

一橋大学大学院経済学研究科
博士学位請求論文

通貨代替の経済分析

熊本 尚雄

目次

図表一覧	v
謝辞	vii
第1章 はじめに	1
1-1. 本論文の目的.....	1
1-2. 本論文の構成.....	8
第2章 通貨代替の理論分析:サーヴェイと展望	12
1. はじめに.....	12
2. 基本モデル.....	15
2-1. 家計.....	15
2-2. 政府.....	20
2-3. 定常状態.....	20
3. 通貨代替と名目為替相場の関係.....	22
3-1. 名目為替相場の非決定性.....	22
3-2. 名目為替相場の変動.....	24
4. 通貨代替と実質為替相場.....	27
5. 通貨代替と金融政策の自由度.....	28
6. 通貨代替とシニョリッジ.....	29
6-1. 通貨代替下におけるインフレ率とシニョリッジの関係.....	29
6-2. 通貨代替と最適インフレ率.....	31
7. おわりに.....	35
補論 他の貨幣マクロモデルによる定式化.....	38
A-1. liquidity-in-advance モデル.....	38
A-2. 取引費用モデル.....	41
第3章 近年における通貨代替の動向	45
1. はじめに.....	45
2. 相対的貨幣需要関数の推定.....	47

2-1. 本節の特徴と構成.....	47
2-2. 先行研究.....	47
2-3. モデル.....	49
2-4. 実証分析.....	52
2-4-1. データ.....	52
2-4-2. パネル単位根検定.....	54
2-4-3. パネル共和分検定.....	56
2-4-4. パネル共和分推定.....	58
3. 通貨代替における履歴効果.....	61
3-1. 本節の特徴と構成.....	61
3-2. 先行研究.....	62
3-3. モデル.....	63
3-4. 実証分析.....	65
3-4-1. 実証方法.....	65
3-4-2. 実証結果.....	67
4. 通貨代替が為替相場のボラティリティに及ぼす影響.....	69
4-1. 本節の特徴と構成.....	69
4-2. 先行研究.....	70
4-3. 実証方法.....	71
4-4. 実証分析.....	72
4-4-1. データ.....	72
4-4-2. 実証結果.....	72
5. おわりに.....	74
補論 A 通貨代替の実証分析：サーヴェイ.....	76
A-1. ポートフォリオ・バランス・モデル.....	76
A-2. 貨幣マクロモデル.....	78
A-3. GMMに基づいた分析.....	80
補論 B パネル単位根検定.....	82
補論 C リスク・プレミアムを除いた名目金利差の推移.....	83
補論 D 単位根検定.....	83
補論 E パネル共和分検定.....	84

第4章 通貨代替が名目・実質為替相場の変動に及ぼす影響	85
1. はじめに.....	85
2. モデル.....	86
2-1. 家計.....	86
2-2. 交易条件と実質為替相場.....	92
2-3. 企業.....	93
2-4. 政府.....	96
2-5. カバーなし金利平価とリスク・シェアリング条件.....	96
2-6. 金融政策ルール.....	97
2-7. 均衡.....	98
2-8. 対数近似.....	99
2-9. Tractable representations.....	102
2-10. 自由変動為替相場制度下における金融政策ルールの決定性.....	104
3. カリブレーション.....	107
3-1. モデルの再掲.....	107
3-2. パラメータ設定.....	108
3-3. インパルス応答関数.....	110
3-4. 無条件分散.....	112
4. 金融政策ショックが及ぼす影響の方向性.....	113
4-1. 自国の金融政策ショックが及ぼす影響.....	114
4-2. 外国の金融政策ショックが及ぼす影響.....	117
5. おわりに.....	120
第5章 通貨代替が金融政策に及ぼす影響	122
1. はじめに.....	122
2. モデル.....	123
2-1. 家計.....	123
2-2. 交易条件と実質為替相場.....	125
2-3. 企業・政府.....	125
2-4. カバーなし金利平価とリスク・シェアリング条件.....	125
2-5. 金融政策ルール.....	126

2-6. 均衡.....	126
2-7. 対数近似.....	127
2-8. Tractable representations.....	128
3. カリブレーション.....	130
3-1. モデルの再掲.....	130
3-2. パラメータ設定.....	132
3-3. インパルス応答関数.....	133
3-4. 無条件分散.....	135
4. おわりに.....	138
第6章 通貨代替型DSGEモデルのベイズ推定	140
1. はじめに.....	140
2. モデル.....	142
3. 推定.....	144
3-1. 実証方法.....	144
3-2. データと事前分布.....	146
3-3. モデルの評価.....	148
3-4. 推定結果.....	149
4. おわりに.....	157
補論A HPフィルター.....	159
補論B 収束判定.....	159
第7章 おわりに	166
補論 導出過程	174
A. 第2章における導出過程.....	174
B. 第4章における導出過程.....	182
C. 第5章における導出過程.....	205
参考文献	210

図表一覧

図 1-1	現金と貯蓄性預金のどちらを選好するか.....	3
図 2-1	インフレ率（貨幣成長率）とシニョリッジ.....	30
図 3-1	通貨代替の程度.....	53
図 3-2	リスク・プレミアムで修正した名目金利差の推移.....	54
図 3-3	名目為替相場減価率の条件付分散.....	72
補図 3-1	リスク・プレミアムを除いた名目金利差の推移.....	83
図 4-1	決定性を満たす範囲.....	106
図 4-2	自国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数.....	110
図 4-3	外国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数.....	111
図 5-1	自国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数.....	134
図 5-2	外国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数.....	134
図 6-1	γ , ν , δ の関係.....	151
図 6-2	インパルス応答関数: y^s	153
図 6-3	インパルス応答関数: π_H	154
図 6-4	インパルス応答関数: q^s	155
補図 6-1	チェコ.....	160
補図 6-2	インドネシア.....	161
補図 6-3	ペルー.....	162
補図 6-4	フィリピン.....	163
補図 6-5	ポーランド.....	164
表 1-1	総預金残高に占める外国通貨建て預金の比率.....	2
表 3-1 (a)	先行研究（まとめ：動学的パネル分析の手法を用いた貨幣需要関数の推定）.....	48
表 3-1 (b)	先行研究（まとめ：通貨代替）.....	49
表 3-2	パネル単位根検定.....	55
表 3-3	パネル共和分検定.....	57
表 3-4	パネル共和分推定.....	60
表 3-5	パネル共和分推定（国別）.....	60
表 3-6	ARDL モデルによる推定結果.....	68

表 3-7	TARCH モデルによる推定結果.....	73
補表 3-1	パネル単位根検定.....	82
補表 3-2	単位根検定.....	83
補表 3-3	パネル共和分検定.....	84
表 4-1	カリブレーションにおけるパラメータ.....	109
表 4-2	自国の金融政策ショックに対する無条件分散.....	112
表 4-3	外国の金融政策ショックに対する無条件分散.....	113
表 4-4	閉じた解.....	116
表 5-1	カリブレーションにおけるパラメータ.....	132
表 5-2	自国の金融政策ショックに対する無条件分散.....	136
表 5-3	外国の金融政策ショックに対する無条件分散.....	137
表 6-1	パラメータの事前分布.....	147
表 6-2	モデル選択.....	149
表 6-3	パラメータの事後分布.....	150
表 6-4	分散分解.....	156

謝辞

本博士論文をまとめるに当たり、これまでに多くの先生方からのご指導、ご鞭撻を賜った。とりわけ、論文審査の主査であり、大学院時代の指導教員である一橋大学経済研究所教授・浅子和美先生には、公私にわたり常に厳しくも温かいご指導を賜った。福島大学に着任以降もたえざる叱咤激励を頂いたにも拘らず、本博士論文をまとめるまで実に長い時間を要したことを申し訳なく思いながらも、今年度で退職される先生の下でまとめることができたことを嬉しく思う次第である。ここに記して深謝申し上げたい。

一橋大学経済学研究科教授・塩路悦朗先生には大変ご多忙の中、本博士論文の全体にわたりご精読頂き、有用なコメントを数多く頂戴した。今後の研究を進めていく上での多くの示唆に富んでおり、深甚なる感謝の意を表する次第である。

ご多忙にも関わらず本博士論文の審査委員会審査員のお願いをご快諾下さった一橋大学商学研究科教授・小川英治先生、一橋大学経済研究所教授・祝迫得夫先生、一橋大学経済学研究科准教授・加納隆先生の各先生方には、ご懇篤なるご指導とご高閲を頂き、懇切丁寧にご指導頂いた。心より感謝申し上げます。

故鵜田忠彦先生には、大学院時代に副ゼミナールの指導教員として大変お世話になった。亡くなられた今、直接ご報告をすることはできないが、心より謝意を捧げたい。

東北学院大学経済学部准教授・細谷圭先生、同僚である福島大学経済経営学類准教授・福田慎先生には折に触れ、研究の相談に乗って頂き、数多くのご教唆、ご助言を頂いた。

本博士論文には次兄である東京経済大学経済学部教授・熊本方雄氏との共同研究の成果が含まれている。兄との共同研究は本博士論文を作成するうえで欠くことのできないものであった。また、本博士論文を作成するに当たり、科学研究費助成事業より学術研究助成基金助成金(若手研究(B)・課題番号:18730208(平成18~20年度),21730245(平成21~23年度),24730265(平成24~26年度))を受けた。ここに記して感謝の意を表したい。

最後に私事にわたるが、これまで常に私を応援し続けてくれた両親、長兄、そして博士論文をまとめるにあたり長い間辛抱強く私の研究生活を支え、いつも笑顔で励まし続けてくれた妻の聖子、公雄、允雄の二人の息子に心から御礼を伝えたい。

2015年3月

熊本 尚雄

第1章 はじめに

1-1. 本論文の目的

通貨代替とは

ある国でその国の法定通貨以外の外国通貨が用いられる現象は、広義に「ドル化 (dollarization)」と呼ばれる¹⁾。ドル化には、ドルが法定通貨として用いられる「公式的ドル化」と独自の法定通貨と並行的にドルが貨幣として用いられる「非公式的ドル化」があり、さらに、非公式的ドル化は、貨幣が持つ3つの機能に着目し、外国通貨が支払手段として用いられる通貨代替 (currency substitution)、計算手段として用いられる価格代替 (price dollarization)、および価値貯蔵手段として用いられる資産代替 (asset substitution) の3つに分類される。

このうち通貨代替は、マクロ経済が不安定である国において多く観察される現象であり、とりわけ過去において高いインフレ率を経験した発展途上国や体制移行国などで観察される。理想的な通貨代替の程度は、

$$\frac{\text{流通している外国通貨} + \text{外国通貨建て要求払い預金}}{\text{流通している自国通貨} + \text{自国通貨建て要求払い預金} + \text{流通している外国通貨} + \text{外国通貨要求払い預金}} \quad (1)$$

として、測られるべきである。しかしながら、各国の経済主体が保有する「現金」としての外国通貨の額は正確に把握することが困難であることから、一般的に代理指標として、外国通貨建て預金・総預金残高（もしくは広義の貨幣）が用いられる。表 1-1 は、世界各国における総預金残高に占める外国通貨建て預金の比率で測られた通貨代替の程度を示したものである。

表 1-1 より、通貨代替は、ラテンアメリカ、アジア、中欧諸国をはじめ、多くの国で広く観察できる現象であることがわかる。

それでは、なぜ、これらの国では通貨代替が進展しているのであろうか。これに関し、オーストリア中央銀行 (Oesterreichische Nationalbank, OeNB) が実施している興味深いアンケート調査 (OeNB Euro Survey) を紹介する²⁾。これは OeNB が 1997 年から実施しているものであり、2003 年までは中東欧諸国 5 ヶ国 (クロアチア、ハンガリー、スロベニア、チェコ、スロバキア) における 14 歳以上の個人を対象に、各国につき約 1000 人に対する年 1 回のアンケート調査であった。2004 年からは年に 2 回の実施に変更され、対象国は 2007~2008 年には 11 ヶ国 (スロベニア以外の上記 4 ヶ国、

¹⁾ ユーロ圏以外の国の国内でユーロが貨幣として用いられる現象は「ユーロ化 (euroization)」と呼ばれる。

²⁾ OeNB Euro Survey の詳細については、Stix (2001, 2002, 2004) や Scheiber and Stix (2009) を参照されたい。

ポーランド、ブルガリア、ルーマニア、アルバニア、ボスニア・ヘルツェゴビナ、マケドニア、セルビア)、2009年からはスロバキアを除く10ヶ国となっている。主なアンケート項目は、「現金としての外国通貨の保有の有無」、「保有する外国通貨の種類」、「外国通貨を保有する動機」である。ここでは、「外国通貨を保有する動機」の結果を解説する。

表 1-1 総預金残高に占める外国通貨建て預金の比率

国	平均(%)	標本期間	国	平均(%)	標本期間	国	平均(%)	標本期間
カンボジア	94.9	1996-2009	ブルガリア	52.0	1999-2009	イスラエル	31.8	1999-2009
ウルグアイ	86.9	2001-2007	ボスニア・ヘルツェゴビナ	52.0	1999-2008	ホンジュラス	30.9	1999-2010
ボリビア	80.3	1993-2010	パラグアイ	50.3	1993-2010	バーレーン	29.5	2000-2008
アンゴラ	72.4	1999-2009	ベラルーシ	48.8	1995-2009	ガーナ	28.6	2003-2010
タジキスタン	71.4	2006-2009	コスタリカ	45.7	1999-2006	グアテマラ	23.8	2006-2010
アゼルバイジャン	69.1	2004-2007	トルコ	44.4	1999-2009	フィリピン	22.6	2009
グルジア	68.6	1993-2010	カザフスタン	42.9	1997-2009	インドネシア	20.5	2002-2009
ラオス	67.8	2002-2009	モルドバ	41.5	1999-2009	ハンガリー	17.8	1999-2008
ペルー	66.9	1997-2010	マルタ	40.9	1999-2007	ポーランド	14.3	1999-2009
ニカラグア	66.7	1996-2002	モザンビーク	40.8	2002-2010	クウェート	13.9	2003-2010
セルビア	65.9	2000-2009	ザンビア	40.7	1994-2006	アルゼンチン	12.2	2001-2007
クロアチア	63.7	1999-2009	ルーマニア	40.2	1999-2008	チェコ	11.6	1999-2009
アルメニア	58.8	2005-2009	ロシア	36.3	1999-2008	チリ	11.2	1986-2010
キルギス	58.1	1996-2010	ウクライナ	35.5	1999-2007	メキシコ	5.7	1985-2009
マケドニア	57.1	2003-2009	アルバニア	34.3	1999-2008	マレーシア	2.2	1996-2009
スリナム	55.3	2005-2009	カタール	34.3	2001-2007	タイ	1.3	2005-2008

出所：Chitu (2012) より筆者作成。

注1：総預金残高は自国通貨建て預金と外国通貨建て預金の合計値である。

注2：預金には要求払い預金、定期性預金、貯蓄性預金が含まれる。

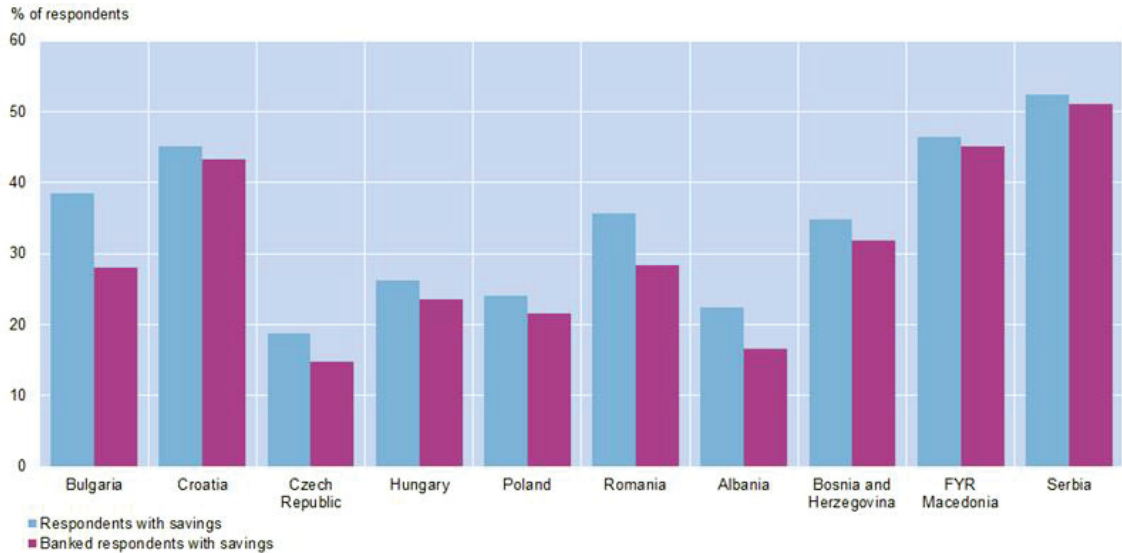
まず、「現金と貯蓄性預金のどちらで外国通貨を保有することを選好するか」というアンケートに関する結果が Stix (2013) に示されている。図 1-1 は Stix (2013) に掲載されている図をさらに 1 年ほどデータを更新させたものである³⁾。図中における青の棒グラフは現金で外国通貨を保有すると答えた人の割合、赤の棒グラフは貯蓄性預金で外国通貨を保有すると答えた人の割合を表している。図 1-1 より、中欧、南東欧諸国のすべての国において、とりわけ南東欧諸国では、現金による外国通貨の保有を強く選好していることがわかる。

また、Scheiber and Stix (2009) は「外国通貨を保有する動機」について、11ヶ国中7ヶ国において、「取引動機 (as a means of payments)」よりも「予備的動機 (as a means of precaution)」として、すなわち万が一に備えて、外国通貨 (ユーロ) が現金として保有されていること、また、残りの 4

³⁾ OeNE (<http://www.oenb.at/en/Monetary-Policy/Surveys/OeNB-Euro-Survey/Main-Results.html>) に掲載されている。

ヶ国においても取引動機よりは低いものの予備的動機によってユーロを現金として保有していることを明らかにしている。

図1-1 現金と貯蓄性預金のどちらを選好するか



出所：OeNB Euro Survey, Stix, H. (2013)。

これを地域別に見てみると、中欧諸国では予備的動機、価値貯蔵手段としてユーロを保有すると回答している割合も一定程度存在する一方で、海外への支払いをするためにユーロを保有すると回答している割合の方が高い。EUでは1980年には48.4%であった域内貿易が2005年には62.1%にまで増大している。このような状況下で、取引動機としてユーロを保有するという動機は自然である。

一方、南東欧諸国では、予備的動機、価値貯蔵手段としてユーロを保有すると回答している割合が高い。Dvorsky et al. (2008) はこれを“people virtually hoard euro cash under their mattresses”と表現している。また、このように回答した人の多くは、ユーロは「非常に安定的で信用できる通貨である」という項目や、「私は自国通貨の価値が急落したインフレーションの時期を記憶している」という項目との相関が高くなっていることが示されている。

外国通貨を予備的動機、価値貯蔵手段として保有する傾向が観察されるのは、以上の南東欧、中欧諸国に限ったものではない。Duffy et al. (2006) はラテンアメリカ諸国や東欧諸国においても多額のドルが取引動機としてだけでなく、価値貯蔵手段としても保有されていると述べている。

以上のことは通貨代替の本質を表していると思われる。例えば、1960年代から推進した輸入代替型工業化戦略が行き詰まり、1980年代にハイパーインフレーションと累積債務問題という失われた

10年を経験したラテンアメリカ諸国や、1990年代以降、社会主義国から資本主義国へと政治経済体制を移行した中東欧諸国では、財政基盤が弱体化した政府が、その財政赤字をファイナンスするために大量の通貨を発行した。これにより、インフレが高進し、自国通貨が急激に減価した結果、国内居住者は保有する自国通貨を外国通貨へ持ち替え、通貨代替が進展した。過去に高インフレにより自国通貨の価値が急落した経験を持つ経済主体は、外国通貨を現金という形態で保有し、この「貨幣を保有する」行為そのものから、安心感という満足感＝「効用」を得ていると考えられる。

通貨代替を分析する意義

通貨代替の存在は、金融政策の自由度、および金融システムの安定性に重要な影響を与えることが指摘されている。具体的には、通貨代替が進展している場合には、変動為替相場制度を採用し、金融政策の自由度を確保しようとしても、実体経済やインフレ率に対する自国の金融政策の影響が低下する一方で、外国の金融政策の影響をより受けるようになる。一方、固定為替相場制度を採用する場合においても、通貨代替が進展している場合には、為替相場制度の安定性が影響を受けることになる。すなわち、通貨代替は、完全な資本移動の下では、金融政策の自由度と為替相場の安定性という2つの目標は同時に達成することはできないという「国際金融のトリレンマ」に重要な影響を及ぼすことになる。

変動相場制度下で、通貨代替が進展すると、主に3つの経路を通じて、金融政策の自由度が制限される。第1の経路は名目為替相場のボラティリティの増大を通じた経路である。例えば、Girton and Roper (1981)、Isaac (1989)、Mahdavi and Kazemi (1996)は通貨代替が進展している場合、貨幣需要関数が不安定化するため、金融政策の変更などのわずかな経済ショックが自国通貨と外国通貨間の需要のシフトを生じさせ、これが名目為替相場のボラティリティを高めることを示している。名目為替相場のボラティリティの増大は、為替リスクの増大を通じて国際貿易に影響を与えるのみならず (McKenzie (1999))、輸入財価格が変動したり、また、為替相場をノミナル・アンカーとしている発展途上国においてはインフレ期待が不安定化したりするため、国内のインフレ率が不安定化する。第2の経路は実質為替相場、および貿易収支を通じた経路である。例えば、Calvo and Rodriguez (1977)は通貨代替が進展している場合、自国での拡張的金融政策の結果、自国のインフレ率が上昇すると、外国通貨に対する需要が増大し、自国の消費者が外国通貨を獲得するため、貿易収支を黒字とするように実質為替相場が減価すると同時に消費が減少し、拡張的金融政策の効果を弱めると指摘している。第3の経路は外国における経済ショックの自国への波及を通じた経路である。例えば、Rogers (1990)は通貨代替の程度が進展している場合、為替相場の調整による外国からのイ

