

【調 査】

## 日米中株式市場の連動性

——非線形共和分の検証\*——

浅子和美・張艶・劉振濤

本論文では、日米中3国の株式市場をめぐって、通常の線形共和分関係及び非線形共和分関係の有無といった長期的な観点から、国際間の株価の連動性について検証を試みる。2つの国の株価が、短期的にある安定的な関係から非線形的に乖離する動きがあったとしても、それが長期的には安定的な関係に戻るならば、それは非線形の共和分関係にあるとする。具体的には、株価比率にバブルの発生・膨脹・崩壊のプロセスが内包されるとして、それを統計的なモデルとして定式化し、関係するパラメータをBayesian流に推計する。実証結果としては、日米、日中、米中の2国間株価指数同士には、通常の線形共和分関係は認められないが、確かにバブル型非線形性が認められ、したがって、長期の連動性が検証されたと解釈される。

JEL Classification Codes: C51, G01, G15

### 1. はじめに

本論文では、日米中株式市場の連動性を検証するが、この際、先行研究の中心であったEngle and Granger(1987)の共和分(cointegration)関係の検証を通じてでなく、新たに提唱する統計モデルの推計を通じて行い、これを非線形共和分(nonlinear cointegration)と命名する。この統計モデルでは、短期的には株価にバブルが発生・膨脹することを許容するが、やがてバブルも崩壊することを想定する。結果として、バブルがあったとしても長期的には株価のバブルの影響は大きく減衰し、経済のファンダメンタルズ(基礎的条件)を反映した水準に回帰すると定式化する。

張(2010)でも展望されたように、株価の連動性に関して多くの先行研究が蓄積されており、検証対象として取り上げた国・地域の株式市場により、あるいは時期区分により必ずしも頑健で確定した結論が得られているわけではない。そもそも、「連動性」をどのようにとらえるかとの問題があるが、既述のように、多くの研究では時系列データ間の共和分関係の検証によっている。確かに、複数の市場の株価が共和分関係にあれば、それらの株価同士は長期的に連動していると考えられる。しかし、逆は必ずしも真ならずで、連動しているからと言って共和分関係にあるとは限らない。共和分の定義としては、(階差を取らない)個別時系列そのものは非定常性を

示すのが前提になっているのに対し、個別時系列段階で定常性を示す株価もあり得るし、しかもそれら同士の相関係数が高い場合には、連動性が高いと考えるのが普通だからである<sup>1)</sup>。もちろん、本論文の問題意識のように、共和分関係も線形に限定する必要もない。

連動性に因果性(causality)なり、タイミングの先行性・遅行性を加味する場合もある。時差相関係数やVAR(vector auto-regression)等の時系列モデルによるGrangerの因果性やインパルス応答関数の議論が中心だが、時に伝染効果(contagion)が問題になる場合もある。これは、例えば1987年のアメリカのブラックマンデーや97年のアジア通貨危機、あるいは2011年3月11日の東日本大震災といった、特定の国・地域で発生したショックが、近隣諸国など密接な関係にある国々に伝播していく過程を問題にするものである<sup>2)</sup>。伝染効果は確かに連動性の一側面ではあるが、まさに水面に広がる波紋をリアルタイムに観察するようなものであり、短期的なイベント・スタディの対象になるテーマではあっても、共和分が想定するような長期的な視点での安定的な関係の有無に注目したものではない。

また、一般に、株式市場の実証分析を行う場合、その市場が効率性の条件を満たしているか否かは重要な問題である。しかしながら、連動性なり共和分関係は、本来的には株式市場の効率性とは関係なく、効率的市場仮説(efficient market hypothesis)にとっ

て irrelevant な問題とってよい<sup>3)</sup>。Choudhry (1994)は、株式市場が効率的であれば、その市場の株価は単位根をもつランダム・ウォークとなり、他の市場とは関連しないはずであるから共和分関係は存在しないと、Engle and Granger(1987)や Taylor and Tonks(1989)も、投機的(speculative)市場では共和分の存在が市場の非効率性を意味すると示唆した。しかし、単一の市場でのランダム・ウォーク仮説の成立が、複数市場間での共和分関係を否定する必要十分条件となるわけではない。例えば、各国の経済のファンダメンタルズ(基礎的条件)に共和分関係が存在すれば、効率的な株式市場間の株価にも共和分関係が認められても不思議でない。したがって、株価の連動性と共和分関係の検証にとっては、一国の株式市場に限定した上での効率性の議論とは別問題とってよいであろう。

さて、株価の連動性をめぐる初期の包括的な実証研究の代表例として、Chan, Gup and Pan(1997)と Ahlgren and Antell(2002)がある。前者は、1961年1月から92年12月までの日米英、豪、パキスタンなど18カ国の株式市場の共和分関係を Johansen テストで検証し、後者は米英独仏、フィンランド、スウェーデンの6カ国の株式市場で1980年1月から97年2月までのデータを対象として、Johansen テストおよび尤度比による LR テストによって共和分関係を検証している。これらの具体的な検証結果はケース・バイ・ケースで区々であるが、概して月次データでは共和分関係が認められるが、四半期データでは共和分関係は認めにくいという傾向が見いだされる。

その後の連動性をめぐる共和分分析としては、Fraser and Oyefeso(2005)が米英およびヨーロッパ株式市場を対象にし、Wang, Yang and Bessler(2003)がアフリカ諸国とアメリカについて、Eun and Shin(1989)が日米英仏加など9カ国について、Hamori and Imamura(2000)がG7諸国について、Tsutsui and Hirayama(2004)が日米英について、そして Tsutsui and Hirayama(2005)が日米英独について、それぞれ株価の連動性を検証している。

アジアの株式市場に焦点を当てて、株価の連動性を考察した先行研究も少なくない。Chan, Gup and Pan(1992)は1983-87年におけるアジア6カ国を、Corhay, Rad and Urbain(1995)は1972-92年における日本を含むアジア太平洋地域を、Hung and Cheung(1995)は1981-91年における日米を含まな

いアジア株式市場を、Ghosh, Saidi and Johnson(1999)は1997年中の3月26日から12月31日までの日次データにおける日米を含むアジア株式市場をそして今村・浅子(2001)は日米とASEAN諸国、韓国、台湾、香港を考察対象とした。これらの分析結果は、総じてアジア株式市場における連動性は認められないか、あるいはせいぜいいくつかの市場間に限定された連動性があるのにとどまっているというものであった。

しかし、アジア通貨危機後のデータが十分に追加されるにつれて、様相に変化が見られるようになった。すなわち平山(2003)は、韓国・台湾・香港・フィリピン・インドネシア・タイ・マレーシア・シンガポールの8ヶ国と日本・アメリカの株価の連関について分析し、通貨危機後各国間の株価連関が強まったことを確認している。また Yang, Kolari and Min(2003)は、日米および10カ国のアジア新興株式市場を対象に、アジア通貨危機の間にこれらの市場の長期共和分関係と短期的因果関係は強まり、通貨危機後には、これらの市場の共和分関係の個数は通貨危機前に比べいっそう増えたとしている。Chen, Huang and Lin(2007)もアメリカと主要なアジア諸国について、それぞれ株式市場間における収益率とボラティリティのリンクの程度を検証し、どちらの指標に注目するかでアメリカ市場とのリンクの様相が異なるものの、とりわけ収益率面でのアジア諸国間の連動性の高まりが顕著としている。

なお、共和分関係とは一線を画した伝染効果の検証としては、Forbes and Rigobon(2002)が嚆矢としてその後の研究の試金石となっている。すなわち、彼らは東アジア、ラテンアメリカ、OECDなどの国を対象にして、ボラティリティの変動を調整した相関係数等を精査した結果、1987年のアメリカ発のブラックマンデー、94年のメキシコ通貨切り下げ、そして97年のアジア通貨危機の際には一方方向の伝染効果は認められないが、平常時の相互依存関係がないわけではないとした。Boschi(2005)は、ブラジル、メキシコ、ロシア、ウルグアイ、ベネズエラ、トルコを対象にしたVARモデルと相関関係の検証により、アルゼンチン危機の伝染効果について分析し、伝染効果はないと結論付けている。この他にも伝染効果に関する実証研究は支持・不支持こも多数にのぼり、2008年9月のアメリカ発のリーマン・ショックに際しての実証分析などでは、株式市場のみならず対象を債券市場や商品市場など

にも広め、CDS(credit default swap)プレミアムや社債スプレッドに関する分析も報告されている。

以下本論文の構成は次の通りである。まず第2節では、非線形共和分のモデルを提示する。基本モデルは投機的バブルの発生・膨張・崩壊のプロセスを推計した Asako and Liu(2013)等を修正したモデルであり、2つの国の株価比率など「比率変数」に関して、短期的にバブルの発生・膨張に対応する動きがあったとしても、長期的にはそれらが確率1で崩壊しファンダメンタルズを反映した比率に回帰する動きがあるものとして、もともとの変数同士は非線形共和分関係にあると定式化する。長期的な観点からは、比率を構成する変数間には、安定的な関係が保たれているという意味である。第3節では、日米中3国の株価指数の間での連動性について、通常の意味での、すなわち線形共和分関係の検証を行う。

第4節と第5節が本論文の実証分析の中心となるものであり、線形共和分関係になくても非線形共和分の意味での連動性が認められるかを検証する。第4節は検証の準備的考察部分であり、第2節で展開した基本モデルを「比率変数」に適応するための修正を加える。すなわち、株価指標の比率は限りなく大きくも、また逆に限りなく下限の0に近づくことにもなることから、それら両方向のバブルを許容するモデルに修正する。この修正は、経済学的合理性や株式市場の効率性という観点でなく、統計的处理の面からの要請による面が大きいといえよう。第5節が修正されたモデルの実証分析部分であり、日米中株式市場の非線形共和分関係について、3通りの長期ファンダメンタルズ株価比率の設定、原データと為替レート調整後のデータ、そして確率項の不均一分散の調整と、いく通りかの前提の下で並行的に考察する。第6節は本論文の結語部分である。

## 2. 非線形共和分のモデル

本節では、非線形安定性の考え方を提示し、それを反映した基本モデルを展開する。基本的な考え方は、株価や地価に代表される資産価格のバブルの統計モデルを展開した浅子・加納・佐野(1990)、劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)と同様に、潜在的に非定常で発散する時系列変数(バブル)が、発散が進むにつれて通増する確率で崩壊する確率過程を描写するものである。

### 2.1 基本モデル

Asako and Liu(2013)を修正したモデルとして、 $x_t > 0$ を満たして推移する時系列変数(以下、広義に正バブルと呼ぶ)について

$$x_t = \begin{cases} \beta_t x_{t-1} + u_t & \text{with } \pi_t \quad (A) \\ \theta_t + u_t & \text{with } 1 - \pi_t \quad (B) \end{cases} \quad (1)$$

を想定する。ただし、 $u_t$ は平均0、分散 $\sigma_u^2$ の正規分布に従う確率変数であり、 $\beta_t$ は每期変化する可変パラメータとして、ランダム・ウォーク

$$\beta_t = \beta_{t-1} + v_t, \quad v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \quad (2)$$

で推移するものとする。ただし、 $v_t$ も平均0、分散 $\sigma_v^2$ の正規分布に従い、 $x_t > 0$ と仮定するので、確率変数の $u_t, v_t$ が $x_t \leq 0$ の事態をもたらず確率は0と想定する。

(1)のモデルは(A)と(B)の2つのレジームを前提としており、 $t$ 期において確率 $\pi_t$ でレジーム(A)が実現し、残る確率 $1 - \pi_t$ で、レジーム(B)がもたらされる。レジーム(B)は前期の $x_{t-1}$ がどのような値であっても、 $t$ 期においては $x_t$ は平均的には $\theta_t$ に戻ることを示している。2つのレジーム間のシフトを左右する正バブルの持続確率 $\pi_t$ は、 $\alpha, \gamma$ を正のパラメータとして

$$\pi_t = e^{-\gamma - \alpha m_{t-1}} \quad (3)$$

で表せ、この確率を左右するのは1期前の

$$m_t = |x_t - \theta_t| \quad (4)$$

とする。すなわち、典型的には $\beta_t > 1$ として、時系列変数 $x_t$ がレジーム(A)に留まりながら $\theta_t$ から乖離し、その乖離幅の絶対値が増大するのに応じてバブルの崩壊確率 $1 - \pi_t$ が上昇(確率 $\pi_t$ は低下)し、正バブルの崩壊によってレジーム(B)へのレジーム・シフトが生じた場合には、平均的には $x_t$ が $\theta_t$ に戻ると想定する。

以上の基本モデルで、 $\theta_t = 0$ とし、なおかつ $x_t > 0$ の制約を解除したのが浅子・加納・佐野(1990)、劉・浅子・加納(2011)および Asako and Liu(2013)が実証分析で想定した枠組みである<sup>4)5)</sup>。後の第4節で推計する非線形共和分のモデルでは、以上の基本モデルの想定に追加して、上方と下方両方向で対称的なバブルの膨張と崩壊を考慮する。

### 2.2 逐次再生的推計

劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)では、基本モデルの逐次推計法について、初期時点での0期から1期にかけての推計と、 $t-1$ 期から $t$

期にかけての推計過程を描写し、数学的帰納法によって逐次推計法を導出している。逐次推計法そのもののエッセンスは同じであるので、ここでは $t$ 期における推計法のみ展開する。逐次推計過程の詳細は、劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)を参照されたい。

### $\theta_t$ は既知か未知か？

Asako and Liu(2013)では、 $\theta_t=0$ と仮定されることから、 $\theta_t$ をめぐら問題は一切存在しない。しかし、 $\theta_t \neq 0$ とすると、この値そのものを既知とするか未知とするかで、逐次推計過程は大きく異なったものとなる。未知であれば、基本モデルの推計対象となる他のパラメータと同様の扱いが必要となり、逐次推計過程そのものは相当複雑になる。それに対して、 $\theta_t$ を既知と想定できるならば、たとえデータの上では「推計する」必要があるとしても、理論的にはモデルの枠組みの外で行うこととなり、逐次推計過程の困難さは Asako and Liu(2013)とさほど異ならないレベルにとどまることになる。実際、第4節では、 $\theta_t$ を既知として扱うことになる。

### 逐次推計の圧縮化

基本モデルの逐次推計は、劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)で展開されているように、理論的にはどの長さのサンプルについても可能である。しかしながら、一般論としては、 $t$ 期に計算を要する項目数としては $3^t$ 個レベルに達する。これは、サンプル数によっては膨大な数になる。もちろん、現代のスーパーコンピュータを用いれば不可能な計算ではないが、よりプラクティカルな観点からは、その計算量を軽減する方法を考える余地がある。ここでは、Harrison and Stevens(1981)によって提唱され、浅子・加納・佐野(1990)、劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)によって(1)のバブルのモデルに応用された圧縮化(condensation)を考える。

これは、まずは $t$ 期において新しく観察されたデータを加えた上で求められる、推定すべきパラメータについての事後分布の密度関数が、データが観察される前に想定した事前分布の密度関数と関数形が同じものとなるように設定したものであり、その上で、より具体的には、同時密度関数の周辺分布の1次と2次のモーメントを近似してアップデートする。この圧縮化を各期において逐次繰り返すことにより、

各期において計算容量は一定に保たれることになる。

### 2.3 $t$ 期の逐次推計過程

$t$ 期までに観測されたデータの集合を、 $\mathbf{X}^t = (x_t, x_{t-1}, \dots, x_0) = (x_t, \mathbf{X}^{t-1})$ のように記述する。また、 $\mathbf{I}^t = (i_1, i_2, \dots, i_t)$ は自然数の集合であり、その要素である $i_s (s=1, 2, \dots, t)$ は1, 2, あるいは3のどれかを表す。

さて、 $t-1$ 期における事後分布であり、 $t$ 期の $x_t$ が観察される前の段階、すなわち $\mathbf{X}^{t-1}$ の下での $\alpha, \beta_{t-1}, \gamma$ の同時分布でもある条件付同時確率密度関数を

$$P(\alpha, \beta_{t-1}, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) =$$

$$\prod_{i=1}^t f(\mathbf{I}^{t-1}) g(\mathbf{I}^{t-1}) P_{t-1}(\alpha, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) N_{\beta_{t-1}}(\hat{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}), \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1})) \quad (5)$$

と表す。ここで、 $f(\mathbf{I}^t)$ と $g(\mathbf{I}^t)$ は $\mathbf{I}^t$ の要素の順列次第で確定的(deterministic)に決まる非確率変数であるが、具体的な関数形は下の計算において逐次再生条件を満足する形で未定係数として導出する。

$P_{t-1}(\alpha, \gamma | \mathbf{X}^t)$ は $\alpha$ と $\gamma$ についての $\mathbf{X}^t$ の条件付きの同時確率密度関数を表すが、実体としては $\alpha$ と $\gamma$ は独立とし、しかも指数分布に従うと仮定する<sup>6)</sup>。シグマ記号内の各期の積の末尾に現れる $N_{\beta_t}(\hat{\mu}(\mathbf{I}^t), \sigma^2(\mathbf{I}^t))$ は、 $\alpha, \gamma$ と独立な $\beta_t$ についての確率密度関数であり、 $\mathbf{I}^t$ に依存して決まる $\hat{\mu}(\mathbf{I}^t), \sigma^2(\mathbf{I}^t)$ をそれぞれ平均と分散とする正規分布を表している。なお、(5)において、シグマ記号の下で加算する対象は、各期が1, 2, 3の自然数からなるすべての順番に意味のある組合せに対してであり、 $t$ 期においては $3^t$ 個の項目数に達する。

次に、(5)をベースに $\beta_t$ についての事前分布を求める。すなわち、基本モデルの(2)の推移式を踏まえると、条件 $\mathbf{X}^{t-1}$ 下での $\alpha, \beta_t$ と $\gamma$ の事前同時確率密度関数は

$$P(\alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) =$$

$$\prod_{i=1}^t f(\mathbf{I}^{t-1}) g(\mathbf{I}^{t-1}) P_{t-1}(\alpha, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) N_{\beta_t}(\hat{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}), \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_\beta^2) \quad (6)$$

となる<sup>7)</sup>。

以上を踏まえて、 $t$ 期において $x_t$ が観察された後の $\alpha, \beta_t, \gamma$ の事後同時分布(事後同時確率密度関数)をBayesの定理を利用して計算する。すなわち、異なる条件の条件付確率については、条件が緩い条件付確率を基準にして

$$P(\alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^t) = \frac{P(\alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) P(x_t | \alpha, \beta_t, \gamma, \mathbf{X}^{t-1})}{P(x_t | \mathbf{X}^{t-1})} \quad (7)$$

が成立することから、

$$\phi_t = \theta_t \quad (8)$$

と置きなおすとして<sup>8)</sup>、まず(2)、(4)式と $u_t$ の正規性により得られる

$$P(x_t | \alpha, \beta_t, \gamma, \mathbf{X}^{t-1}) = e^{-\gamma - \alpha m_{t-1}} N_{x_t}(\beta_t x_{t-1}, \sigma_u^2) + (1 - e^{-\gamma - \alpha m_{t-1}}) N_{x_t}(\phi_t, \sigma_u^2) \quad (9)$$

