

# マクロ計量分析における DSGE モデルの役割: 「最小解釈」の導入と応用

## DSGE Models in Macroeconometrics: An Introduction to the Minimal Econometric Interpretation and its Application

一橋大学大学院経済学研究科

加納 隆<sup>†‡</sup>

Takashi Kano

Graduate School of Economics, Hitotsubashi University

2014 年 7 月 15 日

---

### 要約

本稿では、動学的確率的一般均衡モデルのマクロ計量経済分析における役割を、Geweke (2010) による強解釈と弱解釈および最小解釈の 3 分類に従って批判的に略説する。最小解釈の応用例として、Kano and Nason (2014) による消費の習慣形成の金融政策ショック伝播メカニズムとしての役割に関する実証分析を紹介する。最後に将来研究への展望を議論する。

---

### *abstract*

This paper critically reviews roles of dynamics stochastic general equilibrium (DSGE) models in macroeconomics, introducing econometric categorizations of DSGE models made by Geweke (2010): strong, weak, and minimal econometric interpretations. As an application of the minimal interpretation, this paper introduces the Bayesian Monte Carlo exercise conducted by Kano and Nason (2014) for investigating business cycle implications of consumption habits as a propagation mechanism of monetary policy shocks.

---

キーワード: 動学的確率的一般均衡モデル, マクロ計量モデル, ベイズ統計学, ニューケインジアンモデル, 消費の習慣形成

<sup>†</sup> 〒180-8601 東京都国立市中 2-1 Email: tkano@econ.hit-u.ac.jp.

<sup>‡</sup> 本稿の執筆に際し、共同研究者である Jim Nason 氏からデータおよびプログラムの利用を快諾いただいた。またエディターである谷崎久志氏、匿名レフェリー、加納和子氏、および 2013 年度日本経済学会春季大会において開催された日本学術会議数量的経済・政策分析分科会チュートリアルセッションの参加者からは貴重かつ有用なコメントをいただいた。特に新谷元嗣氏との議論は本稿の展望を考察する上で大変参考となった。記して感謝したい。また本稿の分析は科学研究費基盤研究 (B) 「マクロ動学的確率的一般均衡モデルの統計的推定および評価方法の分析」(課題番号 24330060) としての助成を受けている。本稿中におけるいかなる誤りも筆者に帰する事は言うまでもない。

# 1 はじめに

過去約 30 年のマクロ経済学の歴史において、動学的確率的一般均衡 (dynamic stochastic general equilibrium: DSGE) モデル分析の著しい発展を無視することは決してできない。新古典派 1 部門最適成長モデルをその源泉に持ち、実物的景気循環 (real business cycle: RBC) モデルを用いた Kydland and Prescott (1982) の先駆的な研究以来、このマクロ経済分析のフレームワークは経済成長、景気循環、そしてマクロ経済政策といったマクロ経済の現実をより深く理解し、かつその正確な将来予測に期するため、多岐に渉る複雑な市場経済メカニズムを内包しつつ急速に拡張されてきた。しかしながら 2008 年夏のリーマンショック後の世界的金融危機とその後の実体経済における景気後退の事前予測に失敗し、事後的にも金融危機の原因と実体経済への波及メカニズムの理論的解明に未だに至っていない点で、この DSGE フレームワークの未熟さが露呈している事も研究者間の共通の認識であろう。

しかしながら本稿の目的は、このようなリーマンショックという DSGE 分析にとって喫緊の課題を内省的に回顧し、その理論モデルの将来展望を紹介する事ではない。近年のマクロ経済学における DSGE 研究の隆盛の背後には、その実証的評価方法の急速な発展があることを看過できない。複雑な現実経済の抽象である以上、様々な特定化の誤りを持っている DSGE モデルはそもそも「偽」であり、その理論的仮説を統計的に棄却する十分な種類の時系列データを探し出す事は容易に可能である。しかしだからといって、特定の研究目的に沿って構築された DSGE モデルの有用性が完全に否定される訳ではない。それゆえ DSGE モデルを実証的に評価する際に伴う必然的な困難は、このような多くの特定化の誤りを持つ DSGE モデルをどのようにマクロ計量モデルとしてフォーマルな形で実証的に評価できるかという事である。実際この問題に対処すべく、Kydland and Prescott (1982) は RBC モデルの実証的評価のためカリブレーション (calibration) 法を開発し、その後特定化の誤りがある DSGE モデルの推定と評価は、尤度原理 (likelihood principle) に従ったベイズ統計学のフレームワークで行われるのが現在標準的になっている。

本稿の目的は、このように近年開発と発展が著しい DSGE モデルの実証的評価方法を俯瞰する事にある。このため本稿では Geweke (2010) に従い、DSGE モデルのマクロ計量モデルとしての 3 つの解釈、「強解釈」(strong econometric interpretation)、「弱解釈」(weak econometric interpretation)、および「最小解釈」(minimal econometric interpretation) を導入する。<sup>\*1</sup> これら 3 解釈を理解する上で、以下第 2 節で概説するように、ベイズ統計的推論および意思決定論 (Bayesian inferences and decision making) における計量統計モデルの「完備性」(completeness) とベイズ特定化分析 (Bayesian specification analysis) の概念が重要となる。特に強解釈と弱解釈は、既存の多くの DSGE モデルを用いたマクロ計量分析が依拠している立場であり、第 2 節において RBC モデルを用いて例示するように、それぞれ完備計量モデルとしての DSGE モデルの役割に立脚している。しかしながら Geweke (2010) はこれら 2 解釈の問題点を批判し、「不完備」な計量モデルとしての DSGE モデルの役割という最小解釈を提示する。本稿においても、第 3 節では Geweke (2010) の強解釈と弱解釈に対する批判を展開し、最小解釈のフォーマルな導入を試みる。その後、第 4 節では最小解釈の応用として Kano and Nason (2014) のニューケインジアン DSGE (new Keynesian DSGE: NKDSGE) モデル分析に基づき、消費の習慣形成の金融政策ショック伝播メカニズムとしての役割を最小解釈を適用し再考する。最後に第 5 節で将来研究への展望を議論する。

---

<sup>\*1</sup> マクロ計量分析におけるベイズ統計学のアプローチの標準的なレビューとしては、Del Negro and Schorheide (2011) を挙げる事ができる。後述するように、ここでは DSGE モデルは尤度を規定する完備統計モデルと見なされる。これに対し Geweke (2010) の分類はより包括的かつ一般的である。

## 2 ベイズ統計的方法における完備統計モデル

本節では、ベイズ統計的方法に基づき完備統計モデルを定義し、ベイズ特定化分析における事前予測分析 (prior predictive analysis) を導入する。また DSGE モデルが完備統計モデルとして解釈可能であることを、RBC モデルを用いて例示する。

### 2.1 完備統計モデル

完備な計量モデルとは、意思決定者がその意思決定をする際に依拠する統計モデルを指すが、不確実で観察不可能なパラメーターや潜在変数、および意思決定時には不確実な将来の結果に影響を与えうるその他の諸要因、そして観察可能変数の間の同時確率分布を規定する。ベイズ意思決定 (Bayesian decision) においては、意思決定者は完備計量モデルとデータの同時確率分布上に仮定される効用関数に基づいて、現在の観察事実に条件付けられた期待効用を最大化するように意思決定を行うと考える。

$\mathbf{A}$  はある完備計量モデルを表すとする。完備計量モデル  $\mathbf{A}$  は次の 4 つの変数ベクトルからなる。

1. 観察可能な変数ベクトル  $\mathbf{y}_T$ :  $T$  は標本期間を示し、 $m$  は各時点で観察可能な変数の次元を示すとする。 $\mathbf{y}_T = \{y'_1, \dots, y'_T\}'$  は  $mT \times 1$  の次元を持つ。
2. 観察不可能な変数ベクトル  $\theta_A \in \Theta_A$ : 統計モデルのすべてのパラメーターを含む。添字  $A$  はこの変数ベクトルがモデル  $\mathbf{A}$  に特有なものであることを表している。次元は  $k_A \times 1$  である。
3. 意思決定者の興味となる (または分析者の分析対象となる) 変数ベクトル  $\omega_T \in \Omega_T$ : 意思決定者の効用関数に含まれる全ての変数を含む。次元は  $q \times 1$  である。
4. 意思決定ベクトル  $\mathbf{d}_T \in \mathbf{D}$ : 意思決定の全ての要素を含む。次元は  $p \times 1$  である。 $\mathbf{d}_T$  の選択は  $\omega_T$  の確率分布に影響を持つ場合もあるし持たない場合もある。

以上 4 つの変数ベクトルの下、完備計量モデルは以下 4 つの要素から構成される。

1. 観察可能な変数ベクトルの確率密度関数

$$p(\mathbf{y}_T | \theta_A, \mathbf{A}). \quad (1)$$

ここで  $y_T^0$  を観察可能な変数ベクトル  $\mathbf{y}_T$  の実現値、すなわち観察データとすると、 $L(\theta_A; \mathbf{y}_T^0) = p(\mathbf{y}_T^0 | \theta_A, \mathbf{A})$  は統計モデル  $\mathbf{A}$  のパラメーター  $\theta_A$  における尤度を表す。

2. 観察不可能な変数ベクトル  $\theta_A$  に対する事前的確率密度関数

$$p(\theta_A | \mathbf{A}). \quad (2)$$

ここで  $p(\theta_A | \mathbf{A})$  は、統計モデル  $\mathbf{A}$  のパラメーター  $\theta_A$  の分布に関する分析者の事前的な信念を表している。

3. 分析者の分析対象である変数ベクトル  $\omega_T$  の確率密度関数

$$p(\omega_T | \mathbf{y}_T, \theta_A, \mathbf{d}_T, \mathbf{A}). \quad (3)$$

4. 分析対象である変数ベクトル  $\omega_T$  と意思決定  $\mathbf{d}_T$  上で定義される効用関数  $U(\omega_T, \mathbf{d}_T)$  と、期待効用最大化に基づく意思決定  $\hat{\mathbf{d}}_T$

$$\hat{\mathbf{d}}_T = \operatorname{argmax}_{\mathbf{d}_T \in \mathbf{D}} E[U(\omega_T, \mathbf{d}_T) | \mathbf{y}_T^0, \mathbf{A}]. \quad (4)$$

以上のように定義された完備計量モデルは、ベイズ統計的推論と意思決定論の基礎となる。まずモデルのパラメーター  $\theta_A$  の事前分布 (2) は尤度関数 (1) を通じて事後分布  $p(\theta_A|y_T^0, \mathbf{A})$  として次のように改訂される

$$p(\theta_A|y_T^0, \mathbf{A}) = \frac{p(\theta_A|\mathbf{A})p(y_T^0|\theta_A, \mathbf{A})}{p(y_T^0|\mathbf{A})}. \quad (5)$$

ここで  $p(y_T^0|\mathbf{A})$  は事後分布の正規化係数であり、統計モデル  $\mathbf{A}$  の周辺尤度 (marginal likelihood) と呼ばれる。このモデルのパラメーター  $\theta_A$  の事後分布 (5) を用いれば、分析対象の変数  $\omega_T$  の事後分布も以下のように導出できる。

$$p(\omega_T|y_T^0, \mathbf{d}_T, \mathbf{A}) = \int_{\Theta_A} p(\omega_T|y_T, \theta_A, \mathbf{d}_T, \mathbf{A})p(\theta_A|y_T^0, \mathbf{A})d\theta_A. \quad (6)$$

そして特定の効用関数  $U(\omega_T, \mathbf{d}_T)$  と事後分布 (6) から、意思決定  $\hat{\mathbf{d}}_T$  をもたらず期待効用関数は

$$E[U(\omega_T, \mathbf{d}_T)|y_T^0, \mathbf{A}] = \int_{\Omega_T} U(\omega_T, \mathbf{d}_T)p(\omega_T|y_T^0, \mathbf{d}_T, \mathbf{A})d\omega_T. \quad (7)$$

と与えられる。

## 2.2 ベイズ特定化分析における事前予測分析

以上のように完備計量モデルに基づくベイズ意思決定の要は、当該計量モデル  $\mathbf{A}$  の観察不可能なパラメータ  $\theta_A$  に条件付けられた観察可能変数ベクトル  $y_T$  の確率密度関数 (1) と、パラメータ  $\theta_A$  に関する事前分布 (2) である。これらの確率密度関数が何らかの意味で現実のデータと整合的でなければ、期待効用最大化に基づくベイズ意思決定もその合理性を失う。以下示すように、ベイズ特定化分析は完備計量モデルのよりデータ整合的な特定化を目指して行われるモデル批判 (model criticism) を意味する。

ベイズ特定化分析にはインフォーマルな方法とよりフォーマルな方法があるが、本節では事前予測分析と呼ばれるフォーマルな方法を概説する。<sup>\*2</sup> 以下に見るように事前予測分析では、完備計量モデルの観察可能変数ベクトル  $y_T$  に関する事前予測 (すなわち実現値  $y_T^0$  を観察する前の予測) を、その実現値  $y_T^0$  と比較する事によりモデル批判および特定化のチェックを行う。<sup>\*3</sup> 本節で概説するベイズ事前予測分析は、後節で導入する DSGE モデルの弱解釈とカリブレーション分析に密接に結びついており、その定型化に重要な役割を果たす。