インフレショックの隔離機能が制限されることを示している。また、Baltini et al. (2008) や Felices and Tuesta (2013) は、GDP ギャップ、インフレ率など国内の経済変数が、自国の名目金利のみならず、外国の名目金利にも影響を受けることを示した。この結果、通貨代替の程度が高まるほど、实体经济やインフレ率に対する自国の金融政策の影響が低下する一方で、外国の金融政策の影響をより受けるようになる。

この他にも、貨幣としてどこまでの範囲を中間目標とするかという問題も生じてくる。支払手段に基づく貨幣需要が物価水準を決定する主要因である以上、通貨代替が進展している国においては、貨幣として外国通貨もターゲットに含める必要がある。この際、国内に保有するドル建て預金を含めるか、さらには外国に保有するドル建て預金も含めるかが問題となる。どの指標がインフレ率の先行指標 (predictor) となるかを見極めなければ、金融政策の効果が不安定となる。

また、財政基盤が脆弱な発展途上国、または体制移行国では財政赤字をファイナンスするために、貨幣を発行する場合がある。しかしながら、Calvo and Végh (1992) が示した通り、通貨代替が進展している場合には、政府がシニョリッジを得るために、貨幣発行を増大させるとき、国内の経済主体は自国通貨を保有する費用が増大することを予測し、自国通貨から外国通貨へと代替するため、政府が得ることのできるシニョリッジに影響を与える。この結果、通貨代替が進展すると、所与のインフレ率の下でのシニョリッジは低下する。

一方、固定相場制度下では通貨代替が進展すると、国際通貨システムの安定性が影響を受けることが知られている。例えば、Giovannini (1991) は通貨代替の程度が高まると、外貨準備のボラティリティが増大することを示した。外貨準備のボラティリティの増大は、固定相場制度の維持可能性に影響を与える可能性がある。すなわち、外貨準備のボラティリティが増大することにより、外貨準備が枯渇する水準まで変動するであろうと投機家が予測するならば、自己実現的な投機攻撃が発生する可能性もある。また、澤田 (2003) は通貨代替を Krugman (1979)、および Flood and Garber (1984) の第1世代通貨危機モデルに組み入れることにより、拡張的な政策が採用されていない状況でも通貨代替が通貨危機を誘発するケースがありうることを示し、この限りにおいて、外貨保有に対する規制が通貨危機の抑止策となりうるとしている。さらに、Balino et al. (1999) や藤木 (2000) は固定相場制度下では、通貨代替の程度が高まると銀行システムの脆弱性が高まる可能性があることを指摘している。すなわち、為替相場の切り下げ期待が生じると、自国居住者が自国通貨から外国通貨に急激に保有資産を切り替えるため、国内銀行に対する取り付けが発生し、金融危機が生じる可能性があるとしている。同様に、通貨代替を含むドル化の進展が金融危機の影響を深刻化させる可能性があることが指摘されている。発展途上国、新興市場国の多くは対外的に純債務国であり、

その債務の大半を外国通貨建てに依存している債務のドル化 (loan dollarization) の状態にある。ECB (2012) はこのような債務のドル化が進展している国の自国通貨が大幅に減価すると、通貨のミスマッチにより、自国通貨で測った外国通貨建ての債務残高が大きく上昇することで返済不能に陥り、金融危機が発生する可能性が高まるため、投資需要や信用の収縮により、経済成長は低下すること、さらには債務のドル化の進展により金融政策の自由度が制限されるため、債務のドル化の程度が低い国に比べて、金融危機の影響をより深刻化させる可能性があることを指摘している。

さらに、通貨代替にはマクロ経済環境が不安定なときには急速に通貨代替の程度は増大するが、マクロ経済環境が安定した後でも短期的には自国通貨への回帰がみられず、十分なラグを伴った長期においてのみ安定的な関係に収束するという「履歴 (hysteresis) 効果」、または「ラチェット (ratchet) 効果」が存在することが知られている。通貨代替が進展した国では、支払手段として外国通貨を用いる慣行が普及しており、この結果、外国通貨の支払手段としての交換利便性が高まっている。このような状況下ではマクロ経済が安定化し、自国通貨の価値貯蔵手段としての利便性が高まったとしても、外国通貨が使用され続けることになる。これは支払手段としての外国通貨の使用にいわゆる「慣性 (inertia) の法則」や「ネットワーク外部性」が作用することを意味している。したがって、金融当局が自国通貨への回帰を促すためには、マクロ経済を安定化させるだけでは不十分となる。

上述の通り、通貨代替が進展している国では、金融政策の自由度、および金融システムの安定性が重要な影響を受けることになり、金融当局は、通貨代替の存在を考慮した金融政策運営を行うことが求められることになる。したがって、発展途上国や体制移行国における通貨代替が経済、および金融政策に及ぼす影響を考察することは、政策的にも意義があることであると思われる。

本論文の特徴

以上の問題意識に基づき、本論文では、通貨代替が経済、および金融政策の運営に及ぼす影響を理論的、および実証的の両面から明らかにすることを主目的とする。

理論分析においては、money-in-the-utility-function (MIUF) モデルに基づき、通貨代替を導入した動学的確率的一般均衡 (Dynamic stochastic General Equilibrium, DSGE) モデルを用いる。

まず、MIUF を用いる理由は以下の通りである。貨幣をマクロモデルに導入する際、最も重要となることは、貨幣の機能に着目し、なぜ貨幣を保有するのかという貨幣の保有動機を考察することである。先述の通り、過去に高インフレにより自国通貨の価値が急落した経験を持つ経済主体は、外国通貨を「マットレスの下」に、「現金」という形態で保有し、この「貨幣を保有する」という行

為そのものから、安心感という満足感＝「効用」を得ていると考えられるからである⁴⁾。

また、DSGE モデルを用いることで、以下の点が明らかとなる。第1に、通貨代替が進展している国では、外国の金融政策ショックが、IS 曲線を通じて GDP ギャップに影響を与え、またフィリップス曲線を通じてインフレ率に直接影響を与える。さらに、これら GDP ギャップ、インフレ率の変化に反応し、中央銀行が金利を変化させるならば、これが金利平価式を通じて、為替相場を変化させる。多くの先行研究では、主に貨幣市場に焦点を当てた分析が行われているが、これらの点は、一般均衡分析の枠組みを用い、貨幣市場のみならず、財市場、労働市場等も考慮することで明らかになることである。第2に、通貨代替の進展が、GDP ギャップ、インフレ率、または為替相場の変動に与える影響の方向性は、効用関数における消費と貨幣保有残高の間の代替性と補完性に依存して決まることが示される。また、為替相場の変動の大きさに与える影響も、消費と貨幣保有残高の間の代替性と補完性に依存して決まり、必ずしも先行研究のように、通貨代替の進展が為替相場の変動を増大させるという結論にはならないことが導かれる。第3に、通貨代替の主要な問題点は、自国の金融政策の自由度が制限されることであることに鑑みれば、単純に外国通貨の保有割合を通貨代替の程度と定義し、これが自国の金融政策の自由度に与える影響を評価することは適切ではないと思われる。特に、外国通貨の保有割合が低い国でも、貨幣インデックスに占める外国通貨のウェイトと、自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性の大きさによっては、自国の金融政策の自由度が大きく制限されることになる。これは、通貨代替が国内経済に与える潜在的な不安定性を示していると考えられる。

実証分析では、理論分析における DSGE モデルをベイズ推定する。分析対象国となる通貨代替が進展している国の多くは、発展途上国や体制移行国であり、利用可能なデータが十分ではない。このとき、ベイズ推定は有効な分析手段となる。

多くの先行研究では、通貨代替の程度を表す指標として、表 1-1 で示した総預金額に占める外国通貨建て預金の比率を代理的に用いている。これは、先述の通り、データの入手可能性によるものであるが、(1) 式で定義される理想的な通貨代替の程度と整合的ではないという批判を受けることになる。

これに対し、DSGE モデルにおける貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイトや自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性などのパラメータを推定することで、間接的に通貨代替が自国の金融政

⁴⁾ 貨幣をマクロ経済モデルに導入する代替的な枠組みとして、cash-in-advance (liquidity-in-advance) モデルや貨幣の取引費用モデル (transaction cost model of money) などが挙げられる。これらについては、第2章で言及する。

策の自由度に与える影響の大きさを推定することが可能となる。また、先行研究と同様に、代理指標を用いた分析を行う際には、外国通貨建て預金のデータが入手できない国では、そもそも分析できないことになるが、本論文の分析方法においては、主要なマクロ経済指標のデータが入手可能であれば、分析可能となる。

また、本論文の実証分析では、2008年の世界金融危機以降の時期も標本期間に含めている点が特徴的である。世界金融危機以降、アジア諸国やラテンアメリカ諸国のマクロ経済は比較的安定している一方で、ドルやユーロは他の主要国通貨に対し、減価している。通貨代替の進展している国の中でも、中欧諸国の通貨についてはドルやユーロに対して減価している。国内居住者は自国通貨と外国通貨のどちらを使用するかを決定する際、それぞれの通貨の支払手段としての利便性と価値貯蔵手段としての利便性を比較衡量すると考えられる。このとき、先述の履歴効果を上回るようなドル、ユーロの価値貯蔵手段としての利便性が低下しているならば、世界金融危機以降、脱ドル化や脱ユーロ化が進展していることも考えられる (Metin-Özcan and Us (2007), García-Escribano and Sosa (2011))。ただし、各国の国内居住者がどちらの通貨の利便性を重視するかは必ずしも自明ではないため、近年における通貨代替の動向を把握するためには、世界金融危機以降の時期を含めた標本期間を用いて分析を行うことは重要であると考えられる。

1-2. 本論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。

第2章では通貨代替の理論分析に関する先行研究をサーヴェイし、通貨代替を理論的に分析する際の論点を通貨代替型 MIUF モデルの枠組みで解説する。ここでは、通貨代替と①名目為替相場との関係、②実質為替相場との関係、③金融政策の自由度との関係、④シニョリッジとの関係について考察し、これらの分析を行う上で、通貨代替を理論的に定式化する際の留意点について論じる。また、先述の通り、本論文の理論分析では、MIUF の枠組みを用いるが、liquidity-in-advance モデルや取引費用モデルを用いて分析することも可能である。したがって、ここでは、他の貨幣マクロモデルを用いても同様の結果が得られることを示す。

第3章では、通貨代替に関する実証分析をサーヴェイし、実証分析を6ヶ国（インドネシア、フィリピン、チェコ、ポーランド、アルゼンチン、ペルー）を対象に行う。

まず、自国通貨に対する外国通貨の相対的貨幣需要関数を推定し、通貨代替が進展しているかどうかを分析する。先駆的な先行研究である Miles (1978) 以降、ラテンアメリカ諸国、アジア諸国、中東欧諸国を対象にした数多くの通貨代替に関する実証分析が存在するが、これらの大半は金融危

機以前の標本期間を用いて、特定の国、もしくは同一地域における数ヶ国を対象に、通貨代替の決定要因（為替相場減価率、インフレ率格差、金利差など）を分析したものである。それに対し、ここでは異なる地域の国を対象に、動学的パネル分析の手法（fully modified OLS, ダイナミック OLS）を用いて、相対的貨幣需要関数を推定する。また、通貨代替の決定要因である名目金利差を対外純資産に依存するリスク・プレミアムを用いて表現している点も先行研究との相違点である。

次に、通貨代替に履歴効果が存在するかどうかを分析する。外国通貨の価値貯蔵手段としての利便性に影響を及ぼす要因（名目金利差）は、短期的にも通貨代替の程度に影響を及ぼすと考えられる一方で、支払手段としての利便性に影響を及ぼす要因（履歴効果）は、マクロ経済環境の変化に対して、十分なラグを伴い反応すると考えられる。したがって、自己回帰型分布ラグ（autoregressive distributed lag, ARDL）モデルを用いて、通貨代替の決定要因（外国通貨の価値貯蔵手段、ならびに支払手段としての利便性を表す要因）が通貨代替の程度に与える短期的効果、および長期的効果について明らかにする。

最後に、通貨代替と為替相場のボラティリティとの関係について分析する。為替相場のボラティリティは国内経済に様々な影響を及ぼすことに鑑みると、通貨代替が進展している国の金融当局は、通貨代替の存在のみならず、それが為替相場のボラティリティに及ぼす影響も考慮した上で金融政策を運営する必要がある。さらには、第3章の第2の分析から、すべての分析対象国の通貨代替には履歴効果が強く作用していることが明らかにされる。そのような場合には、名目為替相場に対する減価方向へのショックは通貨代替の程度を増加させ、為替相場のボラティリティを増幅させる一方で、増価方向のショックには通貨代替の程度はほとんど反応しないため、為替相場のボラティリティにも影響を及ぼさないことになる。すなわち、名目為替相場に対する異なるショックは通貨代替の程度に異なる影響を及ぼすこととなる。以上の名目為替相場に対するショックが通貨代替の程度に及ぼす非対称的な効果を考慮するために、Threshold ARCH（TARCH）モデルを用いて分析する点が特徴である。

第4章では、経済主体が状態条件付き請求権（state contingent claims）にアクセスできる世界（完備金融市場）を想定し、小国開放経済下で独占的競争市場と企業が価格を改定するタイミングが異なる価格の粘着性（staggered price setting）を考慮した標準的な New Keynesian のフレームワークに基づく通貨代替型 DSGE モデルを提示する。ここでは、通貨代替の程度が名目為替相場のボラティリティ、実質為替相場の変動、ならびに自国、および外国の金融政策の効果に及ぼす影響について分析する。分析に際しては、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数と消費・貨幣インデックスにかかる相対的危険回避度の大小関係、ならびに異なる通貨代替の程度に着目す

る。すなわち、(1) 補完的なケース（代替の弾力性の逆数が相対的危険回避度を上回るケース）、(2) 代替的なケース（相対的危険回避度が代替の弾力性の逆数を上回るケース）のそれぞれにおいて、3通りの異なる通貨代替の程度（通貨代替の程度が高・中・低のケース）を組み合わせた計6つのシナリオの下で、自国、および外国の金融政策ショックが自国経済に与える影響について分析を行う。また、上記のカリブレーション、インパルス応答関数分析などの定量的分析に加え、名目金利の閉じた解（closed form solution）を導出し、通貨代替が名目為替相場減価率、実質為替相場の変動に与える影響について、解析的に考察する。

第5章では、金融市場が不完備な場合に、第4章と同様の計6つのシナリオの下で、通貨代替の程度が自国経済、および金融政策に及ぼす影響について分析する。第4章や先行研究のように完備金融市場を想定した場合には、リスク・シェアリング条件とカバーなし金利平価式が常に成立する。リスク・シェアリング条件を通じて、理論上は実質為替相場と消費は高い相関を示すことになるが、データ上は両者間の相関はほぼゼロである（Chari et al. (2002)）。また、為替相場変化率が平均的に金利差に等しくなるというカバーなし金利平価式は、実際には成立しないことが実証的に知られている。それに対し、状態条件付き請求権が取引されておらず、各国が発行する債券のみが消費を平準化させる手段として取引される不完備な金融市場を想定した場合には、小国開放経済下では定常状態において、消費、および対外純資産の分布が非定常となる。この非定常性を回避する一つの方法として、本章では自国と外国の金利差、すなわちリスク・プレミアムが対外純資産に依存するように定式化を行っている点が第4章や先行研究と異なる点である。この定式化は、Lane and Milesi-Ferretti (2001) による金利差の決定要因として対外純資産が重要であるという指摘と整合的でもある。以上の定式化により、対外純資産に依存するリスク・プレミアムがカバーなし金利平価式、およびリスク・シェアリング条件からの乖離をもたらし、実質為替相場と消費の相関関係が低下することとなる。以上の定式化による金融市場の不完備性を導入した結果、完備金融市場を想定した第4章や先行研究と異なり、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップは、長期的にも初期定常状態へ回帰しないことが明らかとなる。また、金融政策の伝達経路における実質為替相場の役割に焦点を当てて分析を行っている点も特徴として挙げられる。

以上の第4,5章の分析を通して、自国、および外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響は、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数と相対的危険回避度の大小関係に依存すること、また、貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイトと自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性により規定される定常状態における通貨代替の程度の値が、外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響の程度に影響を及ぼすことが明らかとなる。したがって、貨幣インデックスに占

める自国通貨のウェイトや自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性などのパラメータを推定することにより、第4, 5章の理論分析から導かれる結論、すなわち自国、外国の金融政策が自国経済に及ぼす経路、およびその影響の程度について実証的に検証することができる。

ただし、留意すべき点は、先行研究で用いられてきた通貨代替の程度の代理指標を用いて、以上の考察を行う場合には、理想的な通貨代替の程度の指標と整合的ではなくなるという批判の対象となることである。

したがって、以上の問題を回避し、第4, 5章における理論分析から得られた結論を実証的に検証するために、第6章では、通貨代替型 DSGE モデルをベイズ推定する。ただし、第4, 5章で提示するどちらのモデルがより現実に適合したものであるかは事前的にはわからないため、双方のモデルをベイズ推定し、どちらのモデルが現実により適合しているかについて、ベイズ的な選択基準である周辺尤度を用いてモデル選択を行う。その上で、自国、および外国の金融政策ショックがどの経路を通じて自国経済へ影響を及ぼしているのか、また、その程度に影響を及ぼす通貨代替の程度を求める。さらには、通貨代替が進展している国の中央銀行が実質為替相場の変動に対し、どの程度反応しているのかについても考察する。

最後に第7章をまとめとする。

第2章 通貨代替の理論分析：サーヴェイと展望

1. はじめに

本章では通貨代替の理論分析に関する先行研究をサーヴェイし、通貨代替を理論的に分析する際の論点、およびその展望について考察する¹⁾。

通貨代替の理論分析に関しては、多くの先行研究が存在するが、それらの主な論点として、以下の4点を挙げることができる。

第1の論点は通貨代替と名目為替相場の関係である。通貨代替が進展すると、貨幣需要関数が不安定化するため、金融政策の変更といったわずかな経済ショックが自国通貨と外国通貨間の需要のシフトを生じさせ、これが名目為替相場のボラティリティを高めるとされる。例えば、Kareken and Wallace (1981) は世代重複モデルを用いて、完全な通貨代替下においては、為替相場に非決定性の問題が生じることを示している。また、Girton and Roper (1981) は通貨代替の程度が高まるほど、自国と外国のインフレ率格差の拡大は、為替相場のボラティリティを増大させることを示している。同様に、Isaac (1989) はポートフォリオ・バランス・モデルを用いて、自国通貨と外国通貨間の代替性が高まるほど、名目為替相場は資産市場と財市場のショックに対してより反応するようになり、為替相場がオーバーシュートやアンダーシュートする程度は、通貨代替の程度に依存することを示している。Mahdavi and Kazemi (1996) はcash-in-advanceモデルを用いて、代替性が高まるほど、名目為替相場はファンダメンタルズの変化に対してより感応的となり、その結果、ボラティリティが高まることを示した。また、不完全な通貨代替の状況下においても、自国と外国の中央銀行が同様の金融政策を行う場合には、名目為替相場の動向が経済ファンダメンタルズの変化で説明することができないという名目為替相場の非決定性の問題が生じ得ることも示している。

Canzoneri and Diba (1993) はMIUFモデルを用いて、自国通貨に対する（自国で流通している）外国通貨の相対的な貨幣供給量が発散的な過程に従うとき、通貨間の代替性が高まるほど、為替相場のボラティリティが増大することを示している。

第2の論点は通貨代替と実質為替相場の関係である。Calvo and Rodriguez (1977) は貿易財と非貿易財の2財からなり、債券が存在しない経済を想定し、自国の貨幣成長率の上昇は実質為替相場の減価をもたらすことを示した。自国の貨幣成長率の上昇により、自国のインフレ率が上昇するとき、消費者は外国通貨の保有比率を増大させようとする。このとき、外国通貨が唯一の国際的に取引さ

¹⁾ 通貨代替についてのサーヴェイ論文には、Calvo and Végh (1992), Giovannini and Turtelboom (1994), Végh (2013) がある。

れる資産であるため、外国通貨の保有を増大させるためには、貿易収支が黒字になる必要があり、その結果、実質為替相場は減価する。一方、Liviatan (1981) は同様のモデルを用いて、自国の貨幣成長率の上昇は実質為替相場の増価をもたらすことを示した。Calvo and Rodriguez (1977) との結果の違いは、貨幣需要関数の定式化にある。Calvo and Rodriguez (1977) では、自国通貨と外国通貨の間に代替性が存在することが想定されているのに対し、Liviatan (1981) においては、自国通貨と外国通貨は、自国通貨と外国通貨からなる「複合通貨 (composite money)」の一定割合として、それぞれ保有されることが想定されている。したがって、Liviatan (1981) では、貨幣成長率の上昇 (インフレ率の上昇) により、複合通貨に対する需要が減少し、このため貿易収支が赤字となるように実質為替相場が増価する。Végh (2013) はこれらの議論を整理し、貨幣成長率の上昇が実質為替相場に与える影響は自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性と、消費と流動性サービス間の代替の弾力性の相対的な大きさに依存することを示した。具体的には、前者の方が大きければ、Liviatan (1981) のように貨幣成長率の上昇は実質為替相場の増価をもたらす一方、後者が大きければ、Calvo and Rodriguez (1977) のように実質為替相場の減価をもたらすことを示した。