の関係を求める。すると、(6)と(9)の積が(7)式を通じて(5)のタイミングを1期間アップデイトした逐次再生パターンになるためには、(5)や(6)式に登場するいくつかの関数については、まず

$$P_t(\alpha, \gamma | \mathbf{X}^t) = \left[ \left( \bar{c}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \delta(i_s) \right) e^{-\left( \bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \delta(i_s) \right) \gamma} \right] \left[ \left( \bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} |x_s| \delta(i_s) \right) e^{-\left( \bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} |x_s| \delta(i_s) \right) \alpha} \right] \quad (10)$$

となる。ただし、(10)の右辺の積の第1の括弧内の項は、独立なパラメータのうちの $\gamma$ 、第2の括弧内の項は同様に $\alpha$ について、指数分布に特定化された事前確率密度関数である<sup>9)</sup>。整数を対応させる関数 $\delta(i_t)$ は表記を簡潔にするための工夫であり、

$$\delta(i_t) = \begin{cases} 1 & \text{for } i_t = 1, 2 \\ 0 & \text{for } i_t = 3 \end{cases}$$

と約束する。

さらに、未定関数については

$$\begin{cases} f(\mathbf{I}^{t-1}, 1) = \frac{f(\mathbf{I}^{t-1})}{P(x_t | \mathbf{X}^{t-1})} \\ \quad N_{x_t}(\mu(\mathbf{I}^{t-1}) x_{t-1}, (\sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_u^2) x_{t-1}^2 + \sigma_u^2) \\ f(\mathbf{I}^{t-1}, 2) = -f(\mathbf{I}^{t-1}, 3) \\ \quad = -\frac{f(\mathbf{I}^{t-1})}{P(x_t | \mathbf{X}^{t-1})} N_{x_t}(\phi_t, \sigma_u^2) \end{cases} \quad (11)$$

および

$$\begin{aligned} g(\mathbf{I}^t) &= g(\mathbf{I}^{t-1}, i) \\ &= g(\mathbf{I}^{t-1}) \left[ \frac{\bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-2} m_s \delta(i_s)}{\bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} m_s \delta(i_s)} \right] \\ &\quad \left[ \frac{\bar{c}_0 + \sum_{s=0}^{t-2} \delta(i_s)}{\bar{c}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \delta(i_s)} \right] \\ &= \left[ \frac{\bar{a}_0}{\bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} m_s \delta(i_s)} \right] \left[ \frac{\bar{c}_0}{\bar{c}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} \delta(i_s)} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

が成立し、平均と分散のパラメータについては

$$\begin{cases} \bar{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}, 1) = \frac{(\sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_u^2) x_{t-1} x_t + \sigma_u^2 \bar{\mu}(\mathbf{I}^{t-1})}{(\sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_u^2) x_{t-1}^2 + \sigma_u^2} \\ \bar{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}, 2) = \bar{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}, 3) = \bar{\mu}(\mathbf{I}^{t-1}) \end{cases} \quad (13)$$

および

$$\begin{cases} \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}, 1) = \frac{(\sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_u^2) \sigma_u^2}{(\sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) + \sigma_u^2) x_{t-1}^2 + \sigma_u^2} \\ \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}, 2) = \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}, 3) = \sigma^2(\mathbf{I}^{t-1}) \end{cases} \quad (14)$$

でなければならない。

最後に、(7)の分母や(11)に現れる $P(x_t | \mathbf{X}^{t-1})$ については、条件付確率について

$$P(x_t, \alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) = P(\alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) \cdot P(x_t | \alpha, \beta_t, \gamma, \mathbf{X}^{t-1}) \quad (15)$$

が成立することを利用して、積分して周辺分布を求めればよい。すなわち、(6)において、 $\alpha, \beta_t, \gamma$ が独立であることから、直ちに

$$P(x_t | \mathbf{X}^{t-1}) = \iiint P(x_t, \alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}) d\alpha d\beta_t d\gamma = \sum_{\mathbf{I}^t} f(\mathbf{I}^t) g(\mathbf{I}^t) \quad (16)$$

が得られる。

### パラメータ推計

以上を踏まえて、 $t$ 期の条件 $\mathbf{X}^t$ 下での $\alpha, \beta_t, \gamma$ の事後的推計値は、それぞれの事後的周辺分布の期待値(平均値)として求めることができる。すなわち、 $\alpha$ と $\gamma$ についても $t$ 期のものであることを明示するために、 $t$ を添字とすれば、

$$\bar{\alpha}_t = E(\alpha | \mathbf{X}^t) = \sum_{\mathbf{I}^t} \frac{1}{\bar{a}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} m_s \delta(i_s)} f(\mathbf{I}^t) g(\mathbf{I}^t) \quad (17)$$

$$\bar{\beta}_t = E(\beta_t | \mathbf{X}^t) = \sum_{\mathbf{I}^t} f(\mathbf{I}^t) g(\mathbf{I}^t) \bar{\mu}(\mathbf{I}^t) \quad (18)$$

および

$$\bar{\gamma}_t = E(\gamma | \mathbf{X}^t) = \sum_{\mathbf{I}^t} \frac{1}{\bar{c}_0 + \sum_{s=0}^{t-1} m_s \delta(i_s)} f(\mathbf{I}^t) g(\mathbf{I}^t) \quad (19)$$

となる。 $t-1$ から $t$ 期までバブルの持続確率は

$$\bar{\pi}_t = e^{-\bar{\gamma}_t - \bar{\alpha}_t m_{t-1}} \quad (20)$$

として計算するか、あるいは直接期待値が計算可能であり

$$\bar{\pi}_t^* = E(e^{-\gamma - \alpha m_{t-1}} | \mathbf{X}^t) = \sum_{\mathbf{I}^t} \frac{\bar{a}_0 f(\mathbf{I}^t) g(\mathbf{I}^t)}{\bar{a}_0 + g(\mathbf{I}^t) m_{t-1}} \quad (21)$$

となる。 $\beta_t$ の分散の推計値については

$$\hat{\sigma}_{\beta_i}^2 = \text{Var}(\beta_i | \mathbf{X}') = \sum_{\mathbf{I}'} f(\mathbf{I}') g(\mathbf{I}') \sigma^2(\mathbf{I}') \quad (22)$$

となる。

### 分散の最尤推定

なお、(1)式と(2)式の  $u_t$  と  $v_t$  それぞれの分散、 $\sigma_u^2, \sigma_v^2$  は、以下の最尤法で推計する。すなわち、まず簡単化のために  $\sigma^2 = (\sigma_u^2, \sigma_v^2)$  とベクトル表記すると、全体で  $T$  期間の  $\sigma^2$  の尤度関数は

$$\begin{aligned} P_T(x_1, x_2, \dots, x_T | x_0, \sigma^2) &= P_T(x_T | \mathbf{X}^{T-1}, \sigma^2) \\ &\quad P_{T-1}(x_{T-1} | \mathbf{X}^{T-2}, \sigma^2) \cdots \\ &\quad P_1(x_1 | x_0, \sigma^2) \\ &= \prod_{t=1}^T P_t(x_t | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) \end{aligned} \quad (23)$$

と書ける。ここで、

$$\begin{aligned} P(x_t, \alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) \\ = P(\alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) P(x_t | \alpha, \beta_t, \gamma, \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) \end{aligned} \quad (24)$$

および

$$\begin{aligned} P_t(x_t | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) \\ = \iiint P(x_t, \alpha, \beta_t, \gamma | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) d\alpha d\beta_t d\gamma \end{aligned} \quad (25)$$

であるので、結局(16)と同じく

$$P_t(x_t | \mathbf{X}^{t-1}, \sigma^2) = \sum_{\mathbf{I}'} f(\mathbf{I}') g(\mathbf{I}') \quad (26)$$

となる。したがって、 $\sigma^2$  の対数尤度関数は

$$\log P_T(\mathbf{X}^T | x_0, \sigma^2) = \sum_{t=1}^T \log \left\{ \sum_{\mathbf{I}'} f(\mathbf{I}') g(\mathbf{I}') \right\} \quad (27)$$

であり、(27)を最大化する  $\hat{\sigma}^2 = (\hat{\sigma}_u^2, \hat{\sigma}_v^2)$  が求める最尤推定値である。

## 2.4 非線形共和分

基本モデルは、2つの国の株価比率など「比率変数」に関して、短期的にバブルの発生・膨脹に対応する動きがあったとしても、長期的にはそれらが確率1で崩壊しファンダメンタルズを反映した比率に回帰する動きを定式化している。すなわち、短期的にはファンダメンタルズ比率からの乖離が増幅することがあっても、長期的な観点からは、もともとの変数同士の間には安定的な関係が保たれている可能性を定式化したものとなっている。本論文では、このような時系列として非線形の安定性を示す関係を、非線形共和分(nonlinear cointegration)と命名する。

なお、線形の共和分と異なり、ここでの非線形共和分は(1)の基本モデルを出発点としてはじめて議論の俎上に載るものであり、唯一無二のパターンとして他の可能性を排除するものではない。敢えて言うならば、投機的バブル型非線形共和分と限定されよう。

このようなことから、非線形共和分の検証も定型の検定法があるわけではなく、あくまでも基本モデルの妥当性が支持されるという意味での消極的なものに止まらざるを得ない。その意味では、基本モデルの中で最も重要なのは、(1)においてレジーム(A)が持続する際の  $\beta_t$  の大きさであり、具体的には乖離部分が増幅するメカニズムを内包した  $\beta_t > 1$  の条件を満たしているのが望ましい。さらに、2つのレジーム間のシフトを左右する確率  $\pi_t$  の動きも分析の対象となる。

まず、各期において(18)と(22)で推計される  $\beta_t$  とその分散の推定値から、 $\beta_t > 1$  の帰無仮説の検定統計量としての

$$\hat{t} = (\hat{\beta}_t - 1) / \hat{\sigma}_{\beta_t} \quad (28)$$

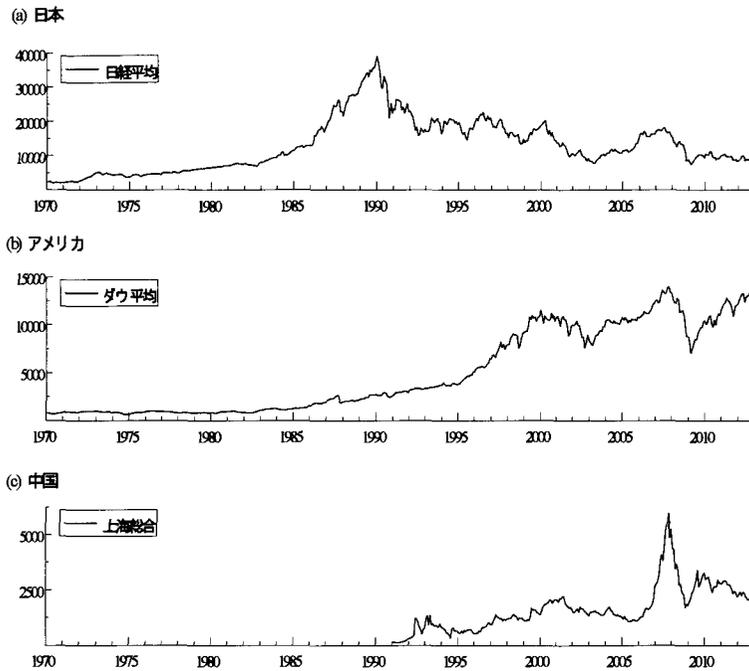
の値を求め、 $\beta_t$  の有意性を検証する<sup>10)</sup>。非線形共和分関係にとっては、短期的にはファンダメンタルズ比率からの乖離が増幅する局面があることが前提となることから、サンプル期間の一部では(28)の値が、目安となる正規分布の片側5%有意水準の  $t = 1.65$  を超えていることが望まれよう。

バブルの持続確率  $\pi_t$  (あるいは崩壊確率  $1 - \pi_t$ ) については、(3)に従ったバブルの膨脹に伴う経時的低下(あるいは上昇)が、確かに節々でレジーム(A)からレジーム(B)へのレジーム・シフトを惹起しているのを確認する。ただし、 $\pi_t$  は(20)や(21)として推計されるものであり、あくまでも期待値に過ぎないことに注意する必要がある。実際の確率  $\pi_t$  はこの期待値を中心に分布することから、例えば期待値の動向に反したタイミングでのバブルの崩壊というも、あり得ないことではない。もちろん、逆もまた然りであり、期待値が強く示唆するにも拘らず、バブルの崩壊が起こらないこともある。

## 3. 線形共和分の検証

本節では、日本、アメリカ、中国の株価の間に連動性が見られるかを、時系列データの共和分(cointegration)関係の有無を通じて検証する。

図 1. 日米中の株価指数：原系列



注) 日本は日経 225 平均株価, アメリカはダウ平均株価, 中国は上海総合指数.

図 2. 日米中の株価指数：自然対数表示



注) 日本は日経 225 平均株価, アメリカはダウ平均株価, 中国は上海総合指数.

### 3.1 使用データ

分析に使用する株価指数は、日本が東京証券取引所の日経 225 平均株価(日経平均, Nikkei225), アメリカがニューヨーク証券取引所の NY ダウ工業株 30 種平均(ダウ平均, Dow-Jones Industrial Average, DJIA), 中国が上海証券取引所の上海総

合指数ないし中国での呼称である上証総指(Shang Zheng Zong Zhi, SZZZ)である。サンプル期間は原則として、日米は変動相場制に入ってから 1973 年 1 月から 2012 年 12 月まで、中国は最も過去に遡れる 1990 年 12 月から 2012 年 12 月までとする。これらの原系列を、日米については 1970 年 1 月に遡って個別にプロットしたのが図 1 である。

共和分の検証に際しては、各国の株価指数の自然対数をとった系列を用いる。図 2 には、自然対数表示の日米中 3 か国の株価指数を同時にプロットしてある。一見しただけでは、それぞれの株価指数は相当独立に変動しているようであり、これらに連動性が見られるのか否かは、必ずしも明らかではない。統計的な検定に頼らざるを得ない所以である。

推計期間については、NY ダウ工業株 30 種平均と日経 225 平均株価は 1973 年 1 月から 2012 年 12 月まで、上海総合指数が絡んだ場合は、1991 年 1 月から 2012 年 12 月までとする。前者のサンプル数は 480、後者は 264 である。

### 3.2 単位根検定

まず、線形共和分関係の前提として、データ特性を確認

するために単位根検定を行う。1 階の階差(first difference)をとると定常になる非定常過程を  $I(1)$  (1 階の和分過程, integrated of order 1) というが、その確認である。ここでは、ADF(Augmented Dickey-Fuller)テストと PP(Phillips-Perron)テストを使用し、トレンド項と定数項を含む場合および定

表 1. 単位根検定

変数	ADF テスト		PP テスト	
	トレンド項 +定数項	定数項	トレンド項 +定数項	定数項
US ラグ	-2.111 0	-0.305 0	-2.199 6	-0.329 5
$\Delta$ US ラグ	-21.15*** 0	-21.17*** 0	-21.15*** 5	-21.18*** 5
JAPAN ラグ	-1.125 0	-1.585 0	-1.188 4	-1.626 5
$\Delta$ JAPAN ラグ	-20.89*** 0	-20.83*** 0	-20.89*** 3	-20.85*** 4
CHINA ラグ	-3.416* 0	-3.190** 0	-3.444** 3	-3.201** 5
$\Delta$ CHINA ラグ	-17.03*** 0	-16.92*** 0	-17.02*** 4	-16.91*** 3

注 1) \*\*\*は1%, \*\*は5%, \*は10%水準で単位根が存在するとの帰無仮説が棄却されることを示す。

注 2) ラグ回数については、ADF テストは Schwartz criterion, PP テストは Bartlett kernel による。

数項のみを含む場合の2通りの方法により検定する。検定結果は、表1の通りである。すなわち、日本とアメリカのレベル変数は単位根が存在するとの帰無仮説は棄却されないが、中国のレベル変数は単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される。さらに、1階の階差をとったすべての変数について、1%有意水準で単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される。

なお、日米については、表1はサンプル期間が長期の1973年1月から2012年12月までの検定結果であるが、中国が関与する場合のサンプル期間となる1991年1月から2012年12月までのサンプル期間についても、検定結果は定性的に変わらなかった。すなわち、短いサンプル期間についても、日本とアメリカのレベル変数は単位根が存在するという帰無仮説は問題なく棄却されず、1階の階差をとった変数について、1%有意水準で単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される。

### 3.3 共和分検定：日米中3国間

複数の  $I(1)$  変数同士の線形結合が定常過程(すなわち  $I(0)$ )となる場合に、共和分の関係にある<sup>1)</sup>。変数が共和分の関係にあると、関係する変数同士が大きく乖離することなく、長期的に一定の関係に収束する。共和分検定にはいくつかの方法があるが、ここでは Johansen テストを用いる。

Johansen テストは、定数項とトレンド項の扱いによって、5つのケースに分かれ、どのケースであるかによって推定するモデルも臨界値も異なる。それらは

- ①系列はゼロでない平均を持ち、共和分方程式は定数項を持たない。

②系列はゼロでない平均を持ち、共和分方程式も定数項を持つ。

③系列はゼロでない平均と線形トレンドを持ち、共和分方程式は定数項のみを持つ。

④系列はゼロでない平均と線形トレンドを持ち、共和分方程式は定数項と線形トレンドを持つ。

⑤系列はゼロでない平均と線形トレンドと2次式のトレンドを持ち、共和分方程式は定数項と線形トレンドを持つ。

の5ケースである。各国の株価水準がゼロでない平均を持つのは自明であるが、トレンド等については自明でないことから、確認がてら①から⑤の想定すべてで検定を行った。なお、検定に際してのラグ次数は1であり、これは Schwartz criterion (SC) によって選択された。

それぞれの想定での5%有意水準での Johansen テストの結果は、自己相関行列の対角和(trace)と最大固有値による検定で次の通りとなる。すなわち、trace による検定では、①と②では変数間に1つの共和分関係があるが、③～⑤では共和分関係はない。最大固有値による検定でも、①では変数間に1つの共和分関係があるが、②～⑤では共和分関係はない。との結果となっている。したがって、日米中3国間の株価の間には、定数項を持つか持たないかの境界近辺で、あったとしてもせいぜい1つの共和分方程式が存在すると判断される。

### 3.4 2国間共和分

次に、日米中の3か国から2か国を取出し、それらの間での共和分関係に注目する。第4節での非線形共和分をめぐっては、2国間の株価指数の比率に関して検証するが、ここではその準備として、株価指数の対数同士の共和分関係を確認しておく。

2つの時系列の間での単一共和分の検定は、Engle=Granger (EG) テストと Phillips=Ouliaris (PO) テストで行う。これらでは、①変数がすべて  $I(1)$  である、②共和分が1個のみ存在する、という2つの前提がある。3.2項の単位根検定では、中国は10%有意水準で  $I(0)$  であると判定されたため、EG テストと PO テストが有効となる前提は完全に成立するとはいえないことに注意する必要がある。