事前予測分析は、以下のように定義される観察可能変数ベクトル  $y_T$  の事前予測密度関数 (prior predictive density) に基づいている。

$$p(y_T|\mathbf{A}) = \int p(\theta_A|\mathbf{A})p(y_T|\theta_A, \mathbf{A})d\theta_A. \quad (8)$$

この周辺密度関数で規定される事前予測分布は、観察可能変数ベクトル  $y_T$  の実現値  $y_T^0$  を観察する前の完備計量モデル  $\mathbf{A}$  に基づく分析者の  $y_T$  に関する予測の分布を表している。この周辺密度関数 (8) を実現値  $y_T^0$  で評価したものは、統計モデル  $\mathbf{A}$  の周辺尤度 (marginal likelihood) に等しい。

以下のステップを通じて、完備計量モデルから事前予測分布を簡単にシミュレートできる。

ステップ 1: 事前分布 (2) からパラメータ  $\theta_A^{(m)}$  を生成する。

$$\theta_A^{(m)} \sim p(\theta_A|\mathbf{A}).$$

<sup>\*2</sup> ベイズ特定化分析に関するより包括的な議論は Geweke (2005), Gelman et al. (2003), および Lancaster (2004) を参照。

<sup>\*3</sup> 事前予測分析に対し、観察可能変数ベクトルの実現値  $y_T^0$  を観察した後の  $y_T$  に対する統計モデルの予測を用いた事後予測分析 (posterior predictive analysis) も、フォーマルなベイズ特定化分析として知られている。

ステップ 2:  $\theta_A^{(m)}$  を所与として、確率密度関数 (1) から観察可能な変数ベクトル  $y_T^{(m)}$  を生成する。

$$y_T^{(m)} \sim p(y_T | \theta_A^{(m)}, \mathbf{A}).$$

ステップ 3: ステップ 1 と 2 を  $M$  回繰り返し、同時分布  $\{\theta_A^{(m)}, y_T^{(m)}\}_{m=1}^M$  と周辺分布  $\{y_T^{(m)}\}_{m=1}^M$  を生成する。

$$(\theta_A^{(m)}, y_T^{(m)}) \sim p(\theta_A, y_T | \mathbf{A}), \quad \text{および} \quad y_T^{(m)} \sim p(y_T^{(m)} | \mathbf{A}).$$

$y_T$  に関する事前予測分布 (8) を導出すると、関数  $z_T = h(y_T)$  で与えられる  $y_T$  のいかなる変換  $z_T$  の事前予測分布も以下のように規定できる。

$$p(z_T | \mathbf{A}) = \int p(\theta_A | \mathbf{A}) p(h(y_T) | \theta_A, \mathbf{A}) d\theta_A. \quad (9)$$

解析解が得られない限り、実際の変換  $z_T$  の事前分布はシミュレーションによって導出される。事前分布導出のステップ 3 の後、ステップ 4 が以下のように付け加えられる。

ステップ 4:  $y_T$  の周辺分布  $\{y_T^{(m)}\}_{m=1}^M$  から変換  $z_T$  の周辺分布  $\{z_T^{(m)}\}_{m=1}^M = \{h(y_T^{(m)})\}_{m=1}^M$  を生成する。

$$z_T^{(m)} \sim p(z_T | \mathbf{A}) = p(h(y_T) | \mathbf{A}).$$

関数  $h(y_T)$  が観察可能な変数ベクトルの特性をより簡潔に表現している場合、変換  $z_T$  の事前分布はベイズ特定化分析およびモデル評価において極めて重要な役割を果たす。ここで  $z_T^0$  をデータの実現値  $y_T^0$  で評価された変換  $h(y_T^0)$  とする。この時

$$\alpha_{prior} = \text{Prob}(z_T > z_T^0 | \mathbf{A}) \approx M^{-1} \sum_{m=1}^M I(z_T^{(m)} > z_T^0)$$

によって  $\alpha_{prior}$  を定義すると、 $\alpha_{prior}$  はベイズ特定化検定統計量 (Bayesian specification test statistic)  $z_T$  の事前分布に基づく  $p$  値と見なすことができる。もし  $p$  値  $\alpha_{prior}$  が 0 (または場合によっては 1) に近い値を取る場合、統計モデル  $\mathbf{A}$  は「信頼性に欠ける」(discredited) と結論づけられ、特定化の修正と改善を求められる。<sup>\*4</sup>

## 2.3 完備計量モデルとしての DSGE モデル: RBC モデルの例

DSGE モデルでは、将来の経済環境に関する不確実性に直面する経済主体が行う動学的かつ確率的な最適化行動の結果として、財、生産要素、貨幣および債券などからなる資産への需要と供給が決定され、各市場において需給が一致するように均衡価格と均衡数量が決定される。以下、最も定型化された DSGE モデルである RBC モデルの構造を略説し、完備計量モデルとの関係を例示する。

典型的な RBC モデルにおいては、マクロ経済は家計部門、企業部門、および政府部門から成り、最終財市場、労働市場、および物的資本のレンタル市場における完全競争均衡 (各市場で需要と供給が一致する状態) において、財価格、賃金、および実質利子率がそれぞれ決定される。<sup>\*5</sup> 家計は現在から将来にわたる消費と余暇から効用を得て、予算制約を異時点間で満たしながら生涯効用の期待割引現在価値を最大化する。家計は労働と物的資本

<sup>\*4</sup> ベイズ特定化検定統計量とその事前分布に基づいた  $p$  値を利用したベイズ特定化分析は、モデルの尤度  $p(y_T^0 | \theta_A, \mathbf{A})$  に依拠しておらず、厳密にはベイズ統計学の尤度原理を満たしていない。また同様の批判は事後予測分析にも当てはまる。

<sup>\*5</sup> 国際的実物的景気循環論 (international real business cycle models: IRBC) の議論に見られるように、貿易収支、経常収支および交易条件など対外取引と関連する経済変数に対する分析を行う事も、RBC モデルを開放経済に拡張する事によって可能である。

からなる生産要素の本源的所有者であり、労働市場に労働を供給し、投資を通じて蓄積した物的資本を資本レンタル市場に貸し出す事により、完全競争賃金と資本レンタルコストからなる要素報酬を稼得する。この家計の稼得収入は政府により課税され（または政府より所得移転を受け）、家計は残りの可処分所得を今期の消費と物的資本への投資を通じた貯蓄に配分し、実質購買力を異時点間で代替する。<sup>\*6</sup>

企業は株式市場を通じて家計により所有される。企業は生産関数で規定される生産技術を有し、財の生産を行う。財の生産には生産要素の投入が必要となるが、企業は労働市場では労働を需要し、資本レンタル市場においては物的資本を家計から借り入れる。企業は、完全競争均衡賃金と資本レンタルコストを所与として、産出量から要素報酬の支払いを除いた利潤を最大化するように生産要素の最適投入量を決定する。この際生じ得る超過利潤は、配当として株式市場を通じて家計部門に還流される。さらに政府部門は財政支出と課税を担う。典型的な RBC モデルでは、均衡財政主義に基づき各期の財政支出は当該期の課税によって全て賄われる。<sup>\*7</sup>

このような動学的な意思決定において、経済主体は将来の経済環境に関する不確実性に直面する。特に RBC モデルの分析において中心的な役割を果たすのは生産技術に対する外生的ショック（技術ショック）である。<sup>\*8</sup> また効用関数の形状への影響を通じて労働供給の賃金弾力性を変化させる選好ショックや政府支出ショックなども、景気循環を生じさせる外生的ショックとして頻繁に考察の対象となっている。RBC モデルでは、このような外生的ショックは特定の確率過程に従う確率変数として導入される。

以上で仮定される経済構造に関して、経済主体は完全情報を持ち、生産要素価格の将来の実現値に関する「合理的な期待」を形成しつつ現時点での意思決定を行う。このような「合理的期待形成」は DSGE モデルで現在支配的に採用されている期待形成の仮説である。<sup>\*9</sup> 合理的期待形成の下で、経済主体の意思決定から各市場における需要関数と供給関数が導出され、その需給を一致させるように均衡価格が決定される。この均衡価格は、経済主体の合理的期待と整合的でなければならない。

以上のように定型化された RBC モデルは、完備計量モデル A として以下のように記述できる。まず RBC モデルのプリミティブなパラメータ（構造パラメータ）を、完備計量モデルにおける観察不可能な変数ベクトル  $\theta_A$  として記述する。このパラメータベクトル  $\theta_A$  には相対的危険回避度、労働供給の賃金弾力性、主観的割引率などの効用関数に関するパラメータ、生産要素の限界生産性を規定する生産関数のパラメータ、資本減耗率、および外生ショックの確率過程など RBC モデルの構造パラメータが含まれ、式 (2) で示される分析者の持つ事前分布  $p(\theta_A|A)$  に従う。<sup>\*10</sup> 次に、RBC モデルの均衡解として与えられる均衡価格および均衡数量（の一部）を、完備計量モデルの観察可能変数ベクトル  $y_T$  として記述する。この観察可能変数ベクトルには、国民総生産、消費、設備投資、雇用率などの均衡数量や、賃金および実質利率などの均衡価格が含まれる。RBC モデルにおいては、この観察可能ベクトル  $y_T$  の条件付き密度関数  $p(y_T|\theta_A, A)$  は、完備計量モデルにおける式 (1) のように導出される。

<sup>\*6</sup> ここで民間部門の実質債券取引を認めることも可能である。しかしながら代表的家計 (representative household) を仮定する典型的な RBC モデルでは、均衡において民間債務残高はゼロになる。家計の同質性から民間の債務取引は均衡の結果として行われず、均衡実質利率はそのような自給自足均衡 (autarky equilibrium) をもたらすように決定される。

<sup>\*7</sup> 国債の発行を認め政府債務によるファイナンスを認めることも可能である。この際政府は異時点間の政府予算制約を満たすと仮定される。

<sup>\*8</sup> 労働中立的な技術ショックを仮定するのが通常であるが、これは収穫一定の生産関数の下で労働生産性に対する外生的なショックと考えることができる。

<sup>\*9</sup> 合理的期待経済に依拠せず、経済主体の「学習プロセス」を強調した代替的な均衡概念も考察されている。

<sup>\*10</sup> RBC モデルの構造パラメータは各経済主体の行動規範を規定し、いわゆる政策評価に関する「ルーカス批判」に呼応するよう政府部門の政策ルールの変更に対して安定的であり不変であることが求められる。

### 3 マクロ計量分析における DSGE モデルの役割: Geweke (2010) の解釈

前節では典型的な RBC モデルを例として用いながら、一般的に DSGE モデルが完備計量モデルとして表されることを示した。本節では Geweke (2010) の議論に従い、DSGE モデルのマクロ計量分析における役割に関する 3 つの解釈、強解釈と弱解釈および最小解釈を導入する。

#### 3.1 強解釈

強解釈においては、DSGE モデルは完備計量モデルとして役割を持つ。前節で示したように、このとき DSGE モデルは分析者によって選択された観察可能ベクトル  $y_T$  の密度関数  $p(y_T|\theta_A, A)$  を規定し、その実現値  $y_T^0$  が与えられれば、モデルの尤度  $p(y_T^0|\theta_A, A)$  が導出される。強解釈では、このように導出される尤度と構造パラメータ  $\theta_A$  の事前分布  $p(\theta_A|A)$  から構造パラメータの事後分布  $p(\theta_A|y_T^0, A)$  をシミュレートし、また実現値  $y_T^0$  で評価されたモデルの周辺尤度  $p(y_T^0|A)$  を推定する事によって DSGE モデルの評価を行う。この強解釈に基づいたモデル評価は、尤度原理を満たすため「尤度アプローチ」(likelihood approach) とも呼ばれる。

強解釈の問題点は、DSGE モデルが本質的に抱える「確率的特異性」(stochastic singularity) の問題に帰する。確率的特異性とは、観察可能ベクトル  $y_T$  として選択された経済変数間に確定的 (deterministic) な関係が生じる状態を指す。一般に、DSGE モデルの不確実性の源泉となる構造ショックの数より観察可能ベクトルに含まれる経済変数の数が多い場合、当該 DSGE モデルは確率的に特異になる。一方、実際のデータ  $y_T^0$  の間にはこのような確定的な関係は通常観察できない。それゆえ確率的に特異な DSGE モデルの尤度はゼロになってしまい、尤度原理を満たさなくなる。

この確率的特異性の問題は次のように解釈できるかもしれない。通常、動学的一般均衡モデルの均衡解は鞍点安定的 (saddle stable) で一意である。この一意的な鞍点均衡解では、瞬時的に調整可能な経済変数 (制御変数またはジャンプ変数とも呼ばれる) は状態変数 (先決変数とも呼ばれる) の一意的で確定的な関数として与えられ、その関数関係を変数間制約 (cross equation restrictions) と呼ぶ。ここで、もしこの変数間制約を確率的にするような構造的ショックがなければ、経済変数間の関係は確定的になってしまいその相関は完全となる。しかし、経済変数間の完全な相関関係は現実のデータではおおよそ観察できず、確定的な動学的一般均衡モデルの尤度はゼロになる。Geweke はこのような状態を指して

“[T]he restriction of observables to a degenerate space of lower dimension is a well-documented failure of most DSGE models.” (Geweke 2010, p97)