第3の論点は通貨代替の進展と金融政策の自由度との関係である。通貨代替が進展すると、主に3つの経路を通じて、金融政策の自由度が制限される。第1の経路は、先述の通り、名目為替相場の変動を通じた経路である。名目為替相場の変動は、輸入財価格の変動を通じ、自国の物価水準を変動させることになる。第2の経路は先述した貿易収支を通じた経路である。例えば、自国における拡張的な金融政策が行われると、Calvo and Rodriguez (1977) のケースでは外国通貨に対する需要が増大し、貿易収支を黒字とするよう消費が減少し、拡張的な金融政策の効果を弱めることとなる。第3の経路は外国における経済ショックの自国への波及を通じた経路である。例えば、Rogers (1990) は通貨代替の程度が高まるほど、為替相場の調整による外国からのインフレショックの隔離機能が制限されることを示している。また、Baltini et al. (2008)、Felices and Tuesta (2013) は効用関数における消費インデックスと貨幣インデックス (自国通貨と外国通貨の実質保有残高に依存) が分離不可能な場合、消費の限界効用が自国の名目金利のみならず、外国の名目金利にも依存することを示した。この結果、通貨代替の程度が高まるほど、自国の金融政策が実体経済やインフレ率に与える効果が減少し、その一方で外国の金融政策の影響を受けるようになる。

第4の論点は通貨代替とシニョリッジ (seigniorage, 貨幣製造税) との関係である。財政基盤が脆弱な発展途上国、または体制移行国では、財政赤字をファイナンスするために、貨幣を発行する場面がある (inflationary finance)。しかしながら、通貨代替が進展している場合には、政府がシニョリッジを得るために、貨幣発行を増大させると、国内の経済主体は自国通貨を保有する費用が増大

することを予測し、自国通貨から外国通貨へと代替するため、政府が得ることのできるシニョリッジに影響を与える。この結果、通貨代替が進展すると、所与のインフレ率の下でのシニョリッジは低下する。Bufman and Leiderman (1992) はイスラエルにおける通貨代替型 MIUF モデルの推定結果を用いて、低インフレ率の下ではインフレ率の上昇に伴い、シニョリッジ (対 GDP 比率) は増大するが、その限界的な増大分は小さくなること、また自国通貨と外国通貨の代替の弾力性の変化はシニョリッジに影響を与えることを示した。同様に、İmrohoroğlu (1996) は自国通貨と外国通貨の代替の弾力性が高い場合、インフレ率とシニョリッジの関係を描いた曲線は外国のインフレ率の近傍で最大となり、いわゆる“Laffer 曲線”が得られること、一方、代替の弾力性が低い場合には、Laffer 曲線は観察されず、シニョリッジはインフレ率の単調増加となることを示した。また代替の弾力性を所与とした下では、効用関数における自国通貨のウェイトが高まるほど、シニョリッジが増大することも示している。

さらに、所与の政府支出をファイナンスするための最適な租税構造を決定する Ramsey 問題との関係では、Friedman ルールが成立するかどうか論点となる。Friedman ルールにおいては、家計が実質貨幣残高を保有する私的費用は名目金利に依存する一方、実質貨幣残高を発行する社会的費用はゼロであるため、社会的最適化の条件は、名目金利がゼロであるときに達成される。MIUF モデルの枠組みにおいては、Chari et al. (1996) は効用関数が実質消費と実質貨幣残高についてホモセティック (homothetic) であり、労働に関して分離可能である場合、Friedman ルールが最適となることを示した。また、Mulligan and Sala-i-Martin (1997) は効用関数が実質消費と実質貨幣残高に関し分離可能、不可能であるに関わらず、これらが代替的である場合には、最適な名目金利は正 (貨幣に課税する) である一方、補完的である場合には Friedman ルールが最適となる場合があることを示した。さらに、Correia and Teles (1999) は実質貨幣残高に関する限界効用が非正となるような有限な飽和点 (satiation point) が存在し、この点における実質貨幣残高の水準が消費に比例する場合 (実質貨幣残高の消費に関する弾力性が 1 の場合)、または無限大となる場合、Friedman ルールが最適となることを示した。

通貨代替との関係では、Végh (1989) が shopping-time モデルを用い、外国の名目金利が正である限り、最適な自国の名目金利は正 (貨幣に課税する) であることを示したのに対し、Kimbrough (1991) は、同様に shopping-time モデルを用いて、最適な名目金利はゼロであることを示した。これに対し、Guidotti and Végh (1993) は Kimbrough (1991) の結果は実質貨幣保有残高が飽和点に達すると shopping-time がゼロとなる仮定、および非貿易財 (自国財) に対しては、外国通貨が流動性サービスを供給しないという仮定に依存しており、これらの仮定を緩めると、最適な名目金利は正となる

ことを示した¹⁾。

本章では以上の先行研究における4つの論点について通貨代替型MIUFモデルを用いて解説する。第2節ではこれらの論点を解説する際に用いる基本モデルを提示する。第3節では通貨代替と名目為替相場の関係、第4節では通貨代替と実質為替相場の関係、第5節では通貨代替の進展と金融政策の自由度との関係、第6節では通貨代替とシニョリッジとの関係について考察する。最後に第7節において展望を述べる。

2. 基本モデル

2-1. 家計

不確実性が存在しない小国開放経済において、物価水準は伸縮的であり、資本移動は完全であると想定する。また、無限期間の視野を持つ危険回避的な自国の代表的家計は実質消費量、実質自国貨幣（通貨 H ）残高、および実質外国貨幣（通貨 F ）残高から正の効用を得るものとし、この選好は通貨代替型MIUFによって表されるものと想定する。

以上の想定の下で、自国の代表的家計は、 $t=0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right) \quad (2-1)$$

を最大化する。ただし、 β は主観的割引因子、 $M_{H,t}^d$ 、 $M_{F,t}^d$ はそれぞれ、 t 期末における自国通貨建てで表示された名目自国貨幣残高、および外国通貨建てで表示された名目外国貨幣残高、 P_t は自国の一般物価水準、 S_t は自国通貨建て名目為替相場である。

自国の代表的家計は予算制約式

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d + B_{H,t} + S_t B_{F,t} \\ = P_t Y_t + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t-1}^d + (1+i_{H,t-1})B_{H,t-1} + (1+i_{F,t-1})B_{F,t-1} + P_t T_{H,t} \end{aligned} \quad (2-2)$$

に直面する。 Y_t は外生的に与えられる実質所得、 $T_{H,t}$ は自国政府からの実質政府移転である。 $B_{H,t}$ 、 $B_{F,t}$ はそれぞれ、 t 期末における自国通貨建てで表示された名目自国債券残高、および外国通貨建てで表示された名目外国債券残高であり、 $i_{H,t-1}$ 、 $i_{F,t-1}$ はそれぞれ、これらの債券に対する $t-1$ 期末から t 期末にかけての名目金利を表す。

以上の想定の下で、自国の代表的家計の最適化のための一階条件は以下で表される。

¹⁾ その他の論点としては、通貨代替と固定為替相場制度の関係がある。例えば、Giovannini (1991)は通貨代替の程度が高まるほど、外貨準備のボラティリティが増大することを示した。また、澤田 (2003)は通貨代替を通貨危機モデルに組み入れ、拡張的な政策が採用されていない状況でも、通貨代替が通貨危機を誘発するケースがありうることを示した。

$$\frac{U_{C,t}}{P_t} = \beta(1+i_{H,t}) \frac{U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \quad (2-3)$$

$$\frac{S_t U_{C,t}}{P_t} = \beta(1+i_{F,t}) \frac{S_{t+1} U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \quad (2-4)$$

$$\frac{U_{C,t}}{P_t} = \frac{U_{M_H/P,t}}{P_t} + \beta \frac{U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \quad (2-5)$$

$$\frac{S_t U_{C,t}}{P_t} = \frac{S_t U_{SM_F/P,t}}{P_t} + \beta \frac{S_{t+1} U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \quad (2-6)$$

(2-3), (2-4) 式は実質消費に関する Euler 方程式であり, t 期において 1 単位の消費をすることと, これを消費せずに自国通貨建て債券, または外国通貨建て債券として保有し, $t+1$ 期にその元利合計を消費することが無差別であることを意味している。(2-5) 式は自国貨幣残高に関する Euler 方程式であり, t 期において 1 単位の消費をすることと, これを消費せずに貨幣として保有し, $t+1$ 期に t 期から持ち越した貨幣を用いて消費することが無差別となることを意味している。同様に, (2-6) 式は外国貨幣残高に関する Euler 方程式である。

このとき, (2-3) 式と (2-5) 式より, 自国通貨に対する貨幣需要関数, 同様に (2-4) 式と (2-6) 式より, 外国通貨に対する貨幣需要関数が得られる。

$$\frac{U_{M_H/P,t}}{U_{C,t}} = \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \quad (2-7)$$

$$\frac{U_{SM_F/P,t}}{U_{C,t}} = \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \quad (2-8)$$

さらに, (2-7), (2-8) 式より, 相対的貨幣需要関数 (2-9) 式が導出される。

$$\frac{U_{SM_F/P,t}}{U_{M/P,t}} = \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{1+i_{H,t}}{i_{H,t}} \quad (2-9)$$

(2-9) 式は通貨代替の程度を決定する式と解釈でき, 通貨代替の程度はそれぞれの通貨を保有する機会費用である $i_{H,t}$, および $i_{F,t}$ に依存していることを示している。すなわち, $d(U_{SM_F/P}/U_{M/P})/di_H < 0$, $d(U_{SM_F/P})/d(SM_F/P) < 0$ より, $i_{F,t}$ を所与としたとき, 自国通貨を保有する機会費用 $i_{H,t}$ が上昇するならば, 自国通貨に対する外国通貨の保有比率が増大することを示している。これは, インフレ率が高い国では一般的に名目金利も高いため, 通貨代替が進展することを意味している。

ここで, 物価水準の伸縮性の仮定より, 購買力平価式

$$P_t = S_t P_t^* \quad (2-10)$$

が成立すること、および (2-3), (2-4) 式より、自国債券と外国債券の間での裁定条件として、カバーなし金利平価式

$$1 + i_{H,t} = (1 + i_{F,t}) \frac{S_{t+1}}{S_t} \quad (2-11)$$

が成立することを用いると、Fisher 方程式より、実質金利平価式 (2-12) 式が得られる。

$$1 + r_t \equiv (1 + i_{H,t}) \frac{P_t}{P_{t+1}} = (1 + i_{F,t}) \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \equiv 1 + r_t^* \quad (2-12)$$

P_t^* は外国の一般物価水準, r_t, r_t^* はそれぞれ、自国と外国の実質金利である。以下では、簡単化のため、実質金利が通時的に一定 ($r_t = r_t^* = r$) となる状況を想定する。

このとき、家計の予算制約式 (2-2) 式は (2-13) 式として書き直すことができる。

$$B_t + \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = (1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + Y_t - C_t - T_{H,t} \quad (2-13)$$

$B_t \equiv B_{H,t}/P_t + S_t B_{F,t}/P_t$ は、自国の代表的家計が保有する債券総額を産出量単位で測ったものである。(2-13) 式より、異時点間の予算制約式、

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^t \left(C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ = (1+r)B_{-1} + \frac{M_{H,-1}}{P_0} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} + \sum_{j=t}^T \left(\frac{1}{1+r} \right)^t (Y_t - T_{H,t}) \end{aligned} \quad (2-14)$$

を得る²⁾。ただし、(2-14) 式の導出においては、横断性条件

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{B_{t+T}}{(1+r)^T} + \frac{M_{H,t+T}}{P_{t+T}(1+r)^T} + \frac{S_{t+T} M_{F,t+T}}{P_{t+T}(1+r)^T} \right) = 0 \quad (2-15)$$

を用いている。(2-14) 式の $\{i_{H,t}/(1+i_{H,t})\}(M_{H,t}/P_t)$, $\{i_{F,t}/(1+i_{F,t})\}(S_t M_{F,t}/P_t)$ はそれぞれ、自国通貨、外国通貨を保有する機会費用を表している。

本節で提示する基本モデルでは、自国の代表的家計の効用関数を

$$\begin{aligned} U \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right) &= \frac{X_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} \\ X_t &= \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \end{aligned} \quad (2-16)$$

²⁾ 導出過程については稿末の補論 A を参照のこと。

$$Z_t = \left[\gamma \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \quad \text{for } \nu \neq 1, \quad Z_t = \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t} \right)^{\gamma} \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right)^{1-\gamma} \quad \text{for } \nu = 1$$

と特定化する。 $\sigma > 0$ は相対的危険回避度（異時点間の代替の弾力性の逆数）、 $\theta > 0$ は消費インデックス C_t と貨幣インデックス Z_t との間の代替の弾力性（同時点内の代替の弾力性）、 $0 < \omega < 1$ は消費・貨幣インデックス X_t に占める消費インデックスのウェイトを表す。 ν は本国通貨と外国通貨の間の代替の弾力性、 γ は貨幣インデックスに占める本国通貨のウェイトを表し、 $\gamma = 0$ のときには完全なドル化、 $\gamma = 1$ のときには外国通貨が保有されない通常の MIUF モデルのケースに対応する。

以上の特定化の下では、それぞれの限界効用は以下で与えられる。

$$U_{C,t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} C_t^{-\frac{1}{\theta}} \omega$$

$$U_{\frac{M_H}{P},t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} (1-\omega) \gamma Z_t^{\frac{1}{\theta} - 1} \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}}$$

$$U_{\frac{SM_F}{P},t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} (1-\omega)(1-\gamma) Z_t^{\frac{1}{\theta} - 1} \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}}$$

異時点間の代替の弾力性 σ と同時点間の代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ が一致する場合には、消費の限界効用 $U_{C,t}$ は消費・貨幣インデックス X_t に依存せず、消費の限界効用の式は、効用関数が消費インデックスと貨幣インデックスに関して分離可能な場合と一致する。一方、 $\sigma \neq 1/\theta$ の場合には、消費の限界効用は X_t を通じて、貨幣インデックス Z_t の影響を受ける。後述する通り、貨幣インデックス Z_t は本国の名目金利 $i_{H,t}$ のみならず、外国の名目金利 $i_{F,t}$ にも依存する。したがって、本国、または外国の金融政策の変化は、本国、外国の名目金利の経路を変化させ、これが貨幣インデックスの変化を通じて消費の限界効用に影響を与える。

$\sigma > 1/\theta$ の場合には、 $U_{C,t} < 0$ より、消費の限界効用は貨幣インデックスの減少関数となる。すなわち、金融政策により名目金利が上昇し、実質貨幣残高が減少した場合、消費の限界効用は上昇するため、消費インデックスと貨幣インデックスは代替的となる。一方、 $\sigma < 1/\theta$ である場合には、 $U_{C,t} > 0$ より、消費の限界効用は実質貨幣残高の増加関数となる。すなわち、金融政策により名目金利が上昇し、実質貨幣残高が減少した場合、消費の限界効用は低下するため、消費インデックスと貨幣インデックスは補完的となる。

以上の効用関数の特定化の下で、実質消費の閉じた解を導出する。まず、消費・貨幣インデックス X_t の価格 P_t^X を X_t を 1 単位需要するときの $\Omega_t \equiv C_t + \{i_{H,t} / (1+i_{H,t})\} (M_{H,t} / P_t) + \{i_{F,t} / (1+i_{F,t})\}$

$(S_t M_{F,t} / P_t)$ に対する支出の最小値と定義する。すなわち、

$$P_t^X X_t = \Omega_t \quad (2-17)$$

が成立する。このとき、

$$P_t^X = \left[\omega^\theta + (1-\omega)^\theta \left\{ \gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t+1}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (2-18)$$

となる。また、実質消費に対する最適な配分は、

$$C_t = \omega^\theta P_t^{X,\theta} X_t = \omega^\theta P_t^{X,\theta} \frac{\Omega_t}{P_t^X} \quad (2-19)$$

と求まる。ここで、Euler 方程式 (2-3) 式に Fisher 方程式を用いると、以下の式が得られる。

$$U_{C,t} = \beta(1+r)U_{C,t+1} \quad (2-20)$$

(2-20) 式に (2-16) 式による効用関数の特定化と (2-19) 式を考慮すると、(2-21) 式が得られる。

$$X_t^{-\sigma} = \beta(1+r) \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} X_{t+1}^{-\sigma} = \beta(1+r_t^X) X_{t+1}^{-\sigma} \quad (2-21)$$

ただし、 r_{t+1}^X は P_t^X で測った実質金利であり、(2-22) 式で定義される。

$$(1+r_t^X) = (1+r) \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} \quad (2-22)$$

(2-17) 式と (2-22) 式より、(2-21) 式は以下のように書き直すことができる。

$$\frac{\Omega_j}{P_j^X} = \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \left(\prod_{v=t}^j (1+r_v^X) \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{\Omega_t}{P_t^X} \quad (2-23)$$

したがって、異時点間の予算制約式 (2-14) 式の左辺は、

$$\sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} \Omega_j = \Omega_t \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} \quad (2-24)$$

と書き直せる。以上より、

$$\Omega_t = \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} (Y_j - T_{H,j})}{\sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}}$$

と (2-19) 式より、実質消費の決定式は (2-25) 式で与えられる。

$$C_t = \omega^\theta P_t^{X,\theta} \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{j-t} (Y_j - T_j)}{P_t^X \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \quad (2-25)$$

$\sigma = \theta = 1$ の場合には、(2-25) 式は以下のように簡単化される。

$$C_t = \omega(1-\beta) \left\{ (1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{j-t} (Y_j - T_{H,j}) \right\}$$

2-2. 政府

基本モデルでは政府の予算制約は各期において均衡しており、政府支出はゼロであると想定する。

$$T_{H,t} = \frac{M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s}{P_t} \quad (2-26)$$

$M_{H,t}^s$ は貨幣供給量である。(2-26) 式はシニョリッジ $(M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s)/P_t$ は政府移転として家計に還元されることを意味している。また、貨幣供給量は (2-27) 式に従うものとする。

$$M_{H,t}^s = \Theta_{H,t} M_{H,t-1}^s \quad (2-27)$$

このとき、一国全体の異時点間の予算制約式 (2-14) 式は、以下の (2-28) 式となる。

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \left(C_t + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) &= (1+r)B_{-1} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} + \sum_{j=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^j Y_j \\ &= (1+r) \left(B_{-1} + \frac{S_{-1} M_{F,-1}}{P_{-1}} \right) - (1+r) \frac{S_{-1} M_{F,-1}}{P_{-1}} \left(\frac{i_{F,-1}}{1+i_{F,-1}} \right) + \sum_{j=1}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^j Y_j \end{aligned} \quad (2-28)$$

2-3. 定常状態

以下では、実質消費 C_t 、生産量 Y_t 、実質貨幣残高 $M_{H,t}/P_t$ 、 $S_t M_{F,t}/P_t$ が一定となり、自国と外国の貨幣供給量の変化率がそれぞれ、 $\Theta_t = \Theta$ 、 $\Theta_t^* = \Theta^*$ となるため、自国と外国の（粗）インフレ率がそれぞれ、 $P_{t+1}/P_t = \Pi_t = \Pi = \Theta$ 、 $P_{t+1}^*/P_t^* = \Pi_t^* = \Pi^* = \Theta^*$ となる定常状態を考察する。このとき、（粗）名目為替相場変化率も $S_{t+1}/S_t = \Theta/\Theta^*$ と一定となる。なお、時間に関する添字のついていない変数は定常状態を表すものとする。

まず、実質消費が通時的に一定となるため、Euler 方程式より、 $\beta(1+r) = 1$ が成立する。このとき Fisher 方程式より、実質金利、自国と外国の（粗）インフレ率が一定であるため、自国と外国の名目金利 $i_{H,t}$ 、 $i_{F,t}$ も一定となる。

$$i_H = \Pi(1+r) - 1 = \frac{\Theta}{\beta} - 1 \quad (2-29)$$

$$i_F = \Pi^*(1+r) - 1 = \frac{\Theta^*}{\beta} - 1 \quad (2-30)$$

また、定常状態における (2-7), (2-8) 式はそれぞれ, (2-31), (2-32) 式となる。

$$\frac{M_H}{P} = \left\{ \frac{\omega}{\gamma(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{-\nu} Z^{1-\frac{\nu}{\theta}} C^{\frac{\nu}{\theta}} \quad (2-31)$$

$$\frac{SM_F}{P} = \left\{ \frac{\omega}{(1-\gamma)(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{-\nu} Z^{1-\frac{\nu}{\theta}} C^{\frac{\nu}{\theta}} \quad (2-32)$$

これらを定常状態における貨幣インデックスに代入し整理すると, (2-33) 式が得られる。

$$Z = \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left[\gamma^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\theta}{1-\nu}} C \quad (2-33)$$

したがって、自国における自国通貨、および外国通貨の貨幣市場均衡式はそれぞれ、以下となる。

$$\frac{M_H}{P} = \gamma^\nu \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{-\nu} \left[\gamma^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\theta-\nu}{1-\nu}} C \quad (2-34)$$

$$\frac{SM_F}{P} = (1-\gamma)^\nu \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{-\nu} \left[\gamma^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\theta-\nu}{1-\nu}} C \quad (2-35)$$