### 日本・アメリカ

日米の株価の間では、EG テストと PO テストの前提は満たされているが、表2で報告されているよ

表 2. 日米の共和分

(a) EG テストの結果

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	0.348	0.995	0.409	0.992
JAPAN	-1.210	0.856	-2.776	0.891

(b) PO テストの結果

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	0.407	0.996	0.460	0.993
JAPAN	-1.256	0.844	-3.006	0.877

表 3. 日中・米中の EG テスト

(a) 日本・中国

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
JAPAN	-2.422	0.317	-11.64	0.269
CHINA	-3.260	0.064*	-15.28	0.136

(b) アメリカ・中国

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.474	0.294	-12.13	0.246
CHINA	-3.350	0.051*	-18.41	0.072

注) \*は10%水準で共和分関係がないとの帰無仮説が棄却されることを示す。

うに、日本が被説明変数の場合でもアメリカが被説明変数の場合でも、ともに共和分関係は認められない結果となった。

なお、ここでも表2はサンプル期間が長期の1973年1月から2012年12月までの検証結果であるが、1991年1月から2012年12月までの短いサンプル期間についても、検定結果は定性的にまったく変わらなかった。すなわち、短いサンプル期間についても、日本とアメリカの株価の間では、日本が被説明変数の場合でもアメリカが被説明変数の場合でも、EGテスト、POテストともに共和分関係は認められない結果となった。

### 日本・中国およびアメリカ・中国

同様のEGテストとPOテストを、日中および米中の2国間の株価でも行った。その結果、日中間では、中国が被説明変数の場合10%有意水準で共和分関係があり、日本が被説明変数の場合には共和分関係はない、との結論となった。また、米中間でも、中国が被説明変数の場合10%有意水準で共和分関係があり、米国が被説明変数の場合には共和分関係はない、との結論となった。

表2の日米間の検定結果にも示されたように、EGテストとPOテストの結果は、お互いに相反することなく、検定統計量も $p$ 値の意味では近い値となっていることから、表3には、日中間、米中間についてEGテストの結果のみ記す。

### 3.5 為替レートによる調整

以上では日米中の3か国の株価指数の間での、株価連動性を時系列データとしての共和分関係の有無を通じて検証した。3か国間全体および任意の2国間同士と、可能な組合せすべてについて行ったが、日米の間での不存在を典型例として、概して共和分関係については否定的な結果となった。換言するならば、異なる国民経済の株式市場が連動せず、むしろ分断されているといっても過言ではない。しかし、連動性が生じるのは、本来、背景としてこれらの市場に共通のショック(新しい情報)が発生・伝播し、それに惹起される形で市場間で資金の移動が起こるからと考えられ、そこには収益率の均等化などの裁定行動が関与している。しかし、そうであるならば、変動する為替レートの影響を明示的に考慮する必要もあろう。

そこで本項では、今までの連動性の検証を、同じ通貨単位に修正した上で、再度行うこととする。統一する通貨表示は3通りあり得るが、ここではすべてドル建てにした上で検証する。すなわち、アメリカはNYダウ工業株30種平均そのままだが、日本は日経225平均を円建ての為替相場(円・ドルレート)で除した値、中国は上海総合指数を人民元・ドルレートで除した値とする。サンプル期間は前項と同じであり、自然対数値を図3としてプロットした。

まず単位根検定を行うと、すべての変数が1%有意水準でも問題なく $I(1)$ 変数であることが確認されるが、Johansenテストによると、定数項やトレンド項に関する①から⑤のすべての想定において、5%有意水準で3国間に共和分関係はない結果となった。この際、SCで選択されたラグは1期である。

2国間の共和分検定では、表4にあるように、EGテストの結果、日米、日中、米中のどの2国間においても、共和分関係は認められない。この結果は、POテストによっても同様である。なお、それぞれの回帰式における $p$ 値によると、相対的には、日米、日中の2国間と比べて、米中の間での共和分関係の存在の可能性の方が高い( $p$ 値が小さい)。

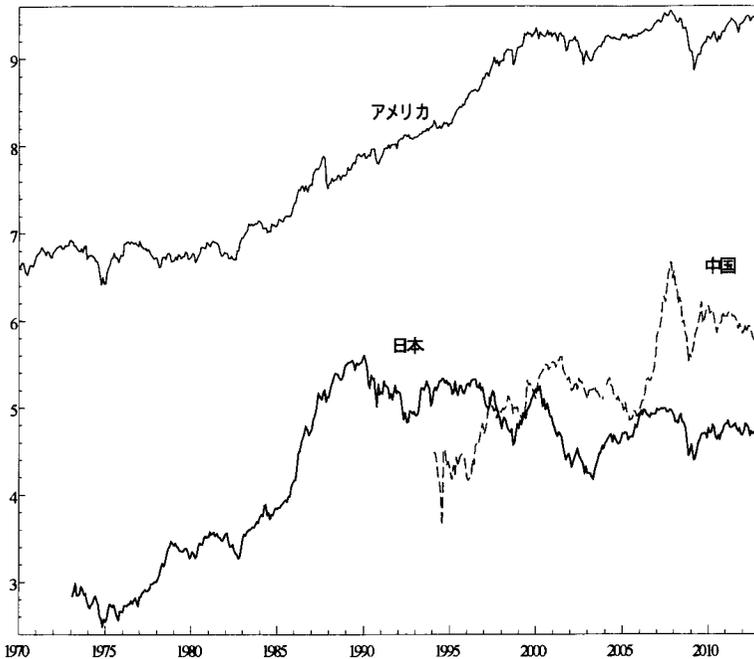
### 3.6 追加的考察

線形の共和分については、さらに若干の追加的考察も行った。サンプル期間の選択と日次データによる検証である。

#### サンプル期間

中国が絡んだ場合のサンプル期間については、も

図3. 日米中株価指数：為替レート調整後の自然対数



注) アメリカ・ドル表示の各国の株価指数。原データは、日本は日経225平均株価、アメリカはダウ平均株価、中国は上海総合指数。

表4. 為替レート調整後の2国間共和分検定(EGテスト)

(a) 日本・アメリカ				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-0.279	0.977	-0.458	0.980
JAPAN	-1.403	0.799	-2.890	0.884
(b) 日本・中国				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
JAPAN	-2.038	0.509	-7.907	0.498
CHINA	-1.696	0.681	-5.784	0.666
(c) アメリカ・中国				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.774	0.178	-12.114	0.246
CHINA	-2.506	0.280	-11.822	0.259

表5. 異なるサンプル期間の日米2国間共和分(EGテスト)

(a) 1973; 1-1991; 12				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-1.852	0.605	-9.302	0.400
JAPAN	-2.090	0.482	-10.117	0.349
(b) 1973; 1-1994; 12				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-0.890	0.920	-2.851	0.887
JAPAN	-1.337	0.820	-4.198	0.794
(c) 1992; 6-2012; 12				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.398	0.328	-7.782	0.507
JAPAN	-2.181	0.435	-9.183	0.408
(d) 1995; 6-2012; 12				
被説明変数	$\tau$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-3.055	0.102	-10.420	0.331
JAPAN	-1.893	0.584	-6.951	0.571

とともサンプル期間が短いためにそれほど選択の余地はないが、日米2国間の場合には相当長期間であり、変動相場制移行後の全期間を対象とした本論文の選択に再考余地がある。実際、次節でみるように、株価比率は1990年代の前半時点を境目として、前半期と後半期では大きく水準を異にすることから、その境目に注目していくつかに二分してみた。その結果、前半期の候補として1973年1月から91年12月と1973年1月から94年12月までの2通り、後半期としては1992年6月から2012年12月までと1995年6月から2012年12月までの2通りを考える。

これらのサンプル期間について、まず為替レートの調整なしに共和分検定を行った結果が表5であり、基本的にはどのサンプル期間でも共和分関係は認められない。ただし、全サンプル期間を通じた場合は、異なったインプリケーションとなっている。まず第1に、ここでもEGテストの結果のみを報告してあるが、POテストでも基本的には同様の結果ではあるが、(d)の1995; 6-2012; 12のサンプル期間については、日本が被説明変数の場合にはEGテスト同様に共和分関係は認められないが、アメリカが被説明変数の場合には、有意水準10% ( $\tau$ 統計値の  $p$  値 = 0.092) で共和分関係が認められるという結果になった。表5のEGテストの結果も、詳細に立ち入ると対応する  $p$  値 = 0.102であり、厳密には10% 有意水準で共和分がないとの帰無仮説は棄却されないが、閾値とはほんの僅かな差にすぎない。

第2に、一般に、 $\tau$ 統計値から判断される共和分が存在しないとの帰無仮説を棄却した場合の第1種の過誤の確率である  $p$  値は、被説明変数がアメリカでも日本でも、表2の全サンプル期間では0.8以上と、問題なく共和分がないことを示しているが、これらの  $p$  値は、表5では、どのサンプル期間についても低下し、しかも後半期のサンプル期間で顕著なことである。大筋では、サンプル期間を分割す

表 6. 異なるサンプル期間のドル表示日米共和分(EGテスト)

(a) 1973; 1-1991; 12

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.145	0.454	-10.218	0.343
JAPAN*	-2.374	0.340	-10.818	0.310

(b) 1973; 1-1994; 12

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-1.746	0.657	-6.595	0.600
JAPAN*	-2.027	0.515	-7.409	0.536

(c) 1992; 6-2012; 12

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.494	0.285	-8.108	0.483
JAPAN*	-2.452	0.303	-10.991	0.301

(d) 1995; 6-2012; 12

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.667	0.216	-8.625	0.445
JAPAN*	-1.984	0.537	-7.646	0.517

表 7. 日次データによる 2 国間共和分検定 (EG テスト)

(a) 日本・アメリカ

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.302	0.372	-9.139	0.418
JAPAN	-2.446	0.303	-12.026	0.259

(b) 日本・中国

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
JAPAN	-2.527	0.268	-12.854	0.223
CHINA	-3.141	0.081*	-13.945	0.183

(c) アメリカ・中国

被説明変数	$t$ -統計値	$p$ 値	$z$ -統計値	$p$ 値
US	-2.426	0.313	-11.857	0.266
CHINA	-3.160	0.077*	-16.437	0.114

注) \*は 10% 水準で共和分関係がないとの帰無仮説が棄却されることを示す。

ることによって、共和分関係が成立する方向にあるが、しかしその傾向は不十分で、統計学的には結局は線形の共和分関係は認められないことになる。

次に、為替レートの調整を行いドル表示の株価指数の共和分検定を行ったのが、表 6 である。結果は、どのサンプル期間についても共和分関係は認められないが、為替レート調整を行わない表 5 と比べて、(d) の 1995; 6-2012; 12 のサンプル期間でアメリカを被説明変数とした場合を唯一の例外として、EG テストの  $t$  統計値の  $p$  値は一律小さくなっている。しかしながら、表 5 の場合と同様、線形の共和分関係をもたらすには不十分ということになる。

#### 日次データによる検証

最後に、月次データに代わって日次データで同様の検証を行う。分析に使用する株価指数は、各国の原則として月曜日から金曜日までの日次株価終値データであり、欠損値がある場合には前日のデータを利用する。推計期間はすべて 1991 年 1 月 1 日から 2012 年 12 月 31 日までで統一し、総サンプル数は

5740 になる。

まず単位根検定であるが、ADF テストと PP テストの結果は、月次データの結果と同じく、トレンド項と定数項を含むもの、定数項のみ含むものの 2 通りの方法とも、対数を取ったレベル変数については、日本とアメリカは単位根が存在するとの帰無仮説が棄却されず、中国は棄却される。さらに、1 階の階差をとったすべての変数について、1% 有意水準で単位根が存在するとの帰無仮説は棄却される。

次に日米中の 3 か国間での共和分の有無については、月次データの場合と同様の 5 ケースの想定それぞれでの Johansen テストでは、対角和(trace)による検定でも最大固有値による検定でも、5% 有意水準で①と②では変数間に 1 つの共和分関係があるが、③～⑤では共和分関係はない、との結果となっている。したがって、日米中 3 国間の株価の間には、月次データの場合と同様に、あったとしてもせいぜい 1 つの共和分関係が存在すると判断される。

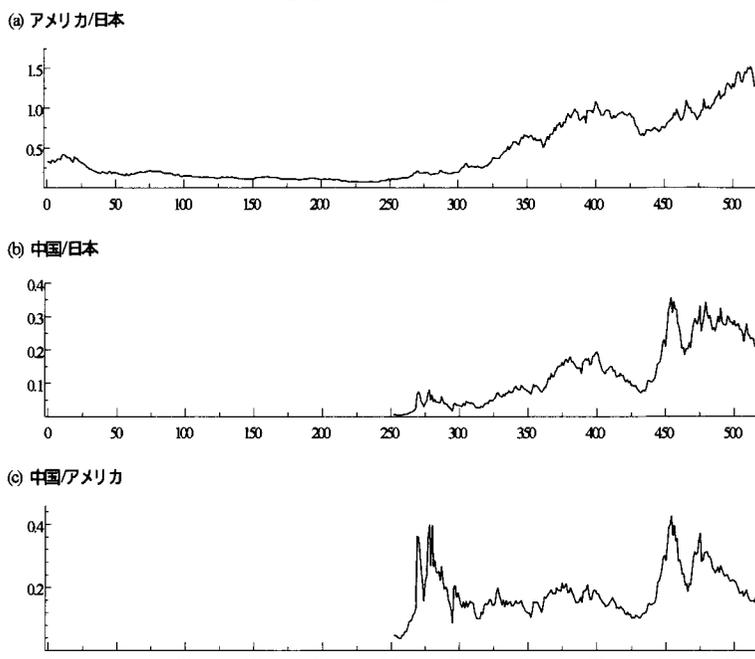
最後に、2 国間同士での共和分についてであるが、これも月次データの場合と同様であり、EG テストと PO テストの結果もそれぞれの帰無仮説の  $p$  値で判断するとほとんど同一である。すなわち、まず日本とアメリカの株価の間では、日本が被説明変数の場合でもアメリカが被説明変数の場合でも、共和分関係は認められない。また、日本と中国およびアメリカと中国の間では、中国が被説明変数の場合には 10% 有意水準で共和分関係があるが、日本とアメリカが被説明変数の場合にはともに共和分関係はない、との結論が得られる。

なお、これらの検定の前提として、①変数がすべて  $I(1)$  である、②共和分が 1 個のみ存在する、の 2 つが満たされなければならないが、単位根検定の結果では、中国は  $I(1)$  であるとはいえないため、EG テストと PO テストの前提も完全に成立するとはいえないことに注意する必要がある。その留保条件の下での EG テストについてのみであるが、検定結果は表 7 にまとめられている。

#### 4. 非線形共和分：基本モデルの修正

前節で展開した共和分(線形共和分)の検証からは、概して共和分関係の有無に対しては否定的な結果となり、日米中 3 国間の株価連動性という観点からは、第 1 節「はじめに」の導入部で展望した近年の「連動性の高まり」の流れに悼きしサポートする結果ならなかった。本節では、第 2 節で展開した基本モ

図 4. 日米中の株価比率



注) 原データは各国建て株価指数で、日本は日経 225、アメリカはダウ平均、中国は上海総合。

デルを踏まえ、同じサンプル期間において非線形共  
和分の検証を行う。

図 4 は、図 1 の日米中 3 国の株価の原データから  
求めた、日米、日中、米中の 3 組の株価比率をプロ  
ットしたものである。具体的には、近年になるほど  
その比率が上昇する傾向があるように、(a) アメリ  
カ/日本、(b) 中国/日本、(c) 中国/アメリカ、  
の株価比率とした<sup>12)</sup>。

#### 4.1 基本モデルの修正

非線形共和分を定式化した基本モデルを、具体的  
に適応するにあたって、二重の意味でのレジーム・  
スイッチング・モデル(double regime switching  
model)にする。「二重の意味」の内実は、まず第 1  
に株価比率が上昇する局面(当該株価にとっての狭  
義の正バブル<sup>13)</sup>)と下降する局面(負バブル)がある  
ことと、第 2 にバブルが持続する場合と崩壊する場  
合があることである。ただし、第 1 の意味でのレジ  
ーム・スイッチングは推計する必要はなく、デー  
タから既知とする。第 2 の意味でのレジーム・スィ  
ッチングは、(1)の基本モデルのエッセンスでもある。  
 $y_t$  を原系列の株価指数の比率として、

$$x_t = \begin{cases} y_t & \text{when } y_t \geq \theta_t \\ \frac{1}{y_t} & \text{when } y_t < \theta_t \\ \left( \text{or } \frac{1}{y_t} > \frac{1}{\theta_t} \right) \end{cases} \quad (29)$$

と定義する。新しく定義した  
 $x_t$  に対して、すべてのケー  
スで(1)の基本モデルが成立  
するものとする。すなわち

$$x_t = \begin{cases} \beta_t x_{t-1} + u_t & \text{with } \pi_t \\ \phi_t + u_t & \text{with } 1 - \pi_t \end{cases} \quad (30)$$

が成立する。ただし、(8)に  
代わって

$$\phi_t = \begin{cases} \theta_t & \text{when } y_t \geq \theta_t \\ \frac{1}{\theta_t} & \text{when } y_t < \theta_t \\ \left( \text{or } \frac{1}{y_t} > \frac{1}{\theta_t} \right) \end{cases} \quad (31)$$

である。(2)式のランダム・ウォークに従う  $\beta_t$  は基  
本モデルと同様とするが、これによって  $x_t$  の正バ  
ブルに対しても負バブルに対しても、 $\beta_t$  は対称的な  
推移式に従うことになる。具体的には、比率変数で  
ある  $x_t > 0$  に対して、バブルが膨張する様相は上方  
と下方のいずれの方向でも、 $\beta_t > 1$  で把握されるこ  
とになる。換言するならば、上方への正バブルの膨  
張を  $\beta_t > 1$  で把握するのは当然として、逆数を取ら  
ないとすれば、対称的に下方への負バブルの膨張は  
 $\beta_t < 1$  としなければならない。この不等号条件は、  
比率変数の下方バブルも含めて、通常の意味では時  
系列変数  $x_t$  が定常安定性を示す条件となることか  
ら、負バブルの特性を端的に伝達する条件としては、  
大いにミスリーディングなものになってしまうので  
ある。

なお、(29)より正バブルと負バブルは逆数の関係  
にあるから、数値としては  $\theta_t$  の近傍を除くと、 $x_t$   
は大きく異なる数値となる可能性がある。その際  
には、(30)の新しいバブルの発生項  $u_t$  の分散につ  
いては、非均等分散ないし不均一分散を想定するの  
が望ましいであろう<sup>14)</sup>。

最後に、バブルが持続する確率の計算も修正を要  
する。すなわち、(3)において、(4)に代わって

$$m_t = \max \left\{ |x_t - \theta_t|, \left| x_t - \frac{1}{\theta_t} \right| \right\} \quad (32)$$

または

$$m_t = \max \left\{ |y_t - \theta_t|, \left| \frac{1}{y_t} - \frac{1}{\theta_t} \right| \right\} \quad (33)$$

