《研究ノート》

時間について同質な分裂過程の異時点変量の結合確率母関数と2次までの積率の計算の訂正

磯 野 修

時間について同質な分裂過程の2次までの積率について，筆者が本誌に発表した結果について誤りを発見したので，これを訂正し，同時にその後に得た結果を追加する．以下，次の2つの拙論を番号によって引用する．

〔1〕『年齢に依存する分裂過程』一橋論叢第47巻第5号，1962年（昭和37年）5月号．pp. 1—27.

〔2〕『離散的単純分裂過程および単純出生死滅過程の2次までの積率』一橋論叢第47巻第6号，1962年（昭和37年）6月号．pp. 57—60.

誤りの原因は〔1〕p. 18 下段の推論にある．ここを次のように訂正する．

$$P(X_s=x\cap Y_s=y\cap N_s=n \mid X_r=x'\cap Y_r=y'\cap N_r=n')$$
$$=P(X_s=x\cap Y_s=y-y'+x'\cap N_s=n-n' \mid X_r=x'\cap Y_r=x'\cap N_r=o)$$

という確率は，$[\Phi(z,u,v;\,s-r)]^{x'}$ の展開式における $z^x u^{y-y'+x'} v^{n-n'}$ の係数に等しく，それはまた

(3. 19) $\qquad [\Phi(z,\,u,\,v;\,s-r)]^{x'} u^{y'-x'} v^{n'}$

の展開式における $z^x u^y v^n$ の係数に等しいから，$P\begin{pmatrix} x & * & x' & * \\ y & n & y' & n' \end{pmatrix}$ の確率母関数 (3. 23) は，

$$\Phi\left(\frac{z'}{u}\Phi(z,u,v;\,s-r),\ u'u,\,v'v;\,r\right)$$

となる．

したがって，〔1〕p. 19 および〔2〕p. 58 に示された $P\begin{pmatrix} x & m & x' & m' \\ y & * & y' & * \end{pmatrix}$ の確率母関数は，

$$\Psi\left(\frac{z'}{u}\Psi(z,u,w;\,s-r),u'u,w'w;\,r\right)$$

となり，〔2〕p. 58 に示された $P\begin{pmatrix} * & m & * & m' \\ y & n & y' & u' \end{pmatrix}$ の確率母関数は，

$$\frac{1}{u}\Theta(u,w,v;\,s-r)\Theta\left(u'u,\frac{w'w}{u}\Theta(u,w,v;\,s-r),\ \frac{uv'v}{\Theta(u,w,v;\,s-r)};r\right)$$

と訂正される．

それゆえ，これらを使って求めた次の諸式を訂正する必要がある．〔1〕p. 19 (3. 25)，p. 20 (3. 26)，(3. 28)．〔2〕p. 58 (5. 8)，p. 59 (5. 10)，(5. 11)，(5. 12)．

訂正された結果を示すにあたって，もとの論文では階乗積率の形で書いておいたものを，分散 V，共分散 C の形で表現することにする．以下の (6.1)～(6.5) は，(5.8)～(5.12) の訂正であるが，(6.6) (6.7) は新たに得た結果で，時点 s における2次の積率を，r および $s-r$ における積率であらわしている．ここで扱っている2つの時点については，$s>r>0$ であり，すべての平均値・分散・共分散は，$X_0=Y_0=1, M_0=N_0=0$ という初期条件を前提していること，および，以下の諸式は，離散的単純分裂過程だけではなく，時間について同質な分裂過程ならば成立することに留意してほしい．

$$(6.1)\begin{cases} E(X_s)=E(X_r)E(X_{s-r}), \\ E(Y_s)=E(Y_r)+E(X_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ E(M_s)=E(M_r)+E(X_r)E(M_{s-r}), \\ E(N_s)=E(N_r)+E(X_r)E(N_{s-r}). \end{cases}$$

$$(6.2)\begin{cases} C(X_s,\ X_r)=V(X_r)E(X_{s-r}), \\ C(X_s,\ Y_r)=C(X_r, Y_r)E(X_{s-r}), \\ C(X_s,\ M_r)=C(X_r, M_r)E(X_{s-r}), \\ C(X_s,\ N_r)=C(X_r, N_r)E(X_{s-r}). \end{cases}$$