と述べて、完備計量モデルとしての DSGE モデルの限界を指摘している。

このような確率的特異性の問題を避けるため、強解釈では観察可能ベクトルの次元以上の構造ショックの種類が必要になる。それゆえ強解釈に立脚してモデル評価を行う研究者は、本来の目的とすべき DSGE モデルが記述する経済の動学的な波及メカニズムそれ自体ではなく、確率的特異性を避けるに十分な数の経済的に意味のある構造ショックを、整合的かつ信憑性の高い方法で当該モデルにいかに関与させるかという副次的な問題に直面する。<sup>\*11</sup> Geweke は

<sup>\*11</sup> 中規模なニューケインジアン型 DSGE モデルに対する尤度アプローチの分析で導入される構造ショックの種類は通常 10 を上回る。しかしながらそれぞれの構造ショックが本質的に経済的にどのような意味を持つのか不明瞭な場合が多い。

”[A] strong econometric interpretation of DSGE models requires an explicit accounting for the dimensions of variations observed in the data, which are not accounted for in the model.” (Geweke 2010, p97)

と強解釈を批判している。

### 3.2 弱解釈

弱解釈も DSGE モデルの完備計量モデルとしての役割を強調するが、その分析の焦点を観察可能ベクトル  $y_T$  それ自体ではなくその変換である検定統計量  $z_T = h(y_T)$  に置く。弱解釈の立場を採用する分析者にとって DSGE モデルの目的は、「慎重に特定化されたデータの特性」である  $z_T$  だけに則してマクロ経済の動学的波及メカニズムを模倣し再現することある。これは Kydland and Prescott (1996) に代表されるカリブレーション分析が依拠するマクロ計量モデルとしての DSGE モデルの解釈に等しく、本稿第 3 節で概説した事前予測分布に基づくベイズ特定化分析の応用と考えることができる (Lancaster 2004, p81)。

カリブレーション分析では、DSGE モデルが現実経済の抽象であることが強調され、「真」の帰無仮説に基づいた DSGE モデルの古典的な仮説検定が否定される。その上で、特定の研究目的だけに則して慎重に特定化されたデータ特性だけを説明することが DSGE モデルの究極の目的とされる。この特定化されたデータ特性の選択は研究目的に依存するが、例えば資産価格理論への応用研究ではエクイティ・プレミアムとリスク無し債券金利の時系列標本平均であり、また景気循環分析への応用では国民総生産、消費、投資、および雇用率などのマクロ集計量と賃金や実質利率などの市場価格の標本分散や標本共分散などが考察の対象となる。言い換えると、これらの選択された標本統計量が特定化検定統計量  $z_T$  となる。

DSGE モデルの弱解釈であるカリブレーション分析が抱える問題は、その論理的な不整合性にある。前述したように、通常カリブレーション分析では特定されたマクロ経済変数の標本平均や標本（共）分散を検定統計量  $z_T$  として採用する。そして、式 (9) を当該 DSGE モデルが事前に予測する検定統計量の標本分布と見なしてモデル評価を行う。<sup>\*12</sup> ここで本質的な問題は、考察対象として選ばれた検定統計量の標本分布が、当該 DSGE モデルによって説明することを意図していない高次のモーメントに依存している事実である。<sup>\*13</sup> このことは、検定統計量  $z_T$  の事前予測分布  $p(z_T|A)$  の限定された側面だけを用いて、完備統計モデルの評価を行う事は論理的に不可能であることを意味している。つまり弱解釈においても、選択された検定統計量の事前分布の全ての特性を考慮しなければならないし、さらには検定統計量が観察可能変数ベクトル  $y_T$  の変換である以上、観察可能変数ベクトルの周辺分布それ自体を考察対象としなければならない。弱解釈においても完備統計モデルの全ての側面を反映せざるを得ないことは、それが強解釈と何ら変わらないことを意味している。

### 3.3 最小解釈

以上のように、強解釈では確率的特異性が尤度原理に基づく経済波及メカニズムの DSGE 分析を困難にし、また弱解釈に基づくカリブレーション分析はそもそも論理的に不整合である。このような DSGE モデルの完備計量モデルとしての役割を強調する 2 つの解釈の問題点を回避するため、Geweke (2010) は DeJong, et al. (1996) の

<sup>\*12</sup> 例えば Gregory and Smith (1991) を参照。

<sup>\*13</sup> Geweke (2010) の例に則して、標本平均の標本分布は母分散に依存している周知の事実を考えれば理解しやすい。ここで DSGE モデルが標本平均だけを説明する事だけを意図されているとする。標本平均の標本分布を用いてモデルの評価をすると、同時に分散もモデル評価において考慮することになり、DSGE モデルの当初の意図から外れてしまう。



ベイジアンカリブレーション法 (Bayesian calibration) を一般化し、最小解釈を新たに提起する。

最小解釈では、完備計量モデルとしての DSGE モデルという立場を放棄する。この解釈では、DSGE モデルは観察可能変数ベクトル  $y_T$  自体に対しては何のインプリケーションも持たず、その尤度 (1) を規定しないという意味で「不完備」な計量モデルである。最小解釈では、むしろ DSGE モデルは特定化された経済変数の標本統計量の「母数」 (population moments) だけにインプリケーションを持つ。言い換えると、ここでは観察可能変数ベクトル  $y_T$  から生成された標本統計量  $z_T = h(y_T)$  の母平均を説明する事だけが DSGE モデルの目的である。<sup>\*14</sup> 強解釈および弱解釈とは異なり、この最小解釈では DSGE モデルは観察可能変数ベクトル  $y_T$  それ自体に対しては何の制約も課さない。このように、構造パラメータの事前分布 (2) を所与として、標本統計量の母数に対してのみ分析者に事前信念を与えるという役割しかもたないという意味で、DSGE モデルのマクロ計量モデルとしての「最小」解釈と呼ばれる。

ここで問題は、標本統計量の母数は直接観察できないことである。それゆえ最小解釈による DSGE モデルのデータに基づく評価には、DeJong et al. (1996) が考察したように、分析対象である母数  $m$  とデータ  $y_T^0$  を結びつける非理論的な統計モデル (atheoretical statistical model) が必要になる。以下、この高い自由度を持つ統計モデルを  $E$  で標記し、Geweke (2010) に従い最小解釈の公式な導入を試みる。

計量モデルとしては不完備な DSGE モデル  $A$  を考える。この DSGE モデルは母数  $m$  に対してインプリケーション  $m = E(z_T|\theta_A, A)$  を持ち、構造パラメータの事前分布 (2) の下、周辺密度  $p(m|A)$  を規定する。一方統計モデル  $E$  は以下のような性質を持つ。まず  $E$  はそのパラメータ  $\theta_E$  の事前分布  $p(\theta_E|m, E)$  の下で、観察可能変数ベクトル  $y_T$  の条件付き確率密度  $p(y_T|\theta_E, m, E)$  を規定する。しかしながら統計モデル  $E$  は分析対象である母数  $m$  の周辺密度  $p(m|E)$  を規定しない。この意味で統計モデル  $E$  は不完備かつ非理論的である。最小解釈では、唯一 DSGE モデル  $A$  だけが母数  $m$  の事前分布を規定する。それゆえ以下の条件が導出される。

条件 1: DSGE モデル  $A$  と統計モデル  $E$  に条件付けられた母数  $m$  とパラメータ  $\theta_E$  および観察可能変数ベクトル  $y_T$  の同時密度関数  $p(m, \theta_E, y_T|A, E)$  は、以下の条件を満たす。

$$p(m, \theta_E, y_T|A, E) = p(m|A)p(\theta_E|m, E)p(y_T|\theta_E, m, E). \quad (10)$$

さらに次の結果が得られる。

命題 1: 条件 1 の下、次の式が成り立つ。

$$\begin{aligned} p(y_T|m, A, E) &= \frac{\int p(m, \theta_E, y_T|A, E)d\theta_E}{p(m|A, E)}, \\ &= \frac{\int p(m|A)p(\theta_E|m, E)p(y_T|\theta_E, m, E)d\theta_E}{p(m|A)}, \\ &= \int p(\theta_E|m, E)p(y_T|\theta_E, m, E)d\theta_E, \\ &= p(y_T|m, E). \end{aligned} \quad (11)$$

条件 1 と命題 1 により、データ  $y_T^0$  と統計モデル  $E$  に条件付けられた DSGE モデル  $A$  のモデル確率  $p(A|y_T^0, E)$  は、次の命題 2 のように規定される。

<sup>\*14</sup> このような DSGE モデルの解釈は Del Negro and Schorfheide (2004) によって開発された DSGE-VAR 法に見られる解釈と同一である。DSGE-VAR 法における DSGE モデルの役割は VAR パラメータの OLS 推定量の母数に事前信念を与えることだけであり、観察可能変数ベクトルとデータにはインプリケーションを持たない。

命題 2: 条件 1 と命題 1 から DSGE モデル A のモデル確率  $p(\mathbf{A}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E})$  は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{A}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}) &= \frac{p(\mathbf{A}|\mathbf{E})p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{A}, \mathbf{E})}{p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{E})}, \\ &= \frac{p(\mathbf{A}|\mathbf{E}) \int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E})d\mathbf{m}}{\int p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E})d\mathbf{m}}, \\ &\propto p(\mathbf{A}|\mathbf{E}) \int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E})d\mathbf{m}. \end{aligned} \quad (12)$$

ここで  $\int p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E})d\mathbf{m}$  は正規化係数である。

したがってデータ  $\mathbf{y}_T^0$  を観察した後の DSGE モデル A のモデル確率  $p(\mathbf{A}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E})$  は、DSGE モデル A に対する事前信念  $p(\mathbf{A}|\mathbf{E})$  と畳み込み (convolution)  $\int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E})d\mathbf{m}$  の積に比例する。

この畳み込みの第 1 項  $p(\mathbf{m}|\mathbf{A})$  は、DSGE モデルから母数  $\mathbf{m}$  をシミュレートすることにより導出される。<sup>\*15</sup> 一方、第 2 項を評価するため、補助的な統計モデル  $\mathbf{E}^*$  を導入し以下のように定義する。まず  $\mathbf{E}^*$  は母数  $\mathbf{m}$  に関する非正則 (improper) な事前分布  $p(\mathbf{m}|\mathbf{E}^*) \propto \text{constant}$  を持ち、パラメータ  $\theta_E$  とその事前分布を統計モデル  $\mathbf{E}$  と共有し (すなわち  $p(\theta_E|\mathbf{m}, \mathbf{E}^*) = p(\theta_E|\mathbf{m}, \mathbf{E})$ )、かつ観察可能変数ベクトルの条件付き確率密度関数を統計モデル  $\mathbf{E}$  と共有する (すなわち  $p(\mathbf{y}_T|\theta_E, \mathbf{m}, \mathbf{E}^*) = p(\mathbf{y}_T|\theta_E, \mathbf{m}, \mathbf{E})$ )。すると次の式が得られる。

$$\begin{aligned} p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}^*) &= \frac{p(\mathbf{m}, \mathbf{y}_T^0|\mathbf{E}^*)}{p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{E}^*)}, \\ &= \frac{p(\mathbf{m}|\mathbf{E}^*)p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E}^*)}{p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{E}^*)}, \\ &\propto \int p(\theta_E|\mathbf{m}, \mathbf{E}^*)p(\mathbf{y}_T^0|\theta_E, \mathbf{m}, \mathbf{E}^*)d\theta_E, \\ &= \int p(\theta_E|\mathbf{m}, \mathbf{E})p(\mathbf{y}_T^0|\theta_E, \mathbf{m}, \mathbf{E})d\theta_E, \\ &= p(\mathbf{y}_T^0|\mathbf{m}, \mathbf{E}). \end{aligned}$$

それゆえ畳み込みの第 2 項はデータ  $\mathbf{y}_T^0$  と補助モデル  $\mathbf{E}^*$  の下での母数  $\mathbf{m}$  の条件付き密度関数と比例的になる。

上記の関係を命題 2 の式 (12) に代入すると DSGE モデル A の条件付き密度関数 (モデル確率) は

$$p(\mathbf{A}|\mathbf{y}_0, \mathbf{E}) \propto p(\mathbf{A}|\mathbf{E}) \int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}^*)d\mathbf{m}. \quad (13)$$

となる。それゆえ DSGE モデルの母数  $\mathbf{m}$  に対する当てはまりの良さを測るモデル確率は、当該 DSGE モデルが導出する母数の事前分布と補助統計モデル  $\mathbf{E}^*$  が導出する母数の事後分布の「重なり」の程度  $\int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}^*)d\mathbf{m}$  に依存し、それが大きければ大きいほど当てはまりは良くなる。

このような最小解釈の結果であるモデル確率 (13) は、フォーマルなモデル比較にも適用できる。ここで新しい別の DSGE モデル B を導入し、母数  $\mathbf{m}$  への当てはまりを DSGE モデル A と比較する。統計モデル  $\mathbf{E}$  およびそ