であり、これが(3)の持続確率をもたらすと仮定する。 $x_t$ は(もともとの $y_t$ も)株価の比率であるから、長期的なファンダメンタルズの比率と見做す $\theta_t$ の上方にも下方にも乖離する。ここでのモデルの意味は、バブル部分が上方に乖離した正バブルの場合は、 $x_t - \theta_t$ 、下方に乖離した負バブルの場合は $x_t - 1/\theta_t$ の絶対値が大きくなるに応じてバブルの崩壊確率 $1 - \pi_t$ が高まり、崩壊した場合には $x_t$ が $\phi_t$ に戻るメカニズムが存在する、と想定していることである。

## 4.2 既知の $\theta_t$

長期のファンダメンタルズを反映する株価比率 $\theta_t$ は $t$ 期においては既知とし、モデル如何にかかわらず外生的に与えられるものとする。候補としてはいくつか考えられるが、ここでは以下の3通りを試みる。

### ①データ情報単調増加方式

初期時点からデータが蓄積するにつれて情報量が増えるが、すべてのデータを同等に扱い、全データの単純平均をファンダメンタルズ比率と見做す。すなわち、

$$\theta_t = \frac{\sum_{i=1}^t y_i}{t} \quad (34)$$

とする。これは、定義によって

$$\theta_t = \frac{(t-1)\theta_{t-1} + y_t}{t}$$

とも書けることから、さらに書き換えると

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \frac{y_t - \theta_{t-1}}{t} \quad (35)$$

となる。右辺第2項は、新しいデータによる情報分で、形の上ではランダム・ウォークに似てはいるが、この部分はランダム項ではなく決定論的に与えられる点が異なる。しかも、この部分の重みは時間 $t$ の増加によって減衰し、新しいデータほどファンダメンタルズ比率へのインパクトは相対的に小さくなる。

### ②固定区間移動平均方式

2番目のデータ情報の処理方式は、長期ファンダメンタルズ比率は最新の固定サンプル期間の平均値で近似できるとするもので、具体的には過去12か月間の移動平均値とする。すなわち、(34)に代わって

$$\theta_t = \frac{\sum_{i=t-11}^t y_i}{12} \quad (36)$$

であるから、(35)に代わって

$$\theta_t = \theta_{t-1} + \frac{y_t - \theta_{t-1}}{12} \quad (37)$$

となる。

なお、最初の12か月間については、①のデータ情報単調増加方式を適用するものとする。

### ③一様分布方式

3番目のデータ情報の処理方式は、長期ファンダメンタルズ比率についての先験的信息がまったくなく、特定の区間に一様分布していると想定する。その上で、その平均値を $\theta_t$ とする。一様分布と仮定した場合、分布領域の上限値と下限値の最尤推定量は、それぞれ、実現値の最大値と最小値であるから、それらを分布の領域とする一様分布の平均値は

$$\theta_t = \frac{\max\{y_1, y_2, \dots, y_t\} + \min\{y_1, y_2, \dots, y_t\}}{2} \quad (38)$$

で与えられる。ただし、(38)ではサンプル期間を区切らず、最大値と最小値は1期から $t$ 期までのサンプル期間全体の範囲で考えている<sup>15)</sup>。

## 4.3 $t$ 期の推計作業

本項では、 $t$ 期における推計作業を説明する。二重の意味でのレジーム・スイッチング・モデルとなっているために、やや複雑な推計過程になっており、しかも既存のソフトウェアがあるわけではないので、プログラミングには注意が必要である。

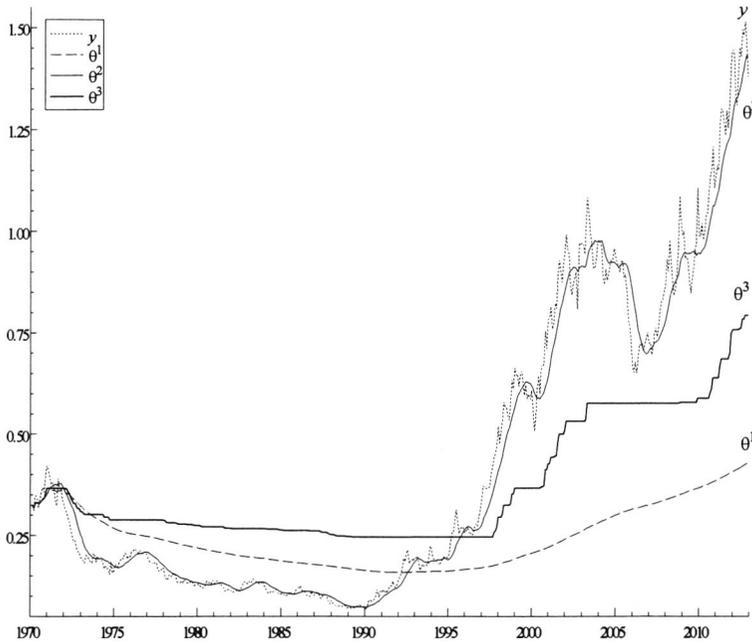
### Step 1

さて、 $t$ 期においては、まず新たな $y_t$ のデータの追加により $\theta_t$ が計算でき、これによって、 $t$ 期のレジームが正バブル( $y_t \geq \theta_t$ )か負バブル( $y_t < \theta_t$ )のどちらにあるかが判定可能となる。

### Step 2

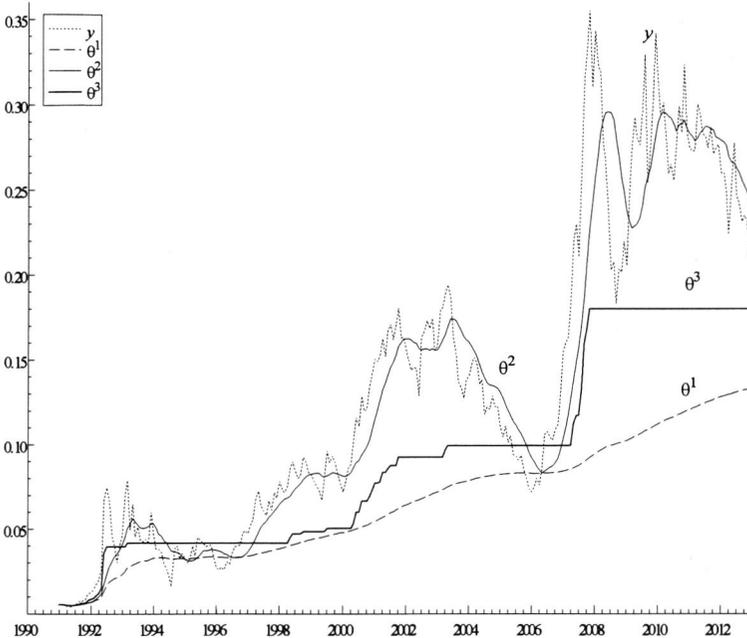
しかし、regimeとして株価比率が上昇する局面か下降する局面かを判定するには、当該月だけでなく、前後の月での局面も考慮することも考えられる。例えば、最低限2か月間ないし3か月間以上同じ局面が継続した場合に、regimeの転換が起こったと判定する方法である。これは、ある種のダマシによる誤った局面転換を排除するためであり、景気循環の局面判断におけるBry-Boschan法の判定基準と同じ発想に基づく。この「最低限2か月間ないし3

図5. 日米株価比率のファンダメンタル値



注)  $y$  は実際の日米株価指数比率, 3通りのファンダメンタルズ株価比率は,  $\theta^1$ : データ情報単調増加方式,  $\theta^2$ : 固定区間移動平均方式,  $\theta^3$ : 一様分布方式, で算出.

図6. 日中株価比率のファンダメンタル値



注)  $y$  は実際の日中株価指数比率, 3通りのファンダメンタルズ株価比率は,  $\theta^1$ : データ情報単調増加方式,  $\theta^2$ : 固定区間移動平均方式,  $\theta^3$ : 一様分布方式, で算出.

か月間の継続」は, より厳しく「最低限5か月間の継続」などとするところも考えられるところであり, 多少の試行錯誤を繰り返してみる余地がある<sup>16)</sup>.

再生的推計過程により, 非線形共和分にとってキーパラメータとなる  $\beta_i$  やバブルの持続確率なり膨張・崩壊確率を推計する.

以下では, 日米, 日中, 米中の3通りの2国間株

### Step 3

Step 1, Step 2 を経ると, すべてのサンプル期間について(1)も踏まえると  $\theta_t$  と  $x_t$  のデータが確定したことになり, 第3ステップとして, この  $x_t$  をもたらしめたモデルの諸パラメータの推計態勢が整ったことになる. あとは, Asako and Liu(2013)に準じて, 推計作業を進めることが可能となる.

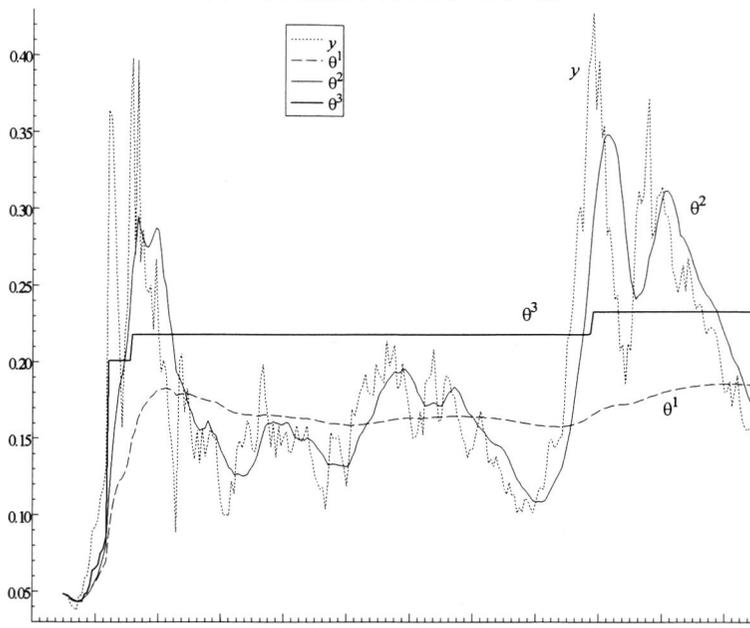
### 4.4 既知の $\theta_t$ の推計

前節で提起した, 既知と想定する株価のファンダメンタルズ比率について, 日米, 日中, 米中の2国間についてプロットしたのが図5から図7である. どの2か国間の株価指数比率についても, データ情報単調増加方式の  $\theta^1$  はゆったりとした振動を示すのに対して, 固定区間移動平均方式の  $\theta^2$  はかなり微細な振動を示し, 一様分布方式の  $\theta^3$  は両者の中間的な動きであるが, どちらかといえば  $\theta^1$  に近い動きを示している.

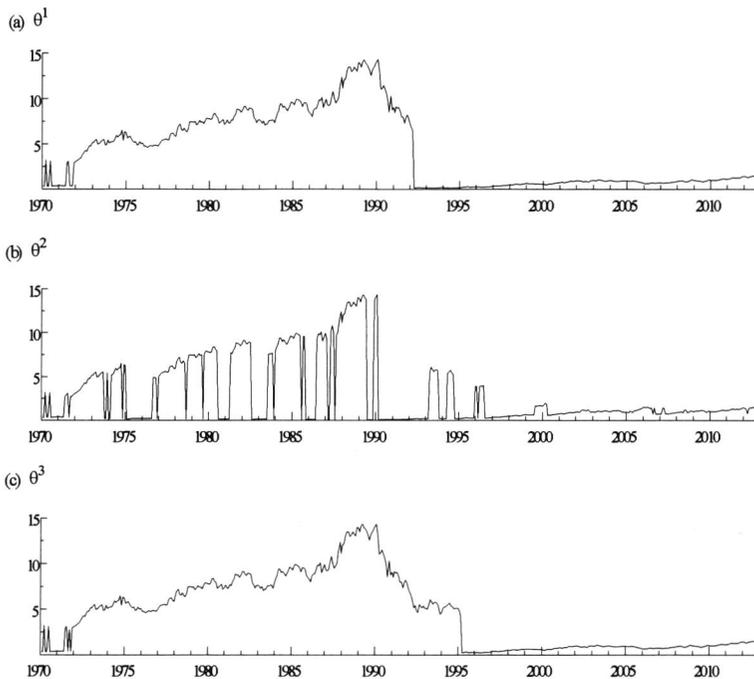
### 5. 非線形共和分モデルの推計

本節では, 前節で修正を加えた方向に沿って, 非線形共和分関係の推計を行う. まず, 前節で推計した3通りの株価のファンダメンタルズ比率  $\theta_t$  に従い, 非線形共和分の推計式(29)の被説明変数  $x_t$  や(31)の  $\phi_t$  を確定する. データが確定した後は, 第2節で展開した基本モデルの逐次

図7. 米中株価比率のファンダメンタル値



注)  $y$  は実際の米中株価指数比率、3通りのファンダメンタルズ株価比率は、 $\theta^1$ : データ情報単調増加方式、 $\theta^2$ : 固定区間移動平均方式、 $\theta^3$ : 一様分布方式、で算出。

図8. 日米株価比率  $x_t$  の時系列

注) 本文中(29)で定義された、正バブルと負バブル混合の日米株価比率。

価指数の組合せについて順次非線形共和分関係を検証する。まず日米の株価指数比率について、原データに加えて為替レート調整後のデータ、そして確率項の不均一分散修正を行う場合について、一連の

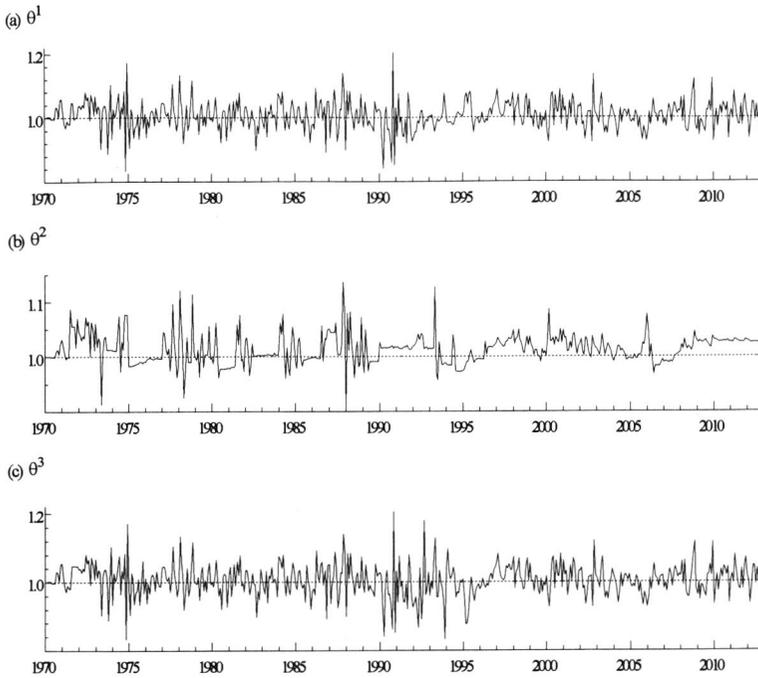
は正バブル ( $y_t \geq \theta_t$ ) 期となり、 $x_t$  は  $y_t$  そのものであり、おおむね1を下回っている。ただし、②の  $\theta_t^2$  の場合には、 $y_t \geq \theta_t$  と  $y_t < \theta_t$  が頻繁に転換する様が見てとれ、 $x_t$  も頻繁に上下動する。

分析においてそれぞれの環境設定がパラメータ推定値にどのような影響を及ぼすかを精査する。日中と米中の株価指数比率については、日米株式市場間の結果を受けて、選別された環境設定に絞って、同様のパラメータ推計を行う。

サンプル期間は、第3節の線形共和分の検証と同様、日米については1970年1月(為替レート調整の場合は1973年1月)から2012年12月まで、日中と米中についてはファンダメンタルズ株価比率の作成等から原則1994年1月から2012年12月までとする。

## 5.1 パラメータ推計：日米株価比率

日本とアメリカの間の株価比率(=アメリカ/日本)について、モデルの推計に用いる(29)の人工的な変数  $x_t$  を、前節で求めた3通りの長期の株価のファンダメンタルズ比率ごとにプロットしたのが図8である。図5にプロットした日米株価比率の実現値  $y_t$  の時系列および3通りのファンダメンタルズ比率  $\theta_t$  の推移から直接推察されるように、(29)で定義された  $x_t$  の推移は、どの  $\theta_t$  の場合にも、基本的には1990年代の半ばごろまでの前半期には負バブル ( $y_t < \theta_t$ ) 期となり、 $x_t$  は  $y_t$  の逆数となり、しかも  $y_t$  の水準が1を下回っていることから、 $x_t$  はおおむね1を上回る範囲にある。逆に後半期に

図9. 基本モデルの  $\beta_t$  の推定値(アメリカ/日本)

注) (1)(2)の基本モデルを、日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルで推定。

既述のように、データ情報単調増加方式の  $\theta^1$  と一様分布方式の  $\theta^3$  の場合には、レジーム転換は非常にまれであり、図5や図8の観察から判断すると初期の段階を除くならば、1990年代の半ばに転換するだけといえる。1990年代半ば以降の後半期は  $x_t$  はほとんどゼロに近い値で推移するが、もちろん局所的に拡大するならばそれなりの変動は示している。実際、仮にもととの株価比率の分母分子を逆にするならば、縦軸の目盛が変わると同時に、図8の前半期と後半期の様相は劇的に逆転するのである。

#### ランダム項の対数尤度

さて、日米株価比率について以上のデータを用いて(1)の基本モデルの中心となるパラメータである  $\beta_t$  を推計したのが図9である。推計に当たって、まず第2節の2.3項で説明したように、基本モデルのうちの(1)の新規バブルの発生に関わるランダム項  $u_t$  の分散  $\sigma_u^2$ 、および  $\beta_t$  の推移式(2)のランダム項  $v_t$  の分散  $\sigma_v^2$  を同時に最尤推定する必要がある。また、その際には、初期状態の値としていくつかのパラメータを特定し設定する必要がある。この点については、3か国いずれに対しても(6)、(10)の事前分布のパラメータに関して、 $\hat{\beta}_0=1, \hat{\sigma}_0=0.01$ 、および  $\hat{\omega}_0=\hat{\sigma}_0=0.01$  とした。もっとも、これらの初期値の影響

は急速に減退し、いくつか他の値の組合せも試みたが、以下の推計の結果はほとんど変わらなかった。

最尤推定の結果は、(27)の対数尤度を最大化する標準偏差の組合せ  $\hat{\sigma}=(\hat{\sigma}_u, \hat{\sigma}_v)$  としては、①の  $\theta^1$  で(0.0337, 0.0669)、②の  $\theta^2$  で(0.0879, 0.0465)、そして③の  $\theta^3$  で(0.0419, 0.0694)が選択され、その際の最大対数尤度はそれぞれ147.9, 128.6、および25.80であった。したがって、対数尤度が大きい方が望ましいとの観点からは、3通りのファンダメンタルズ株価比率の中では、データ情報単調増加方式の  $\theta^1$  が最も適切なものになっている。ただし、他の2通りの方式も、求められ

