにされてる。そこで、本論文では、最初の回帰の段階で、定数項をあえて除き、変数を緩慢変動関数のみを説明変数とする回帰を行い、その残差に単位根検定を行うことを提案している。この場合、検定統計量の漸近分布は、当初のものとは異なるが、漸近分布による有限標本分布の近似の度合いは、格段に向上することを示した。さらに、確率項に単位根以外の系列相関も想定した場合の検定、いわゆる、**Phillips-Perron** 検定の変形版も提案しており、最終的に、実証分析に応用できる形の検定統計量を開発している。

第 4 章では、単位根過程の非線形分位点回帰分析に関する統計的推測の研究を行っている。モデルとして、1 変量単位根確率変数を非線形変換したものを説明変数とし、この場合の分位点回帰の推定量の漸近性質の分析を行っている。なお、単位根確率変数の非線形変換関数としては、先行研究にならい、**H-regular** 関数と **I-regular** 関数を想定している。まず始めに、**H-regular** 関数を想定した上で、分位点回帰により求められた係数の一貫性および漸近分布を導出している。さらに、誤差項が従属的な場合にモデルを拡張させ、この場合でも係数推定量の統計的推測が可能である完全修正非線形分位点回帰推定量というものを提案している。その上で、係数制約のワルド検定統計量を提案し、検定統計量の漸近帰無分布がカイ 2 乗分布となることを証明している。一方、**I-regular** 関数に関しては、モデルがパラメータに関して線形であるという仮定の下で、推定量の一貫性の証明し、漸近分布を導出している。

3. 全体的な評価

以上のように、本論文では、時系列データの非線形性、非定常性に焦点を当て、計量経済学におけるいくつかの問題について理論的な分析を行い、新たな

結果を得ている。

第 2 章においては、G-R 条件を満たさないという、教科書的な仮定を逸脱する場合でも、最小 2 乗推定量が漸近的に効率的となる場合があることを証明しており、理論的に非常に重要な結果が得られている。特に、緩慢変動関数は線形トレンドの対数値のような、実証分析でも実際に使われることがある非線形トレンドも含んでおり、このような非線形トレンドを持つ場合の最小 2 乗推定量の正当性が証明されたことの意義は大きいだろう。

第 3 章においては、非確率項のモデルは第 2 章と同じであるが、本章では非確率項が主な分析対象ではなく、確率項の単位根の有無の検定が分析の焦点である。経済時系列データの分析において、現在では単位根検定を行うことが常識となっており、本章で、非確率項が非線形トレンドを持つ場合の単位根検定を提案したことは、高く評価できる。とくに、本来は入れるべき定数項を回帰式から除き、緩慢変動関数だけに回帰を行った残差に基づいて単位根検定を行うことは、一見、奇抜な提案に見えなくもないが、モンテ・カルロ実験による有限標本近似の向上を例示し、提案した手法の妥当性を示したことは、特筆すべき成果といえよう。

第 4 章では、非定常時系列データの非線形モデルにおける分位点回帰という、数学的に非常に難解なモデルの分析を行っており、漸近分布の導出など、高度な数学的手法を駆使して結果を得ていることは、高く評価できる。また、モデルの推定だけに留まらず、推定量の制約に関する仮説検定を提案していることも、実証分析を想定した重要なことであり、評価に値するだろう。

全体として、植松良公氏は、経済時系列データの非線形性および非定常性という特徴を明示的にモデルに導入し、統計的推測問題を独創的な手法で解明している。また、理論的な結果をモンテ・カルロ実験で検証しており、各章はいずれも学術的に十分高いレベルに達していると評価できる。

もっとも、本論文が現状において完全というわけではなく、必ずしも十分な検討・分析が行われているとは言いきることはできない。第 3 章においては、漸近分布による有限標本近似の方法を提案しているものの、近似の精度は必ずしも十分ではないケースもある。また、単位根検定として Phillips-Perron タイプの検定を提案しているが、ユーザー・サイドの事情を考えれば、ADF タイプの検定についても、検討が必要だろう。また、第 4 章においては、I-regular 関数の場合には、パラメータに関して線形なモデルを想定しているが、より一般的な非線形関数への拡張が期待される場所である。ただし、これらの課題は、本論文で得られた成果を基盤として、将来的な研究の中で取り組むべき問題であり、この方面での植松良公氏の今後の精進に期待したい。

本論文は、将来的な課題はあるものの、すでに述べたとおり、計量経済学に

おける重要な貢献をしており，博士学位論文としてふさわしい高い水準に達していると判断する．また，口述試験ではいくつか問題点が指摘されたものの，それらの意見を反映して論文は改訂されている．よって，審査員一同は，植松良公氏に一橋大学博士（経済学）の学位を授与することが適当であると判断する．

2013年9月26日

論文審査員(五十音順)

石村 直之

黒住 英司

桑名 陽一

本田 敏雄

山本 庸平

論文審査委員長 黒住 英司