<sup>\*15</sup> この母数  $\mathbf{m}$  のシミュレーションは以下のように実装される。まず DSGE モデルの構造パラメータの事前分布 (2) から  $\theta_A^{(r)}$  をランダムサンプルする。この  $\theta_A^{(r)}$  の下で DSGE モデルの均衡解を導出する。ここで DSGE-VAR 法のように、DSGE モデルの均衡解が制約付きの VAR 表現を持ち直接母数を規定することが可能ならば、それを母数のランダムサンプル  $\mathbf{m}^{(r)}$  とする。もし不可能ならば、以下 2 つの方法の内 1 つを行う。まずパラメータ  $\theta_A^{(r)}$  の下、観察可能変数ベクトル  $\mathbf{y}_T^{(r,i)}$  とその変換  $\mathbf{z}_T^{(r,i)}$  を  $i = 1, 2, \dots, I$  回十分に大きな回数ランダムサンプルし、 $\mathbf{z}_T^{(r,i)}$  の  $i$  に関する算術平均  $\mathbf{m}^{(r)} = I^{-1} \sum_{i=1}^I \mathbf{z}_T^{(r,i)}$  を計算することによって母数のランダムサンプル  $\mathbf{m}^{(r)}$  の近似とする。第 2 の方法としては、標本統計量  $\mathbf{z}_T$  が一致性を持つ場合に限るが、DSGE モデルからの標本サイズを十分に大きくし、 $\mathbf{m}^{(r)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbf{z}_T^{(r)}$  と近似する。最初の方法に比べ、これらの 2 つの方法はモンテカルロシミュレーションによって生じる近似誤差を含み、またシミュレーション時間が非常に長くなるという問題点を持つ。

の補助モデル  $E^*$  の下、この新しい DSGE モデル  $B$  に対しても式 (13) は適用可能なので、2 つの DSGE モデル 確率の比を取ると次のように事後オッズ比が導出される。

$$\frac{p(\mathbf{A}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E})}{p(\mathbf{B}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E})} = \frac{p(\mathbf{A}|\mathbf{E}) \int p(\mathbf{m}|\mathbf{A})p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}^*)d\mathbf{m}}{p(\mathbf{B}|\mathbf{E}) \int p(\mathbf{m}|\mathbf{B})p(\mathbf{m}|\mathbf{y}_T^0, \mathbf{E}^*)d\mathbf{m}} \quad (14)$$

それゆえもし 2 つの DSGE モデルの事前信念が等しいとすれば (すなわち  $p(\mathbf{A}|\mathbf{E}) = p(\mathbf{B}|\mathbf{E})$ )、DSGE モデル  $A$  が予測する母数  $m$  の事前分布と統計モデル  $E$ (および  $E^*$ ) が導出する事後分布との重なり合いの程度が DSGE モデル  $B$  のものよりも大きい時、 $A$  が  $B$  に対してより良い DSGE モデルとして評価される。

## 4 最小解釈の応用

本節では、Kano and Nason (2014) の分析に基づき、最小解釈のニューケインジアン型 DSGE モデル (以下 NKDSGE) への応用を紹介する。<sup>\*16</sup> 前節で概略した RBC モデルと本節で紹介する NKDSGE モデルの最も際立った違いは、後者においては価格の硬直性が存在し短期における名目貨幣の非中立性が成立するため、金融政策ルールに対する予期せざるショックが、実体経済と景気循環に影響を持つ事である。このため NKDSGE モデルは、近年 Christiano et al. (2005) をはじめとする多くの金融政策の一般均衡分析の定礎となってきた。

既存研究において NKDSGE モデルの実証的評価は、その完備統計モデルとしての役割を強調し、強解釈か弱解釈のいずれかの立場から行われている。強解釈では、確率的特異性を避けるために十分な数の構造的ショックを NKDSGE モデルに導入し、式 (1) で示される完全情報尤度 (full information likelihood) が求められる。Dib (2003) や Bouakez et al. (2005) などで考察される最尤法では、この完全情報尤度を最大化するように構造パラメータが選択される。<sup>\*17</sup> 一方 Smets and Wouters (2007) 等で採用されるベイジアン・アプローチでは、マルコフチェーン・モンテカルロ (Markov Chain Monte Carlo: MCMC) 法を適用し、構造パラメータの事前分布 (2) と完全情報尤度 (1) の下でその事後分布をシミュレートする。<sup>\*18</sup>

弱解釈を採用する多くの既存の NKDSGE モデル分析では、分析の目的である標本統計量  $\mathbf{z}_T$  として、Christiano et al. (2005) におけるように金融政策ショックに対するマクロ経済変数のインパルス応答関数 (impulse response functions: IRFs) が考察されている。この標本統計量の選択は、Sims (1980) のベクトル自己回帰モデル (Vector Autoregression: VAR) 分析およびその後の Blanchard and Quah (1989) および Bernanke and Mihov (1998) 等の構造 VAR による金融政策ショックの識別に関する研究に依拠している。<sup>\*19</sup> このような構造 VAR 分析を通じて識別された金融政策ショックに対して、実質産出量と実質消費は徐々に強く増加拡大しその後時間を通じて

<sup>\*16</sup> このほかにも最小解釈の応用と実装はいくつかの既存研究で行われている。DeJong et al. (1996) は VAR パラメータを通じた RBC モデルの評価に、Geweke (2010) は equity premium puzzle と risk free rate puzzle を通じて資産価格の DSGE モデルの評価に、Nason and Roger (2006) は経常収支を通じた小国開放経済モデルの評価にそれぞれ応用している。

<sup>\*17</sup> 最尤法においては全ての構造パラメータが識別される保証はない。このとき識別問題を回避するため一部の構造パラメータを外部情報に基づき一定の値にカリプレートするのが一般的に採用される方法である。この折衷的な方法は、識別が困難な一部のパラメータには独断的 (dogmatic) な事前信念をおき、他のパラメータには非正規な事前分布を用いて事後分布の最頻値 (モード) を求めているとベイズ統計的に解釈することも可能であろう。

<sup>\*18</sup> MCMC 法の DSGE モデルへの適用は Schorfheide (2000) が端緒である。この Schorfheide の分析は RBC モデルの文脈で Bouakez and Kano (2006) および Kano (2009) においても応用されている。強解釈の立場による MCMC 法の NKDSGE モデルへの適用は極めて多くの既存研究で行われているが、サーベイとして An and Schoefheide (2007) および Guerrón-Quintana and Nason (2013) を参照。また邦語でのサーベイは藤原・渡部 (2011) を参照。MCMC 法にはギブス・サンプリング (Gibbs Sampling) 法とメトロポリス・ヘイスティングス (Metropolis-Hastings) 法が大別されるが、DSGE モデルへの実装は通常後者で行われる。これは DSGE モデルの構造パラメータの事後分布の解析的な導出が一般に極めて困難なことに起因する。

<sup>\*19</sup> このような構造 VAR によって識別された IRF の DSGE モデルの評価における標本統計量としての役割には、Christiano et al. (2007) と Chari et al. (2008) の間に論争がある。この論争は Kehoe (2006) によって一応の合意に至っている。

減衰していく。<sup>\*20</sup> しかしながら、Cogley and Nason (1995) および Nason and Cogley (1994) のカリブレーション分析により、RBC モデルや貨幣的景気循環モデルのような伸縮価格を持つ新古典派的モデルでは、このような IRFs の形状を生成する事ができないことが明らかにされている。一方、NKDSGE モデルの分析では名目価格および名目賃金の硬直性と消費の習慣形成の組合せが、貨幣的ショックに対する実質経済変数の短期的に強い IRFs を産み出す景気伝播メカニズム (business cycle propagation mechanism) と成り得ることが示唆される。このように弱解釈では、データ  $y_T^0$  に構造 VAR を適用することによって識別された IRFs (つまり  $z_T^0 = h(y_T^0)$ ) を、NKDSGE モデルの同じ IRFs に対する予測 ( $z_T = h(y_T)$ ) と比較する事によって当該 NKDSGE モデルを評価する。この際、両者の距離を特定の距離関数で計り、それを最小化するように構造パラメータが推定される。この最小距離推定量 (minimal distance estimator) は構造 VAR を補助モデル (auxiliary model) とした indirect inference 法と考える事ができる。<sup>\*21</sup>

最小解釈による NKDSGE モデルの評価は、Kano and Nason (2014) により行われている。弱解釈における既存研究と同様に、Kano and Nason (2014) においても金融政策ショックに対するマクロ経済変数の IRFs の情報を用いて NKDSGE モデルの評価が行われるが、ここでは IRFs の周波数領域 (frequency domain) におけるスペクトラル密度関数 (spectral density functions: SDs) が最小解釈における分析対象である母数  $m$  として選ばれる。そもそも NKDSGE モデルは景気循環モデルのため、周期 2 年から 8 年の景気循環領域 (business cycle frequencies) における経済変動が説明の対象となっている。一方でそれよりも低周波の経済成長領域やより高周波領域における経済変動を説明することは意図されていない。Diebold et al. (1998) が指摘するように、時間領域 (time domain) において表現される IRFs は全周波数領域の経済変動の情報を含んでいるため、NKDSGE モデルのような景気循環モデルを IRFs で評価する事は景気循環領域以外の周波数領域での特定化の誤りに影響を受けてしまう可能性がある。このため Kano and Nason (2014) では識別された IRF の SD から景気循環領域における情報だけが抽出され、NKDSGE モデル、特に消費の習慣形成の景気伝播メカニズムとしての役割が厳密に評価されている。

以下ではまず分析の対象となる NKDSGE モデルを概略する。モデルのより詳細な説明は Kano and Nason (2012) を参照してほしい。<sup>\*22</sup>

#### 4.1 モデル

Kano and Nason (2014) における NKDSGE モデルは Christiano et al. (2005) に依拠している。このモデルの主な特徴は、(a) 内部化された消費の習慣形成、(b) 投資の調整費用、(c) 可変的な資本稼働率、(d) 異質な労働サービスを提供する独占競争的な労働供給主体としての家計が行う Calvo 型硬直的賃金設定、(e) 異質な最終財を生産供給する独占競争的な最終財企業が行う Calvo 型硬直的価格設定である。家計は単位閉区間  $[0, 1]$  に無限に存在する。インデックス  $\ell \in [0, 1]$  によって示される各家計は、異質な労働サービスを労働市場に供給し、投資を通じて蓄積した物的資本ストックを最終財企業にレンタルして、生涯効用の期待割引現在価値を予算制約と資本の遷移式の下で最大化する。<sup>\*23</sup> 家計  $\ell$  の生涯効用関数は

$$\mathbf{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \left\{ \ln(c_{t+i} - hc_{t+i-1}) - \frac{\gamma}{1+\gamma} n_{t+i}(\ell)^{1+\frac{1}{\gamma}} + \ln \left( \frac{H_{t+i}}{P_{t+i}} \right) \right\}, \quad 0 < \beta < 1 \quad (15)$$

<sup>\*20</sup> すなわち金融政策ショックを含む貨幣的ショックに対する実質マクロ変数の IRFs は「こぶ」(hump-shaped) のような形状を持つ。

<sup>\*21</sup> このような indirect inference 法の DSGE モデルへの適用に関しては Dridi et al. (2007) を参照。

<sup>\*22</sup> 特にその付録である Kano and Nason (2012) は全ての導出過程を完全に記述している。

<sup>\*23</sup> この労働サービスの異質性は家計の消費および貯蓄の決定の異質性に結びつくが、ここでは完備な保険市場の存在を仮定し事後的な異質性は家計間で平準化される。それゆえ代表的家計を考察する。

で与えられる。ここで  $c_t, n_t(\ell), H_t, P_t, \mathbf{E}_t$ , および  $\beta$  はそれぞれ  $t$  期の消費バスケット、労働供給、名目現金保有残高、物価指数、数学的条件付き期待値、および主観的割引率である。ここで瞬時効用は前期の消費バスケット水準  $c_{t+i-1}$  の減少関数として特定化され、家計は消費の習慣形成を行っている。

家計  $\ell$  の予算制約は

$$\frac{H_{t+1}}{P_t} + \frac{B_{t+1}}{P_t} + c_t + x_t + a(u_t)k_t + \tau_t = r_t u_t k_t + \frac{W_t(\ell)}{P_t} n_t(\ell) + \frac{H_t}{P_t} + R_t \frac{B_t}{P_t} + \frac{D_t}{P_t}, \quad (16)$$

で与えられる。ここで  $B_{t+1}, x_t, k_t, \tau_t, r_t, W_t(\ell), R_t, D_t, u_t$ , および  $a(\cdot)$  はそれぞれ  $t+1$  期初に家計によって保有される政府発行債券残高、 $t$  期に行われる実物資本投資、 $t$  期の実物資本ストック、 $t$  期の家計に対する政府移転支出、資本の実質レンタル費用、家計  $\ell$  の名目賃金、政府債券に対する名目収益率、最終財企業からの配当、閉区間  $[0, 1]$  の値を取る資本稼働率、そして資本を稼働したときに生じる費用関数である。<sup>\*24</sup> また、投資を通じた資本蓄積には投資の調整費用が必要となる。資本の遷移式は

$$k_{t+1} = (1 - \delta)k_t + \left[ 1 - S\left(\frac{1}{\alpha} \frac{x_t}{x_{t-1}}\right) \right] x_t, \quad \delta \in (0, 1), \quad 0 < \alpha, \quad (17)$$