た最大対数尤度の差がどれくらいパラメータ推計面でoutperformされるのかを確認する意味で、以下では、3通りの方式を同時並行して推計作業を進める。

#### バブルの必要条件

図9において、持続性のあるバブルの必要条件である  $\beta_t > 1$  となっているサンプルは全サンプル期間(1970年1月から2012年12月までの516か月=43年)のうち、①の  $\theta^1$  で55.4%、②の  $\theta^2$  で69.0%、そして③の  $\theta^3$  で55.8%となっている<sup>17)</sup>。このサンプル数の順番は、対数尤度の大きさの順番とは無関係といえ、いずれのファンダメンタルズ株価比率の下でも、 $\beta_t > 1$  となるサンプル数は過半数を上回っている。この結果からは、潜在的には日米の株価比率にバブルが発生・持続・崩壊するメカニズムが内在するといえよう。換言するならば、本論文で提唱する非線形共和分の片鱗が窺われると判断されるのである。

ただし、図9の  $\beta_t$  の推定値の経時的推移からは、 $\beta_t=1$  の周りをランダムに変動しているかのようにも観察され、基本モデルの(2)でランダム・ウォーク過程に従うと定式化したのにはそぐわないかもしれない。そこで、推定されたパラメータがどのような特性を示すかを、基本的に4年間ずつまとめたのが

表 8. 基本モデルの  $\beta_t$  の特性(アメリカ/日本)

		1970-72	1973-76	1977-80	1981-84	1985-88	1989-92	1993-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	25	30	28	26	26	18	23	34	25	24	27
	片側 5% で有意	12	25	25	24	24	14	0	1	3	4	7
	$\beta_t < 1$ の月数	11	18	20	22	22	30	25	14	23	24	21
	片側 5% で有意	0	20	15	18	19	22	0	1	5	2	5
$\theta_{2t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	30	21	25	34	26	39	19	47	40	27	48
	片側 5% で有意	10	8	11	13	16	4	3	1	0	0	0
	$\beta_t < 1$ の月数	6	27	23	14	22	9	29	1	8	21	0
	片側 5% で有意	0	2	3	5	5	2	2	0	0	0	0
$\theta_{3t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	27	30	28	26	27	18	22	33	27	24	26
	片側 5% で有意	12	17	23	21	24	16	9	0	2	2	3
	$\beta_t < 1$ の月数	9	18	20	22	21	30	26	15	21	24	22
	片側 5% で有意	0	15	15	18	18	29	12	0	3	1	5

注) (1)(2)の基本モデルを、日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを適用した推計結果。

表 8 である。全サンプル期間において、有意に  $\beta_t > 1$  となっている(帰無仮説  $\beta_t < 1$  が棄却される)のは、帰無仮説の棄却域を(28)において片側 5% 有意水準の  $t=1.65$  とした場合で、全サンプル数のうち、①の  $\theta_1^2$  で 26.9%、②の  $\theta_2^2$  は 12.8%、そして③の  $\theta_3^2$  で 25.0% と、固定区間移動平均方式では少ないものの、データ情報単調増加方式と一様分布方式では 4 分の 1 を上回るサンプル期間に達している。

逆に、 $\beta_t$  が片側 5% 水準で有意に 1 を下回るのは、①の  $\theta_1^2$  で 20.7%、②の  $\theta_2^2$  で 3.7%、そして③の  $\theta_3^2$  で 22.5% となっており、全体的に  $\beta_t > 1$  よりは少ないものの、①の  $\theta_1^2$  と③の  $\theta_3^2$  の下では全サンプルの 5 分の 1 程度に達している。すなわち、大まかには、バブルの発散過程と定常安定性を満たす場合の両方が、20% から 25% の範囲でほぼ拮抗する結果になっている<sup>18)</sup>。これらの観察は、 $\beta_t$  がランダム・ウォーク過程に従っているとの想定と必ずしも矛盾するわけではないが、表 8 の経時的な観察からは次の事実も認められる。

すなわち、サンプル期間を 4 年ごとに区切ると、有意に  $\beta_t > 1$  となるのは 1990 年代初頭までの前半期に集中しており、しかも有意に  $\beta_t < 1$  となる期間も、多少のずれがあるものの、やはり 1990 年代半ばまでの期間にままとまっていることである。こうした観察がなされるのは、そもそも相対的にはサンプル期間の前半期には、後半期と比べて  $\beta_t$  の標準偏差が小さく推計されているのが出発点にあると考えられ、 $\beta_t > 1$ 、 $\beta_t < 1$  いずれの帰無仮説も棄却しやすい(対立仮説が受容されやすい)推計結果になっているのが実情といえよう。

以上は、もっぱら①の  $\theta_1^2$  と③の  $\theta_3^2$  の下での話であるが、②の  $\theta_2^2$  の下では、ほぼ全期間を通じて  $\beta_t$  の標準偏差が相対的に大きく推計され、 $\beta_t > 1$ 、 $\beta_t < 1$

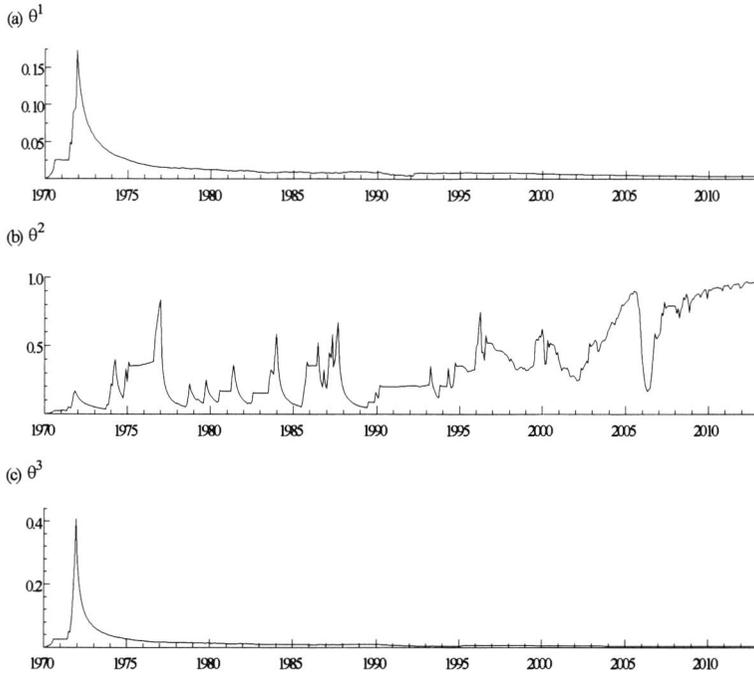
どちらの帰無仮説も強くは棄却されない結果となっている。したがって、基本ケースを総括するならば、原データを用いた日米株価比率に関しては、 $\beta_t$  のパラメータ推定値そのものや推計結果の統計的有意性の観点からは、日米の株価比率にバブルが発生・持続・崩壊するメカニズムが内在し、非線形形和分関係にあることが、それなりに支持されるといえよう。**バブルの崩壊確率**

図 10 はバブルの崩壊確率、 $1-\pi_t$  をプロットしたものである。バブルの持続確率である  $\pi_t$  の推計値としては、(20)の点推定による場合と直接計算される期待値としての(21)の 2 通りの計算法があるが、これらは多くの場合小数点以下 2 桁ないし 3 桁(時には 4 桁)までは同じであり、敢えて 2 通りを報告することはせず、本論文では一貫して(21)を採用する。

図 10 は 3 通りの  $\theta$  で縦軸の目盛が異なっており、比較の際に注意が必要であるが、いくつか顕著な特徴がみられる。第 1 は、大きな特徴としては、データ情報単調増加方式の  $\theta_1^2$  と一様分布方式の  $\theta_3^2$  の場合には、1970 年代初頭段階で大きな崩壊確率を示した後は、一貫してごく小さな確率で推移するのに対して、固定区間移動平均方式の  $\theta_2^2$  の下では、上下動が激しく推移することである。これほど対照的な崩壊確率が求められるのは不可解であるが、劉・浅子・加納(2011)や Asako and Liu(2013)では、むしろ②の  $\theta_2^2$  のケースが通常であり、バブルの崩壊確率はバブルの膨張・崩壊によって大きく上下動する形になっている。

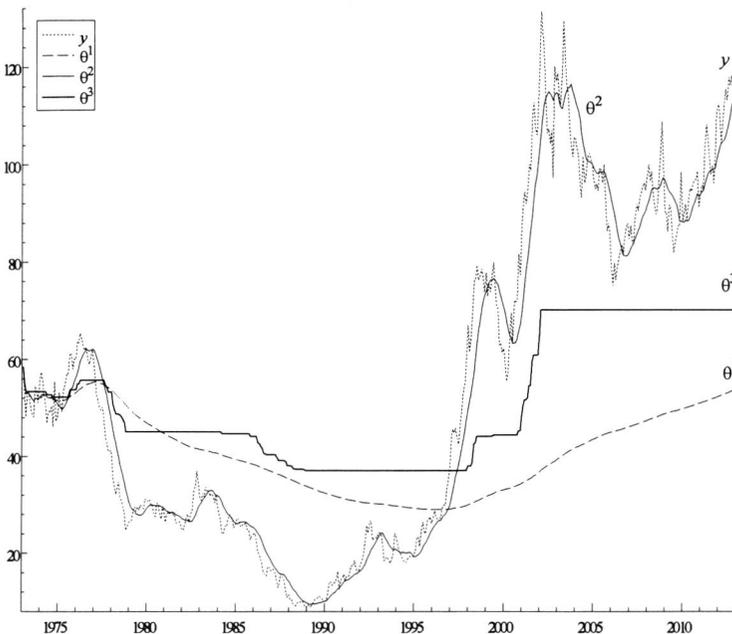
①の  $\theta_1^2$  と③の  $\theta_3^2$  の場合には、基本的にはバブルの崩壊確率が膨張・崩壊の動向には影響を受けない形になっており、もともとのバブルの持続確率である(3)の定式化からは、パラメータ  $\alpha$  がほとんど 0

図 10. 基本モデルのバブルの崩壊確率(アメリカ/日本)



注) 米中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルの推定値を用いて推計。

図 11. 為替レート調整後の日米株価比率のファンダメンタル値



注)  $y$  は為替レート調整後の日米株価指数比率。3通りのファンダメンタルズ株価比率は、 $\theta^1$ : データ情報単調増加方式、 $\theta^2$ : 固定区間移動平均方式、 $\theta^3$ : 一様分布方式、で算出。

と推計された結果といえる。

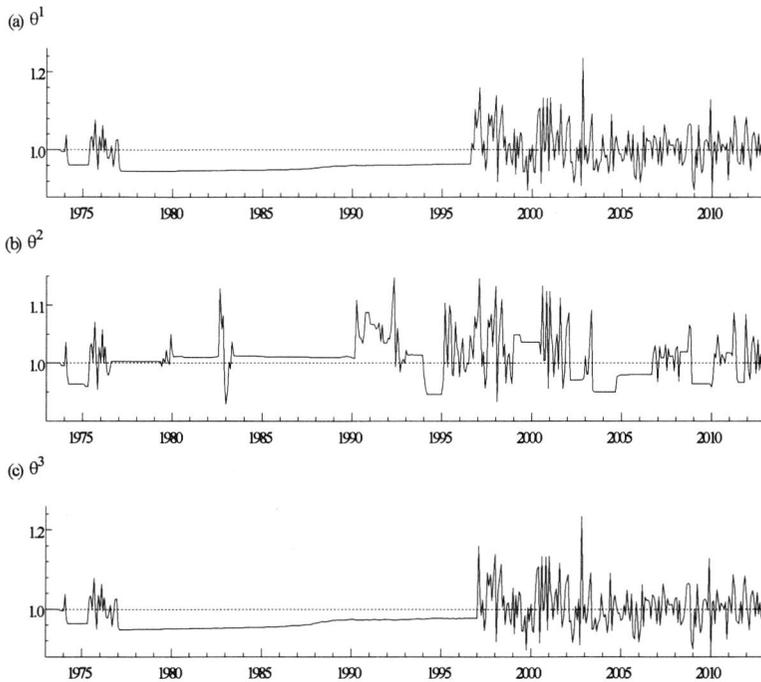
## 5.2 円・ドル為替レート調整

第3節の3.5項でも指摘したが、日米の株価を比

較し、とりわけ両国の株式市場間での裁定取引等の資金の流れを踏まえるならば、両国の株価指数を為替レートの変動分だけ調整して比較することが考えられる。図 11 は、図 5 に倣って、円・ドル為替レート調整後の日米株価比率のファンダメンタル値をプロットしたものであり、ここでもデータ情報単調増加方式の  $\theta^1$  と一様分布方式の  $\theta^3$  はゆったりとした振動を示すのに対して、固定区間移動平均方式の  $\theta^2$  はかなり微細な振動を示している。図 5 と図 11 では、見た目には、4本の線同士はかなり異なった動きを示しているが、4本の線の相対的な位置関係に注目するならば、両図で相当程度共通な様相もある。これが以下でみるように、パラメータの推計結果にも、小さくない影響を及ぼすことになる。

まず、為替レート調整後の(29)の人工的な変数  $x_t$  は、単位変換により絶対水準が変更となり、しかも逆数が関与することから、図 5 とは大きく様相を異にすることである。その最たるものは、改めて図示することはしないが、図 5 とは反対に、サンプル期間の前半期に  $x_t$  は 1 を下回りほとんど 0 と変わらない値で推移し、1990 年代後半期以降は  $x_t$  は 1 を上回ることである。これは、図 5 での日米株価比率は最近時を除いて長期間持続して 1 を下回って推移

したことから、 $y_t < \theta_t$  となる負バブルの前半期に、その逆数の  $x_t$  は 1 を上回っていたのに対して、為替レート調整後の日米株価比率は、その値に分母にドル円レート(同じことであるが、分子に円ドルレ

図 12. 為替レート調整後の  $\beta_t$  の推計値(アメリカ/日本)

注) (1)(2)の基本モデルを、為替レート調整後の日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルで推定。

ト)を乗じた値となり、大きく1を上回り、 $y_t < \theta_t$ となる前半期において、逆数となる $x_t$ は1を下回るからである<sup>19)</sup>。

こうした下準備をした後に、基本モデルの場合と同様に為替レートの変動を考慮した推計を試みると、基本モデルの推計結果と大きく変化した特性と、定性的には変化がみられない特性の両方が観察されることとなった。まず、ランダム項に関する(27)の対数尤度を最大化する標準偏差の組合せ $\sigma = (\sigma_u, \sigma_v)$ は、①の $\theta_t^1$ で(0.3757, 0.0726)、②の $\theta_t^2$ で(1.0356, 0.0512)、そして③の $\theta_t^3$ で(0.2698, 0.0735)であり、その際の最大対数尤度はそれぞれ890.5、-1,100.4、及び-793.5であった。したがって、為替レートの調整後も、3通りのファンダメンタルズ株価比率の中で、 $\theta_t^1$ が最適な方式であるのは変わらない。ただし、 $\theta_t^2$ と $\theta_t^3$ の下での最大対数尤度は逆転している。

為替レート調整後のパラメータ $\beta_t$ の推計値は、図12としてプロットし、その特性は表9としてまとめた。図12において、 $\beta_t > 1$ となっているサンプルは対象サンプル期間(1973年1月から2012年12月までの480か月=40年)のうち、①の $\theta_t^1$ で26.3%、②の $\theta_t^2$ で68.5%、そして③の $\theta_t^3$ で25.2%

となる。為替レート調整前の図9の推計結果と比べると、 $\beta_t > 1$ となる割合は、ほぼ同じ割合を保つ②の $\theta_t^2$ の場合を除いて、 $\theta_t^1$ と $\theta_t^3$ では大幅に低下している。この原因は、図12で明らかなように、 $\beta_t > 1$ となるのは、1970年代半ばの一時期を除くと、1990年代半ば以降のサンプルの後半期に集中しており、前半期のサンプルでは一貫して $\beta_t < 1$ と推計されているからである。

これらのサンプル数のうち、有意に $\beta_t > 1$ となっているのは帰無仮説の棄却域を片側5%有意水準の $t=1.65$ とした場合で、全サンプル数のうち、①の $\theta_t^1$ で22.9%、②の $\theta_t^2$ で13.8%、そして③の $\theta_t^3$ で25.2%と、 $\theta_t^2$ の場合を除

くと、 $\beta_t > 1$ になったものはほぼすべてが統計的に有意となっている。ちなみに、 $\beta_t$ が片側5%水準で有意に1を下回るのは、 $\theta_t^1$ で19.2%、 $\theta_t^2$ で4.2%、そして $\theta_t^3$ で19.4%となっており、これらの結果は為替レート調整前と大きな変化はない。

以上の推計結果のインプリケーションは、為替レート調整後には、(1)と(2)ないし(29)-(31)の基本モデルが当て嵌まる場合と、 $\beta_t < 1$ で定常安定性が満たされる場合が、サンプルによってははっきりと分かれていることである。バブルの必要条件としての $\beta_t > 1$ となるケースがどの時期に当たるかを確認すると、4年間ごとの月数をまとめた表9にあるように、どの $\theta_t$ の下でも、対象サンプル期間の後半期に当たる1990年代半ば以降に多いことが一目瞭然である。図11より、この時期の為替レート調整後の日米株価比率は、長期トレンドとしては持続して上昇し続けており、そのことが非線形共和分の素地を形成したといえよう。

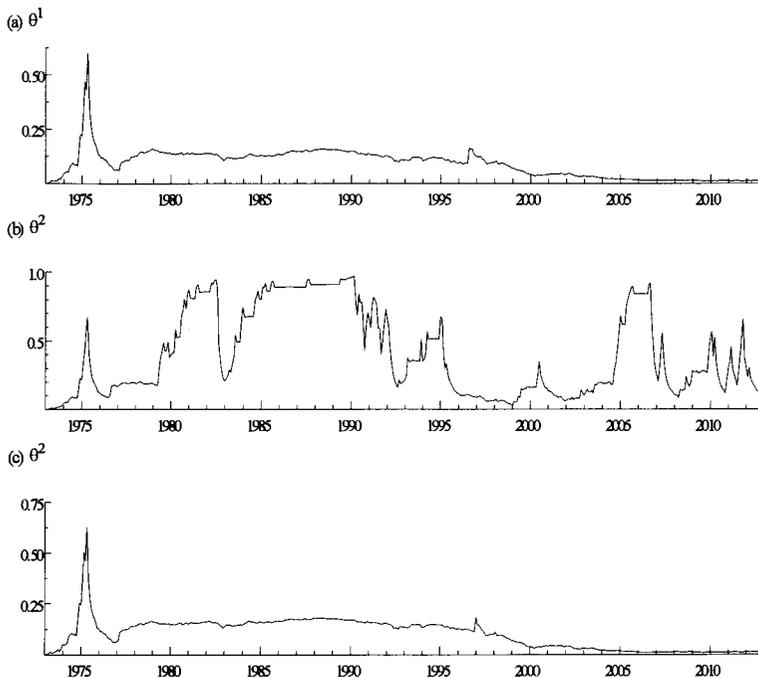
なお、為替レート調整後のバブルの崩壊確率をプロットしたのが図13である。為替レート調整前の図10同様、3通りの長期ファンダメンタルズ株価比率の下での、崩壊確率の推移パターンは大きくは変わらない。