(2-28) 式を定常状態で評価すると,

$$C + \left(\frac{i_F}{1+i_F} \right) \frac{SM_F}{P} + r \left(\frac{i_{F,-1}}{1+i_{F,-1}} \right) \frac{S_{-1}M_{F,-1}}{P} = r \left(B_{-1} + \frac{S_{-1}M_{F,-1}}{P_{-1}} \right) + Y$$

となるため、以下の (2-36) 式が得られる。

$$C + (1+r) \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right) \frac{SM_F}{P} = r \left(B_{-1} + \frac{S_{-1}M_{F,-1}}{P_{-1}} \right) + Y \quad (2-36)$$

ただし、(2-36) 式では、左辺の $t = -1$ 期における外国の名目金利、および外国通貨の実質貨幣残高を定常状態で評価している。(2-35) 式を (2-36) 式に代入すると、定常状態における実質消費は (2-37) 式のように求められる。

$$C = \frac{r \left(B_{-1} + \frac{S_{-1} M_{F,-1}}{P_{-1}} \right) + Y}{1 + (1+r)(1-\gamma)^v \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{1-v} \left[\gamma^v \left(1 - \frac{\beta}{\Theta} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*} \right)^{1-v} \right]^{\frac{\theta-v}{1-v}}} \quad (2-37)$$

(2-37) 式は外国通貨を保有するには費用がかかるため、定常状態における消費は恒常所得 $r(B_{-1} + S_{-1}M_{F,-1}/P_{-1}) + Y$ よりも低い水準となることを意味している。

以下の各節では、以上の基本モデルに基づき、通貨代替における4つの論点（(1) 名目為替相場との関係、(2) 実質為替相場との関係、(3) 金融政策の自由度との関係、(4) シニョリッジとの関係）について考察する。

3. 通貨代替と名目為替相場の関係

3-1. 名目為替相場の非決定性

Kareken and Wallace (1981) の名目為替相場の非決定性の議論を Ljungqvist and Sargent (2004) にしたがって解説する。

まず、 $\beta(1+r) = 1$ が成立すると想定する。このとき、Euler 方程式より、自国の家計の消費は通時的に一定 ($C_{t+1} = C_t = C$) となる。

以下では、第2節で提示した基本モデルに、自国通貨と外国通貨が完全代替であるという制約を課す。

効用関数に関しては、自国通貨と外国通貨のウェイトが等しく ($\gamma = 1 - \gamma$)、かつ自国通貨と外国通貨の弾力性が無限大 ($\nu \rightarrow \infty$) であるときと定式化できる。したがって、貨幣インデックスは以下となる³⁾。

$$Z_t = \left[\frac{M_{H,t}^d}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right]$$

次に、自国通貨と外国通貨の保有に伴うシニョリッジの取り扱いを対称的とするため、家計の予算制約式を

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d + B_{H,t} + S_t B_{F,t} \\ = P_t Y_t + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t-1}^d + (1 + i_{H,t-1}) B_{H,t-1} + (1 + i_{F,t-1}) B_{F,t-1} + P_t T_{H,t} + S_t P_t^* T_{F,t} \end{aligned} \quad (2-2)'$$

と変更する。 $T_{F,t}$ は外国の政府からの移転であり、(2-38) 式を満たすものとする。

³⁾ 正確には $\gamma = 1 - \gamma = 1/2$ であるが、ここでは、一般性を失うことなく 1 としている。

$$S_t T_{F,t} = \frac{S_t M_{F,t}^s - S_t M_{F,t-1}^s}{P_t} \quad (2-38)$$

$M_{F,t}^s$ は自国に存在する外国通貨残高である。(2-38) 式は外国通貨の保有に伴うシニョリッジは政府移転として家計に還元されることを意味する⁴⁾。

最後に、自国通貨と外国通貨の保有コストを対称的とするため、自国と外国の貨幣成長率が等しく、 $\Theta_t = \Theta_t^* = \Theta$ であると想定する。

以上の想定の下で、(2-7)、(2-8) 式は、

$$1 = \frac{(1-\omega)Z_t^{-\frac{1}{\theta}}}{C^{-\frac{1}{\theta}}} + \beta \frac{P_t}{P_{t+1}} \quad (2-7)'$$

$$1 = \frac{(1-\omega)Z_t^{-\frac{1}{\theta}}}{C^{-\frac{1}{\theta}}} + \beta \frac{S_{t+1}P_t}{S_t P_{t+1}} \quad (2-8)'$$

となる。これら 2 式と購買力平価式 (2-10) 式より、完全な通貨代替下では、自国と外国の(粗)インフレ率は等しく、 $P_t/P_{t+1} = P_t^*/P_{t+1}^* = \Theta^{-1}$ となり、名目為替相場は一定 ($S_{t+1} = S_t = S$) となることがわかる。以上より、貨幣市場の均衡式は、

$$\frac{M_{H,t} + SM_{F,t}}{P_t} = \left(\frac{1 - \beta\Theta^{-1}}{1 - \omega} \right)^{-\theta} C \quad (2-39)$$

となる。(2-39) 式は自国通貨と外国通貨が完全代替である場合、流動性に対する需要は自国通貨と外国通貨に対する実質貨幣需要の単純な和として表され、(粗)インフレ率に依存することを意味する。ここで、(2-39) 式を初期時点 0 期で評価すると、(2-40) 式が得られる。

$$\frac{M_{H,0} + SM_{F,0}}{P_0} = \left(\frac{1 - \beta\Theta^{-1}}{1 - \omega} \right)^{-\theta} C \quad (2-40)$$

このとき、(2-40) 式を満たし、 $P_0^* = P_0/S$ となる (S, P_0) の組み合わせは無数に存在する。すなわち、

$$\hat{P}_0 = P_0 \frac{M_{H,0} + \hat{S}M_{F,0}}{M_{H,0} + SM_{F,0}}$$

も (2-40) 式、および政府の予算制約式 (2-26)、(2-38) 式を満たす。

以上より、名目為替相場は一意に定まらず、非決定性の問題が生じることがわかる。無論、自国

⁴⁾ 自国通貨、外国通貨の保有に伴うシニョリッジは還元されず、ともに各国の政府支出のファイナンスに用いられると想定しても結果は変わらない。

通貨と外国通貨の間にわずかな不完全代替性を導入すると、名目為替相場は決定的となる。しかしながら、上記の議論は、通貨代替がもたらす内在的な不安定性を示していると解釈できる。

3-2. 名目為替相場の変動

本節では、通貨代替と名目為替相場の変動との関係について分析する。

本章のモデルでは、名目為替相場は伸縮価格マネタリー・モデルによって決定される。すなわち、購買力平価式により決定され、自国と外国の物価水準はそれぞれ、自国と外国の貨幣市場均衡式から内生的に決定されると想定する。

以下では、通貨代替下における貨幣需要関数を定常状態における近傍で対数近似したモデルに基づき導出する。任意の変数 X_t について、 x_t を $X_t = X(1+x_t)$ を満たす定常状態 X からの乖離として定義する。なお、金利については $i_{H,t} = i_H + \hat{i}_{H,t}$ 、 $i_{F,t} = i_F + \hat{i}_{F,t}$ と定義する。

(2-7)、(2-8) を対数線形近似すると、(2-41)、(2-42) 式が得られる。

$$m_{H,t} - p_t = \frac{v}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{v}{\theta}\right) z_t - \frac{v\beta}{1-\beta} \hat{i}_{H,t} \quad (2-41)$$

$$s_t + m_{F,t} - p_t = \frac{v}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{v}{\theta}\right) z_t - \frac{v\beta}{1-\beta} \hat{i}_{F,t} \quad (2-42)$$

これらの式を貨幣インデックスの定義式に代入すると、(2-43) 式が得られる。

$$\begin{aligned} z_t &= (1-\delta)(m_{H,t} - p_t) + \delta(s_t + m_{F,t} - p_t) \\ &= c_t - \frac{\theta\beta}{1-\beta} \left\{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \right\} \end{aligned} \quad (2-43)$$

$$\delta = \frac{SM_F / P}{M_H / P + SM_F / P} = \frac{\{\gamma / (1-\gamma)\}^{-v}}{1 + \{\gamma / (1-\gamma)\}^{-v}}$$

(2-43) 式における δ は定常状態における通貨代替の程度を表し、これは効用関数における通貨 F に対するウェイト $1-\gamma$ が高いほど、また、通貨 F に対するウェイト $1-\gamma$ が 0.5 より高い場合には、自国通貨 H と外国通貨 F との間の代替の弾力性 v が高まるほど大きくなる⁵⁾。

(2-41) ～ (2-43) 式より、自国の経済主体の通貨 H 、および F の貨幣需要関数が得られる。

$$m_{H,t} - p_t = c_t - \left[\frac{\beta}{1-\beta} \left\{ \left(1 - \frac{v}{\theta}\right) \theta(1-\delta) + v \right\} \right] \hat{i}_{H,t} - \left(1 - \frac{v}{\theta}\right) \frac{\theta\beta}{1-\beta} \delta \hat{i}_{F,t} \quad (2-44)$$

⁵⁾ 詳細については、第6章第3-4節を参照のこと。

$$s_t + m_{F,t} - p_t = c_t - \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \frac{\beta\theta}{1-\beta} (1-\delta) \hat{i}_{H,t} - \left[\frac{\beta}{1-\beta} \left\{ \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \theta\delta + \nu \right\} \right] \hat{i}_{F,t} \quad (2-45)$$

(2-44), (2-45) 式より, 自国と外国の名目金利に対する貨幣需要の金利半弾力性は, 消費と貨幣インデックス間の代替の弾力性 θ と通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν の大小関係に依存することがわかる。 θ は流動性効果, ν は通貨代替の効果を表すと解釈できる。この点に関しては, 第4節において, 改めて言及する。

(2-44), (2-45) 式より, 通貨代替の程度を表す相対的貨幣需要関数が得られる。

$$cs_t \equiv m_{F,t}^d + s_t - m_{H,t}^d = \frac{\nu\beta}{1-\beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}) \quad (2-46)$$

(2-46) 式より, 通貨代替の程度は自国と外国の名目金利差によって決定されることがわかる。例えば, 外国の名目金利が1%ポイント低下するとき, 通貨代替の程度は $\nu\beta/(1-\beta)$ % 上昇する。これは (2-44) 式より, 自国通貨に対する実質貨幣需要が $(1-\nu/\theta)\theta\beta/(1-\beta)\delta$ 増大する一方, (2-45) 式より, 外国通貨に対する実質貨幣需要は $(1-\nu/\theta)\theta\beta/(1-\beta)\delta + \nu\beta/(1-\beta)$ 増大するためである。また, 自国通貨と外国通貨の代替の弾力性 ν が大きくなるほど, 通貨代替の程度は自国と外国の名目金利差に大きく反応することがわかる。

次に, 外国の代表的家計の貨幣需要関数を導出する。ここでは, 簡単化のため, 外国の代表的家計は, 通貨 H , および債券 H を保有せず, 実質消費 C_t^* と通貨 F の実質貨幣残高から正の効用を得るものと想定し, $t=0$ 期において, 各期の効用の流列の現在割引価値の期待値

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t^*, \frac{M_{F,t}^*}{P_t^*} \right) = \frac{X_t^{*1-\sigma}}{1-\sigma} \quad (2-47)$$

$$X_t^* = \left[\omega C_t^{*\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) \left(\frac{M_{F,t}^*}{P_t^*} \right)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

を最大化するように行動すると想定する。 $M_{F,t}^{*d}$ は t 期末における外国通貨建てで表示された名目外国貨幣残高である。また, 外国の代表的家計は, 以下の異時点間の予算制約式に直面する。

$$P_t^* C_t^* + M_{F,t}^* + B_{F,t}^* = P_t^* Y_t^* + M_{F,t-1}^* + (1+i_{F,t-1}) B_{F,t-1}^* + T_{F,t}^* \quad (2-48)$$

このとき, 外国の代表的家計の貨幣需要関数は (2-49) 式で与えられる。

$$\frac{U_{M_{F,t}^*/P_t^*}}{U_{C_t^*}} = \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \quad (2-49)$$

$$\frac{1-\omega}{\omega} \frac{\left(M_{F,t}^*/P_t^*\right)^{\frac{1}{\theta}}}{C_t^{*\frac{1}{\theta}}} = \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}}$$

これを定常状態で対数線形近似すると、以下の (2-50) 式が得られる。

$$m_{F,t}^* - p_t^* = c_t^* - \frac{\theta\beta}{1-\beta} \hat{i}_{F,t} \quad (2-50)$$

購買力平価式 (2-10) 式を対数線形近似し、これに自国と外国の貨幣市場均衡式 (2-44)、(2-50) 式を代入すると、伸縮価格マネタリー・モデルに基づく名目為替相場の決定式

$$\begin{aligned} s_t &= p_t - p_t^* \\ &= m_{H,t} - c_t + \frac{\beta}{1-\beta} \left\{ \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \theta(1-\delta) + \nu \right\} \hat{i}_{H,t} + \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \frac{\theta\beta}{1-\beta} \delta \hat{i}_{F,t} - \left(m_{F,t}^* - c_t^* + \frac{\theta\beta}{1-\beta} \hat{i}_{F,t} \right) \\ &= (m_{H,t} - m_{F,t}^*) - (c_t - c_t^*) + \frac{\beta}{1-\beta} \left\{ \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \theta(1-\delta) + \nu \right\} \hat{i}_{H,t} + \frac{\theta\beta}{1-\beta} \left\{ \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) \delta - 1 \right\} \hat{i}_{F,t} \end{aligned} \quad (2-51)$$

が得られる。通貨代替が存在せず、 $\delta = 0$ の場合には、(2-51) 式は (2-52) 式となる。

$$s_t = (m_{H,t} - m_{F,t}^*) - (c_t - c_t^*) + \frac{\beta\theta}{1-\beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}) \quad (2-52)$$

(2-51) 式と (2-52) 式の $\hat{i}_{H,t}$ の係数は、 $\nu > \theta$ のとき、すなわち自国通貨と外国通貨の間の代替の弾力性 ν が、消費インデックスと貨幣インデックスとの間の代替の弾力性 θ よりも大きければ、(2-51) 式の方が大きくなり、通貨代替下では、自国の名目金利の変化に対し、名目為替相場がより大きく反応することがわかる。一方、 $\nu < \theta$ の場合には、通貨代替下では、名目為替相場の反応は小さくなる。

同様に、(2-51) 式と (2-52) 式の $\hat{i}_{F,t}$ の係数は、 $\nu > \theta$ のとき、(2-51) 式の係数の方が大きくなり、通貨代替下では、外国の名目金利の変化に対し、名目為替相場がより大きく反応することがわかる。一方、 $\nu < \theta$ の場合には、通貨代替下では、名目為替相場の反応は小さくなる。

したがって、通貨代替下では、経済ファンダメンタルズ（名目金利）に対する貨幣需要の反応が大きくなるため、名目為替相場の変動も大きくなるという結論は、必ずしも一般化されない。しかしながら、Bufman and Leiderman (1993) は GMM 推定により、イスラエルの貨幣需要関数を推定し、 $\nu > \theta$ であることを示しており、また MIUF モデルを GMM 推定したその他の研究においても、 $\nu > \theta$ であることが示されている。したがって、現実的には、自国、および外国の名目金利の変化は、通貨代替の下では、より大きく名目為替相場を変化させると考えられる。

4. 通貨代替と実質為替相場

ここでは、通貨代替と実質為替相場に関する Calvo and Rodriguez (1977), Liviatan (1981), および Végh (2013) の議論を解説する。

まず、実質為替相場への影響を考察するため、非貿易財を導入し、購買力平価式が成立しない状況を想定する⁹⁾。したがって、自国の代表的家計の効用関数における実質消費 C_t を

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{T,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{N,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (2-53)$$

と修正する。 $C_{T,t}$, $C_{N,t}$ はそれぞれ、貿易財、および非貿易財の消費量、 $0 < \alpha < 1$ は非貿易財のシェアを測る尺度であり、 $\eta > 0$ は貿易財と非貿易財との間の代替の弾力性を表す。このとき、 C_t は消費インデックスと解釈できる。また、債券が存在しない世界を想定する。このとき、家計の予算制約 (2-2) 式は、

$$P_{T,t}C_{T,t} + P_{N,t}C_{N,t} + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d = P_{T,t}Y_{T,t} + P_{N,t}Y_{N,t} + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t-1}^d + P_t T_{H,t} \quad (2-54)$$

となる。 $P_{T,t}$, $P_{N,t}$ はそれぞれ、貿易財、非貿易財の価格である。

貿易財と非貿易財との間の最適な配分は (2-55) 式で与えられる。

$$C_{T,t} = (1-\alpha) \left(\frac{P_{T,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t, \quad C_{N,t} = \alpha \left(\frac{P_{N,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (2-55)$$

ただし、 P_t は以下で定義する消費者物価指数である。

$$P_t = [(1-\alpha)(P_{H,t})^{1-\eta} + \alpha(P_{F,t})^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (2-56)$$

このとき、 $P_{H,t}C_{H,t} + P_{F,t}C_{F,t} = P_t C_t$ が成立するため、異時点間の予算制約式 (2-54) 式は、

$$P_t C_t + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d = P_{T,t}Y_{T,t} + P_{N,t}Y_{N,t} + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t-1}^d + P_t T_{H,t} \quad (2-57)$$

と書き直すことができる。

ここで、実質為替相場を非貿易財で測った貿易財価格と定義し、(2-55) 式を代入すると、

$$Q_t = \frac{P_{T,t}}{P_{N,t}} = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{C_{T,t}}{C_{N,t}} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (2-58)$$

となる。

均衡においては、

$$C_{N,t} = Y_{N,t} \quad (2-59)$$

⁹⁾ 消費バスケットに占める自国財と外国財のウェイトが自国と外国で非対称的なとき、自国財、外国財それぞれについて一物一価の法則が成立する場合でも、購買力平価式は成立しない。

が成立し、また、政府の予算制約式が (2-26) 式で与えられるので、一国全体の予算制約式は、

$$S_t(M_{F,t}^d - M_{F,t-1}^d) = P_{T,t}(Y_{T,t} - C_{T,t}) \quad (2-60)$$

となる。

ここで、実質消費 C_t 、生産量 Y_t 、実質貨幣残高 $M_{H,t}/P_t$ 、 $S_t M_{F,t}/P_t$ が一定となり、自国と外国の貨幣成長率が一定 ($\Theta_t = \Theta$ 、 $\Theta_t^* = \Theta^*$) であるため、自国と外国の (粗) インフレ率が Θ 、 Θ^* となる定常状態を考察する。

定常状態では、債券が存在しない経済でも (2-31) ~ (2-33) 式が成立する。ここで、自国の貨幣成長率が增大すると、(2-33) 式より、貨幣インデックス Z に対する需要が減少する。このとき、

(2-32) 式より外国通貨に対する実質貨幣需要が増大するか、それとも減少するかは、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性 θ (流動性効果) と通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν (通貨代替の効果) の大小関係に依存する。 $\nu > \theta$ (通貨代替の効果が流動性効果を上回る) ならば、外国通貨に対する実質貨幣需要は減少する。このとき、(2-60) 式より、貿易収支が赤字となるように $C_{T,t}$ が増大する。(2-58) 式より、 $C_{T,t}$ の増大は実質為替相場を増価させる (Liviatan (1981) のケース)。

一方、 $\nu < \theta$ の場合には、貿易収支が黒字となるように $C_{T,t}$ が減少する結果、実質為替相場は減価する (Calvo and Rodriguez (1977) のケース)。

5. 通貨代替と金融政策の自由度

先述の通り、通貨代替が進展すると、主に3つの経路を通じて、金融政策の自由度が制限される。第1の経路は名目為替相場の変動を通じた経路、第2の経路は貿易収支を通じた経路であり、これらについては、それぞれ、第3、4節において解説した。したがって、ここでは、Baltini et al. (2008)、Felices and Tuesta (2013) が指摘した第3の経路である消費の限界効用を通じた経路について、定常状態の近傍で対数線形近似されたモデルに基づき、解説する。

消費に関する Euler 方程式 (2-3) 式を対数線形近似すると、

$$u_{c,t} = u_{c,t+1} + (\hat{i}_{H,t} - \pi_{t+1} - \rho) \quad (2-61)$$

となる。 $\rho \equiv -\log \beta$ である。ここで、

$$u_{c,t} = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) x_t - \frac{1}{\theta} c_t \quad (2-62)$$

$$x_t = d_2 c_t + (1 - d_2) z_t \quad (2-63)$$

$$d_1 = \left[\frac{(1-\beta)\omega}{(1-\omega)\{\gamma^v + (1-\gamma)^v\}^{\frac{1}{v-1}}} \right]^{-\theta}, \quad d_2 = \frac{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega)Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}} = \frac{\omega}{\omega + (1-\omega)d_1^{\frac{\theta-1}{\theta}}}$$

に (2-43) 式を用いると、消費の限界効用は (2-64) 式のように導出される。

$$u_{c,t} = -\sigma c_t - d_3 \{(1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t}\} \quad (2-64)$$

$$d_3 = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1-d_2) \frac{\theta\beta}{1-\beta}$$

(2-64) 式より、通貨代替の程度 δ が高くなるほど、自国の名目金利 $\hat{i}_{H,t}$ が消費の限界効用 $u_{c,t}$ に及ぼす影響は小さくなる一方で、外国の名目金利 $\hat{i}_{F,t}$ が及ぼす影響は大きくなるのがわかる。完全な通貨代替の下 ($\delta=1$) では、自国の名目金利は消費の限界効用に全く影響を及ぼさない。