で与えられる。ここで  $\delta, \alpha, S(\cdot)$  はそれぞれ資本減耗率、定常解における TFP の成長率、および投資の調整費用関数である。特に投資の調整費用関数  $S(\cdot)$  は強く凸であり  $S(1) = S'(1) = 0$  および  $S''(1) = \omega > 0$  を満たす。家計  $\ell$  は予算制約 (16) と資本遷移式 (17) の下、生涯効用の期待割引現在価値 (15) を最大化する。

このとき政府債券保有に関する最適条件としてオイラー方程式が

$$\lambda_t = \beta \mathbf{E}_t \left\{ \frac{\lambda_{t+1} R_{t+1}}{1 + s_{t+1}} \right\},$$

として与えられる。ここで  $\lambda_t$  は消費の限界効用を表すが、内部化された消費の習慣形成のため

$$\lambda_t = \frac{1}{c_t - h c_{t-1}} - \mathbf{E}_t \left\{ \frac{\beta h}{c_{t+1} - h c_t} \right\},$$

としてフォワードルッキングなものとして与えられる。一般に消費の習慣形成の下では、当期の消費の限界効用が前期の消費の増加関数となるので、消費は異時点間で補完的となる。

最終財企業は単位閉区間  $[0, 1]$  に無限に存在する。インデックス  $j \in [0, 1]$  によって示される各最終財企業は資本  $K_t(j)$  と労働  $N_t(j)$  を投入要素とする生産関数  $y_t(j) = [u_t K_t(j)]^\psi [N_t(j) - N_0] A_t^{1-\psi}$ ,  $\psi \in (0, 1)$  により最終財  $y_t(j)$  を生産する。ここで  $A_t$  は労働生産性に影響を与える全要素生産性 (TFP) であり、外生的な確率過程  $A_t = A_{t-1} \exp(\alpha^* + \varepsilon_t)$ ,  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$  に従う。 $N_0$  は参入を防ぎ企業  $j$  の独占的競争状態を保証する固定費用である。さらに労働投入  $N_t(j)$  は異なった家計が提供する労働サービスの非線形結合で与えられ、弾力性パラメータ  $\theta > 0$  の下、弾力性一定の集計関数  $N_t = \left[ \int_0^1 n_t(\ell)^{(\theta-1)/\theta} d\ell \right]^{\theta/(\theta-1)}$  で表される。この集計関数と各家計が設定する名目賃金  $W_t(\ell)$  の下、各最終財企業は労働投入費用の最小化問題を解き、その最適条件としての労働需要関数  $n_t(\ell) = \left[ W_t / W_t(\ell) \right]^\theta N_t$  に従う。ここで  $W_t = \left[ \int_0^1 W_t(\ell)^{1-\theta} d\ell \right]^{1/(1-\theta)}$  は各家計の名目賃金を集計することにより得られる名目賃金指数である。

右下がりの労働需要関数に直面する家計  $\ell$  は独占賃金を設定できるが、Calvo 型の硬直的賃金設定メカニズムに従うため、 $1 - \mu_W$  の確率でのみ賃金を望ましい独占的賃金水準  $W_{c,t}$  に設定できる。一方確率  $\mu_W$  で前期の賃金

<sup>\*24</sup> 全ての最終財企業は株式市場を通じて家計によって所有されている。

水準を定常解の TFP 成長率  $\alpha^*$  と前期のインフレ率  $\varsigma_{t-1} = P_{t-1}/P_{t-2}$  で修正したものの  $\alpha^* \varsigma_{t-1} W_{t-1}$  に設定する。望ましい改訂賃金水準  $W_{c,t}$  は、

$$\left[ \frac{W_{c,t}}{P_{t-1}} \right]^{1+\theta/\gamma} = \left( \frac{\theta}{\theta-1} \right) \frac{\mathbf{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \beta \mu_W \alpha^{*-\theta(1+1/\gamma)} \right]^i \left[ \frac{W_{t+i}}{P_{t+i-1}} \right]^\theta N_{t+i}}{\mathbf{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \beta \mu_W \alpha^{*(1-\theta)} \right]^i \lambda_{t+i} \left[ \frac{W_{t+i}}{P_{t+i-1}} \right]^\theta \left[ \frac{P_{t+i}}{P_{t+i-1}} \right]^{-1} N_{t+i}}. \quad (18)$$

与えられる。このとき大数法則により、経済全体では  $1 - \mu_W$  の割合の家計が  $W_{c,t}$  に、また残りの  $\mu_W$  の割合の家計が  $\alpha^* \varsigma_{t-1} W_{t-1}$  にそれぞれ今期の賃金を設定するため、今期の賃金インデックスは  $W_t = \left[ (1 - \mu_W) W_{c,t}^{1-\theta} + \mu_W (\alpha^* \varsigma_{t-1} W_{t-1})^{1-\theta} \right]^{1/(1-\theta)}$  で与えられる。

家計  $i$  は全ての個別最終財を消費する。このため消費バスケット  $c_t$  は個別最終財への需要  $y_{D,t}(j)$  の非線形結合で与えられ、弾力性パラメータ  $\xi$  の下、弾力性一定の集計関数  $c_t = \left[ \int_0^1 y_{D,t}(j)^{(\xi-1)/\xi} dj \right]^{\xi/(\xi-1)}$  で表される。家計は最終財企業が設定する価格  $P_t(j)$  と消費バスケット  $c_t$  を所与として、個別最終財の支出最小化問題を解き、その最適解として個別最終財の需要関数  $y_{D,t}(j) = [P_t/P_t(j)]^\xi Y_{D,t}$  を導出する。ここで  $P_t$  は物価指数  $P_t = \left[ \int_0^1 P_t(j)^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)}$  であり、消費者物価指数に等しい。また  $Y_{D,t}$  は最終財に対する家計の集計需要である。

右下がりの最終財需要関数に直面する企業  $j$  は独占価格を設定できるが、Calvo 型の硬直的価格設定メカニズムに従うため、 $1 - \mu_P$  の確率でのみ価格を望ましい独占的価格水準  $P_{c,t}$  に設定できる。一方確率  $\mu_P$  で前期の価格水準を前期のインフレ率  $\varsigma_{t-1}$  で修正したものの  $\varsigma_{t-1} P_{t-1}$  に設定する。望ましい改訂価格水準  $P_{c,t}$  は、

$$\frac{P_{c,t}}{P_{t-1}} = \left( \frac{\xi}{\xi-1} \right) \frac{\mathbf{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta \mu_P)^i \lambda_{t+i} \phi_{t+i} Y_{D,t+i} \varsigma_{t+i}^\xi}{\mathbf{E}_t \sum_{i=0}^{\infty} (\beta \mu_P)^i \lambda_{t+i} Y_{D,t+i} \varsigma_{t+i}^{\xi-1}} \quad (19)$$

与えられる。ここで  $\phi_t$  は最終財生産の限界費用を示す。このとき大数法則により、経済全体では  $1 - \mu_P$  の割合の最終財企業が  $P_{c,t}$  に、また残りの  $\mu_P$  の割合の最終財企業が  $\varsigma_{t-1} P_{t-1}$  にそれぞれ今期の価格を設定するため、今期の物価指数は  $P_t = \left[ (1 - \mu_P) P_{c,t}^{1-\xi} + \mu_P (\varsigma_{t-1} P_{t-1})^{1-\xi} \right]^{1/(1-\xi)}$  で与えられる。

政府部門は金融政策を運営する中央銀行と財政部門から構成される。中央銀行の金融政策は短期金利の設定ルールであるテイラールール (Taylor rule)

$$(1 - \rho_R \mathbf{L}) R_t = (1 - \rho_R) \left( R^* + a_\varsigma \mathbf{E}_t \varsigma_{t+1} + a_{\tilde{Y}} \tilde{Y}_t \right) + v_t, \quad \left| \rho_R \right| < 1, \quad v_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma_v^2), \quad (20)$$

に従って遂行される。ここで  $R^* = \exp(m^* - \alpha)\beta$  であり、 $m^*$  は定常解における貨幣成長率を示す。 $\tilde{Y}_t$  は産出量の定常部分であり、アウトプットギャップの代理変数となっている。テイラールール (20) はいわゆるテイラー原理 (Taylor principle) を満たし、期待インフレ率の係数  $a_\varsigma$  は 1 より大きい値を取る。<sup>\*25</sup>  $v_t$  はテイラールールに対するショックであり、金融政策ショックとして識別される。

財政部門は政府移転支出  $P_t \tau_t$  と既発債の金利支払い  $R_t B_t$  を新規の債券発行  $B_{t+1} - B_t$  と貨幣創造  $M_{t+1} - M_t$  でファイナンスする。それゆえ財政部門の予算制約は  $P_t \tau_t = [M_{t+1} - M_t] + [B_{t+1} - (1 + R_t) B_t]$  で与えられる。

<sup>\*25</sup> テイラー原理は均衡解の一意性のための必要条件である。テイラー原理が満たされない場合、期待インフレ率が高い時に実質金利を引き下げ、金融政策は景気循環に対して適応的 (accommodative) になり、自己実現的な期待形成がなされるサンスポット複数均衡解が導出される。

本稿の分析では Kano and Nason (2014) と同様、政府債務残高は 0 と仮定されるため、均衡経路上では  $P_t \tau_t = [M_{t+1} - M_t]$  が成立する。

分権的市場経済における合理的期待均衡では、財市場、労働市場、資本市場および貨幣市場が一掃される。家計部門と最終財企業部門における対称性の仮定の下、 $K_t = k_t$ ,  $N_t = n_t$ , および  $M_t = H_t$  が成立し、かつ最終財の資源政策  $Y_t = C_t + I_t + a(u_t)K_t$  が満たされる。ここで  $C_t = c_t$  と  $I_t = x_t$  である。

## 4.2 構造的スペクトラル密度関数の事前分布と事後分布

最小解釈による NKDSGE モデルの評価には、分析の対象となる母変数  $\mathbf{m}$  を選び、当該 NKDSGE モデル  $\mathbf{A}$  のモデル確率 (13) における  $\mathbf{m}$  の事前分布  $p(\mathbf{m}|\mathbf{A})$  と非理論的な統計モデル  $\mathbf{E}^*$  に基づいた事後分布  $p(\mathbf{m}|y_T^0, \mathbf{E}^*)$  をそれぞれ導出し、事前分布と事後分布の重なるの程度を測る必要がある。本稿では、Kano and Nason (2014) に従い、母変数  $\mathbf{m}$  として Blanchard and Quah (1989) の長期制約の下で構造 VAR に基づき識別された金融政策ショックに対する実質産出量成長率と実質消費成長率の構造的 SD を選ぶ。<sup>\*26</sup> まず本稿において構造 SD がどのように導出されるか示す。

2 つの情報集合  $[\Delta \ln Y_t \ \Delta \ln P_t]'$  または  $[\Delta \ln C_t \ \Delta \ln P_t]'$  をデータ  $y_t^0$  として考察するが、そのそれぞれに対し定常性を満たす VAR(2) を非理論的な時系列モデル  $\mathbf{E}^*$  を仮定する。その VAR(2) に貨幣の長期的な中立性に基づく Blanchard and Quah (1989) の長期制約を課すことにより構造的 VMA(structural VMA: SVMA) が識別される。<sup>\*27</sup> この時識別されるショックは実質産出量と実質消費に長期的な影響をあたえる労働生産性ショック  $\varepsilon_t$  と長期的には影響をあたえない金融政策ショック  $v_t$  である。より具体的には情報集合  $[\Delta \ln Y_t \ \Delta \ln P_t]'$  の SVMA( $\infty$ ) は

$$\begin{bmatrix} \Delta \ln Y_t \\ \Delta \ln P_t \end{bmatrix} = \sum_{j=0}^{\infty} \mathbb{B}_j \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-j} \\ v_{t-j} \end{bmatrix}, \quad \text{where } \mathbb{B}_j = \begin{bmatrix} \mathbb{B}_{\Delta Y, \varepsilon, j} & \mathbb{B}_{\Delta Y, v, j} \\ \mathbb{B}_{\Delta P, \varepsilon, j} & \mathbb{B}_{\Delta P, v, j} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

で与えられる。<sup>\*28</sup> 2 つの構造ショックの直交性の条件から、(21) 式で与えられる SVMA( $\infty$ ) は実質産出量成長率  $\Delta \ln Y_t$  に関する直交する 2 つの SMA( $\infty$ ),  $\mathbb{B}_{\Delta Y, \varepsilon}(\mathbf{L})\varepsilon_t$  と  $\mathbb{B}_{\Delta Y, v}(\mathbf{L})v_t$  に分解される。このうち後者の SMA から、周波数  $\omega \in [0, 2\pi]$  における実質産出量の金融政策ショックに対する SD が次のように識別される。

$$SD_{\Delta Y, v}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left| \mathbb{B}_{\Delta Y, v, 0} + \mathbb{B}_{\Delta Y, v, 1} e^{-i\omega} + \mathbb{B}_{\Delta Y, v, 2} e^{-i2\omega} + \dots + \mathbb{B}_{\Delta Y, v, j} e^{-ij\omega} + \dots \right|^2.$$

ここで構造ショックの分散は 1 に正規化され、また実際の計算においては右辺の無限多項式は  $j = 1, \dots, 40$  (1 年を四半期として 10 年) で近似する。もう一つの情報集合  $[\Delta \ln C_t \ \Delta \ln P_t]'$  に対しても同じ操作を行い、金融政策ショックに対する SDs を識別する。