表 9. 為替レート調整後の  $\beta_i$  の特性(アメリカ/日本)

		1973-76	1977-80	1981-84	1985-88	1989-92	1993-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	19	0	0	0	0	5	29	20	26	27
	片側 5% で有意	10	0	0	0	0	3	26	20	26	25
	$\beta_i < 1$ の月数	29	48	48	48	48	43	19	28	22	21
	片側 5% で有意	8	1	0	0	0	0	18	27	20	18
$\theta_{2t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	25	46	44	48	45	26	40	12	22	21
	片側 5% で有意	5	0	3	0	3	7	16	11	9	12
	$\beta_i < 1$ の月数	23	2	4	0	3	22	8	36	26	27
	片側 5% で有意	1	0	1	0	0	0	6	6	2	4
$\theta_{3t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	19	0	0	0	0	0	29	20	26	27
	片側 5% で有意	10	0	0	0	0	0	26	20	26	25
	$\beta_i < 1$ の月数	29	48	48	48	48	48	19	28	22	21
	片側 5% で有意	8	0	0	0	0	0	19	27	20	19

注) 為替レート調整後の日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを適用した推計結果。

図 13. 為替レート調整後のパブルの崩壊確率(アメリカ/日本)



注) 為替レート調整後の日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルの推定値を用いて推計。

### 5.3 不均一分散の修正

基本モデルを推計するにあたって、(1)または(30)のランダム項  $u_t$  は平均 0、分散  $\sigma_u^2$  の正規分布に従う確率変数と仮定してきた。しかしながら、「被説明変数」としての(30)の左辺の  $x_t$  は、上方へ向かう正パブルと下方に向かう負パブルの両方を射程とする加工されたデータであり、水準として逆数をもカヴァーする変数となっている。このことから、図 8 にも示されたように、その値は 1 よりも大きな値と 1 よりも小さな値の両方の範囲に及ぶ。それにも拘わらず、今までの定式化では分散  $\sigma_u^2$  を一定の値と仮定してきた。この均一分散の仮定は、推計上

の非効率を齎している可能性があり、本項では、この修正を試みる。

具体的には、システムティックな不均一分散(heteroscedasticity)を想定し、 $t$  期の分散を

$$\text{Var}(u_t) = x_{t-1} \sigma_u^2 \quad (39)$$

と、 $x_{t-1}$  に比例するものとする。すると、線形回帰式において不均一分散の際の一般化最小自乗法(GLS)の要領で、(30)の両辺を  $\sqrt{x_{t-1}}$  で除したモデルを考える。例えば、モデル(A)については

$$x_t / \sqrt{x_{t-1}} = \beta_t \sqrt{x_{t-1}} + u_t \quad (40)$$

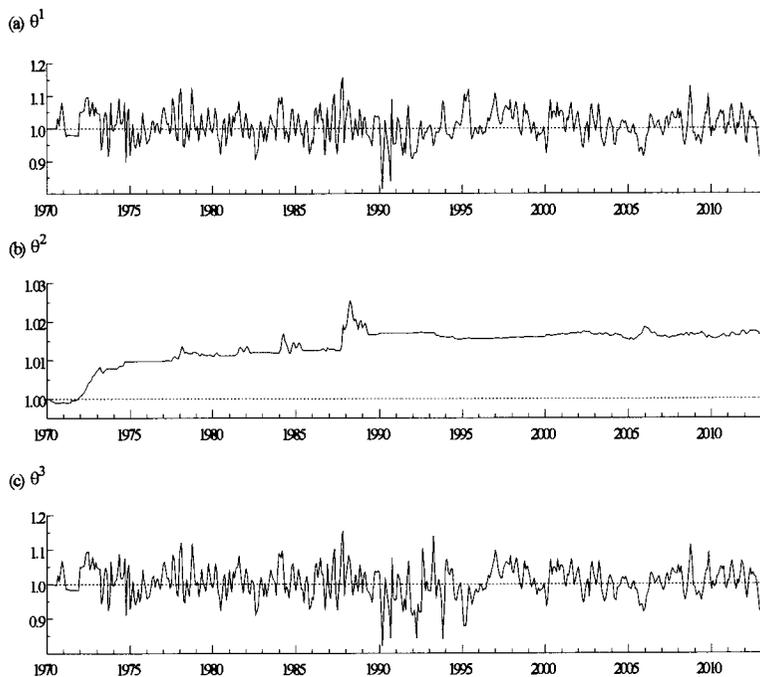
と見做し推計するのである。

もちろん、モデル(B)の際には(31)の  $\phi_t$  も  $\sqrt{x_{t-1}}$  で除して整合性を保つ必要がある

が、(39)で想定した不均一分散の下(以下では、「X 比例不均一分散修正」と呼ぶ)では、こうした修正で理論的には efficient なパラメータ推計が可能となる。

#### X 比例不均一分散修正

不均一分散性を考慮した(40)の修正モデルの推計結果として、パラメータ  $\beta_t$  をプロットしたのが図 14、その特性をまとめたのが表 10 である。図 9 の基本モデルのパラメータ推定値と比べると、データ情報単調増加方式の  $\theta_1^t$  と一様分布方式の  $\theta_3^t$  の場合には、 $\beta_t=1$  の近傍での変動を繰り返すという意味では大きな差は見られないのに対して、固定区間

図 14.  $X$  比例不均一分散推計の  $\beta_t$  (アメリカ/日本)

注) 日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(39)の $X$ 比例不均一分散で修正した推定値。

移動平均方式の $\theta^2$ の下では、小刻みの上下動が消失し、初期段階の2年間を除いて、常に $\beta_t > 1$ で推移している点が挙げられる。

これらの特性は表10でより明瞭になる。すなわち、 $\beta_t > 1$ となるサンプルは、 $\theta^1$ で56.3%、 $\theta^2$ で55.0%であり、それぞれ55.4%、55.8%であった基本ケースとほとんど変わらない。また、 $\theta^2$ では96.1%であり、基本ケースの69.0%から大きく上昇している。しかし、これらのうち片側5%で有意なものは25%に過ぎず、12.8%であった基本ケースからは低下している。さらに、 $\theta^1$ では16.3%、 $\theta^2$ では13.6%であり、これらも共に25%以上だった基本ケースから大幅に低下している。逆に、 $\beta_t$ が片側5%水準で有意に1を下回るのは、表10では、 $\theta^1$ で12.8%、 $\theta^2$ で0.0%、 $\theta^3$ で12.0%と、これらも基本ケースからは一律低下している。すなわち、総体的には1を中心としたパラメータ $\beta_t$ の分布域が広がり、標準偏差が大きくなってしまった感がある。

### $X$ 自乗比例不均一分散修正

結局、「 $X$ 比例不均一分散修正」の試みによって、 $\beta_t$ の推定値の変動パターンに目立った変化が齎されたものの、パラメータの信頼性という意味では

必ずしも推定面での efficiency が得られていない。換言するならば、ほんらい不均一分散修正は推計の効率性を高める目的で行うものであるが、その目的が果たせていないのである。不均一分散の修正が不成功となるのは、そもそも不均一分散の必要性がないか、必要であるもののその定式化を誤っているかであるが、ここでは後者の可能性を踏まえて別の定式化を考える。すなわち、(39)の代わりに

$$\text{Var}(u_t) = x_{t-1}^2 \sigma_u^2 \quad (41)$$

と、分散が $x_{t-1}$ そのものではなく、 $x_{t-1}$ の自乗に比例すると想定する(以下、この修正を「 $X$ 自乗比例不均一分散修正」と呼ぶ)。もちろん、この“差替え”によっては、モデル(B)の(31)の $\phi_t$ も $x_{t-1}$

で除す必要がある。

新しい「 $X$ 自乗比例不均一分散修正」による推計結果としては、まずバブル過程のパラメータ $\beta_t$ は図15にプロットした。図14と比べると、固定区間移動平均方式の $\theta^2$ の下では目立った相違が見られないものの、データ情報単調増加方式の $\theta^1$ と一様分布方式の $\theta^3$ の下では、基本モデルや(39)による「 $X$ 比例不均一分散修正」の場合と比べて、パラメータ $\beta_t$ の変動が顕著に変化したのが分かる。すなわち、図15では、 $\beta_t > 1$ と $\beta_t < 1$ のレジームがそれぞれ長期間にわたって持続しており、レジームの転換が頻繁だった基本モデルや(39)による「 $X$ 比例不均一分散修正」の場合と異なり、もともとの(2)のランダム・ウォークの定式化とも直観的に合致する。

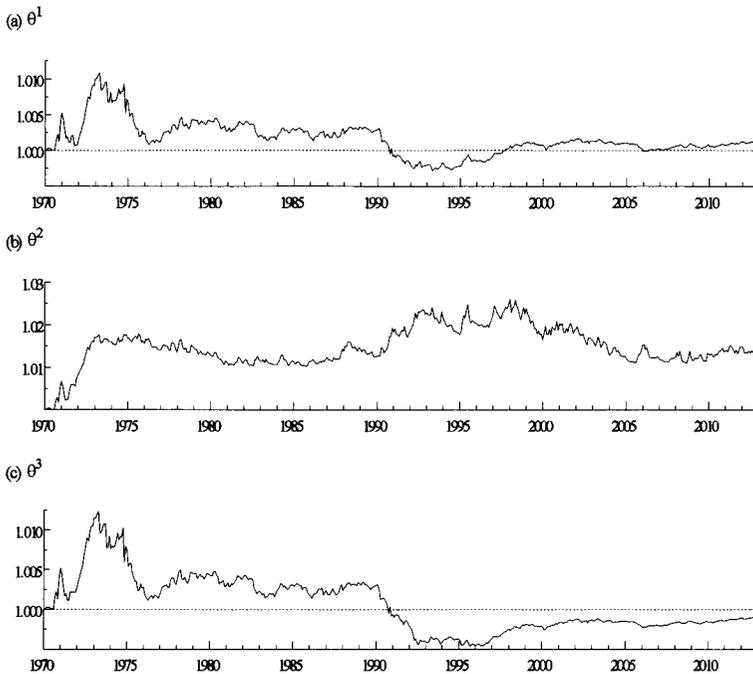
図15の「 $X$ 自乗比例不均一分散修正」では、 $\theta^1$ と $\theta^2$ の下では、1990年代前半期を境にしてバブルの必要条件である $\beta_t > 1$ が満たされる時期から、定常性を満足する $\beta_t < 1$ に転換し、 $\theta^3$ の下ではそれがサンプルの後半期中持続する。しかし、 $\theta^1$ の下では、1990年代末に再び、 $\beta_t > 1$ の局面に転換し、それが2000年代を通じて持続することになる。こうした $\beta_t$ の推定値の経時的な振る舞いは、非線形共

表 10. X 比例不均一分散修正後の  $\beta_t$  の特性(アメリカ/日本)

		1970-72	1973-76	1977-80	1981-84	1985-88	1989-92	1993-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	25	25	27	28	27	14	26	36	28	25	29
	片側 5% で有意	10	11	14	15	18	9	1	0	2	1	3
	$\beta_t < 1$ の月数	11	23	21	20	21	34	22	12	20	23	19
	片側 5% で有意	0	12	9	9	12	20	0	0	0	3	1
$\theta_{2t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	15	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
	片側 5% で有意	0	0	0	0	9	4	0	0	0	0	0
	$\beta_t < 1$ の月数	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
$\theta_{3t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	20	26	28	27	27	16	17	36	29	27	30
	片側 5% で有意	6	8	13	13	15	9	4	0	0	1	1
	$\beta_t < 1$ の月数	16	22	20	21	21	32	31	12	19	21	18
	片側 5% で有意	0	10	5	4	10	23	9	0	0	1	

注) 日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(39)の X 比例不均一分散で修正した推計結果。

図 15. X 自乗比例不均一分散推計による  $\beta_t$  (アメリカ/日本)



注) 日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の X 自乗比例不均一分散で修正した推定値。

和分関係としてのバブルの発生・膨張・崩壊のプロセスを描写するモデルとして、高いレベルで期待に  
 応えるものである。

しかしながら、非線形共和分関係が安定的に認められるためには、パラメータ推定値が信頼の置けるものでなければならないが、バブルの必要条件である  $\beta_t > 1$  が有意に検出されるかとなると、表 11 にまとめられているように、 $\theta_1^t$  と  $\theta_3^t$  の下では、すべてのサンプルを通じて片側 5% 水準で皆無となっている(定常性の条件も、同様に片側 5% で満足されない)。これらはともに  $\beta_t$  の標準偏差が大きいことを示しており、パラメータ推定値の信頼性には欠け

る結果といえよう。

なお、表 12 より、 $\theta_2^t$  の下では殆どすべてのサンプルで  $\beta_t > 1$  が有意であることが確認され、有意性の観点からは、日米株価比率のファンダメンタルズ比率として固定区間移動平均方式が望ましいということになる。この点は、基本モデルを始めとして、(39)による「X 比例不均一分散修正」の場合や 5.2 項の為替レート調整後の推計結果とも異なる点であり、注目に値する。  
**バブルの崩壊確率**

バブルの発生・膨張・崩壊の過程を時系列として経時的にトレースする際のファンダメンタルズ比率として、モデルとして固定区間移動平均方式が望ましいとの判断材料と

して、「X 自乗比例不均一分散修正」によるパラメータ有意性の上昇に加え、バブルの崩壊確率の推移がある。すなわち、図 16 にプロットされているように、①の  $\theta_1^t$  と③の  $\theta_3^t$  の下でのように、1970 年代前半期を除いてほぼすべての時期に低位で推移するように推計されているのは裏腹に、②の  $\theta_2^t$  の下ではバブルの崩壊確率は直近のバブルの状態に応じて、システムティックに変動する傾向が確かめられる。

この特性は、細部の変動パターンは異なるものの、図 10 の原データによる基本モデル、図 13 の為替レート調整後の基本モデル、そして改めて表示をしな

表 11.  $X$  自乗比例不均一分散修正後の  $\beta_i$  の特性(アメリカ/日本)

		1970-72	1973-76	1977-80	1981-84	1985-88	1989-92	1993-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	35	48	48	48	48	21	0	40	48	44	48
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\beta_i < 1$ の月数	0	0	0	0	0	27	48	8	0	4	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta_{2t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	35	48	48	48	48	48	48	48	48	48	48
	片側 5% で有意	9	48	47	40	48	48	48	48	48	48	48
	$\beta_i < 1$ の月数	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta_{3t}$	$\beta_i \geq 1$ の月数	35	48	48	48	48	21	0	0	0	0	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$\beta_i < 1$ の月数	0	0	0	0	0	27	48	48	48	48	48
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

注) 日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推計結果。

表 12. バブル推計モデルの環境設定毎の最大対数尤度(アメリカ/日本)

原データ	$\theta_{1t}$	$\theta_{2t}$	$\theta_{3t}$
基本モデル	147.88	128.56	25.80
$X$ 比例不均一分散修正	365.10	42.34	294.39
$X$ 自乗比例不均一分散修正	377.91	600.71	251.23

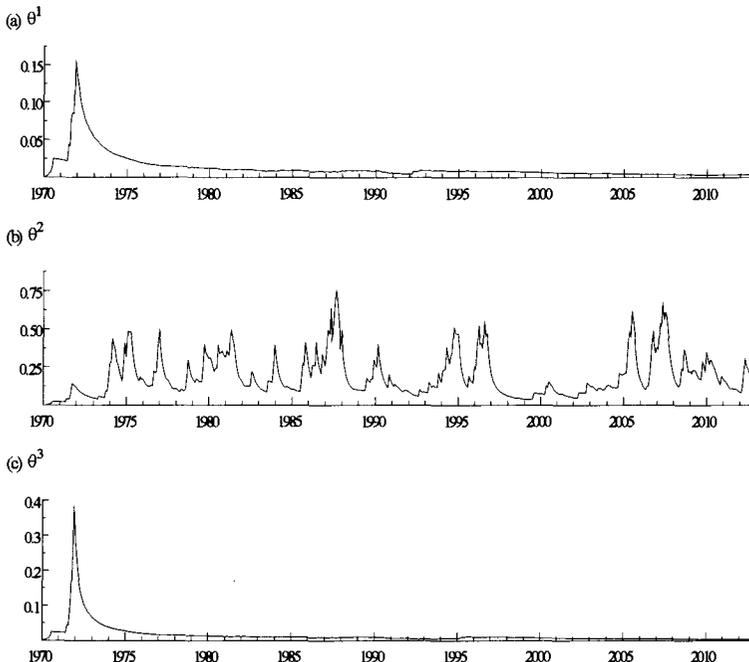
為替レート調整後データ	$\theta_{1t}$	$\theta_{2t}$	$\theta_{3t}$
基本モデル	890.51	-1,100.40	-793.50
$X$ 比例不均一分散修正	収斂せず	収斂せず	収斂せず
$X$ 自乗比例不均一分散修正	402.13	396.88	436.90

中株価比率については、①の  $\theta_1^1$  と③の  $\theta_3^3$  の下でのバブルの崩壊確率も、それなりの変動を示すことにはなる。

#### 5.4 為替レート調整後の不均一分散修正

5.2 項では為替レート調整後の日米株価比率について基本モデルを適合させ、原データによる場合よりも一定の改善が見られることを確かめた。本項では、為替レート修正後のデータについて不均一分散修正を試みた結果をまとめる。

まず、(39)による「 $X$  比例不均一分散修正」を行ったところ、どの  $\theta_i$  の下でも、尤度関数の最大化段階での最尤推定量の計算過程が収斂しない結末となった<sup>20)</sup>。次に、(41)による「 $X$  自乗比例不均一分散修正」を行うと、この場合には推計過程は収斂し、図 17 に、バブルのパラメータ  $\beta_i$  の推定値をプロットした。この図から窺われる時系列的特性は、為替レート調整後のデータを基本モデルに適合させた図 12 よりも、原データに「 $X$  自乗比例不均一分散修正」を施した図 15 の特性とより近いものとなっており、より頑健な不均一分散の修正によって為替レート調整の影響は上塗りされ多くが消失した形になっている。ただし、 $\theta_1^1$  と  $\theta_3^3$  の下での、(統計的に有意とまでは