$$(6.3)\begin{cases} C(Y_s,\ X_r)=V(X_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ C(Y_s,\ Y_r)=V(Y_r)+C(X_r, Y_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ C(Y_s,\ M_r)=C(Y_r, M_r)+C(X_r, M_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ C(Y_s,\ N_r)=C(Y_r, N_r)+C(X_r, N_r)\{E(Y_{s-r})-1\}. \end{cases}$$

$$(6.4)\begin{cases} C(M_s,\ X_r)=C(M_r, X_r)+V(X_r)E(M_{s-r}), \\ C(M_s,\ Y_r)=C(M_r, Y_r)+C(X_r, Y_r)E(M_{s-r}), \\ C(M_s,\ M_r)=V(M_r)+C(X_r, M_r)E(M_{s-r}), \\ C(M_s,\ N_r)=C(M_r, N_r)+C(X_r, N_r)E(M_{s-r}). \end{cases}$$

$$(6.5)\begin{cases} C(N_s,\ X_r)=C(N_r, X_r)+V(X_r)E(N_{s-r}), \\ C(N_s,\ Y_r)=C(N_r, Y_r)+C(X_r, Y_r)E(N_{s-r}), \\ C(N_s,\ M_r)=C(N_r, M_r)+C(X_r, M_r)E(N_{s-r}), \\ C(N_s,\ N_r)=V(N_r)+C(X_r, N_r)E(N_{s-r}). \end{cases}$$

$$(6.6)\begin{cases} V(X_s)=E(X_r)V(X_{s-r})+V(X_r)\{E(X_{s-r})\}^2, \\ V(Y_s)=V(Y_r)+E(X_r)V(Y_{s-r})+V(X_r)\{E(Y_{s-r}) \\ \qquad -1\}^2+2C(X_r, Y_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ V(M_s)=V(M_r)+E(X_r)V(M_{s-r}) \\ \qquad +V(X_r)\{E(M_{s-r})\}^2+2E(M_{s-r})C(X_r, M_r), \\ V(N_s)=V(N_r)+E(X_r)V(N_{s-r}) \\ \qquad +V(X_r)\{E(N_{s-r})\}^2+2E(N_{s-r})C(X_r, N_r). \end{cases}$$

$$(6.7)\begin{cases} C(X_s,\ Y_s)=E(X_r)C(X_{s-r}, Y_{s-r}) \\ \qquad +E(X_{s-r})C(X_r, Y_r) \\ \qquad +E(X_{s-r})V(X_r)\{E(Y_{s-r})-1\}, \\ C(X_s, M_s)=E(X_r)C(X_{s-r}, M_{s-r}) \\ \qquad +E(X_{s-r})C(X_r, M_r) \\ \qquad +V(X_r)E(X_{s-r})E(M_{s-r}), \\ C(X_s, N_s)=E(X_r)C(X_{s-r}, N_{s-r}) \\ \qquad +E(X_{s-r})C(X_r, N_r) \\ \qquad +V(X_r)E(X_{s-r})E(N_{s-r}), \\ C(Y_s, M_s)=C(Y_r, M_r)+E(X_r)C(Y_{s-r}, M_{s-r}) \\ \qquad +E(M_{s-r})C(X_r, Y_r)+\{V(X_r)E(M_{s-r}) \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
\qquad\qquad +C(X_r, M_r)\}\{E(Y_{s-r})-1\}, \\
C(Y_s, N_s)=C(Y_r, N_r)+E(X_r)C(Y_{s-r}, N_{s-r}) \\
\qquad\qquad +E(N_{s-r})C(X_r, Y_r)+\{V(X_r)E(N_{s-r}) \\
\qquad\qquad +C(X_r, N_r)\}\{E(Y_{s-r})-1\}, \\
C(M_s, N_s)=V(X_r)E(M_{s-r})E(N_{s-r}) \\
\qquad\qquad +E(X_{s-r})C(M_r, N_r) \\
\qquad\qquad +E(X_r)C(M_{s-r}, N_{s-r}) \\
\qquad\qquad +V(M_r)E(N_{s-r})-V(N_r)E(M_{s-r}).
\end{cases}
$$

(一橋大学教授)