以後の分析のステップを次のようにまとめる。

<sup>\*26</sup> Kano and Nason (2014) では生産性ショックに対する実質産出量成長率と実質消費成長率の SDs によってもモデル評価が行われている。

<sup>\*27</sup> VAR の次数 2 は AIC および SBIC の情報量基準を通じて選択されている。尤度比検定に基づく general-to-specific アプローチでは次数 4 が選ばれたので、結果の頑健性をチェックするため VAR(4) を用いても同じ分析を行ったが、結果に大きな違いは観察できなかった。VAR(4) に基づく結果は Kano and Nason (2012) を参照。

<sup>\*28</sup> ここで SVMA の係数行列  $\mathbb{B}_j$  は  $\varepsilon_t$  と  $v_t$  の直交性と長期制約  $\mathbb{B}_{\Delta Y, v}(\mathbf{1}) = 0$  (すなわち  $\ln Y_{t+j}$  は  $v_t$  と長期的には独立) の識別条件の下、「丁度識別」(just identified) される。

ステップ 1. 母変数  $m$  の事後分布  $p(m|y_T^0, E^*)$  の導出: 当該時系列データ  $y_T^0$  から非理論的な統計モデル  $E^*$  として選ばれた VAR(2) のパラメータの事後分布を 5,000 回ギブス・サンプリングする。各サンプラーに対し長期制約を課して構造 SD を推定しその事後分布を導出する。(4.2.1 節)

ステップ 2. 母変数  $m$  の事前分布  $p(m|A)$  の導出: DSGE モデル A の構造パラメータを事前分布 (表 1) から 5,000 回ドロウする。それぞれのドロウに対して線形近似された DSGE モデルを解き、当該時系列データをシミュレートする。この人工的なデータを用いて VAR(2) を OLS で推定し長期制約の下で構造 SD を推定することにより、構造 SD の事前分布を導出する。(4.2.2 節)

ステップ 3. DSGE モデルの評価: 構造 SD の実証的な事後分布  $p(m|y_T^0, E^*)$  と理論的な事前分布  $p(m|A)$  の重なりを測り、当該 DSGE モデル A の評価を行う。(4.3 節)

以下各ステップをそれぞれの節で詳細に説明する。

#### 4.2.1 母変数 $m$ の事後分布 $p(m|y_T^0, E^*)$ の導出

事後分布  $p(m|y_T^0, E^*)$  は、ベイジアン VAR(Bayesian VAR: BVAR) に基づき以下のようにシミュレートする。まず 1954 年 Q1 から 2002 年 Q4 までのサンプル期間  $T = 196$  のアメリカの四半期データを用いて、2 つの情報集合のそれぞれに対し VAR(2) のパラメータの事後分布を 5,000 回ギブス・サンプリングする。<sup>\*29</sup> 生成された 5,000 個の VAR パラメータのそれぞれに貨幣の長期中立性と VAR の定常性を課し、前節で説明したように金融政策ショックに対する実質産出量成長率と実質消費成長率の実証的な SDs,  $SD_{P,\Delta Y}$  および  $SD_{P,\Delta C}$ , を識別する。このように得られた 5,000 個の SDs より事後分布  $p(m|y_T^0, E^*)$  を得る。<sup>\*30</sup>

#### 4.2.2 母変数 $m$ の事前分布 $p(m|A)$ の導出

事前分布  $p(m|A)$  は次のようにシミュレートする。NKDSGE モデル A は生産性ショックから生成される確率的トレンドを持っているため、まず TFP  $A_t$  ですべての必要条件を除することにより確率的にトレンド除去をする (stochastic detrending)。トレンド除去後の必要条件からなる動学システムには、鞍点安定的で確定的な定常解が存在するため、この定常解の近傍で動学システムを対数線形近似する。結果として得られる対数線形化された合理的期待均衡モデルを、Sims (2002) の QZ 分解に基づいたアルゴリズムで解き状態変数の均衡動学式を導出する。<sup>\*31</sup>  $\ln Y_t$  と  $\ln C_t$  および  $\ln P_t$  の人工的なデータは、この均衡動学式に事前分布  $p(\theta_A|A)$  からサンプリングされたモデルの構造パラメータ  $\theta_A$  と乱数ジェネレーターを用いて発生させた生産性ショック  $\varepsilon_t$  と金融政策ショック  $v_t$  を挿入することによってシミュレートされる。

NKDSGE モデルの構造パラメータの事前分布  $p(\theta_A|A)$  は、表 1 にまとめられている。この事前分布は、研究者の構造パラメータの値に対する信念および不確実性を描写している。Kano and Nason (2014) では、この事前分布の背景を既存研究から詳細に議論している。例えば消費の習慣形成を規定するパラメータ  $h$  の事前分布は、

<sup>\*29</sup> この正規モデルのギブス・サンプリングは、Geweke (2005) に従い、まず分散共分散行列を逆ウィシャート (inverted Wishart) 分布からサンプリングし、それに条件付けられた正規分布から VAR の係数行列をサンプリングする。VAR パラメータの事前分布は最尤推定量に基づく。ギブス・サンプリングの実装には Geweke (1999) と McCausland (2004) の BACC(Bayesian Analysis, Computation, and Communication) を用いた。またデータの出所と詳細は Kano and Nason (2012) を参照。

<sup>\*30</sup> VAR パラメータの事後分布の収束判定には Geweke (1992) の convergence diagnostic 統計量を計算し、いずれのパラメータの事後分布の収束を確認した。

<sup>\*31</sup> 必要条件の確率的トレンド除去と定常解近傍における対数線形近似、およびその合理的期待均衡解の導出の詳細は Kano and Nason (2012) を参照。



95% の確率で 0.025 から 0.975 の間の値を取る一様分布に従う。一方、消費の習慣形成を全く認めない特定化では、この事前分布を  $h = 0$  に退化させる。

ここで最小解釈を実装するためには、実質産出量成長率と実質消費成長率の SD の母数  $m$  をモデルからサンプリングする必要がある。このため Kano and Nason (2014) では VAR で識別された SD の一致性を利用する。すなわち確率的にカリブレートされた NKDSGE モデルの対数線形近似均衡解から、 $\mathcal{M} = \mathcal{W} \times T$  の十分の長さのデータを人工的に生成する。 $\mathcal{W} \rightarrow \infty$  のとき SD はその母数に収束するが、ここでは  $\mathcal{W}$  を十分に大きい数に取り母数を近似する。本稿でも Kano and Nason (2014) に従い  $\mathcal{W} = 5$  を採用する。生成された人工的なデータを用いて VAR(2) を OLS で推定し、貨幣の長期中立性を課すことにより生産性ショックと金融政策ショックからなる SVMA を識別する。金融政策ショックに対する理論的 SD,  $SD_{T,\Delta Y}$  および  $SD_{T,\Delta C}$ , は、上記のように実質産出量成長率と実質消費成長率の SMA の周波数領域におけるフーリエ変換をする事により導出される。以上のプロセスを繰り返す事により、SD の理論値を 5,000 個シミュレートし、事前分布  $p(m|A)$  からのサンプリングとする。

### 4.3 適合度統計量:コルゴモロフ・スミルノフ統計量

以上のように生成された構造的な SD は、各周波数  $\omega \in [0, 2\pi]$  の関数として与えられるため、各周波数  $\omega$  で NKDSGE モデルを point-wise で評価をしようとする、モデル評価が高次元になってしまう。このため Kano and Nason (2014) では Cogley and Nason (1995b) に従い、SD のコルゴモロフ・スミルノフ (Kolmogorov-Smilnov: KS) 統計量を作成し、高次元のモデル評価を 1 次元のものに退化させる。<sup>\*32</sup>

KS 統計量の作成には、まず事前分布と事後分布から導出された SDs のそれぞれをサンプル期間  $T$  に基づく最尤推定値  $\widehat{SD}_{\Delta Y}$  and  $\widehat{SD}_{\Delta C}$  で正規化する。 $j$  回目の事前分布または事後分布からのサンプリングにおける周波数  $\omega$  での正規化を  $\mathcal{R}_{D,j}(\omega) = \widehat{SD}(\omega)/SD_{D,j}(\omega)$ ,  $D = P, T$  で定義する。次に部分和  $\mathcal{V}_{D,j}(2\pi q/H) = 2\pi H^{-1} \sum_{\ell=1}^q \mathcal{R}_{D,j}(2\pi \ell/H)$  を計算する。ここで  $D = P$  のとき  $H = T$  であり、 $D = T$  のとき  $H = \mathcal{M}$  である。この部分合を用い部分差  $\mathcal{B}_{D,j}(\kappa) = 0.5\pi^{-1}\sqrt{2H}[\mathcal{V}_{D,j}(\kappa\pi) - \kappa\mathcal{V}_{D,j}(\pi)]$ ,  $\kappa \in [0, 1]$  を計算する。ここでパラメータ  $\kappa$  は単位閉区間  $[0, 1]$  から周波数領域  $[0, \pi]$  への写像であり、 $\mathcal{B}_{D,j}(\kappa)$  は  $\kappa$  に基づき全周波数領域で評価可能である。<sup>\*33</sup> このとき KS 統計量は  $\mathcal{B}_{D,j}(\kappa)$  の最大絶対値となり、 $KS_{D,j} = \text{Max}_{\kappa \in [0,1]} |\mathcal{B}_{D,j}(\kappa)|$  で与えられる。それゆえ  $KS_{P,j}$  ( $KS_{T,j}$ ) 統計量は  $SD_P$  ( $SD_T$ ) と  $\widehat{SD}$  の間の距離の尺度となっている。SDs の事前分布と事後分布からの 5,000 回のサンプリングのそれぞれに対し上記のように KS 統計量を計算すれば、KS 統計量の事前分布と事後分布も導出できる。

NKDSGE モデル A の評価は、このように作成された KS 統計量の事前分布と事後分布の重なりを測定することにより行われる。このため事前分布の事後分布に対するベイジアン信用区間基準 (credible interval criterion: CIC) を計算する。この CIC は、KS 統計量  $KS_{T,j}$  の事前分布からのサンプリングの何割が KS 統計量  $KS_{P,j}$  の事後分布の  $1 - p\%$  区間内に入るか測ることによって計算される。<sup>\*34</sup>

<sup>\*32</sup> Sims and Zha (1999) の批判に見られるように、時間領域における IRFs の信頼区間に基づくモデル評価は、各反応時点における point-wise のものである。一方周波数領域に IRF を変換し SD でモデル評価をする利点は、このような KS 統計量を作成し、周波数領域にまたがる 1 次元の適合度統計量を容易に作成できる点にある。この意味で SD の KS 統計量は IRF の複合仮説に対する検定統計量と解釈できる。

<sup>\*33</sup> 後述するように  $\kappa \in [0.064, 0.25]$  に限定する事により、SDs の景気循環領域の情報だけに限定して KS 統計量を作成できる。

<sup>\*34</sup> より正確には、 $KS_{T,j}$  の  $KS_{P,j}$  に対する CIC は、DeJong et al.(1996) に従い次のように計算される。 $a$  と  $b$  を事後分布の 0.5p パーセンタイルと  $1 - 0.5p$  パーセンタイル点 (すなわち  $\int_a^b KS_{P,j} dj = 1 - p$ ) とすると、CIC は  $\frac{1}{1-p} \int_a^b KS_{T,j} dj$  で与えられる。

この KS 統計量の作成には、SD の全周波数領域にまたがる情報全てではなく、周期 2 年から 8 年の景気循環領域における情報 (この際  $\kappa \in [0.064, 0.25]$ ) だけを限定的に用いることもできる。その際作成された KS 統計量により、NKDSGE モデルが説明を意図していないより低周波領域やより高周波領域における特定化の誤りが、景気循環モデルとしての NKDSGE モデルの評価に影響を与える事を避ける事ができる。

#### 4.4 金融政策ショックの伝播メカニズムにおける消費の習慣形成の役割

以上で作成された SD とその KS 統計量の事前分布と事後分布を用いて、ここでは金融政策ショックの伝播メカニズムとしての消費の習慣形成の役割を再考する。<sup>\*35</sup> このため、表 1 で要約されたベイジアンカリブレーションに従う NKDSGE モデルを “Baseline Model” とし、さらに  $\mu_W = 0$  として賃金硬直性がなく価格硬直性だけを許したモデル (“Sticky Price Model”) と、 $\mu_P = 0$  として価格の硬直性がなく賃金硬直性だけを許したモデル (“Sticky Wage Model”) を作成し、それぞれで  $h = 0$  として消費の習慣形成がない場合 (“Non-Habit”) と、 $h > 0$  としてある場合 (“Habit”) を考察する。<sup>\*36</sup>

このように作成された 6 つの特定化のそれぞれで、実質産出量成長率と実質消費成長率の SD の事前分布をサンプリングし、さらにその全周波数領域の情報を用いた KS 統計量と景気循環領域だけの情報を用いて作成した KS 統計量の事前分布をそれぞれサンプリングする。これら KS 統計量の事前分布と BVAR による事後分布の重なり合いの程度は、それぞれの密度関数をノンパラメトリックに推定しプロットすることで直接的に比較し、またよりフォーマルな尺度として CIC 統計量を計算する。DeJong et al.(1996) の基準に従い、CIC が 0.3 を上回る時に限り、当該モデルの当該 SD に対する当てはまりは良いと評価する。