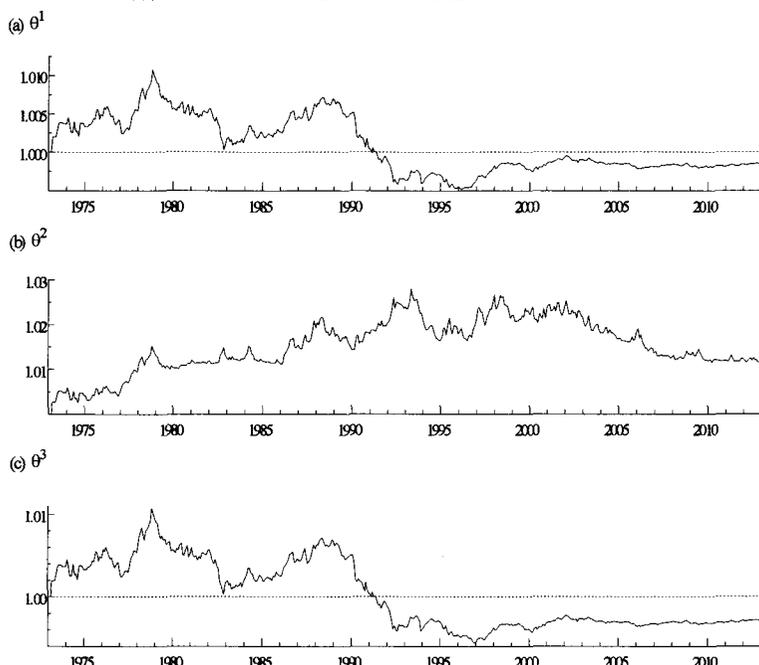
図 16.  $X$  自乗比例不均一分散推計によるバブルの崩壊確率(アメリカ/日本)

注) 日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推定値を用いて推計。

いが「 $X$  比例不均一分散修正」の場合とも共通の特性であり、後段の為替レート調整後の不均一分散修正、日中株価比率、そして米中株価比率のデータにも共通の、本論文での実証分析を通じて観察される頑健な特性と言える(ただし、日中株価比率と米

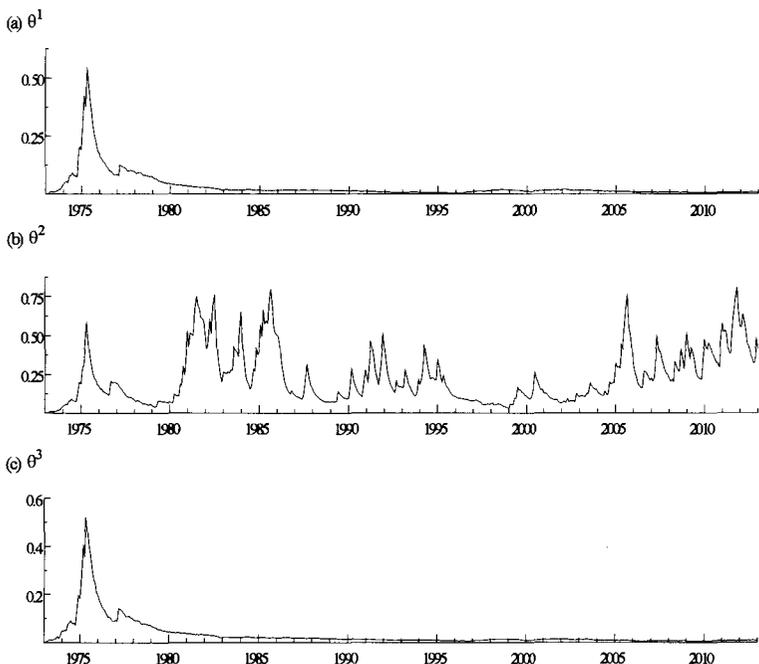
データに「 $X$  自乗比例不均一分散修正」を施した図 15 の特性とより近いものとなっており、より頑健な不均一分散の修正によって為替レート調整の影響は上塗りされ多くが消失した形になっている。ただし、 $\theta_1^1$  と  $\theta_3^3$  の下での、(統計的に有意とまでは

図 17. 為替レート調整後の  $X$  自乗不均一分散推計による  $\beta_t$  (アメリカ/日本)



注) 為替レート調整後の日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推定値。

図 18. 為替レート調整後の  $X$  自乗比例不均一分散推計によるバブルの崩壊確率(アメリカ/日本)



注) 為替レート調整後の日米株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推定値を用いて推計。

動きなど、為替レート調整の影響も根強く残っていることも指摘される。

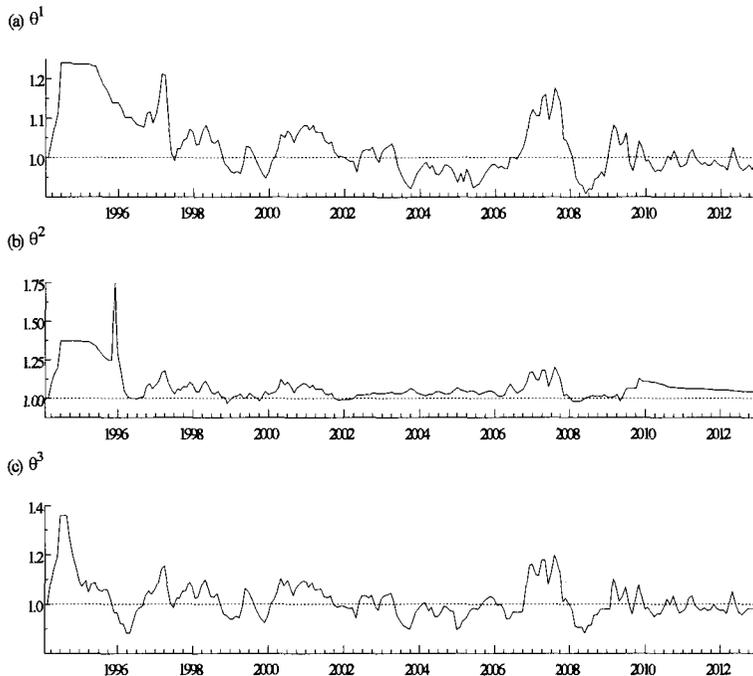
### 5.5 日米株価の非線形共和分：小括

前項までの一連の分析から、日米の株式市場の連動性という観点からは、以下の観察が可能である。すなわち、基本モデル(1)(2)の適合性からは、確かに前提とするデータなり付加的な環境設定次第で、必ずしも常に頑健で安定的な推定結果が得られた訳ではない。しかし、そうしたなかでも日米株価比率の分析から導かれる暫定的な小括としては、参照すべき点が2点ある。

まず第1は、株価指数の原データそのものでなく、為替レート調整を行う利点である。経済学的には、株式市場間での連動性が観察されるならば、その背景では資金移動による裁定取引があり、その際の基準となるのは為替レートの動向を踏まえた上での株価ないし期待収益率の比較である。第3節の3.5項でも言及したように、株価の連動性にとっては期待要因が重要であり、厳密には資金移動は必要条件でも十分条件でもない。しかし、異なる通貨間の資産運用では為替レート調整後の収益の比較が当然のことであり、第3節の線形共和分の検証や前節での日米株価比率のバブルの実証分析では、必ずしも絶対的なサポートが得られた訳ではないが、それでもデータとして為替レート調整を施

至らないものの)1980年代後半期の相対的な有意性の高まりや、図18にみられるバブルの崩壊確率の

すのが本筋であるべしとの判断を下すものである。第2は、推計に際して不均一分散の修正を加える

図 19. 日中株価比率の  $\beta_t$  (中国/日本)

注) 為替レート調整後の日中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(39)の  $X$  比例不均一分散で修正した推定値。

表 13. 日中株価比率(中国/日本)の  $\beta_t$  の推定値の特性

		1994-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	35	34	23	18	13
	片側 5% で有意	9	2	0	11	1
	$\beta_t < 1$ の月数	0	14	25	30	35
	片側 5% で有意	0	0	1	5	0
$\theta_{2t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	33	45	42	44	47
	片側 5% で有意	10	6	2	11	1
	$\beta_t < 1$ の月数	2	3	6	4	1
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0
$\theta_{3t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	25	34	21	19	15
	片側 5% で有意	7	1	0	10	1
	$\beta_t < 1$ の月数	10	14	27	29	33
	片側 5% で有意	0	0	3	7	0

注) 為替レート調整後の日中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(39)の  $X$  比例不均一分散で修正した推定結果。

点である。基本モデルに登場する変数を上下対称的に加工したモデル(29)-(31)では、(30)の右辺で新規バブルの発生を意味する確率変数  $u_t$  の分散  $\sigma_u^2$  を一定と想定するには、理論的には無理が伴うことから、不均一分散の修正は強く推奨される場所である。ただし、具体的にどのような不均一分散を想定するのが望ましいかは予断を許さないところであり、日米株価比率の実証分析でも、(39)の「 $X$  比例不均一分散」と(41)の「 $X$  自乗比例不均一分散」を並行して試みた結果からも、必ずしも絶対的な優劣関係が確認されたわけではない。そこで、次項以

下での日中株価比率と米中株価比率の実証分析でも両者を並行して試みる。

## 5.6 日中株価比率

まず、日中株価比率(中国/日本)についてであるが、為替レート調整(ドル表示)済み株価比率を対象とし、不均一分散修正は2通り試みた結果、(39)による「 $X$  比例不均一分散修正」の推計結果を採用する<sup>21)</sup>。日中株価比率については図4として、またそのファンダメンタルズ比率についてのデータは図6にプロットしてあるが、本節でのモデル推計でのサンプル期間は、1994年2月から2012年12月までの227か月間である。

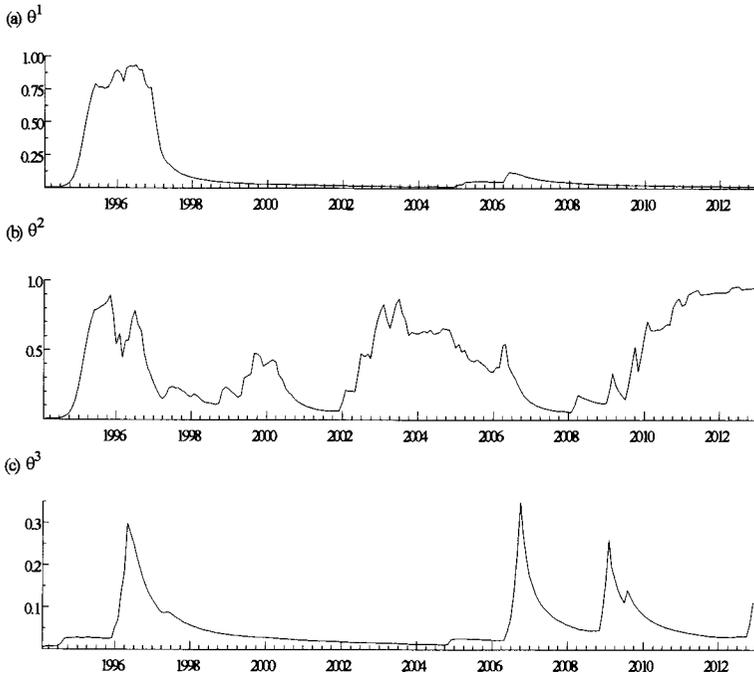
最尤推定の結果は、(27)の

対数尤度を最大化する標準偏差の組合せ  $\sigma = (\sigma_u, \sigma_v)$  としては、①の  $\theta_1^2$  で(0.1520, 0.0239)、②の  $\theta_2^2$  で(0.1203, 0.0352)、そして③の  $\theta_3^2$  で(0.1380, 0.0374)が選択され、その際の最大対数尤度はそれぞれ13.70, 26.20, および14.78であった。したがって、対数尤度の大きさの観点では、3通りのファンダメンタルズ株価比率の中では、固定区間移動平均方式の  $\theta_2^2$  が最も適切なものになっている<sup>22)</sup>。

推計結果としてのバブルのパラメータ  $\beta_t$  は図19にプロットしたが、この経時的変動パターンは、為替レート調整後の日米株価比率に対して、不均一分散修正を施さずに推定した結果の図13よりも、むしろ「 $X$  自乗比例不均一分散修正」を施した推定値である図17に近い動きを示している。このことは、前節の暫定的結論でもある不均一分散修正によるパラメータ推定値へのインパクトの頑健性を再度サポートするものといえよう。

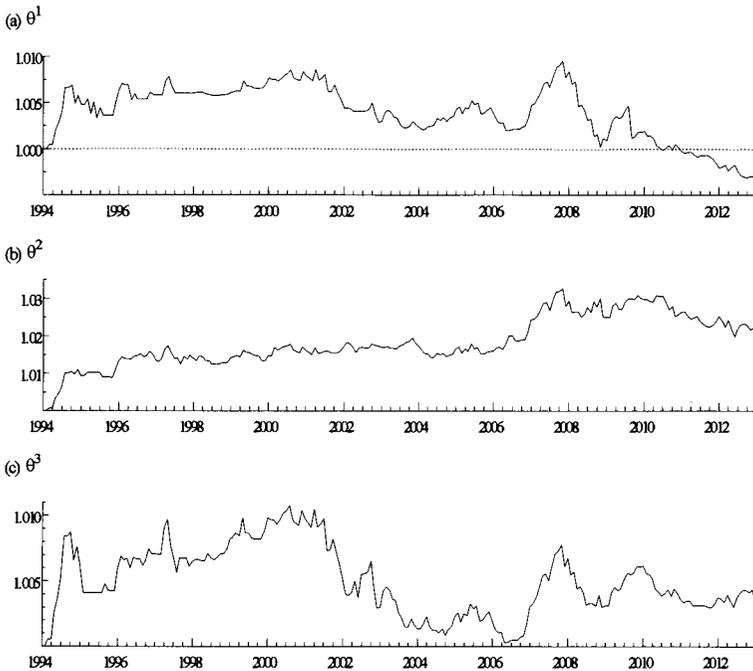
表13は、日米株価比率に関しての表9や表10と同様に、図19で推計された  $\beta_t$  の特性をまとめたものである。図19において、 $\beta_t > 1$  となっているサンプルは対象サンプル期間のうち、①の  $\theta_1^2$  で54.2%、②の  $\theta_2^2$  で93.0%、そして③の  $\theta_3^2$  で50.2%に達し、全体的に高い値になっている。これらの割合の高さ

図 20. 日中株価比率のバブルの崩壊確率 (中国/日本)



注) 為替レート調整後の日中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(39)のX比例不均一分散で修正した推定値を用いて推計。

図 21. 米中株価比率の  $\beta_t$  (中国/アメリカ)



注) 為替レート調整後の米中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)のX比例不均一分散で修正した推定値。

められた数値に匹敵し、これも不均一分散修正の特性といえよう。

ただし、表 13 から窺われるように、日米株価比率の場合と同様に、これらのサンプル数のうち、片側 5% 有意水準で  $\beta_t > 1$  となっているのは全サンプル数のうち、 $\theta_t^1$  で 5.7%、 $\theta_t^2$  は 13.2%、そして  $\theta_t^3$  で 8.4% と、高いものではない。また、 $\beta_t$  が片側 5% 水準で有意に 1 を下回るのは、どの  $\theta_t$  においてもほぼゼロであるが、この特性は最も対数尤度が大きい②の  $\theta_t^2$  のケースでは、日米株価比率に関しての表 10 で確認された特性と同様である。

最後に、為替レート調整後のバブルの崩壊確率をプロットしたのが図 20 である。3通りのファンダメンタルズ比率  $\theta_t$  によって異なり、 $\theta_t^1$  と  $\theta_t^2$  の場合には 1990 年代半ば、 $\theta_t^3$  ではさらに 2000 年代の後半期といった時期に崩壊確率が高まるが、 $\theta_t^2$  では循環的にバブルの崩壊確率が高まる時期が訪れる様相が窺われる。

### 5.7 米中株価比率

前項の日中株価比率と同一のサンプル期間について、為替レート調整後の米中株価比率(中国/アメリカ)についてバブルの発生・膨脹・崩壊モデルを適合してみた結果が、図 21 と表 14 である。中国の人民元の対ドル為替レートは、サンプル期間中には完全な変動相場制下にあったわけではなく、1990 年代半ばからの

は、為替レート調整後の日米株価比率に不均一分散修正を施した際の推計結果である図 14 や表 10 で求

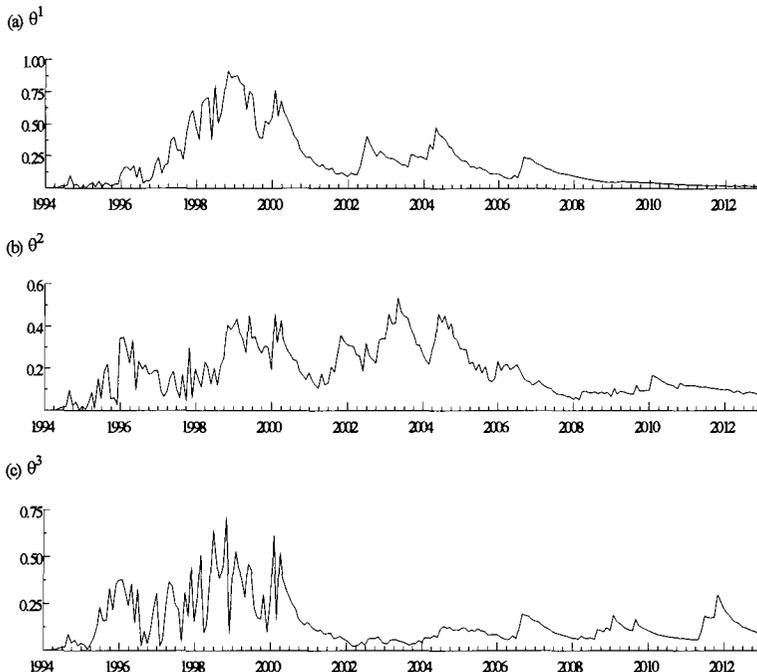
ほぼ 10 年間は実質的に対ドルでは固定相場制下にあったが、2000 年代の半ばから急激に人民元高が

表 14. 米中株価比率(中国/アメリカ)の  $\beta_t$  の推定値の特性

		1994-96	1997-2000	2001-04	2005-08	2009-12
$\theta_{1t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	36	48	48	48	21
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0
	$\beta_t < 1$ の月数	0	0	0	0	27
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0
$\theta_{2t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	36	48	48	48	48
	片側 5% で有意	0	5	7	32	47
	$\beta_t < 1$ の月数	0	0	0	0	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0
$\theta_{3t}$	$\beta_t \geq 1$ の月数	36	48	48	48	48
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0
	$\beta_t < 1$ の月数	0	0	0	0	0
	片側 5% で有意	0	0	0	0	0

注) 為替レート調整後の米中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推計結果。

図 22. 米中株価比率のバブルの崩壊確率 (中国/アメリカ)



注) 為替レート調整後の米中株価比率について、比率変数用の(29)-(31)のモデルを(41)の  $X$  自乗比例不均一分散で修正した推定値を用いて推計。

進行し、変動幅が拡大しており、米中株価比率にも少なくない影響を及ぼしている。

不均一分散修正としては2通りを試みたが、為替レート修正後の日米株価比率のデータの場合と同様、(39)の「 $X$  比例不均一分散修正」では推計過程が収斂しなかったことから、(41)の「 $X$  自乗比例不均一分散修正」を採用した<sup>23)</sup>。最尤推定の結果は、(27)の対数尤度を最大化する標準偏差の組合せ  $\delta = (\delta_u, \delta_v)$  としては、①の  $\theta_1^2$  で(0.0908, 0.0000)、②の  $\theta_2^2$  で(0.0722, 0.0000)、そして③の  $\theta_3^2$  で(0.0796, 0.0000)が選択され、その際の最大対数尤度はそれ