また、自国の名目金利 $\hat{i}_{H,t}$ が上昇すれば、(2-43) 式より貨幣インデックス z_t が減少する。このとき、 z_t の減少が $u_{c,t}$ に与える影響は、異時点間の代替の弾力性 σ と同時点内における代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ の大小関係に依存する。Galí (2008) が示した通り、もし、 $1/\theta > \sigma$ ($d_3 > 0$) で、消費と貨幣インデックスが補完的 (complement) であるならば、 z_t の減少は x_t の減少を通じて、 $u_{c,t}$ を低下させる。一方、 $1/\theta < \sigma$ ($d_3 < 0$) で、消費と貨幣インデックスが代替的 (substitutes) である場合には、逆の状況が成立する。

なお、(2-64) 式を (2-61) 式に代入すると、Euler 方程式は (2-65) 式で表される。

$$c_t = c_{t+1} - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - \pi_{t+1} - \rho) + \frac{d_3}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \quad (2-65)$$

(2-65) 式より、実質消費の経路が自国の名目金利のみならず、外国の名目金利にも依存し、この結果、金融政策の自由度が制限されることがわかる。

6. 通貨代替とシニョリッジ

6-1. 通貨代替下におけるインフレ率とシニョリッジの関係

本節では通貨代替とシニョリッジの関係を分析するため、シニョリッジが家計に還元されず、政府支出をファイナンスするために用いられる状況を想定し、政府の予算制約式 (2-26) 式を

$$G_t = \frac{M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s}{P_t} \quad (2-66)$$

と修正する。 G_t は政府支出である。シニョリッジは、

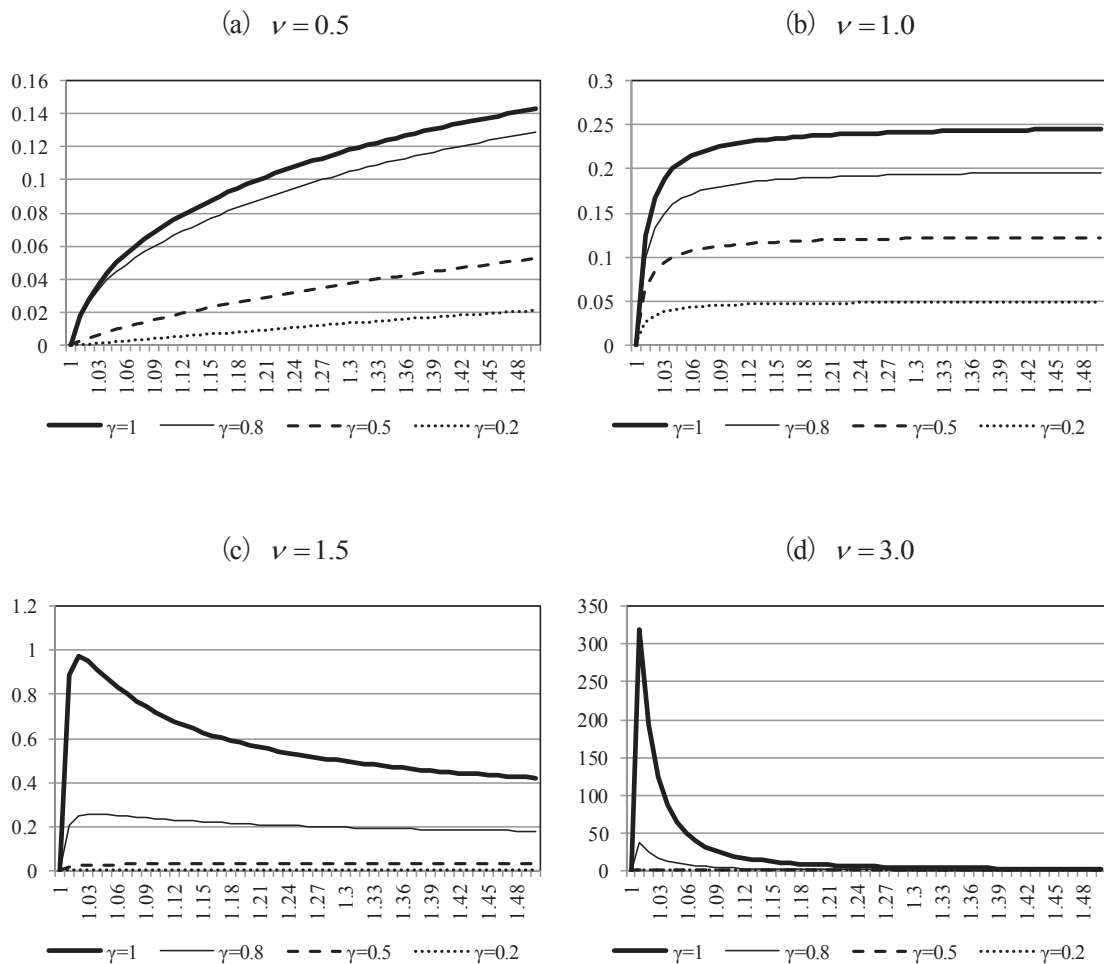
$$\text{Seigniorage} = \frac{M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s}{P_t} = \frac{M_{H,t}^s}{P_t} - \frac{M_{H,t-1}^s}{P_{t-1}} \frac{1}{\Pi_t} \quad (2-67)$$

と表すことができる。以下では、McCandless (2008) に従い、定常状態におけるシニョリッジについて分析する。(2-67) 式を定常状態で評価し、定常状態における貨幣需要関数 (2-34) 式を用いると、(2-68) 式が得られる。

$$\text{Seigniorage} = \left(1 - \frac{1}{\Theta}\right) \gamma^v \left(\frac{\omega}{1-\omega}\right)^{-\theta} \left(1 - \frac{\beta}{\Theta}\right)^{-v} \left[\gamma^v \left(1 - \frac{\beta}{\Theta}\right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(1 - \frac{\beta}{\Theta^*}\right)^{1-v} \right]^{\frac{\theta-v}{1-v}} C \quad (2-68)$$

となる。

図 2-1 インフレ率 (貨幣成長率) とシニョリッジ



注：横軸には自国の貨幣成長率，縦軸にはシニョリッジを測っている。

図 2-1 は、貨幣インデックス Z における自国通貨と外国通貨の代替の弾力性 ν を 0.5, 1.0, 1.5,

3.0とした下で、自国通貨のシェア γ を1, 0.8, 0.5, 0.2とした場合の定常状態における実質消費に対するシニョリッジの比率をシミュレーションしたものである。横軸は自国の貨幣成長率、縦軸は(2-68)式で算出されるシニョリッジである。なお、(2-68)式の他のパラメータは、 $\beta=0.99$, $\omega=0.8$, $\theta=1.0$ と設定している。また、外国の四半期の貨幣成長率は $\Theta^*=1.012$ とした。これは、年次のインフレ率を5%とした場合に対応している。

図2-1より、自国通貨と外国通貨の代替の弾力性が高い場合($\nu=1.5, 3.0$)には、インフレ率とシニョリッジの関係を描いた曲線は、外国のインフレ率の近傍で最大となり、いわゆる“Laffer 曲線”が観察されること、一方、代替の弾力性が低い場合($\nu=0.5, 1.0$)にはLaffer 曲線は観察されず、シニョリッジはインフレ率の単調増加となることがわかる。また、代替の弾力性を所与とした下では、効用関数における自国通貨のウェイトが高まるほど、シニョリッジは増大することがわかる。この結果は、İmrohoroğlu (1996) と整合的である。

6-2. 通貨代替と最適インフレ率

本節では、通貨代替と最適インフレ率の関係、すなわち通貨代替下でのFriedmanルールについて解説する。以上の分析においては、産出量 Y_t は外生的に与えられると想定してきたが、所得税を導入するため、労働供給を考慮したモデルに拡張する。

まず、自国の家計は労働供給量から負の効用を得るものとし、(2-1)式を(2-69)式に修正する。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ U \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right) - V(N_t^s) \right\} \quad (2-69)$$

N_t^s は労働供給量である。(2-69)式は、実質消費量、および実質貨幣保有残高に依存する部分と労働供給量について分離可能な効用関数で表されることを意味している。また、生産関数は簡単化のため、規模に関して収穫一定の生産関数(2-70)式を想定する。

$$Y_t = N_t \quad (2-70)$$

名目賃金については $W_t=1$ と基準化する⁷⁾。

政府はその支出をシニョリッジに加え、所得税を賦課することでファイナンスすると想定し、政府の予算制約式(2-66)式を(2-71)式に修正する。

$$G_t = \tau Y_t + \frac{M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s}{P_t} \quad (2-71)$$

⁷⁾ したがって、家計の所得は $W_t N_t = N_t = Y_t$ となる。

τ は所得税率を表す。このとき、自国家計の予算制約式 (2-13) 式、および異時点間の予算制約式 (2-14) 式はそれぞれ、以下の (2-72)、(2-73) 式となる。

$$B_t + \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = (1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + (1-\tau)N_t - C_t \quad (2-72)$$

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^t \left(C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ = (1+r)B_{-1} + \frac{M_{H,-1}}{P_0} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} + \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^t (1-\tau)N_t \end{aligned} \quad (2-73)$$

また、一国全体の資源制約式は (2-74) 式で与えられる。

$$C_t + G_t = N_t \quad (2-74)$$

以下では、政府支出は、通時的に一定 ($G_t = G$) であると想定する。

最適な政策 (the first best policy) は、(2-73) 式の制約の下で、(2-69) 式を最大化することであり、この一階条件は $U_{C,t} = V_{N,t}$ 、 $U_{M_H/P} = 0$ 、 $U_{S M_F/P} = 0$ で与えられる。自国と外国の政府が一括税 (lump-sum tax) を徴収できるならば、自国、外国の名目金利をゼロとすることで、この解を分権化でき、このとき Friedman ルールは最適となる。これは、先述の通り、実質貨幣残高を発行する社会的費用はゼロであるため、社会的な最適化条件は実質貨幣残高を保有する私的費用である名目金利がゼロであるときとされるからである。

一方、一括税が徴収できない場合は、次善的に最適な政策 (the second best policy) は Ramsey 問題を解くことで求まる。Ramsey 問題には dual アプローチと primal アプローチの二通りの解き方がある⁸⁾。前者のアプローチは家計の効用を税率に関して表した間接効用関数を用いて最適な税率を求めるものであり、一方、後者のアプローチは最適な消費、貨幣保有残高の水準 (quantities) を求める方法である。本章では primal アプローチを採用する。

まず、自国の代表的家計は、(2-73) 式の制約の下で (2-69) 式を最大化するため、一階条件は、(2-20)、(2-7)、(2-8) 式、および

$$(1-\tau)U_{c,t} = V_{n,t} \quad (2-75)$$

で与えられる。ここで、(2-20) 式を用いると、

$$\left(\frac{1}{1+r} \right)^t = \frac{\beta U_{c,1}}{U_{c,0}} \frac{\beta U_{c,2}}{U_{c,1}} \dots \frac{\beta U_{c,t}}{U_{c,t-1}} = \frac{\beta^t U_{c,t}}{U_{c,0}}$$

となるため、(2-73) 式は (2-76) 式として書き直すことができる。

⁸⁾ Ramsey 問題については、Walsh (2010) 第4章を参照のこと。

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(U_{C,t} C_t + U_{C,t} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{C,t} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ = U_{C,0} \left\{ (1+r)B_{-1} + \frac{M_{H,-1}}{P_0} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} \right\} + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1-\tau) U_{C,t} N_t \end{aligned} \quad (2-76)$$

ここで、一階条件 (2-7), (2-8), (2-75) 式を (2-76) 式に代入すると、実行可能性 (implementability) 制約

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (U_{C,t} C_t - V_{N,t} N_t) + \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(U_{\frac{M_H}{P},t} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{\frac{SM_F}{P},t} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ = U_{C,0} \left\{ (1+r)B_{-1} + \frac{M_{H,-1}}{P_0} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} \right\} \end{aligned} \quad (2-77)$$

を得る。したがって、Ramsey 問題は (2-77), (2-74) 式の制約の下で、(2-69) 式を最大化するように $\{C_t, M_{H,t}/P_t, S_t M_{F,t}/P_t, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ を決定することである。このとき、一階条件は以下で表される。

$$\beta^t U_{C,t} + \beta^t \psi \left(U_{CC,t} C_t + U_{C,t} + U_{\frac{C M_H}{P},t} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{\frac{C SM_F}{P},t} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) = \lambda_t \quad (2-78)$$

$$\beta^t V_{N,t} + \beta^t \psi (V_{NN,t} N_t + V_{N,t}) = \lambda_t \quad (2-79)$$

$$U_{\frac{M_H}{P},t} + \psi \left(U_{\frac{C M_H}{P},t} C_t + U_{\frac{M_H M_H}{P P},t} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{\frac{M_H}{P},t} + U_{\frac{M_H SM_F}{P P},t} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) = 0 \quad (2-80)$$

$$U_{\frac{SM_F}{P},t} + \psi \left(U_{\frac{C SM_F}{P},t} C_t + U_{\frac{M_H M_F}{P P},t} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{\frac{SM_F SM_F}{P P},t} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} + U_{\frac{SM_F}{P},t} \right) = 0 \quad (2-81)$$

ψ , λ_t はそれぞれ、実行性制約 (2-77) 式、資源制約 (2-74) 式にかかる未定乗数 (shadow price) である。

(2-7), (2-8) 式、および (2-80), (2-81) 式より、最適な自国の名目金利は、

$$\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} = \frac{U_{C M_H / P, t} C_t + U_{M_H / P, M_H / P, t} (M_{H,t} / P_t) + U_{M_H / P, SM_F / P, t} (SM_{F,t} / P_t)}{U_{C, SM_H / P, t} C_t + U_{M_H / P, SM_H / P, t} (M_{H,t} / P_t) + U_{SM_F / P, SM_F / P, t} (SM_{F,t} / P_t)} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \quad (2-82)$$

として与えられ、外国の名目金利に依存することがわかる。ここで、(2-82) 式右辺の分母において、実質消費と実質外国通貨保有残高、および実質自国通貨保有残高と実質外国通貨保有残高が代替的であるため、 $U_{C, SM_H / P, t} < 0$, $U_{M_H / P, SM_H / P, t} < 0$ であるとする。また、 $U_{SM_F / P, SM_F / P, t} < 0$ であるため、分母は負となる。このとき、実質消費と実質自国通貨残高が代替的で $U_{C, M_H / P, t} < 0$ ならば、(2-82) 式右辺の分子も負となる。したがって、外国の名目金利が正である限り、自国の最適な名目金利も正となり、Friedman ルールは最適とならない。この結果は、Végh (1989), Guidotti and Végh (1993)

の結果と整合的である。一方、実質消費と実質自国通貨残高が補完的で $U_{C,M_H/P,t} > 0$ であり、かつ (2-82) 式右辺の分子がゼロとなるならば、Friedman ルールが最適となる。

これは、効用関数が、以下の 2 通りの条件を満たすときに成立する。

第 1 の条件は、効用関数 $U(\cdot)$ が実質消費、実質自国通貨残高、実質外国通貨残高についてホモセティック (homothetic) である場合である⁹⁾。このとき、効用関数 $U(\cdot)$ は一次同次関数となるため、その導関数 $U_i(\cdot)$ 、 $i = C, M_H/P, SM_F/P$ は 0 次同次関数となる。したがって、Euler の定理より、

$$U_{C \frac{M_H}{P}, t} C_t + U_{\frac{M_H}{P} \frac{M_H}{P}, t} \frac{M_{H,t}}{P_t} + U_{\frac{M_H}{P} \frac{SM_F}{P}, t} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = 0 \quad (2-83)$$

が成立し、(2-82) 式右辺の分子はゼロとなる。これは、Chari et al. (1996), Mulligan and Sala-i-Martin (1997) の結果が通貨代替型 MIUF モデルでも成立することを意味する。

第 2 の条件は、実質自国通貨保有残高 M_H/P について、 $M_H/P < (M_H/P)^B$ ならば $U_{M_H/P} > 0$ であり、 $M_H/P \geq (M_H/P)^B$ ならば $U_{M_H/P} = 0$ 、同様に実質外国通貨保有残高 SM_F/P について、 $SM_F/P < (SM_F/P)^B$ ならば $U_{SM_F/P} > 0$ であり、 $SM_F/P \geq (SM_F/P)^B$ ならば $U_{SM_F/P} = 0$ となる飽和点が存在し、かつ飽和点における実質自国通貨残高と実質外国通貨残高が実質消費のみに依存する (2-84) 式が成立する場合である。

$$\left(\frac{M_H}{P} \right)^B = k_H C, \quad \left(\frac{SM_F}{P} \right)^B = k_F C \quad (2-84)$$

このとき、飽和点においては、 $U_{M_H/P}(C, (M_H/P)^B, SM_F/P) = 0$ であるため、

$$U_{C \frac{M_H}{P}} dC + U_{\frac{M_H}{P} \frac{M_H}{P}} d\left(\frac{M_H}{P} \right) + U_{\frac{M_H}{P} \frac{SM_F}{P}} d\left(\frac{SM_F}{P} \right) = 0$$

が成立する。このとき、(2-82) 式右辺の分子は、

$$U_{\frac{M_H}{P} \frac{M_H}{P}} \frac{M_H}{P} \left\{ 1 - \frac{d(M_H/P)}{dC} \frac{C}{M_H/P} + \frac{U_{M_H/P, SM_F/P}}{U_{M_H/P, M_H/P}} \frac{SM_F/P}{M_H/P} \left(1 - \frac{d(SM_F/P)}{dC} \frac{C}{SM_F/P} \right) \right\}$$

となる。ここで、実質自国通貨、実質外国通貨ともに飽和点にあり、(2-84) 式が成立していたとす。このとき、実質消費に対する実質自国通貨、および実質外国通貨の弾力性は、

$$\frac{d(M_H/P)}{dC} \frac{C}{M_H/P} = 1, \quad \frac{d(SM_F/P)}{dC} \frac{C}{SM_F/P} = 1$$

となる。よって、(2-82) 式右辺の分子はゼロとなる。この結果は、Correia and Teles (1999) の結果を通貨代替が存在する場合に拡張したものとなる。

⁹⁾ 第 2 節で提示した基本モデルにおいては、この条件は満たされる。

7. おわりに¹⁰⁾

以上、通貨代替の理論分析に関する論点を、通貨代替型 MIUF モデルの枠組みで解説してきた。本節では、結語に代えて、通貨代替を理論分析する際のモデルの定式化に関わる留意点について述べる。

まず、第1に貨幣マクロモデルとして、どのようなモデルを採用するかについてである。本章では MIUF モデルを用いてきた。しかしながら、貨幣をマクロ経済モデルに導入する方法としては、消費、または実物投資を行うためには、貨幣、または流動性サービスが必要であることを想定する cash-in-advance モデル（または liquidity-in-advance モデル）、消費を行う際に取引費用がかかり、その費用は実質貨幣残高に依存することを想定する取引費用（transaction cost）モデルなどがある。これらの代替的なモデルを用いた場合については、補論で言及する。

第2に、効用関数の定式化についてである。第5節で示した通り、効用関数における実質消費と貨幣インデックスが分離不可能である場合には、通貨代替下では、消費の限界効用が自国名目金利のみならず外国名目金利にも依存する。この結果、自国、および外国名目金利の変化が消費の限界効用に与える影響は、相対的危険回避度（異時点間の代替の弾力性） σ と消費と貨幣インデックス間の代替の弾力性（同時点内における代替の弾力性）の逆数 $1/\theta$ の大小関係、すなわち、実質消費と貨幣インデックスが代替的か、補完的に依存する。また、第6節で示した通り、通貨代替下で Friedman ルールが最適となるかどうか、実質消費と自国通貨の代替性、補完性に依存する。この他にも、第3節で示した通り、通貨代替下で、金融政策に対する名目為替相場の変動が大きくなるかどうかは、消費と貨幣インデックス間の代替の弾力性 θ （流動性効果）と通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν （通貨代替効果）の大小関係に依存する。また、このパラメータの大小関係は、第4節で示した通り、金融政策に対して実質為替相場が増価するか減価するかどうかも規定する。以上のことから明らかなように、効用関数を定式化する際、制限的な特定化をするのではなく、多くのケースを含み得る特定化をすることが必要である。

第3に物価水準の伸縮性についてである。近年の多くのマクロ経済モデルにおいては、企業が価格を改定するタイミングが異なる価格の粘着性を想定した New Keynesian モデルによる分析が行われている。この結果、導出される New Keynesian 型フィリップス曲線においては、forward-looking な要素が導入され、期待インフレ率が現行のインフレ率に影響を与えることとなる。この期待インフレ率は消費の限界効用にも依存するが、通貨代替の程度にも依存することとなる。したがって、価格の粘着性を考慮することで、通貨代替が期待インフレ率を通じて与える影響について分析する