図 1 の左列は、実質産出量成長率の SD の各周波数における平均値をプロットしている。上段の図は Baseline Model に関するものであり、青線は事後分布 (“Empirical”)、緑線は Non-Habit の事前分布、そして赤線は Habit の事前分布に対応している。同様に中段の図は Sticky Price Model、また下段の図は Sticky Wage Model にそれぞれ対応している。これらの 3 つの図から明らかなことは、消費の習慣形成がある場合の事前分布の方が、ない場合のそれよりも平均的には事後分布に近いことである。特に Sticky Wage Model では、消費の習慣形成がある場合、SD の事前分布の平均が事後分布のそれをかなり近似している。しかしながらさらに特筆すべきは、このような消費の習慣形成がもたらす NKDSGE モデルの改善が、必ずしも景気循環領域で得られていないことであろう。このことは、消費の習慣形成がある場合、周期 2 年未満の高周波領域における SD の事前分布を大幅に押し下げ、消費の習慣形成がない場合と比べて事後分布への当てはまりを著しく改善していることから観察できる。

この最後の点は、KS 統計量の事後分布と事前分布からより明確である。図 1 の中央列は、SD の全周波数領域の情報を反映した KS 統計量のノンパラメトリック密度関数を 6 つの特定化の下で描写している。そこでは Baseline Model と Sticky Price Model および Sticky Wage Model のどの特定化においても、赤線が緑線よりもはるかに青線に近く、消費の習慣形成が KS 統計量の事前分布をより事後分布に近づけていることがわかる。一方、図 1 の右列は SD の景気循環領域だけの情報を反映した KS 統計量の密度関数を描写している。ここではそれぞれの特定化において赤線と同じように緑線も青線にかなり近い。特に Sticky Price Model では、緑線の方が赤線よりも青線との重なり合いがより大きい。表 2 には KS 統計量の CIC が報告されている。表の上段、中段、下段はそれぞれ Baseline Model と Sticky Price Model および Sticky Wage Model に対応し、また各段は消費の習慣形成がない場合とある場合に分かれている。第 2 列および第 3 列は実質産出量成長率の KS 統計量に関する

<sup>\*35</sup> Kano and Nason (2014) では恒久的な生産性ショックの伝播メカニズムにおける消費の習慣形成の役割も考察されている。

<sup>\*36</sup> これら全ての異なった特定化において、他の構造パラメータの事前分布は同一である。

もので、そのうち第 2 列は SD の全周波数領域における情報を用いた際、第 3 列は景気循環領域に限定した際の KS 統計量の CIC をそれぞれ報告している。第 2 列に注目すると、どの特定化でも消費の習慣形成がない場合には CIC は 0.3 を大きく下回り、当該特定化の実証的な当てはまりが非常に悪いことを示している。消費の習慣形成が有る場合には CIC は 0.3 を上回る (Baseline Model と Sticky Wage Model) か、0.3 に限りなく近い (Sticky Price Model)。一方、表 2 の第 3 列では、どの特定化においても消費の習慣形成がない場合でも CIC は 0.3 を大きく上回っている。特に Baseline Model と Sticky Price Model では、消費の習慣形成がある場合の CIC をも上回っている。

図 2 と表 2 の第 4 列および第 5 列から、同様の結果を実質消費成長率の SD と KS 統計量においても得る事ができる。以上の観察は、景気循環領域の情報だけに限定すると、消費の習慣形成の金融政策ショックの伝播メカニズムとしての役割が明確ではなくなることを意味している。すなわち消費の習慣形成の主要な役割は、周期 2 年未満の高周波領域における NKDSGE モデルのデータへの当てはまりを改善することであり、そもそも景気循環モデルとして NKDSGE モデルが説明を意図している景気循環領域に対しては、あまり強いインプリケーションを持っていない。このことは消費の習慣形成の景気循環における役割に実証的な疑念をもたらし、消費の習慣形成の景気循環における役割に関するより厳格な実証的評価と再考を景気循環分析に強く促している。

## 5 議論と展望

本稿で導入した最小解釈における最大の論点は、DSGE モデルの構造パラメータの事後分布が導出されていないことである。最小解釈の分析対象である母数の事前分布は、DSGE モデルの構造パラメータの事前分布に依存しているため、もし構造パラメータの事前分布が適切に設定されていない場合、当該 DSGE モデル自体とその政策的なインプリケーションの評価に歪みを与えてしまう可能性がある。このため構造パラメータの事前分布をデータでアップデートするベイズ的プロセスが必要となるが、筆者の知る限り少なくとも本稿の執筆時点で最小解釈において構造パラメータの事後分布を導出した既存研究は Del Negro and Schorfheide (2004) および Del Negro et al. (2007) の例外を除き存在しない。

Del Negro and Schorfheide (2004) および Del Negro et al. (2007) の DSGE-VAR 法では、DSGE モデルはデータ自体には何のインプリケーションも持たず、VAR または VECM のパラメータ空間に事前分布を課す役割だけを担う。この意味で最小解釈同様に DSGE-VAR 法においても DSGE モデルは計量モデルとして不完備であるが、そこでは DSGE モデルの構造パラメータが事前分布から事後分布へアップデート可能であることが示されている。さらに VAR または VECM と比較して DSGE モデルの定式化の誤りの程度を測る統計量が提起されている。それゆえマクロ経済政策の評価やマクロ経済変数の予測において DSGE モデルの理論制約がどれほど重要なのか客観的に測定することが可能である。しかし一方で DSGE-VAR 法は、VAR パラメータ空間に DSGE モデルが課す事前分布が、その事後分布に対し自然共役的で無ければならず、最小解釈が本来意図しているより一般的なモーメント母変数  $m$  への応用は困難である。

可能性として、Kim (2002) や Lazer (2003) などの制限情報尤度法 (Limited Information Likelihood: LIL) や経験尤度法 (empirical likelihood: EL) の分析に見られるように、より一般的なモーメント条件から尤度計算を行うことを通じて構造パラメータの事後分布へのアップデートを実装するアプローチが考えられる。同様に Yin (2009) に見られる ベイジアン一般化モーメント法 (Bayesian Generalized Method of Moment) や Bayesian Indirect Inference 法の最小解釈への応用は、マクロ計量分析における DSGE モデルの実証的評価に関する将来

## 参考文献

- An, Sungbae and Frank Schorfheide (2007) “Bayesian Analysis of DSGE Models.” *Econometric Reviews*, 26, 113-172.
- Bernanke, Ben S., and Ilian Mihov. (1998) “Measuring Monetary Policy.” *Quarterly Journal of Economics*, 113, 869-902.
- Blanchard, Olivier J., and Danny Quah. (1989) “The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances.” *American Economic Review*, 79, 655-673.
- Bouakez, Hafedh, Emanuela Cardia, and Francisco Ruge-Murcia. (2005) “Habit Formation and the Persistence of Monetary Policy Shocks.” *Journal of Monetary Economics*, 52, 1073-1088.
- Bouakez, Hafedh, and Takashi Kano. (2006) “Learning-by-doing or Habit Formation?” *Review of Economics Dynamics* 9, 508 – 524.
- Chari, V.V., Patrick J. Kehoe, and Ellen R. McGrattan. (2008) “Are Structural VARs with Long-run Restrictions Useful in Developing Business Cycle Theory?” *Journal of Monetary Economics*, 55, 1337-1352.
- Christiano, Lawrence, Martin Eichenbaum, and Charles L. Evans. (2005) “Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy.” *Journal of Political Economy*, 113, 1-45.
- Christiano, Lawrence, Martin Eichenbaum, and Robert Vigfusson. (2007) “Assessing Structural VARs.” in Acemoglu, D., K.S. Rogoff, and M. Woodford eds. *NBER Macroeconomics Annual 2006*, 21, 1-72.
- Christiano, Lawrence, Mathias Trabandt, and Karl Walentin. (2011) “DSGE Models for Monetary Policy Analysis.” in Benjamin M. Friedman and Michael Woodford eds. *Handbook of Monetary Economics*, vol 3A, North-Holland.
- Cogley, Tim, and James M. Nason. (1995a) “Effects of the Hodrick-Prescott Filter on Trend and Difference Stationary Time Series: Implications for Business Cycle Research.” *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19, 253-278.
- Cogley, Tim, and James M. Nason. (1995b) “Output Dynamics in Real-Business-Cycle Models.” *American Economic Review*, 85, 492-511.
- DeJong, David N., Beth F. Ingram, and Charles H. Whiteman. (1996) “A Bayesian Approach to Calibration.” *Journal of Business and Economic Statistics*, 14, 1-9.
- Del Negro, Marco, and Frank Schorfheide. (2011) “Bayesian Macroeconometrics.” in J. Geweke, G. Koop, and H. van Dijk (eds.) *The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics*, Oxford University Press, 293-389.
- Del Negro, Marco, and Frank Schorfheide. (2004) “Priors from General Equilibrium Models for VARs,” *International Economic Review*, 45, 643-673.
- Del Negro, Marco, and Frank Schorfheide. (2009) “Monetary Policy Analysis with Potentially Misspecified Models,” *American Economic Review*, 99, 1415-1450.

---

<sup>\*37</sup> Christiano et al. (2011) では GMM 目的関数の漸近的正規性を利用し、周辺尤度関数をラプラス近似することによって、DSGE モデルの構造パラメータの事後分布をシミュレートしている。このような周辺尤度のラプラス推定量を用いたモデル選択の漸近的な一貫性については Inoue and Shintani (2013) を参照。

- Del Negro, Marco, Frank Schorfheide, Frank Smets, and Rafael Wouters. (2007) "On the Fit of New Keynesian Models," *Journal of Business & Economic Statistics*, 25, 123-143.
- Dib, Ali. (2003) "An Estimated Canadian DSGE Model with Nominal and Real Rigidities." *Canadian Journal of Economics*, 36, 949-972.
- Diebold, Francis X., Lee E. Ohanian, and Jeremy Berkowitz. (1998) "Dynamic Equilibrium Economies: A Framework for Comparing Models and Data." *Review of Economic Studies* 65, 433-451.
- Dridi, Ramdan, Alan Guay, and Eric Renault. (2007) "Indirect Inference and Calibration of Dynamic Stochastic General Equilibrium Models." *Journal of Econometrics* 136, 397-430.
- Gelman, A., John B. Carlin, Hal S. Stern, Donald B. Rubin. (2003) *Bayesian Data Analysis*, 2nd ed., Chapman and Hall/CRC.
- Geweke, John., (2010) *Complete and Incomplete Econometric Models*, Princeton University Press, NJ.
- Geweke, John., (2005) *Contemporary Bayesian Econometrics and Statistics*, John Wiley and Sons, NJ.
- Geweke, John., (1999) "Using Simulation Methods for Bayesian Econometric Models: Inference, Development, Communication." *Econometric Reviews*, 18, 1-73.
- Geweke, John., (1992), "Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments," in J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid and A. F. M. Smith eds., *Bayesian Statistics*, 4,169-194, Oxford University Press, Oxford.
- Gregory, Allan W. and Gregor W. Smith. (1991) "Calibration as Testing: Inference in Simulated Macroeconomic Model." *Journal of Business and Economic Statistics*, 9, 207-303.
- Guerón-Quintana, Pablo A. and James M. Nason. (2013) "Bayesian Estimation of DSGE Models." in Hashimzade, N. and Thornton, M. (eds.), *The Handbook of Empirical Methods in Macroeconomics*, Edward Elgar Publishing Ltd., Cheltenham, U.K.
- Inoue, Atsushi and Mototsugu Shintani (2013) "Quasi-Bayesian Model Selection." mimeo.
- Kano, Takashi, and James M. Nason (2014) "Business Cycle Implications of Internal Consumption Habit in New Keynesian Models." *Journal of Money, Credit, and Banking*, 46, 519-544.
- Kano, Takashi, and James M. Nason. (2012) "Appendix: Business Cycle Implications of Internal Consumption Habit in New Keynesian Models." *Discussion Paper 2012-08*, Graduate School of Economics, Hitotsubashi University.
- Kano, Takashi, (2009), "Habit Formation and the Present-Value Model of the Current Account: Yet Another Suspect," *Journal of International Economics*, 78, 72 – 85.
- Kehoe, Patrick J., (2007) "Comment." in Acemoglu, D., K.S. Rogoff, and M. Woodford eds. *NBER Macroeconomics Annual 2006*, 21, 73-96.
- Kim, Jae-Young, (2002) "Limited Information Likelihood and Bayesian Analysis," *Journal of Econometrics* 107, 175 – 193.
- Kydland, Finn E., and Edward C. Prescott. (1982) "Time to Build and Aggregate Fluctuations." *Econometrica*, 50, 1345-70.
- Kydland, Finn E., and Edward C. Prescott. (1996) "The Computational Experiment: An Econometric Tool." *Journal of Economic Perspectives*, 10, 69-86.
- Lancaster, Tony. (2004) *An Introduction to Modern Bayesian Econometrics*, Blackwell Publishing, MA.
- Lazer, Nicole A., (2003), "Bayesian Empirical Likelihood," *Biometrika* 90, 319 – 326.
- McCausland, William J., (2004) "Using the BACC Software for Bayesian Inference." *Journal of Computa-*

- tional Economics*, 23, 201-218.
- Nason, James M., and Tim Cogley. (1994) “Testing the Implications of Long-run Neutrality for Monetary Business Cycle Models.” *Journal of Applied Econometrics*, 9, S37-S70.
- Nason, James M., and John H. Rogers. (2006) “The Present-Value Model of the Current Account Has Been Rejected: Round Up the Usual Suspects,” *Journal of International Economics* 68, 159 – 187.
- Schorfheide, F., (2000) “Loss Function-Based Evaluation of DSGE Models,” *Journal of Applied Econometrics*, 15, 645 – 670.
- Sims, Christopher A., (2002) “Solving Linear Rational Expectations Models.” *Computational Economics*, 20, 1-20.
- Sims, Christopher A. (1980) “Macroeconomics and Reality.” *Econometrica*, 48, 1-48.
- Sims, Christopher A. and Tao Zha. (1999) “Error Bands for Impulse Responses.” *Econometrica*, 67, 1113-1156.
- Smets, Frank, and Raf Wouters. (2007) “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach.” *American Economic Review*, 97, 1123-1175.
- Yin, Guosheng. (2009) “Bayesian Generalized Method of Moments.” *Bayesian Analysis*, 4, 191-208.
- 藤原一平・渡部敏明. (2011) 「マクロ動学一般均衡モデル—サーベイと日本のマクロデータへの応用—」, 『経済研究』, 62, 66-93.