ぞれ 326.2, 252.70, および 345.96 であった。したがって、対数尤度の大きさの観点では、3通りのファンダメンタルズ株価比率の中では、一様分布方式の  $\theta_3^2$  が最も適切なものになっている。

ここで、最尤推定値のうち  $\sigma_v$  は限りなく 0 に近く、ほぼ端点解となっていることに注意する必要がある<sup>24)</sup>。この場合、バブルのパラメータ  $\beta_t$  はモデルの上ではコンスタント扱いとなるが、しかし、推定値が時系列的に完全に変化しないわけではない。(2)式において  $v_t$  の分散が 0 としても、

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \text{constant}$$

であり、前期の値とは変わりうる余地がある。あるいは仮に、定数項が 0 で

$$\beta_t = \beta_{t-1} \quad (42)$$

であるとしても、 $\beta_t$  は(18)として  $t$  期のデータが実現した後の事後分布の期待値として求められるのであり、(42)が指示するように、 $t$  期に所与の  $\beta_{t-1}$  に等しく推計されるわけではない。ここが Bayesian 流の推論の特徴であるが、(42)が理論的に先験情報(事前分布)として制約となるとしても、それだけで事後分布をすべて規定するわけではなく、データから得られる情報も合わせて利用することから、(18)が示すように、必ずしも(42)が厳密に成立することにはならないのである。

さて、図 21 及び表 14 を見ていくと、いくつかの特徴が読み取れる。まず、表 14 か

らは、図 21 にプロットされた  $\beta_t$  の特性として、 $\beta_t > 1$  となっているサンプルは対象サンプル期間のうち、①の  $\theta_1^2$  で 88.2%、②の  $\theta_2^2$  と③の  $\theta_3^2$  で 100% と、全体的に非常に高い割合を占めている。この点は、為替レート調整後の日米株価比率(表 10)と日中株価比率(表 13)の場合と同じ結果であり、改めて不均一分散修正の特性として指摘されるものである。

ただし、これらのサンプル数のうち、片側 5% 有意水準で  $\beta_t > 1$  となっているのは全サンプル数のうち、 $\theta_2^2$  の下では 39.9% と高いものの、 $\theta_1^2$  と  $\theta_3^2$  では

ゼロになっている。有意性が低いのは、日米株価比率や日中株価比率の場合でも同様であるが、むしろ  $\theta_1^*$  の下でかなり高めにしているのが、米中株価比率の場合の特徴ともいえる。この点は、為替レート調整前の原データによる日米株価比率を  $X$  自乗比例不均一分散修正した場合(表 11)と共有する特徴であり、これも  $X$  自乗比例不均一分散修正の効果といえるであろう。なお、 $\beta_1$  が片側 5% 水準で有意に 1 を下回るのも、日中株価比率の場合と同様に、どの  $\theta_i$  においてもほぼゼロである。

図 22 のバブルの崩壊確率は、3 通りのファンダメンタルズ比率  $\theta_i$  に対して、1990 年代後半から 2000 年代初頭にかけて上昇するというパターンをシェアしており、その後も低いレベルながら、高くなったり低くなったりとの循環を繰り返しているパターンが観察される。

## 6. 終わりに

本論文では、日米中の 3 国の株式市場をめぐって、通常の線形共和分関係及び非線形共和分関係の有無といった長期的な観点から、国際間の株価の連動性について検証を試みた。本論文で試みた伝統的な共和分分析によると、日米中の株価の間では、統計的に有意な関係としては共和分関係は認められないとの結論が得られる。しかし、株価の連動性を広義に解釈するならば、線形の関係に限る必要はなく、本論文では、2 つの国の株価が、短期的にある安定的な関係から大きく乖離する動きがあったとしても、それが長期的には安定的な関係に戻るならば、それは非線形の共和分関係にあると捉え、それを統計的なモデルとして検証することを試みた。より具体的には、株価比率にバブルの発生・膨脹・崩壊のプロセスが内包されるとして、それを統計的なモデルとして定式化し、関係するパラメータの推計を試みた。

このバブルのプロセスが認められるならば、それが本論文でいう非線形共和分関係である。もちろん、非線形関係には様々なパターンがあり得ることから、本論文での非線形性は、厳密には投機的バブル型非線形性ともいべきものであり、その検証を試みたのである。結果としては、暫定的な結論ではあるが、日米、日中、米中の 2 国間株価指数同士には、確かにバブル型非線形性が認められるというものである。したがって、本論文全体のメッセージとしては、通常の線形共和分関係は認められないが、投機的バブル型非線形共和分という枠組みで判断するならば、

長期の連動性は認められるとなる。

本論文は、方法論としては、株価比率の長期ファンダメンタルズ比率として 3 通りの候補を挙げ、それぞれがケース・バイ・ケースで最も大きな対数尤度をもたらすことがあり、常に拠り所とすべき唯一無二の基準を提供することには成功していない、といった不十分なところは残されている。その意味で、本論文の検証は暫定的なものであり、今後の研究の蓄積が俟たれることとなる。

(一橋大学経済研究所・福岡女子大学国際文理学部・厦門大学財務管理会計研究院)

## 注

\* 本論文は、一橋大学経済研究所の H24 年度共同利用プロジェクト研究「世界金融危機と日本と中国の株式市場」の研究成果の一部である。浅子和美は H25-H28 科学研究費助成基盤研究(B)(課題番号=25285062, 研究代表者=浅子和美)に、張艶は(公財)石井記念証券研究振興財団の H25 年度研究助成金に、そして劉振濤は中国教育部人文社会科学研究一般項目(項目批准号=11YJA790095)と中央高校基本科研業務費(項目番号=T2013221001)の研究助成にも負っている。また、一橋大学経済研究所ファカルティ・セミナーでの出席者のコメント、とりわけ予定討論者の一橋大学大学院経済学研究科山本備平准教授のコメントは有意義であった。謹んで感謝申し上げたい。もちろん、有りうべき誤りは、すべて 3 人の著者のみの責任である。

1) 為替レートの変動に伴うショックが好例だが、関係する国々の株式市場が逆方向に反応し、相関係数が負になる可能性もある。株式市場としては、それでも「連動して変動する」ことには違いない。

2) ショックがいかに国際的に伝染されるのかについては、異なる検証方法がある。大別するならば、単純な市場間相関係数、ARCH モデルや GARCH モデル、共和分分析、そして特定の伝染メカニズムの直接的推計の 4 手法の利用である。最初の 3 つの手法ではデータの機械的な統計処理による伝染効果の検出が中心となるが、第 4 の手法では具体的に伝染メカニズムをモデル化する必要がある。モデルの候補としては、時系列モデルとしての VAR モデルや構造 VAR モデル、さらにはマクロ計量モデルや動学的確率的一般均衡(dynamic stochastic general equilibrium)モデルもあり得よう。

3) 効率的市場仮説の考え方については、Fama(1970)や浅子・倉澤(1987)を参照。

4) 合理的期待形成下での投機的バブルとして Blanchard and Watson(1982)が取り上げたモデルでもある。

5) 基本モデルでは  $\beta_i$  と  $\pi_i$  がそれぞれ独立に変動するとしているが、 $x_i$  が合理的な投機的バブルであるとするならば、代替的な資産の収益率を  $r_i$  として、理論的には

$$r_t = \pi_t \beta_t - 1 \quad (*)$$

の関係が成立しなければならぬ。もちろん、これには資本市場の完全性の条件や危険中立の投資家を前提するといった条件が必要になる。さらに、バブルの崩壊が部分的なものにとどまるならば、合理性の条件は修正を要する。代替資産の収益率として何を想定するかも重要であり、結局、本論文では(\*)の成立は前提とせず、むしろその関係が成立しているか否かは事後的な検証によって判断する。劉・浅子・加納(2011)は、現実では(\*)の成立からは程遠いと報告しているが、本論文でもその判断を追従する。

6) モデルの上では(3)式において $\alpha$ と $\gamma$ は固定パラメータと定式化しているが、逐次推計の際には每期異なった推計値を求めることから、もともと可変パラメータとし、(5)において $\alpha_{t-1}$ と $\gamma_{t-1}$ と表記しても、以下の推計過程において計算負荷が増すことはない。

7)  $\alpha$ と $\gamma$ を可変パラメータとすると、(6)に登場する際には $\alpha_t$ と $\gamma_t$ になる。

8) わざわざ異なる表記のパラメータを導入するのは、第4節で展開する議論を先取りしたためである。

9)  $\alpha$ と $\gamma$ の事前分布を指数分布としたのは、(3)の持続確率を指数関数で導入したことに呼応したものである。

10) 本論文での推計は、基本的にはBayesianの立場でのアプローチとなっている。したがって、データからの情報のみに基づく通常のNeyman-Pearson流の仮説検定と異なり、(28)に基づく帰無仮説の判断はあくまでも目安程度の便宜的なものであると理解されたい。

11) より一般的には、 $d$ 階の階差をとって定常時系列になる場合を $I(d)$ 変数といい、 $d$ を和分次数と呼ぶ。複数の $I(d)$ 変数の線形結合の和分次数が $d-f$ と $f$ だけ小さくなる( $d, f$ は正の整数)とき、これらの変数は「次数( $d, f$ )の共和分」関係にあるといい、「cointegrated of order( $d, f$ ),  $CI(d, f)$ 」と表す。ここでは、 $CI(1, 1)$ が議論されている。

12) 株価比率はそれぞれの株価指数の単位から自由ではなく、単なる桁数合わせによっても、比率は水準が大きく異なったものになる。また、原データ同士での比率と為替レート調整後の同一通貨表示後の比率は、水準として大きく異なったものとなる可能性がある。こうしたことから、原データの逆の比率(逆数)を取った場合には、細部のインプリケーションに相違が生じることがある。しかしながら、正バブルと負バブルを対称的に取り扱うために、とりわけ一定の長さのサンプル期間に対しては、逆の比率の場合にも、基本モデルのパラメータ推計等の検証結果に定性的な変化は生じないと考えられる。

13) 基本モデル(1)で、 $\pi_t > 0$ を満たして推移する時系列変数が広義の正バブルであり、そのうち長期のファンダメンタルズ比率から下方に乖離し、経時的に上方に向かうのが狭義の正バブルとなる。狭義の正バブルならば広義の正バブルであるが、逆は真ならずで、広義の正バブルであっても狭義の正バブルとならずに、(狭義の)負バブルとなるものもある。

14) 実際、本論文でも、次節の5.3項で(39)または(41)として不均一分散を導入する。

15)  $\theta_t$ については、①-③の他にも株価比率が上昇する局面と下降する局面で、それぞれで異なる長期ファンダメンタルズ株価比率を求めることも考えられよう。

16) 日米株価のファンダメンタルズ比率では、②固定区間移動平均方式の下で頻繁な局面転換が起こり、「ダマシの調整余地」がある。しかしながら、局面転換があまりに頻繁であることから、どちらを出発点として調整するかに恣意性が入り、局面判断をユニークに決定できない可能性が生じた。そもそもの基本モデル(29)-(31)の推計パフォーマンスも、①データ情報単調増加方式や③一様分布方式と比べて、総体的に相当程度見劣りしたことから、執拗なまでに「ダマシの調整」を追求することはしなかった。

17)  $\beta_t = 1$ も含めて、必要条件を $\beta_t \geq 1$ とすることも考えられるが、ここでは $\beta_t < 1$ との対比を強調するために、敢えて $\beta_t > 1$ とする。

18) 第2節で(28)の検定統計量に絡んで指摘したように、Bayesianの立場をとる本論文での帰無仮説の検定は、あくまでも目安程度の意味しかもたないし理解されたい。

19) ただし、脚注12でも触れたように、基本モデル(1)に関連した諸パラメータは $\pi_t$ の単位変更からは自由であり、そのみで $\beta_t$ 等のパラメータの推計結果がどう変わるかに対して、予断を許すものではない。ここでは為替レートそのものが変動していることに注意する必要がある。

20) 計算はパソコンソフトのGAUSSによる。初期値を変えて幾通りか試みたが結論は変わらなかった。収束過程では、 $\beta_t$ の分散が0に推定される傾向がみられたが、これが0になると $\beta_t = \beta$ とコンスタントになり、そうならば、(1)でモデル(A)が持続するときに、 $\beta > 1$ ではモデルが完全に発散し、 $\beta < 1$ ではバブル過程には不向きとなる。モデルが収束しなかったのは、 $\beta_t > 1$ が相当期間持続したことの表れでもあろう。

21) 最大化対数尤度からは、3通りの $\theta_t$ のどの場合にも、「X自乗比例不均一分散修正」による推計結果の方がパフォーマンスとしては「X比例不均一分散修正」の推計結果を凌駕した。しかし、その程度が必ずしも顕著なものではなかったのと、パラメータ $\beta_t$ の推定値の有意性の観点からの選択となった。

22) この点は日米株価比率の場合とは異なる特性であり、注目に値する。なお、為替レート調整後の日中株価比率のデータでは、3通りのファンダメンタルズ株価比率の間での最大対数尤度の相対的な大きさは、X自乗比例不均一分散修正の場合も、またなんらの不均一分散修正を施さない場合にも、同様であった。

23) ここで「X比例不均一分散修正」の推計過程が収束しなかった点は、為替レート修正後の日米株価比率のデータと同様の顧末となっている。この点に関しては、注20を参照。

24) 実際には小数点以下9桁から11桁の内点解として推計されている。

## 引用文献

浅子和美・加納悟・佐野尚史(1990)「株価とバブル」  
西村清彦・三輪芳朗(編)『日本の株価・地価一価格

- 形成のメカニズム』(東京大学出版会), pp. 57-86.
- 浅子和美・倉澤資成(1987)「資本市場の効率性」館龍一郎・織山昌一(編)『日本の金融 [ I ] 新しい見方』(東京大学出版会), pp. 93-144.
- 今村有里子・浅子和美(2001)「アメリカ, 日本, アジア諸国間の株価連動性」『社会科学』同志社大学人文科学研究所, 66号, pp. 19-37.
- 張艶(2010)「アジアの株式市場における連関と構造変化」『経済学研究』九州大学, 第76巻第5号, pp. 143-170.
- 平山健二郎(2003)「東アジアにおける金融連関」今井譲(編)『アジアの通貨危機と金融市場』御茶ノ水書房, pp. 69-96.
- 劉振濤・浅子和美・加納悟(2011)「投機的バブルの推計——日米中の株式市場への応用」浅子和美・渡部敏明(編)『ファイナンス・景気循環の計量分析』(ミネルヴァ書房), pp. 9-34.
- Ahlgren, N. and J. Antell (2002) "Testing for Cointegration between International Stock Prices," *Applied Financial Economics*, Vol. 12, No. 12, pp. 851-861.
- Asako, Kazumi and Zhentao Liu (2013) "A Statistical Model of Speculative Bubbles, with Applications to the Stock Markets of the United States, Japan, and China," *Journal of Banking & Finance*, Vol. 37, No. 7, pp. 2639-2651.
- Blanchard, O. J. and M. Watson (1982) "Bubbles, Rational Expectations and Financial Markets," in P. Wachtel ed., *Crises in the Economic and Financial Structure*, Lexington Books, pp. 295-315.
- Boschi, Melisso (2005) "International Financial Contagion: Evidence from the Argentine Crisis of 2001-2002," *Applied Financial Economics*, Vol. 15, No. 4, pp. 153-163.
- Chan, K. C., B. E. Gup and M. S. Pan (1992) "An Empirical Analysis of Stock Prices in Major Asian Markets and the United States," *The Financial Review*, Vol. 27, No. 2, pp. 289-307.
- Chan, K. C., B. E. Gup and M. S. Pan (1997) "International Stock Market Efficiency and Integration: A Study of Eighteen Nations," *Journal of Business Finance & Accounting*, Vol. 24, No. 6, pp. 803-813.
- Chen, S. L., S. C. Huang and Y. M. Lin (2007) "Using Multivariate Stochastic Volatility Models to Investigate the Interactions among NASDAQ and Major Asian Stock Indices," *Applied Economics Letters*, Vol. 14, No. 2, pp. 127-133.
- Choudhry, T. (1994) "Stochastic Trends and Stock Prices: An International Inquiry," *Applied Financial Economics*, Vol. 4, No. 6, pp. 383-390.
- Corhay, A., A. T. Rad, and J. P. Urbain (1995) "Long Run Behaviour of Pacific-Basin Stock Prices," *Applied Financial Economics*, Vol. 5, No. 1, pp. 11-18.
- Engle, R. F. and C. W. J. Granger (1987) "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing," *Econometrica*, Vol. 55, No. 2, pp. 251-276.
- Eun, C. S. and S. Shin (1989) "International Transmission of Stock Market Movements," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 24, No. 2, pp. 241-256.
- Fama, E. (1970) "Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work," *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, pp. 383-417.
- Forbes, K. J. and R. Rigobon (2002) "No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements," *The Journal of Finance*, Vol. 57, No. 5, pp. 2223-2261.
- Fraser, P. and O. Oyefeso (2005) "US, UK and European Stock Market Integration," *Journal of Business Finance & Accounting*, Vol. 32, No. 1 & 2, pp. 161-181.
- Ghosh, A., R. Saidi and K. H. Johnson (1999) "Who Moves the Asia-Pacific Stock Markets—US or Japan? Empirical Evidence Based on the Theory of Cointegration," *The Financial Review*, Vol. 34, No. 1, pp. 159-170.
- Hamori, S. and Y. Imamura (2000) "International Transmission of Stock Prices among G7 Countries: LA-VAR Approach," *Applied Economics Letters*, Vol. 7, No. 9, pp. 613-618.
- Harrison, P. J., and C. F. Stevens (1976) "Bayesian Forecasting (with Discussion)," *Journal of the Royal Statistical Society, Ser. B*, Vol. 38, No. 3, pp. 205-247.
- Hung, B. W. and Y. L. Cheung (1995) "Interdependence of Asian Emerging Equity Markets," *Journal of Business Finance and Accounting*, Vol. 22, No. 2, pp. 281-288.
- Taylor, M. P. and I. Tonks (1989) "The Internationalisation of Stock Markets and the Abolition of U. K. Exchange Control," *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 71, No. 2, pp. 332-336.
- Tsutsui, Y. and K. Hirayama (2004) "Are International Portfolio Adjustments a Cause of Comovements in Stock Prices?" *Pacific-Basin Finance Journal*, Vol. 12, No. 4, pp. 463-478.
- Tsutsui, Y. and K. Hirayama (2005) "Estimation of the Common and Country-Specific Shock to Stock Prices," *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 19, No. 3, pp. 322-337.
- Wang, Z., J. Yang and D. A. Bessler (2003) "Financial Crisis and African Stock Market Integration," *Applied Economics Letters*, Vol. 10, No. 9, pp. 527-533.
- Yang, J., J. W. Kolari and I. Min (2003) "Stock Market Integration and Financial Crises: the Case of Asia," *Applied Financial Economics*, Vol. 13, No. 7, pp. 477-486.