¹⁰⁾ 本節は、熊本・熊本（2014）を基に一部加筆・修正したものである。

ことが可能となる。

第4に金融市場の完備性についてである。家計が状態条件付き請求権にアクセスできる完備金融市場においては、実質為替相場はリスク・シェアリング条件を通じて、自国と外国における消費の限界効用の比率によって決定され、この結果、実質為替相場と（自国と外国の）相対的な消費が高い相関を示すことになる。しかしながら、Chari et al. (2002) が“consumption-real exchange rate anomaly”と呼んでいるように、実質為替相場と消費の間の相関は、データ上、ほぼゼロである。また、金融市場が完備である場合、カバーなし金利平価式が成立する。しかしながら、多くの実証分析では、カバーなし金利平価式は成立しないことが示されている。一方、状態条件付き請求権が取引されておらず、各国が発行する債券のみが消費を平準化させる手段として取引される不完備な金融市場を想定した場合には、小国開放経済下では定常状態において、消費、および対外純資産の分布が非定常となる。この場合、非定常性を回避するため、①割引因子を消費、労働供給量などに依存させ内生的にする (endogenous discount factor)、②自国と外国の金利差、すなわちリスク・プレミアムが対外純資産に依存するように定式化する (debt elastic interest rate)、③外国債券の取引に取引費用を導入する (portfolio adjustment cost)、④世代重複モデルの構造を導入し、Non-Ricardian な消費者を想定する、⑤「何らかの経験則 (rule of thumb)」に基づいた消費者を導入するなど、異質的な消費者の存在を仮定するといった想定が必要となる¹¹⁾。この中で、②のアプローチを採用する場合¹²⁾、対外純資産に依存するリスク・プレミアムがカバーなし金利平価式、リスク・シェアリング条件からの乖離をもたらし、この結果、実質為替相場と消費との間の相関関係が弱められることになる。したがって、不完備な金融市場を想定し、どのようにリスク・プレミアムを定式化するかという問題は、実質為替相場への影響を分析する上で重要となる。また、先述の通り、通貨代替の程度は自国と外国の名目金利差に依存することからもリスク・プレミアムの定式化は重要となる。

第5に金融政策ルール of 定式化である。本章では貨幣供給ルール (マネタリー・ターゲット) に基づいた金融政策を想定した。例えば、第3節では、伸縮価格マネタリー・モデルに基づいた為替相場決定式を想定した。すなわち、購買力平価式が成立し、物価水準が貨幣市場の均衡条件から内生的に決定されること、またマネタリー・ターゲットの下、貨幣供給量が金融政策手段として用いられることを想定した。しかしながら、近年、多くの中央銀行は Taylor ルールなどで表される金利ルールに基づいた金融政策を採用している。例えば、本論文における分析対象国のうち、チェコ、

¹¹⁾ Schmitt-Grohé and Uribe (2003)、Lubik (2007) を参照のこと。

¹²⁾ Lane and Milesi-Ferretti (2001) は1970年から1998年の標本期間において、66ヶ国の先進国と発展途上国を対象にして構築したパネルデータを用い、対外純資産が各国とアメリカ間の金利差の有意な決定要因であることを示している。

インドネシア、ペルー、フィリピン、ポーランドにおける中央銀行は金融政策手段として政策金利を用いている¹³⁾。金利ルールが採用される場合、貨幣市場均衡式は経済の動学的特性に影響を与えず、名目為替相場は金融政策ルールによって内生的に決定される自国と外国の内外名目金利差から、金利平価式を通じて決定されることになる。したがって、金融政策ルールとして金利ルールを想定したモデルに拡張することも必要であろう。

また、第1章で述べた通り、通貨代替には履歴効果が存在することが知られている。通貨代替が進展している国では、支払手段として外国通貨を用いる慣行が普及しており、この結果、外国通貨の支払手段としての交換利便性が高まっている。このような状況下でマクロ経済が安定化し、自国通貨の価値貯蔵手段としての利便性が高まったとしても、外国通貨が使用され続けることになる。これは支払手段としての外国通貨の使用にいわゆる「慣性 (inertia) の法則」や「ネットワーク外部性」が作用することを意味している。本章では考察しなかったが、通貨代替における履歴効果を分析できるようにモデルを拡張することも必要であろう。

¹³⁾ 各国の政策金利は以下の通りである。チェコ：2-week repo rate, インドネシア：BI rate, フィリピン：overnight reverse repurchase rate, ポーランド・ペルー：reference rate。

補論 他の貨幣マクロモデルによる定式化

本章においては、MIUF モデルを想定したが、他の貨幣マクロ経済モデルを用いても、通貨代替を分析することは可能である。ここでは、liquidity-in-advance モデル、および取引費用モデルによる定式化を紹介する。

補論 A-1. liquidity-in-advance モデル

liquidity-in-advance モデルは、cash-in-advance モデルを拡張したもので、代表的家計は、異時点間の予算制約式に加え、財の購入においては、実質貨幣保有残高に依存する流動性サービスの制約を受けると想定するものである¹⁴⁾。

自国の代表的家計は、 $t = 0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U(C_t) \quad (\text{A1})$$

を最大化し、予算制約式 (2-2) 式 (再掲)

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d + B_{H,t} + S_t B_{F,t} \\ = P_t Y_t + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t-1}^d + (1 + i_{H,t-1}) B_{H,t-1} + (1 + i_{F,t-1}) B_{F,t-1} + P_t T_{H,t} \end{aligned} \quad (\text{2-2})$$

に加え、liquidity-in-advance 制約、

$$P_t C_t \leq P_t Z \left[\frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right] \quad (\text{A2})$$

に直面すると想定する。 $Z(\cdot)$ は流動性サービス (liquidity service) を表し、 $Z_{M_H/P}, Z_{SM_F/P} > 0$ 、 $Z_{M_H/P, M_H/P}, Z_{SM_F/P, SM_F/P} \leq 0$ を満たす。すなわち、流動性サービスは自国と外国の実質貨幣残高に依存し、実質貨幣残高が増大するほど、流動性サービスは増大するが、限界的な流動性サービスの増大分は逓減することを想定する。

不確実性が存在せず、自国と外国の名目金利が正であるならば、(A2) 式における liquidity-in-advance 制約が等号で満たされるため、以下では、この binding monetary equilibrium に焦点を当てる。

自国家計の最適化のための一階条件を整理すると、

$$\frac{\beta^t C_t^{-\sigma}}{P_t} = \lambda_t \left(1 + \frac{i_{H,t}}{1 + i_{H,t}} \frac{1}{Z_{M_H/P, t}} \right) \equiv \lambda_t P_t^X \quad (\text{A3})$$

¹⁴⁾ liquidity-in-advance モデルについては、Walsh (1984), Rojas-Suárez (1992), Calvo and Végh (1994), Uribe (1999) を参照のこと。

$$\frac{\beta^t C_t^{-\sigma}}{P_t} = \lambda_t \left(1 + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{1}{Z \frac{SM_{F,t}}{P}} \right) = \lambda_t P_t^X \quad (\text{A4})$$

$$\lambda_t = \beta(1+i_{H,t})\lambda_{t+1} \quad (\text{A5})$$

となる。 λ_t は異時点間の予算制約式 (2-2) 式にかかる Lagrange 乗数である。(A3), (A4) 式の右辺の括弧内として定義された P_t^X は、消費の実効価格 (effective price) を表すと解釈できる。これは、消費の価格 1 に 1 単位の消費を行うために必要な費用 $\{i_{H,t} / (1+i_{H,t})\} Z_{M_H/P,t}^{-1}$ を加えたものである。

(A3), (A4) 式より、以下の相対的貨幣需要関数 (A6) 式が導出される。

$$\frac{Z \frac{SM_{F,t}}{P}}{Z \frac{M_{H,t}}{P}} = \frac{1+i_{H,t}}{i_{H,t}} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \quad (\text{A6})$$

ここで、効用関数を、

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

および、流動性サービスを貨幣インデックス (2-16) 式で定式化する。

このとき、(A6) 式を貨幣インデックス Z_t に代入し、(A2) 式が等号で成立することを用いると、

$$\begin{aligned} Z_t &= \gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^v \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{v}{1-v}} \frac{M_{H,t}}{P_t} \\ &= (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^v \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{v}{1-v}} \frac{SM_{F,t}}{P_t} \\ &= C_t \end{aligned}$$

となるため、以下の貨幣需要関数が得られる。

$$\frac{M_{H,t}}{P_t} = \gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{-v} \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{v}{1-v}} C_t \quad (\text{A7})$$

$$\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{-v} \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{v}{1-v}} C_t \quad (\text{A8})$$

(A7), (A8) 式は第2節の基本モデルで $\theta=0$ とおいたものに等しい。

したがって、流動性サービス消費の実効価格は (A9) 式のように求められる。

$$P_t^X = 1 + \left\{ \gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t+1}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right\}^{\frac{1}{1-v}} \quad (\text{A9})$$

(A9) 式は、(2-18) 式において、 $\theta=0$ とおいたものに等しい。

(A7), (A8) 式を (2-17) 式で定義した Ω_t に代入し、(A9) 式を用いると (A10) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \Omega_t &\equiv C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \\ &= C_t + \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{1}{1-v}} C_t \\ &= P_t^X C_t \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

また、(A3) 式と (A5) 式より、(A11) 式が得られる。

$$\begin{aligned} C_t^{-\sigma} &= \beta(1+i_{H,t}) \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} C_{t+1}^{-\sigma} \\ &= \beta(1+r_t^X) C_{t+1}^{-\sigma} \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

ただし、 r_{t+1}^X は P_t^X で測った実質金利であり、(A12) 式で定義される。

$$(1+r_t^X) = (1+r) \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} \quad (\text{A12})$$

(A10), (A11) 式より、

$$\frac{\Omega_j}{P_j^X} = \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \left(\prod_{v=t}^j (1+r_v^X) \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{\Omega_t}{P_t^X} \quad (\text{A13})$$

と書き直せる。したがって、異時点間の予算制約式 (2-14) 式の左辺は

$$\sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} \Omega_j = \Omega_t \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} \quad (\text{A14})$$

と書き直せる。よって、

$$\Omega_t = \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} (Y_j - T_{H,j})}{\sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}}$$

と (2-19) 式より、実質消費は、

$$C_t = \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^{j-t} (Y_j - T_j)}{P_t^X \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\sigma(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \quad (\text{A15})$$

と決定される。これは、第2節の基本モデルにおいて、 $\theta = 0$ とおいたものに等しい。

以上より、liquidity-in-advance モデルは、消費と貨幣インデックス間の代替の弾力性がゼロ ($\theta = 0$) である場合の MIUF モデルと同じ均衡をもたらすことが示された。このことは liquidity-in-advance モデルは消費と貨幣インデックスが補完的であるか、代替的であるかが論点となる分析には用いることができないことを意味する。

補論 A-2. 取引費用モデル

貨幣の取引費用モデルは、消費財を購入する際、実際に資源制約式上の取引費用が予算制約式において生じる (real resource constraint) ことを想定するモデルである¹⁵⁾。

代表的家計の効用関数を (A1) 式とし、予算制約式を、

$$\begin{aligned} P_t C_t + P_t Y \left[C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right] + M_{H,t} + S_t M_{F,t} + B_{H,t} + S_t B_{F,t} \\ = P_t Y_t + M_{H,t-1} + S_t M_{F,t-1} + (1+i_{H,t-1})B_{H,t-1} + (1+i_{F,t-1})B_{F,t-1} + P_t T_{H,t} \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

と表す。ただし、 $Y(\cdot) \geq 0$ は取引費用を表し、 $Y(0, M_H/P, SM_F/P) = 0$ 、 $Y_C \geq 0$ 、 $Y_{M_H/P}$ 、 $Y_{SM_F/P} \leq 0$ 、 Y_{CC} 、 $Y_{M_H/P, M_H/P}$ 、 $Y_{SM_F/P, SM_F/P} \geq 0$ とする。

このとき、異時点間の予算制約式 (2-14) 式は、

$$\begin{aligned} \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \left(C_t + Y \left[C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right] + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ = (1+r)B_{-1} + \frac{M_{H,-1}}{P_0} + \frac{S_0 M_{F,-1}}{P_0} + \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t (Y_t - T_{H,t}) \end{aligned} \quad (\text{A17})$$

となる。以下では、

$$\Omega_t \equiv C_t + Y \left[C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right] + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t}$$

と定義する。

このとき、自国家計の最適化のための一階条件は、

¹⁵⁾ 貨幣の取引費用モデルについては、Feenstra (1986)、Végh (2013) の第7章を参照のこと。

$$\frac{\beta^t U'(C_t)}{P_t} = \lambda_t (1 + \Upsilon_{c,t}) \equiv \lambda_t P_t^X \quad (\text{A18})$$

$$\lambda_t \left(1 + \Upsilon_{\frac{M_{H,t}}{P}} \right) = \lambda_{t+1} \quad (\text{A19})$$

$$\lambda_t S_t \left(1 + \Upsilon_{\frac{SM_{F,t}}{P}} \right) = \lambda_{t+1} S_{t+1} \quad (\text{A20})$$

$$\lambda_t = (1 + i_{H,t}) \lambda_{t+1} \quad (\text{A21})$$

$$\lambda_t S_t = (1 + i_{F,t}) \lambda_{t+1} S_{t+1} \quad (\text{A22})$$

を得る。 λ_t は異時点間の予算制約式 (A16) 式にかかる Lagrange 乗数である。また、(A18) 式右辺の括弧内で定義された P_t^X は、先と同様、消費の実効価格を表すと解釈できる。これは消費の価格 1 に 1 単位の消費を行うために必要な費用 $\Upsilon_{C,t}$ を加えたものである。(A19) ~ (A22) 式より、自国通貨と外国通貨に対する実質貨幣需要関数はそれぞれ、(A23)、(A24) 式のように求まる。

$$\Upsilon_{\frac{M_{H,t}}{P}} = -\frac{i_{H,t}}{1 + i_{H,t}} \quad (\text{A23})$$

$$\Upsilon_{\frac{SM_{F,t}}{P}} = -\frac{i_{F,t}}{1 + i_{F,t}} \quad (\text{A24})$$

したがって、相対的貨幣需要関数は、(A23)、(A24) 式より (A25) 式で与えられる。

$$\frac{\Upsilon_{\frac{SM_{F,t}}{P}}}{\Upsilon_{\frac{M_{H,t}}{P}}} = \frac{1 + i_{H,t}}{i_{H,t}} \frac{i_{F,t}}{1 + i_{F,t}} \quad (\text{A25})$$

これは、(2-9)、(A6) 式と同様の定式化となっている。

ここで、効用関数を

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

および、取引費用関数を

$$\Upsilon_t = \frac{C_t}{Z_t} \quad (\text{A26})$$

$$Z_t = \left[\gamma \left(\frac{M_{H,t}^d / P_t}{C_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d / P_t}{C_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

と定式化する。(A26) 式は、実質消費に対する実質貨幣残高の比率が増大するほど、取引費用が逡減することを表している。

このとき、

$$\Upsilon_{C,t} = \frac{2}{Z_t} \quad (\text{A27})$$

$$\frac{M_{H,t}}{P_t} = \gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{-v} Z_t^{1-2v} C_t \quad (\text{A28})$$

$$\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{-v} Z_t^{1-2v} C_t \quad (\text{A29})$$

となることから、消費の実効価格は (A30) 式のように求められる。

$$P_t^X = 1 + \Upsilon_{C,t} = 1 + \frac{2}{Z_t} \quad (\text{A30})$$

なお、最適な Z_t は以下で与えられる。

$$Z_t = \left[\gamma^v \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-v} + (1-\gamma)^v \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-v} \right]^{\frac{1}{2(v-1)}}$$

ここで、(A27)、(A28) 式を Ω_t の定義式に代入すると、(A31) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \Omega_t &\equiv C_t + \Upsilon \left[C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right] + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \\ &= C_t + \frac{C_t}{Z_t} + \frac{C_t}{Z_t} = P_t^X C_t \end{aligned} \quad (\text{B31})$$

また、先と同様、(A18) 式と (A21) 式より、(A32) 式が得られる。

$$\begin{aligned} C_t^{-\sigma} &= \beta(1+i_{H,t}) \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} C_{t+1}^{-\sigma} \\ &= \beta(1+r_t^X) C_{t+1}^{-\sigma} \end{aligned} \quad (\text{A32})$$

ただし、 r_{t+1}^X は P_t^X で測った実質金利であり、(A33) 式で定義される。

$$(1+r_t^X) = (1+r) \frac{P_t^X}{P_{t+1}^X} \quad (\text{A33})$$

(A31)、(A32) 式より、

$$\frac{\Omega_j}{P_j^X} = \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \left(\prod_{v=t}^j (1+r_v^X) \right)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{\Omega_t}{P_t^X} \quad (\text{A33})$$

と書き直せる。したがって、異時点間の予算制約式 (A17) 式の左辺は以下のように書き直せる。

$$\sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} \Omega_j = \Omega_t \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} \quad (\text{A34})$$

よって、

$$\Omega_t = \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} (Y_j - T_{H,j})}{\sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}}$$

と (A31) 式より、実質消費は (A35) 式として与えられる。

$$C_t = \frac{(1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} + \sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} (Y_j - T_j)}{P_t^X \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}} \quad (\text{A35})$$

(A35) 式より、第2節の基本モデルと同様の解が得られることがわかる。

補論では、liquidity-in-advance モデル、および取引費用モデルによる定式化を紹介した。以上のよ
うに、これらの他の貨幣マクロ経済モデルを用いても、通貨代替を分析可能であることがわかる。

第3章 近年における通貨代替の動向¹⁾

1. はじめに

本章では近年における通貨代替の動向について実証的に考察する²⁾。具体的には、相対的貨幣需要関数の推定、通貨代替における履歴効果、通貨代替と為替相場のボラティリティの関係の3つの観点に基づく実証分析を行う。本章のこれら3つの分析には共通する以下の特徴がある。

1つは、分析対象国には異なる地域（アジア、ラテンアメリカ、中欧諸国）の国が含まれていることである。これにより、単一国や同一地域内における数ヶ国を対象に分析している多くの先行研究とは異なり、直接的な国家間の比較が可能となる。

いま1つは、2008年の世界金融危機以降の時期も標本期間に含めている点である。世界金融危機以降、アジア諸国やラテンアメリカ諸国のマクロ経済は比較的安定している一方で、ドルやユーロは他の主要国通貨に対し、減価している。通貨代替の進展している国の中でも、中欧諸国の通貨についてはドルやユーロに対して減価している。国内居住者は自国通貨と外国通貨のどちらを使用するかを決定する際、それぞれの通貨の支払手段としての利便性と価値貯蔵手段としての利便性を比較衡量すると考えられる。このとき、先述の履歴効果を上回るようなドル、ユーロの価値貯蔵手段としての利便性が低下しているならば、世界金融危機以降も脱ドル化や脱ユーロ化が進展していることも考えられる（Metin-Özcan and Us (2007), García-Escribano and Sosa (2011))。ただし、各国の国内居住者がどちらの通貨の利便性を重視するかは必ずしも自明ではないため、近年における通貨代替の動向を把握するために、世界金融危機以降の時期を含めた標本期間を用いて分析を行う。

本章の目的は、第1章で述べた通貨代替に関する論点に基づく実証的分析を行い、先行研究を含めた通貨代替に関する実証的分析には問題点があることを指摘し、これらの問題点を克服することの重要性を明らかにするとともに、その展望について考察することである。

本章の構成は以下の通りである。なお、詳細な構成については、各節の冒頭で言及する。

まず、第2節において、自国通貨に対する外国通貨の相対的貨幣需要関数を推定し、通貨代替が進展しているかどうかを分析する。貨幣需要のダイナミクスや安定性の推定は貨幣供給量の変化に対

¹⁾ 本章のうち、第2節は Kumamoto, Hisao and Kumamoto Masao (2014a), A panel time series approach to currency substitution, *Economics and Finance Review*, 3(9), 1-12, 第3節は熊本 (2004), Kumamoto (2014), 第4節は Kumamoto, Hisao and Kumamoto, Masao (2014b), Does currency substitution affect exchange rate volatility?, *International Journal of Economics and Financial Issues*. 4(4), 698-704 を基に一部加筆・修正したものである。

²⁾ 通貨代替の実証分析のサーヴェイについては、章末の補論 A を参照のこと。

し、マクロ経済変数がどの程度反応するかに関する洞察を与えるため、金融政策の有効性を改善させる上で、中央銀行にとって重要な課題である。Kumar et al. (2013) が指摘しているように、金融市場改革以降、先進諸国における貨幣需要は安定的ではなくなっており、貨幣供給量、インフレ率、および産出量の関係も予測が困難になっている。そのため、多くの先進諸国における中央銀行はインフレ・ターゲットの枠組みを採用するようになり、金融政策手段をマネタリーベースから短期金利へと変更している。それでもやはり、インフレ・ターゲットを採用している国において、安定的な貨幣需要は重要である。例えば、Valadkhani (2008) は貨幣需要の不均衡は産出量ギャップやインフレ率に及ぼす影響を通じて、長期的には金利政策の有効性に影響を及ぼし得る一方で、将来における産出量ギャップやインフレ率の変化を予測する上では役立つと指摘している。

以上の議論は発展途上国や体制移行国においても当てはまる。ただし、これらの国において貨幣需要のダイナミクスや安定性を分析する際には、通貨代替の存在を考慮しなければならない。通貨代替が存在する場合には、後述するように、自国通貨に対する貨幣需要は自国金利だけではなく外国金利にも依存するため、外国の金融政策から影響を受けることとなり、本質的に不安定なものとなる。本節の分析は以上の問題意識から行うものである。

第3節では通貨代替における履歴効果についての分析を行う。貨幣の支払手段としての利便性は一般的受容性に依存する。すなわち、ある通貨を使用する国内居住者が多くなればなるほど、支払手段としての利便性は高まる。このことは、通貨代替が進展している国では、支払手段として外国通貨を用いる慣行が普及しており、したがって、たとえ国内経済におけるインフレ率（したがって、名目利子率や予想為替相場減価率）が低下したとしても、国内居住者が自国通貨の価値貯蔵手段よりも外国通貨の支払手段としての利便性を重視するならば、外国通貨の使用に「慣性」の法則が作用し、外国通貨を使い続けることになる現象（履歴効果）が観察されることになる。