表 1: 構造パラメータの事前分布

		分布	平均	標準偏差	95% 区間
$h$	消費の習慣形成	一様	—	—	[0.0250, 0.9750]
$\beta$	主観的割引ファクター	ベータ	0.9930	0.0020	[0.9886, 0.9964]
$\gamma$	労働供給の弾力性	正規	1.5500	0.5360	[0.4995, 2.6005]
$\delta$	資本減耗率	ベータ	0.0200	0.0045	[0.0122, 0.0297]
$\alpha$	確定的成長率	正規	0.0040	0.0015	[0.0011, 0.0064]
$\varpi$	資本の調整費用	正規	4.7710	1.0260	[2.7601, 6.7819]
$\psi$	資本シェア	ベータ	0.3500	0.0500	[0.2554, 0.4509]
$\sigma_\varepsilon$	TFP ショックの標準偏差	一様	—	—	[0.0070, 0.0140]
$\xi$	最終財需要の弾力性	正規	12.0000	4.0820	[3.9994, 20.0006]
$\mu_P$	価格改訂しない確率	ベータ	0.5500	0.0500	[0.4513, 0.6468]
$\theta$	労働需要弾力性	正規	15.0000	3.0800	[8.9633, 21.0367]
$\mu_W$	賃金改訂しない確率	ベータ	0.7000	0.0500	[0.5978, 0.7931]
$m^*$	貨幣成長率の平均値	ベータ	0.0114	0.0030	[0.0063, 0.0180]
$a_\zeta$	テイラールール $E_t S_{t+1}$ 係数	正規	1.8250	0.2300	[1.3742, 2.2758]
$a_{\hat{Y}}$	テイラールール $\hat{Y}_t$ 係数	正規	0.1000	0.0243	[0.0524, 0.1476]
$\rho_R$	テイラールール AR1 係数	ベータ	0.6490	0.0579	[0.5317, 0.7578]
$\sigma_v$	金融政策ショックの標準偏差	ベータ	0.0051	0.0016	[0.0025, 0.0087]

注: Kano and Nason (2014) から抜粋。“Sticky Price Model” においては  $\mu_W = 0$ , “Sticky Wage Model” では  $\mu_P = 0$  の退化した事前分布を仮定する。また “Non-Habit” モデルでは  $h = 0$  の退化した事前分布を仮定する。

表 2: KS 統計量の CICs: 金融政策ショックに対する SDs

Baseline Model	実質産出量成長率		実質消費成長率	
	全周波数領域	景気循環領域	全周波数領域	景気循環領域
習慣形成なし	0.12	0.71	0.08	0.68
習慣形成あり	0.64	0.51	0.53	0.85
Sticky Price Model				
習慣形成なし	0.00	0.76	0.00	0.49
習慣形成あり	0.29	0.65	0.33	0.76
Sticky Wage Model				
習慣形成なし	0.21	0.37	0.02	0.81
習慣形成あり	0.55	0.45	0.44	0.77



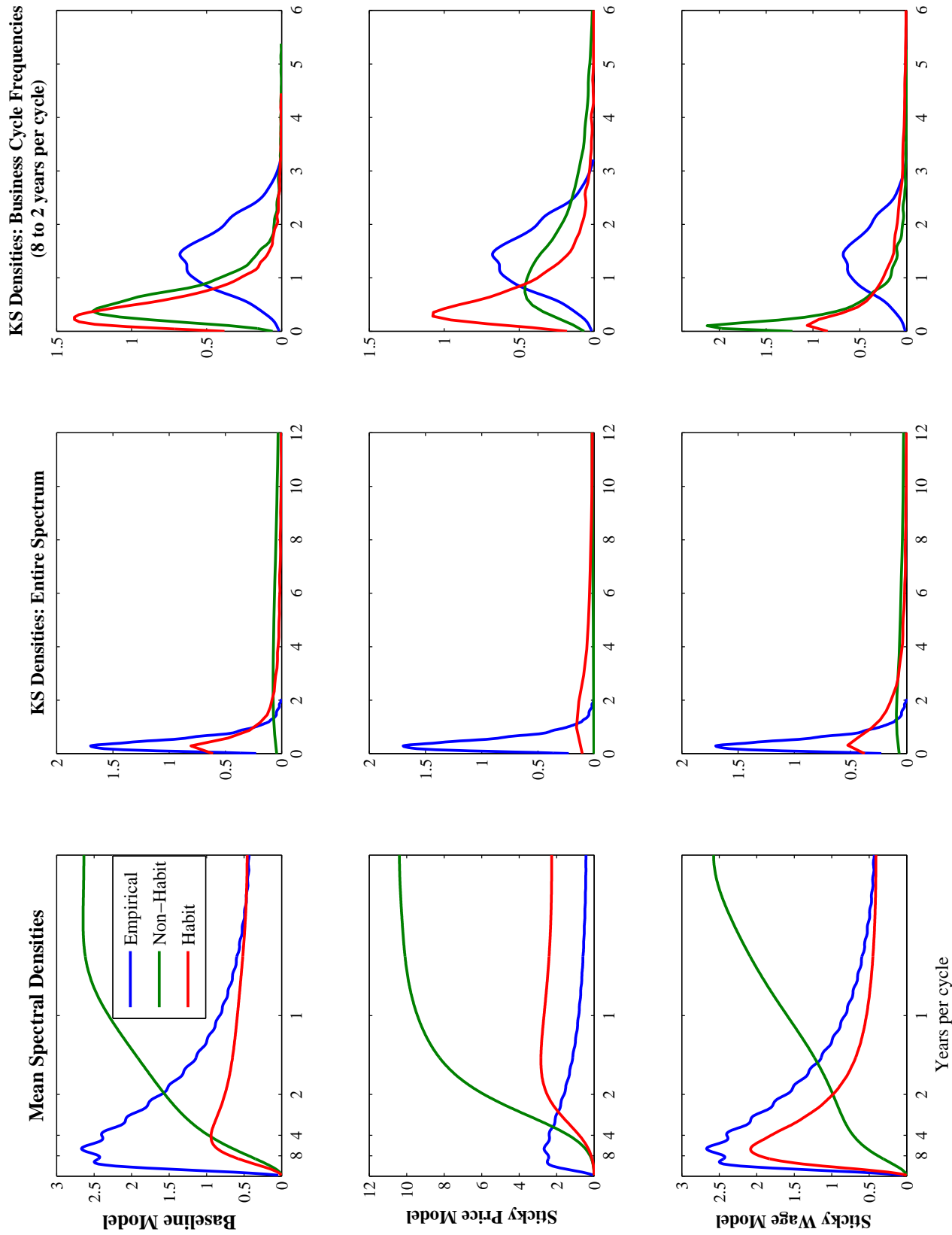


図1 SDとKS統計量: 実質産出量成長率. 注. “Mean Spectral Densities”は各周波数におけるSDの平均値, “KS Densities: Entire Spectrum”はSDの全周波数領域の情報に基づくKS統計量密度関数, “KS Densities: Business Cycle Frequencies”はSDの景気循環領域における情報だけに基づくKS統計量密度関数をそれぞれ表す. “Empirical”, “Non-Habit”, および “Habit”はそれぞれ事後分布, 消費の習慣形成がない場合の事前分布, 消費の習慣形成が有る場合の事後分布を表す. “Baseline Model”, “Sticky Price Model”, および “Sticky Wage Model”はそれぞれ基本モデル, 硬直価格モデル, および硬直賃金モデルを表す.

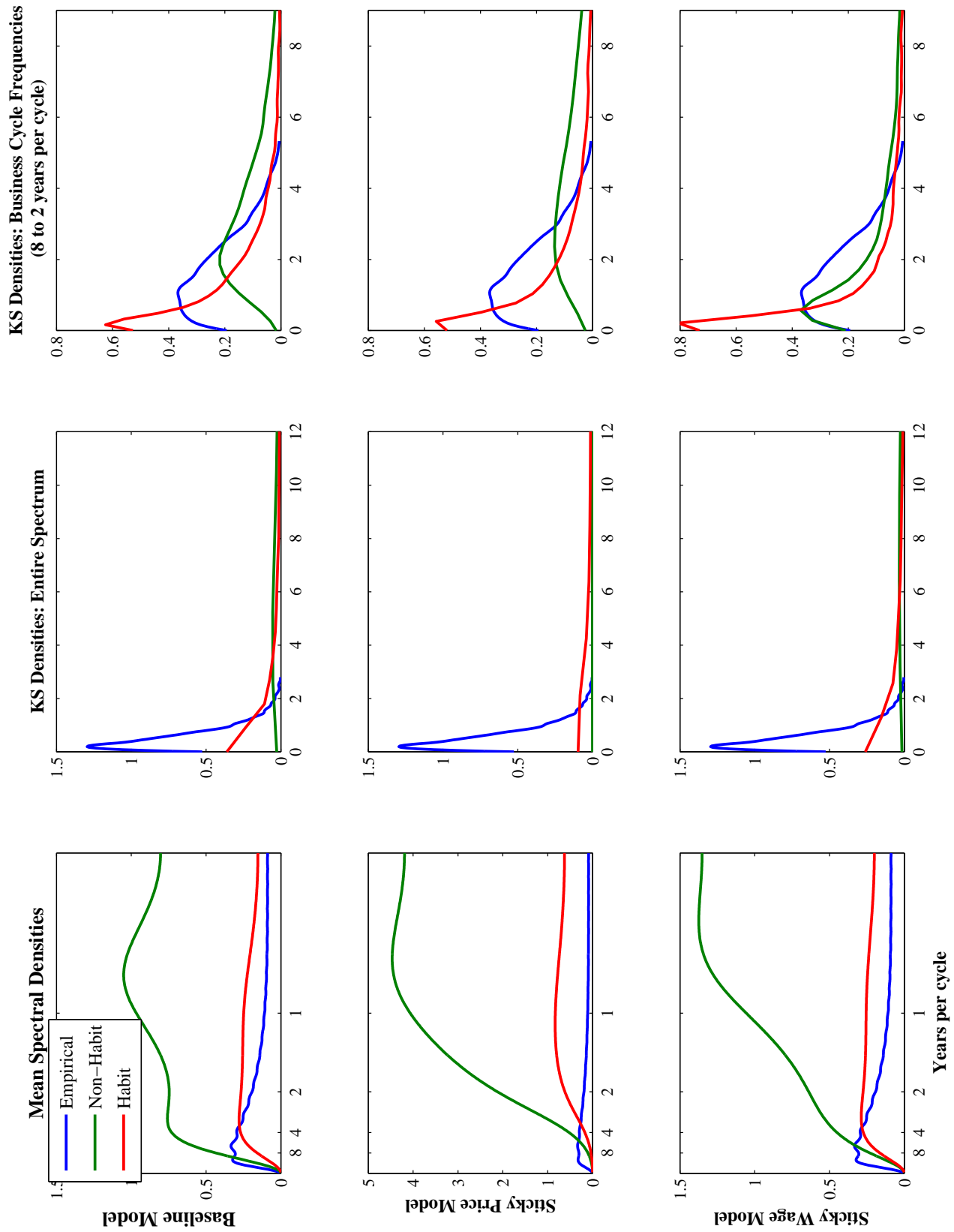


図2 SD と KS 統計量: 実質消費成長率. 注. “Mean Spectral Densities” は各周波数における SD の平均値, “KS Densities: Entire Spectrum” は SD の全周波数領域の情報に基づく KS 統計量密度関数, “KS Densities: Business Cycle Frequencies” は SD の景気循環領域における情報だけに基づく KS 統計量密度関数をそれぞれ表す. “Empirical”, “Non-Habit”, および “Habit” はそれぞれ事後分布, 消費の習慣形成がない場合の事前分布, 消費の習慣形成がある場合の事後分布を表す. “Baseline Model”, “Sticky Price Model”, および “Sticky Wage Model” はそれぞれ基本モデル, 硬直価格モデル, および硬直賃金モデルを表す.