このように通貨代替に履歴効果が強く作用している場合には、政策当局にとって高い通貨代替の程度が好ましくなく、自国通貨の価値貯蔵手段としての利便性を取り戻す（自国通貨への回帰を促す）ことを達成しようとしても、国内経済におけるインフレ率（名目利子率や予想為替相場減価率）を安定化させるだけでは不十分であることになる。以上より、分析対象国の通貨代替において履歴効果が存在するかどうかについて分析する。

第4節では、通貨代替と為替相場のボラティリティの関係について分析する。先述の通り、通貨代替が存在する下では、自国通貨に対する貨幣需要は自国金利のみならず、外国金利にも依存する。したがって、貨幣需要が不安定になると、為替相場のボラティリティは増大することになる。

為替相場のボラティリティは経済に望ましくない影響をもたらす。例えば、輸入インフレを通じ、

自国のインフレ率を不安定化させる。また、McKenzie (1999) が示している通り、為替変動リスクが上昇すると、国際貿易や資本移動に負の影響をもたらす。さらには、Amato and Gerlach (2002) が指摘している通り、多くの発展途上国では為替相場がノミナルアンカーとして用いられているため、為替相場のボラティリティはインフレ期待を不安定化させることになる。したがって、通貨代替が進展している国の中央銀行は、通貨代替の存在とそれが為替相場のボラティリティに及ぼす影響を考慮した上で、金融政策を運営する必要がある。以上のことから、通貨代替が為替相場のボラティリティにどの程度影響を及ぼしているかについて明らかにする。

最後に第5節では、通貨代替に関する実証分析における問題点と展望について述べる。

2. 相対的貨幣需要関数の推定

2-1. 本節の特徴と構成

相対的貨幣需要関数を推定する際の分析手法として、発展途上国を対象に分析を行う際に生じる小標本データの問題を克服する上で有効である動学的パネル分析の手法を用いる。具体的には、非定常なパネルデータを扱う際に、貨幣需要とその決定要因の逆因果性の存在により発生する内生性の問題を修正する fully modified OLS (FMOLS) とダイナミック OLS (DOLS) を用いる。また、通貨代替の決定要因として、名目金利差を対外純資産に依存するリスク・プレミアムを用いて表現する。さらには、後述する通り、通貨代替については数多くの先行研究があるが、その大半が特定の国、もしくは同一地域における数ヶ国を対象に分析したものである。したがって、動学的パネル分析を行い、異なる地域の国を対象に相対的貨幣需要関数の推定を行うことは、同様の分析を行っている先行研究と異なる点である。

本節の構成は以下の通りである。第2-2節では先行研究について概観し、第2-3節では通貨代替型 MIUFモデルから推定式を導出する。第2-4節ではパネル単位根検定、パネル共和分検定、共和分ベクトルの推定結果を示す。

2-2. 先行研究

貨幣需要関数に関する実証分析は膨大に存在するため、ここでは動学的パネル分析の手法を用いた先行研究についてのみ言及する。これについてまとめたものが表 3-1 (a) である³⁾。最も初期の分析はパネル DOLS 推定方法を用いて、OECD 諸国 19ヶ国の貨幣需要関数を推定している Mark and

³⁾ 貨幣需要関数のパネル分析に関するサーヴェイについては Kumar et al. (2013) を参照されたい。表 3-1 (a) は Kumar et al. (2013) における表 1 を補完するものである。

Sul (2003) である。これに続き, Harb (2004) は FMOLS を用いて湾岸協力会議 (Gulf Cooperation Council, GCC) 諸国 6 ヶ国について, Dreger et al. (2007) は FMOLS, DOLS, Breitung の 2 段階推定を用いて, EU 加盟国のうち新加盟国 10 ヶ国について, Hamori (2008) は FMOLS を用いてサブサハラ諸国 35 ヶ国について, Hamori and Hamori (2008) は FMOLS を用いてユーロ諸国 11 ヶ国について, Fidrmuc (2009) は FMOLS, DOLS, DOLS-SUR を用いて中東欧諸国 6 ヶ国について, Rao and Kumar (2009) は FMOLS, DOLS を用いてアジア諸国 14 ヶ国について, Carrera (2012) は FMOLS を用いてラテンアメリカ諸国 15 ヶ国について, Setzer and Wolff (2013) は DOLS を用いてユーロ諸国 12 ヶ国について分析している。同様に, Kumar and Rao (2012) は FMOLS, DOLS, Breitung の 2 段階推定を用いてアジア諸国 17 ヶ国について, Kumar et al. (2013) は FMOLS, DOLS を用いて OECD 諸国 11 ヶ国について分析している。Kumar and Rao (2012) と Kumar et al. (2013) は貨幣需要の構造的変化を分析するために大標本パネルを用いている。

表 3-1 (a) 先行研究 (まとめ: 動学的パネル分析の手法を用いた貨幣需要関数の推定)

	分析対象国	標本期間	貨幣供給量	共積分検定	共積分ベクトルの推定
Carrera (2012)	ラテンアメリカ諸国 15 ヶ国	1948-2003	M1	Pedroni	FMOLS
Dreger, et.al (2007)	新EU加盟国 10 ヶ国	1995Q1-2004Q2	broad money	Pedroni, LM	FMOLS, DOLS, Breitung's two-step
Fidrmuc (2009)	中東欧諸国 6 ヶ国	1994M9-2003M6	M2	Kao	FMOLS, DOLS, DOLS-SUR
Hamori(2008)	サブサハラ諸国 35 ヶ国	1980-2005	M1, M2	Pedroni, Maddala and Wu	FMOLS
Hamori and Hamori (2008)	ユーロ諸国 11 ヶ国	1999M1-2006M2	M1, M2, M3	Pedroni, Maddala and Wu	FMOLS
Harb (2004)	GCC 諸国 6 ヶ国	1979-2000	M1	Pedroni	FMOLS
Kumar and Rao (2012)	アジア諸国 17 ヶ国	1979-2009	M1	Westerlund	FMOLS, DOLS, Breitung's two-step, structural breaks
Kumar, et.al (2013)	OECD 諸国 11 ヶ国	1975Q1-2008Q4	M1	Pedroni	FMOLS, DOLS(not reported), structural breaks
Mark and Sul (2003)	OECD 諸国 19 ヶ国	1957-1996	M1	Pedroni	DOLS
Rao and Kumar (2009)	アジア諸国 14 ヶ国	1970-2005	M1	Pedroni	FMOLS, DOLS
Setzer and Wolff (2013)	ユーロ諸国 12 ヶ国	1999Q1-2008Q3	M3	group Phillips-Perron, group ADF	DOLS

表 3-1 (b) は通貨代替に関する先行研究についてまとめたものである。最も初期の分析は MIUF モデルに基づいて貨幣需要関数を導出し, カナダの通貨代替について分析した Miles (1978) である。これ以降, ラテンアメリカ諸国 (Ortiz (1983), Ramirez-Rojas (1985), Fasano-Filho (1986), Rogers (1992), Rojas-Suárez (1992), Clements and Schwartz (1993), Rodríguez and Turner (2003) など), アジア諸国 (Mongardini and Mueller (2000), Adam et al. (2004), Sharma et al. (2005), Samreth (2011) など), 中東欧諸国 (Selçuk (1994), Akçay et al. (1997), Us (2003), Bahmni-Oskooee and Karacal (2006), Metin-Özcan and Us (2007), Neanidis and Savva (2009) など) における通貨代替について, 数多くの先行研究が存在する。先述の通り, これらの先行研究の多くは特定の国, もしくは同一地域における数ヶ国を対象に分析しており, 標本期間も金融危機以前までの期間を用いている。

表 3-1 (b) 先行研究 (まとめ: 通貨代替)

	分析対象国	標本期間	推定方法
Adam, Goujon, and Guillaumont (2004)	ベトナム	1991M1-1999M6	VECM
Akçay, Alper, and Karasulu (1997)	トルコ	1987M1-1996M3	EGARCH
Bahnmi-Oskooee and Karacal (2006)	トルコ	1987M1-2004M6	ARDL
Bordo and Choudhri (1982)	カナダ	1970Q4-1979Q4	OLS with Cochrane-Orcutt procedure
Bufman and Leiderman (1993)	イスラエル	1978Q1-1988Q4	GMM
Clements and Schwartz (1993)	ボリビア	1986M1-1991M9	OLS
De Freitas (2006)	ユーロ圏	1982Q2-1999Q3	VAR
Fasano-Filho (1986)	アルゼンチン	1960-1976 (annual)	OLS with Cochrane-Orcutt procedure
Frieman and Verbetsky (2001)	ロシア	1995M1-2000M6	GMM
İmrohoroğlu (1994)	カナダ	1974M1-1989M12 1974Q1-1990Q2	GMM
熊本・熊本 (2003a)	ラテンアメリカ諸国6ヶ国	1994M1-2000M12	GMM
熊本・熊本 (2005)	メキシコ	1990M1-2002M12	VECM
Kumamoto and Kumamoto (2008)	インドネシア	1999M1-2007M12	ARDL
Kumamoto and Kumamoto (2014c)	中東欧諸国3ヶ国	2002Q1-2013Q4	GMM
Metin-Özcan and Us (2007)	トルコ	1985M12-2007M4	VAR
Miles (1978)	カナダ	1960Q4-1975Q4	OLS
Mongardini and Mueller (2000)	キルギス	1993M2-1998M10	ARDL
Neanidis and Savva (2009)	体制移行国11ヶ国	1993M2-2006M12	panel estimation; OLS, 2SLS
Ortiz (1983)	メキシコ	1960Q1-1979Q4	OLS
Ra (2008)	南アジア諸国3ヶ国	1992M12-2007M6	OLS
Ramirez-Rojas (1985)	ラテンアメリカ諸国3ヶ国	アルゼンチン: 1980Q2-1984Q1 メキシコ: 1970Q1-1982Q2 ウルグアイ: 1970Q1-1982Q3	OLS
Rodríguez and Turner (2003)	メキシコ	1978Q1-2000Q4	OLS
Rogers (1992)	カナダ	カナダ: 1977Q1-1980Q4	VAR
Samreth (2010)	カンボジア	メキシコ: 1978M2-1985M10 1998M7-2005M12	GMM
Samreth (2011)	カンボジア	1993M6-2009M6	ARDL
Selçuk (1994)	トルコ	1986M1-1992M1	VAR
Selçuk (1997)	トルコ	1985M2-1993M12	GMM
Selçuk (2003)	新興市場国6ヶ国	チェコ: 1993M1-2000M12 ハンガリー: 1991M1-2000M10 イスラエル: 1993M1-2000M12 ヨルダン: 1994M1-2000M1 ポーランド: 1997M1-2001M3 スロバキア: 1993M1-2001M1 トルコ: 1987M1-1999M12	GMM
Serletis and Pinno (2007)	カナダ	1981Q1-2003Q1	GMM
Sharma, Kandil, and Chaisrisawatsuk (2005)	アジア諸国6ヶ国	1977Q1-1996Q4	SUR (OLS)
Soydan (2003)	トルコ	1987Q1-2000Q4	VAR
Us (2003)	トルコ	1990M1-1999M12	ARDL
Yinusa (2008)	ナイジェリア	1986Q1-2003Q4	VAR
Yinusa and Akinlo (2008)	ナイジェリア	1986Q1-2005Q2	OLS

2-3. モデル⁴⁾

第2章で提示した基本モデルに不確実性を導入し、物価が伸縮的である小国開放経済を想定する。本節のモデルは第5章で提示しているモデルに依拠しているが、ここでは相対的貨幣需要関数の推定に焦点を当てるため、効用関数に労働供給量は含めず、代表的家計は実質消費量、自国通貨（通貨 H ）、および外国通貨（通貨 F ）の実質保有残高から効用を得るものと想定する。自国における代

⁴⁾ 本節におけるモデルの定式化は Kumamoto and Kumamoto (2014d) に依拠している。

表的家計は $t=0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値の期待値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \quad (3-1)$$

$$U \left(C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) = \frac{X_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

$$X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \quad Z_t = \left[\gamma \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

を最大化する。

自国の代表的家計は、以下の異時点間の予算制約式に直面する。

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_{H,t} + S_t M_{F,t} + P_{BH,t} B_{H,t} + S_t P_{BF,t} B_{F,t} \\ = P_t Y_t + M_{H,t-1} + S_t M_{F,t-1} + B_{H,t-1} + S_t B_{F,t-1} + T_{H,t} \end{aligned} \quad (3-2)$$

なお、各パラメータ、変数については第 2 章と同様に定義される。2 種類の無リスクの債券（債券 H 、および債券 F ）が存在し、1 単位の通貨 H 、通貨 F が支払われる。代表的家計が t 期末に保有する債券 H ($B_{H,t}$)、および債券 F ($B_{F,t}$) の価格を $P_{BH,t}$ 、 $P_{BF,t}$ とする。これら債券の価格は次式で与えられる。

$$P_{BH,t} = \frac{1}{1+i_{H,t}}, \quad P_{BF,t} = \frac{1}{1+i_{F,t}} \quad (3-3)$$

$i_{H,t}$ 、 $i_{F,t}$ は自国の代表的家計に適用される債券 H 、 F の名目金利である。ここで、自国の代表的家計は両方の債券を保有し、債券 F を保有する場合には、外国の代表的家計に対し、以下の (3-4) 式で表されるリスク・プレミアムを支払うことを要求されると想定する。

$$1+i_{F,t} = (1+i_{F,t}^*) \Psi \left(\frac{S_t (B_{F,t} + M_{F,t})}{PY} \right) \quad (3-4)$$

ただし

$$\Psi \left(\frac{S_t (B_{F,t} + M_{F,t})}{PY} \right) = \exp \left(-\kappa \frac{S_t (B_{F,t} + (M_{F,t} - M_F))}{PY} \right) \quad (3-5)$$

である。 $i_{F,t}^*$ は外国の代表的家計に適用される債券 F の名目金利である。 $\Psi(\cdot)$ は $\Psi(0)=1$ 、 $\Psi'(\cdot) < 0$ を満たすものと想定する。時間に関する添字のない変数は初期定常状態における値を表す。(3-5) 式はリスク・プレミアムが初期の定常状態における名目産出量 ($P_H Y$) に対する経済全体の対外純資産残高 ($S_t (B_{F,t} + M_{F,t})$) の比率に依存することを意味する。自国の代表的家計はこの比率を所

与とする。初期の定常状態では $B_{F,t} = 0$, $M_{F,t} = M_F$ であるため, $\Psi(0) = 1$ であると想定する。(3-4) 式の定式化は, Lane and Milesi-Ferretti (2001) による金利差の決定要因として対外純資産が重要であるという指摘と整合的でもある。

最適化のための一階条件は, 以下で表される。

$$U_{C,t} = \beta(1+i_{H,t})E_t \left[\frac{P_t}{P_{t+1}} U_{C,t+1} \right] \quad (3-6)$$

$$U_{C,t} = \beta(1+i_{F,t})E_t \left[\frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{S_{t+1}}{S_t} U_{C,t+1} \right] \quad (3-7)$$

$$\frac{U_{C,t}}{P_t} = \frac{U_{M_H/P,t}}{P_t} + \beta E_t \left[\frac{U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (3-8)$$

$$\frac{S_t U_{C,t}}{P_t} = \frac{S_t U_{SM_F/P,t}}{P_t} + \beta E_t \left[\frac{S_{t+1} U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (3-9)$$

限界効用は第2章と同様に与えられる。

(3-6) 式と (3-8) 式から通貨 H の需要関数 ((2-7) 式), (3-7) 式と (3-9) 式から通貨 F の需要関数 ((2-8) 式) が得られ, これらから通貨 H に対する通貨 F の相対的貨幣需要関数 (3-10) 式が導出される。

$$CS_t \equiv \frac{S_t M_{F,t} / P_t}{M_{H,t} / P_t} = \left(\frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{1+i_{H,t}}{i_{H,t}} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{-\nu} \quad (3-10)$$

(3-10) 式より, 相対的貨幣需要はそれぞれの通貨を保有する機会費用である $i_{H,t}$, $i_{F,t}$ に依存していることがわかる。すなわち, $dCS_t / di_{H,t} > 0$ より, 通貨 H を保有する機会費用 $i_{H,t}$ が上昇するならば, 通貨代替の程度 (通貨 H に対する通貨 F の保有比率) が増大することがわかる。これは, 一般的にインフレ率が高い国では名目金利も高いため, 通貨代替が進展することを意味している。

政府の予算制約式は, 各期において均衡していると想定する。また, 一般性を失うことなく, 政府支出はゼロであると想定する。この想定の下で, 政府の予算制約式は以下のように表される。

$$T_{H,t} = M_{H,t} - M_{H,t-1} \quad (3-11)$$

(3-11) 式は, シニョリッジは政府移転として, 家計に還元されることを意味する。

ここで, (2-7), (2-8) 式を初期の定常状態周りで対数線形近似を行うと, 第2章と同様の相対的貨幣需要関数 (2-46) 式が得られる。

リスク・プレミアムの定義

$$\hat{i}_{F,t} = \hat{i}_{F,t}^* - \kappa n f a_t \quad (3-12)$$

を (2-46) 式に代入すると、以下の式が得られる⁵⁾。

$$cs_t \equiv m_{F,t} + s_t - m_{H,t} = \frac{v\beta}{1-\beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* + \kappa nfa_t) \quad (3-13)$$

ただし、 $nfa_t \equiv S_t(B_{F,t} + M_{F,t}) / P_H Y$ であり、対外純資産を表す。通貨Hと通貨Fを保有することで享受する流動性サービスは代表的家計の効用に対称的に影響を及ぼすため、(3-13) 式にスケール変数 (例えば、実質消費 c_t) が含まれないことになる。

2-4. 実証分析

本節では、動学的パネル分析の手法を用いて相対的貨幣需要関数を推定する⁶⁾。まず、前節で提示したモデルに基づき、パネルデータにおける相対的貨幣需要関数を以下のように特定化する。

$$cs_{i,t} = \alpha_i + \beta_i (\hat{i}_{H,i,t} - \hat{i}_{F,i,t}^* + \kappa nfa_{i,t}) + e_{i,t} \quad (3-14)$$

ただし、 i はクロスセクション方向を表す。

2-4-1. データ

分析対象国はアジア諸国2ヶ国 (インドネシア、フィリピン)、ラテンアメリカ諸国2ヶ国 (アルゼンチン、ペルー)、および中欧諸国2ヶ国 (チェコ、ポーランド) の計6ヶ国である⁷⁾。標本期間には先述の通り、金融危機以降の時期を含めるが、データの入手可能性により、2002年第1四半期から2011年第4四半期とする。

第1章でも述べた通り、理想的な通貨代替の程度を算出する際に、最も望ましい外国通貨の名目貨幣残高の指標は、国内居住者が保有する外国通貨と国内に保有する外国通貨建て要求払い預金の合計である。しかしながら、国内居住者が保有する「現金」としての外国通貨額のデータは入手不

⁵⁾ (3-4), (3-6), (3-7) 式より、カバーなし金利平価式は以下のように表される。

$$\frac{1 + i_{H,t}}{(1 + i_{F,t}^*) \Psi \left(\frac{S_t (B_{F,t} + M_{F,t})}{P_H Y} \right)} = \frac{E_t \left[\left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \left(\frac{S_{t+1}}{S_t} \right) \left(\frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} \right) \right]}{E_t \left[\left(\frac{P_t}{P_{t+1}} \right) \left(\frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} \right) \right]}$$

これを対数線形近似すると、 $\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* = E_t [\Delta S_{t+1}] - \kappa nfa_t$ となる。これより、対外純資産の水準の違いがカバーなし金利平価式からの乖離を生み出すことがわかる。

⁶⁾ 動学的パネル分析の手法については、Baltagi (2005) や Breitung and Pesaran (2008) を参照されたい。

⁷⁾ カンボジア、ラオス、ベトナム、ボリビア、パラグアイ、ウルグアイでは通貨代替がかなり進展していることが知られているが、これらの国では四半期データは入手不可能であった。

可能であったため、外国通貨建て要求払い預金を外国通貨の名目貨幣残高とする。本論文では貨幣の流動性サービスから効用が得られることを想定し、通貨代替としての外国通貨の保有を分析対象としているため、可能な限り、流動性の高い預金に限定し、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金は含めないこととする。また、これと対応させるために、自国通貨の名目貨幣残高を自国通貨建て要求払い預金を自国通貨の名目貨幣残高とする。これらのデータは各国の中央銀行より入手した。

中欧諸国以外の名目金利差については、各国の銀行間金利と LIBOR との差として算出した。中欧諸国の名目金利差については、これらの国の居住者はドルではなく、ユーロと自国通貨を代替させると考えられるため、LIBOR ではなく EURIBOR を用いた。以上のデータについては、*International Financial Statistics* と *Economist Intelligence Unit* から入手した。

対外純資産のデータについては、Lane and Milesi-Ferretti (2001) が構築したデータセットである *External Wealth of Nations Dataset, 1970–2011* (<http://www.philiplane.org/EWN.html>) から入手した。これらについては、Chow and Lin (1971) の手法を用いて四半期データに変換した⁸⁾。

図 3-1 通貨代替の程度

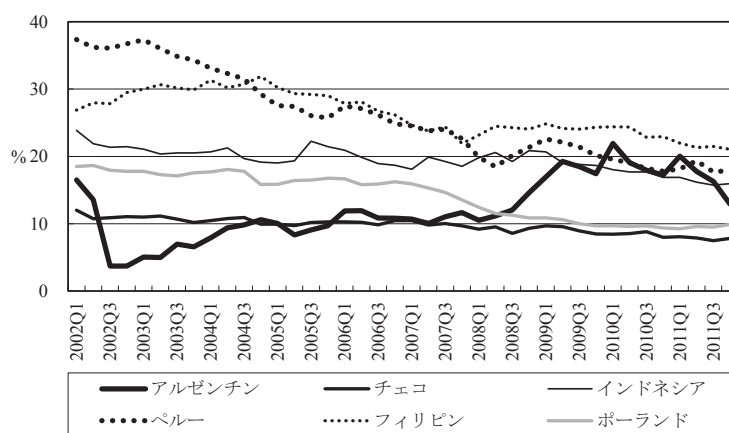


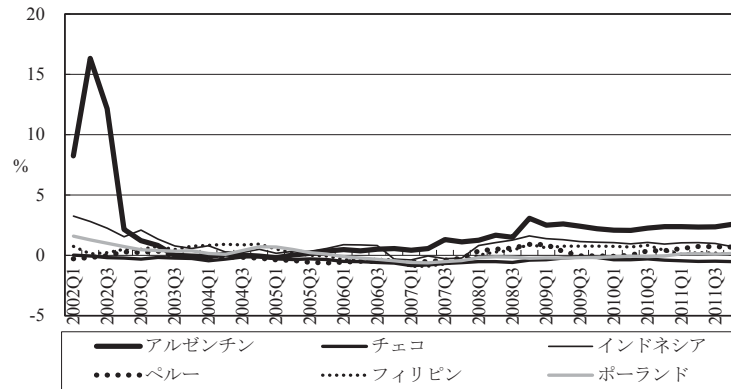
図 3-1, 3-2 はそれぞれ、 $CS^* \equiv SM_F / (M_H + SM_F)$ で定義される通貨代替の程度⁹⁾ とリスク・プレミアムによって修正された名目金利差 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + knfa$ の推移を示したものである。これより、ほとんどの国において、名目金利差が縮小するに伴い、通貨代替の程度が低下（脱ドル化，脱ユーロ

⁸⁾ 経常収支を補助系列として、対外純資産の変化分を interpolate したものを足し合わせることで四半期の対外純資産のデータに変換した。

⁹⁾ 図 3-1 における通貨代替の程度の定義は、実証分析において用いる通貨代替の程度を表す変数 cs (3-13 式) のそれとは異なるものであることに留意されたい。

化) していることがわかる¹⁰⁾。

図 3-2 リスク・プレミアムで修正した名目金利差の推移



2-4-2. パネル単位根検定

Im et al. (2003) による ADF 型検定 (IPS 検定), Maddala and Wu (1999) と Choi (2001) による Fisher 型検定により, 変数のオーダーを検定する。

IPS 検定は Dickey-Fuller 検定をパネルデータ解析へ応用したものである。任意の変数 $z_{i,t}$ が

$$z_{i,t} = \mu_i + \sum_{j=1}^p \gamma_{i,j} z_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t} \quad (3-15)$$

なる AR (p) 過程に従うとき, (3-15) 式は誤差修正モデルとして, 以下のように書き直せる。

$$\Delta z_{i,t} = \mu_i + \delta_i z_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \xi_j \Delta z_{i,t-j} + \varepsilon_{i,t} \quad (3-16)$$

ただし, ここで $\delta_i = -(1 - \sum_{j=1}^{p_i} \gamma_{ij})$, $\xi_j = \sum_{k=j}^{p_i} \gamma_{ik}$ である。IPS 検定では (3-16) 式において AR 項 δ_i は国ごとに不均一であること, すなわち, 定常根が個体ごとに変わることを認めるだけでなく, 一部の個体が単位根を持つことも認めている¹¹⁾。したがって, 検定問題は, 帰無仮説は LLC 検定と同様に「すべての国について δ_i が同一でゼロである (単位根がある)」 ($H_0 : \delta_i = 0$) であるが,

¹⁰⁾ アルゼンチンでは2001年12月に通貨危機が発生し, 950億ドルの対外債務デフォルトに陥った。
¹¹⁾ Levin et al. (2002) が提案した LLC 検定では国家間における AR 項の係数の均一性が想定されている。すなわち, LLC 検定では (3-16) 式において「すべての国について δ_i が同一でゼロである (単位根がある)」という帰無仮説 ($H_0 : \delta_i = \delta = 0$) と「すべての国について δ_i が同一で負である (定常根である)」という対立仮説 ($H_1 : \delta < 0$) の検定問題を考えている。

対立仮説はそれとは異なり、「一部の国の δ_i はゼロである（単位根がある）が、残りの国の δ_i は負（定常根である）」（ $H_1 : \delta_i = 0 \text{ for } i=1,2,\dots,N_1, \delta_i < 0 \text{ for } i=N_1+1,N_1+2,\dots,N$ ）である¹²⁾。

Maddala and Wu (1999) と Choi (2001) はそれぞれ、個々の単位根検定から得られた p 値を組み合わせてパネル単位根検定を行う方法を考案した。IPS検定と同様にAR項が各国で不均一であることを認めるが、検定統計量の計算方法がIPS検定とは異なる。IPS検定における検定統計量が、各クロスセクションに対する個別のADF検定を行い、それより得られたパラメータの推定値に対する t 統計量の平均値を利用するのに対し、Maddala and Wu (1999) では、まず、各国 i に、変数 $z_{i,t}$ 対して(3-15)式のADF検定を行い、AR項 δ_i の p 値(π_i)を求め、それを $\lambda = -2 \sum_{i=1}^N \ln(\pi_i)$ の形で集計する。このとき、 $\varepsilon_{i,t}$ にクロスセクション方向での相関がなければ、「すべての国について δ_i が同一でゼロである（単位根がある）」（ $H_0 : \delta_i = 0$ ）という帰無仮説の下、 λ は漸近的に自由度 $2N$ の χ^2 分布に従うことが知られている。対立仮説は「少なくとも1つの国の δ_i は負（定常根である）」（ $H_1 : \delta_i < 0 \text{ for at least one } i$ ）である。Choi (2001) は検定統計量である Z 統計量を $Z = (1/\sqrt{N}) \sum_{i=1}^N \Phi^{-1}(\pi_i)$ で定義し、これが漸近的に標準正規分布に従うことを示している。ただし、 Φ は標準正規分布関数である。

表 3-2 パネル単位根検定

系列	検定統計量				
	IPS	Fisher-type ADF		Fisher-type PP	
		Chi-square	Choi Z	Chi-square	Choi Z
<i>cs</i>	1.21 (0.89)	6.18 (0.91)	1.22 (0.89)	6.37 (0.90)	1.15 (0.88)
<i>i_H-i_F*+ κ nfa</i> (トレンドあり)	-5.86 (0.00)***	60.40 (0.00)***	-4.42 (0.00)***	27.83 (0.00)***	-2.82 (0.00)***
<i>Δcs</i>	-12.55 (0.00)***	28.91 (0.00)***	-2.77 (0.00)***	136.36 (0.00)***	-10.16 (0.00)***
<i>Δ(i_H-i_F*+ κ nfa)</i> (トレンドあり)	-10.36 (0.00)***	111.38 (0.00)***	-8.97 (0.00)***	105.09 (0.00)***	-8.51 (0.00)***
	-9.85 (0.00)***	97.86 (0.00)***	-8.15 (0.00)***	90.02 (0.00)***	-7.55 (0.00)***

注1：括弧内は p 値である。

注2：***, **はそれぞれ、非定常であるという帰無仮説が1%, 5%水準で棄却されることを表す。

検定においては定数項のみを含める¹³⁾。なお、ラグ次数はSBICにより選定した。その結果を示したものが表3-2である。*cs*はIPS, Fisher型検定のいずれにおいても、単位根を持つという帰無仮説が水準では棄却されず、1階の階差では有意水準1%で棄却されていることから、I(1)変数であること

¹²⁾ 国家間（クロスセクション i ごと）のばらつきが大きいと想定される状況では、LLC検定に比べて対立仮説の制約が緩いIPS検定や後述するMaddala and Wu (1999)の検定の方が現実的であると考えられる(Maddala and Wu (1999))。

¹³⁾ Erceg et al. (2009) に従い、 $\kappa = 0.001$ とした。

がわかる。一方で、 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ はIPS, Fisher型検定のいずれにおいても、有意水準1%でI(0)変数であることがわかる。したがって、 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ についてはトレンドを含めたパネル単位根検定についても行った。これらの結果から、ここでは $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ はI(1)変数であると結論する¹⁴⁾。

2-4.3. パネル共和分検定

次に相対的貨幣需要とその決定要因の長期的関係の存在を確認するために、Pedroni (1999) のパネル共和分検定を行う¹⁵⁾。これは非定常時系列モデルの枠組みでEngle and Granger (1987) が提案した共和分検定をパネルデータ解析へ拡張したものであり、以下のモデルを考えている。

$$y_{i,t} = \alpha_i + \beta' x_{i,t} + e_{i,t} \quad (3-17)$$

ただし、 $y_{i,t} = y_{i,t-1} + u_{i,t}$, $x_{i,t} = x_{i,t-1} + \varepsilon_{i,t}$, $w_{i,t} = (\Delta y_{i,t}, \Delta x_{i,t})' = (u_{i,t}, \varepsilon_{i,t})'$ は厳密な定常過程にあり、

平均ゼロのエルゴード性を仮定すると、各国で異なる同時共分散行列 Σ_i , 片側の長期共分散行列 Λ_i , 長期共分散行列 Ω_i は $w_{i,t}$ を用いて、以下のように表すことができる。

¹⁴⁾ カバーなし金利平価式に基づく、予想為替相場減価率はI(0)変数であると考えられる。このため、リスクプレミアムがI(0)変数であるならば、名目金利差もI(0)変数となる必要がある。一方、リスクプレミアムがI(1)変数であるならば、名目金利差もI(1)変数となり、この場合、両者の間には共和分関係が必要となる。そこで、名目金利差とリスクプレミアムそれぞれに対するパネル単位根検定を行った。補論Bに掲載している推定結果の通り、名目金利差についてはIPS, Fisher型検定のいずれにおいても、有意水準1%でI(0)変数であった。したがって、名目金利差については、トレンドを含めたパネル単位根検定についても行った。これから、名目金利差はI(1)変数であると結論できる。なお、(リスク・プレミアムを除いた)名目金利差の推移について補論Cに掲載している。また、個別の国についての単位根検定の結果を補論Dに掲載している。これからわかる通り、名目金利差がI(0)変数、I(1)変数となる国が混在している。比較的安定的な金融政策が行われている先進諸国などでは名目金利差がI(0)変数となる場合が多いが、ここでは2001年12月に通貨危機が発生し、対外債務デフォルトに陥ったアルゼンチンなど、金融政策が不安定な国を含めているため、名目金利差がI(1)変数になったと考えられる。以上の結果と(2-46)式の相対的貨幣需要関数(通貨代替)の決定要因である名目金利差 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^*$ がリスク・プレミアムを含めた $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ で表現されることから、ここでは通貨代替の決定要因を名目金利差とリスク・プレミアムに分離せず、1つの変数(リスク・プレミアムで修正した名目金利差)として扱う。なお、非定常過程に従う名目金利差がどのようなショックによって生成されるかについては、合理的期待均衡解を解析的に導出し、合理的期待誤差を経済学的に意味のある構造的ショックで解釈する必要がある。例えば、加納(2013)、Kano(2013)は2国からなる開放経済DSGEモデルを用いて、非定常過程に従う為替相場が2国間の貨幣供給トレンド要素の差に対する予期せざるショックによって生成されることを明らかにしている。これと同様の分析を行うことは上述した問いに対してだけでなく、第6章において用いているアドホックなフィルタリングに頼らない分析を可能にすることにもつながる。

¹⁵⁾ Kao(1999)もパネル共和分検定を拡張しているが、Pedroni検定が見せかけの回帰において国家間の不均一性の定数項と係数を認めるのに対し、Kao検定は定数項の不均一性は認めるが、係数については均一性(すべての国で共和分ベクトルが共通)を想定している。したがって、脚注12)と同様の理由により、ここではKao検定については行わない。

$$\Sigma_i = E(w_{i,t}w'_{i,t}) = \begin{bmatrix} \sigma_{uu,i} & \sigma_{u\varepsilon,i} \\ \sigma_{\varepsilon u,i} & \Sigma_{\varepsilon\varepsilon,i} \end{bmatrix}, \quad \Lambda_i = \sum_{j=0}^{\infty} E(w_{i,t}w'_{i,t-j}) = \begin{bmatrix} \lambda_{uu,i} & \lambda_{u\varepsilon,i} \\ \lambda_{\varepsilon u,i} & \Lambda_{\varepsilon\varepsilon,i} \end{bmatrix},$$

$$\Omega_i = \sum_{j=-\infty}^{\infty} E(w_{i,t}w'_{i,t-j}) = \begin{bmatrix} \omega_{uu,i} & \omega_{u\varepsilon,i} \\ \omega'_{u\varepsilon,i} & \Omega_{\varepsilon\varepsilon,i} \end{bmatrix} = \Lambda_i + \Lambda'_i - \Sigma_i$$

$\hat{e}_{i,t}$ を (3-17) 式の残差とすると、残差に基づいた共和分検定は

$$\hat{e}_{i,t} = \rho_i \hat{e}_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{p_i} \gamma_{ij} \Delta \hat{e}_{i,t-j} + v_{i,t}$$

において、帰無仮説と対立仮説を検定することである。

Pedroni (1999) は標準正規分布に従う panel ν , panel ρ , panel PP, panel ADF, group ρ , group PP, group ADF 統計量の7つを提案している¹⁶⁾。すべての統計量は「すべての国について共和分関係がない」という帰無仮説 ($H_0 : \rho_i = 1 \text{ for all } i$) を検定するが、対立仮説については panel 検定量 (within 型) か group 検定量 (between 型) かで異なる。前者の panel 検定量 (panel ν , panel ρ , panel PP, panel ADF) においては「すべての国について共和分関係があり、その程度はすべての国で同じ」 ($H_1 : \rho_i = \rho < 1 \text{ for all } i$) となるのに対し、後者の group 統計量 (group ρ , group PP, group ADF) においては「すべての国で共和分関係があり、その程度は各国で異なる」 ($H_1 : \rho_i < 1 \text{ for all } i$) となる。

表3-3 パネル共和分検定

検定	検定統計量	
	トレンドなし	トレンドあり
Pedroni		
Panel ν -statistic	0.28	4.61***
Panel ρ -statistic	0.17	-5.64***
Panel PP-statistic	-0.05	-5.80***
Panel ADF-statistic	0.07	-5.32***
Group		
Group ρ -statistic	2.32	-1.46*
Group PP-statistic	2.65	-2.64***
Group ADF-statistic	2.23	-3.81***

注：***, *はそれぞれ, 1%, 10%水準で共和分がないという帰無仮説が棄却されることを表す。

¹⁶⁾ panel ν , panel/group ρ , panel/group PP 検定は、自己相関を PP 検定のようにノンパラメトリックに処理するのに対し、panel/group ADF 検定はパラメトリックに処理をする。

推定においては、パネル単位根検定と整合的となるように、定数項のみを含めた場合とトレンドも含めた場合の2通りを行う。共和分検定の結果を示したものが表3-3である。これより、定数項のみを含めた検定では帰無仮説が棄却されなかったが、トレンドも含めた場合には7検定のうちgroup ρ 検定を除く6検定において1%水準で、group ρ 検定では10%水準で共和分があることが示された。したがって、変数間には共和分があると判断する¹⁷⁾。

2-4-4. パネル共和分推定

最後に共和分ベクトルを推定する。共和分ベクトルの推定は Pedroni (2000, 2001) の Group-Mean Fully Modified OLS (FMOLS) と Group-Mean Dynamic OLS (DOLS) により行う。両手法ともに、パラメータが各国ごとに異なる可能性を考慮した上で推定やその有意性検定を行うことができ、国家間のばらつきが大きいパネルデータを用いる際に有用である。

Group-Mean FMOLS は、まず各変数を Within Group 変換（期間平均値からの乖離に変換）し、個別効果を取り除く。各国における個別の長期共分散の推定値 $\hat{\Lambda}_i$ 、 $\hat{\Omega}_i$ を用いて、長期共分散行列の平均の推定値 $\hat{\Lambda} = \sum_{i=1}^N \hat{\Lambda}_i$ 、 $\hat{\Omega} = \sum_{i=1}^N \hat{\Omega}_i$ を求め、修正従属変数と系列相関誤差項を以下のように定義する。

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{i,t}^+ &= \tilde{y}_{i,t} - \hat{\omega}_{ue,i} \sum_{ee,i}^{-1} \hat{\varepsilon}_{i,t} \\ \hat{\lambda}_{ue}^+ &= \hat{\lambda}_{ue} - \hat{\omega}_{ue,i} \hat{\Omega}_{ee,i}^{-1} \hat{\Lambda}_{ee}\end{aligned}$$

ここで $\tilde{y}_{i,t}$ 、 $\tilde{x}_{i,t}$ は各国における確定的なトレンド（平均）を取り除いた $\tilde{y}_{i,t} = y_{i,t} - \bar{y}_i$ 、 $\tilde{x}_{i,t} = x_{i,t} - \bar{x}_i$ である。次に変換後の変数を用いて各国別に FMOLS を行い、各国の共和分ベクトルを得た後、最後にこれらのパラメータの平均値（group-mean）をとり、パネル共和分ベクトルを求める。Pedroni

¹⁷⁾ このパネル共和分検定の結果の解釈には一定の留意が必要である。先述の通り、ここではリスク・プレミアムが対外純資産に依存するように定式化している。Lane and Milesi-Ferretti の対外純資産の主要3項目は海外直接投資 (foreign direct investment)、株式投資 (portfolio equity)、債務証券 (debt instruments) であり、このうち、債務証券の資産の部（データセットでは Debt assets）には外国通貨の現預金の動きが含まれる。また、主要3項目に加え、外貨準備 (foreign exchange reserve) も含まれていることから、Lane and Milesi-Ferretti の対外純資産と cs には相関関係が存在すると思われる。そこで、外貨準備を除いた主要3項目からなる対外純資産を用いて、定数項のみを含めた場合とトレンドも含めた場合の2通りの共和分検定を行った。補論Eに掲載している推定結果からわかる通り、ここでも同様に、定数項のみを含めた検定では帰無仮説が棄却されなかったが、トレンドも含めた場合には7検定のうちgroup ρ 検定を除く6検定において1%水準で、group ρ 検定では10%水準で共和分があることが示された。ただし、以上の外貨準備を除いた対外純資産にも外国通貨の現預金の動きは依然として含まれている。しかしながら、対外純資産と対外純負債を比較すると、後者が前者を dominate していることから、ここではデータ上の両者間の相関関係は高くなく、リスク・プレミアムで修正された名目金利差が相対的貨幣需要（通貨代替の程度）の長期的な決定要因であると判断する。

(2000, 2001) は各国ごとの FMOLS 推定量の平均を取った、共和分ベクトルの標本平均について一致推定量となる以下の Group-Mean FMOLS 推定量を提案している。

$$\hat{\beta}_{FMG} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left(\sum_{t=1}^T \tilde{x}_{i,t} \tilde{x}'_{i,t} \right)^{-1} \sum_{t=1}^T \left(\tilde{x}_{i,t} \tilde{y}_{i,t} - \hat{\lambda}_{ue,i} \right) \right\}$$

漸近的な共分散行列は各国の推定値の平均に関する分散を用いて、以下のように求められる。

$$\hat{V}_{FMG} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \left(\hat{\omega}_{ue,i} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \tilde{x}_{i,t} \tilde{x}'_{i,t} \right)^{-1}$$

FMOLS は説明変数の内生性、および系列相関を排除することができるため、通常の OLS より好ましい推定方法である。なお、長期分散共分散行列については Bartlett-Kernel を用いた Newey-West 法により推定した。

また、共和分ベクトルの推定における頑健性を確かめるために、Group-Mean DOLS による推定も行う。これは以下の (3-18) 式のように、(3-17) 式における説明変数 $x_{i,t}$ のリードとラグを利用し、漸近的な内生性と系列相関の問題を解決するものである。ただし、 $e_{i,t}$ は $\Delta x_{i,t}$ と直交する。

$$y_{i,t} = \alpha_i + \beta' x_{i,t} + \sum_{j=-q}^q \gamma'_{i,j} \Delta x_{i,t+j} + e_{i,t} \quad (3-18)$$

Pedroni (2001) は各国の DOLS 推定値の平均を取ることで、Group-Mean FMOLS 推定量の考え方を DOLS 推定に拡張し、以下の Group-Mean DOLS 推定量を提案している。ただし、 $\tilde{z}_{i,t} = (\tilde{x}_{i,t}, \Delta x_{i,t-q}, \dots, \Delta x_{i,t+q})$ である。

$$\hat{\beta}_{DG} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left(\sum_{t=1}^T \tilde{z}_{i,t} \tilde{z}'_{i,t} \right)^{-1} \sum_{t=1}^T \tilde{z}_{i,t} \tilde{y}'_{i,t} \right\}$$

漸近的な共分散行列は、各国の推定値の平均に関する分散を用いて、以下のように求められる。

$$\hat{V}_{DG} = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \left(\hat{\omega}_{ue,i} \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \tilde{z}_{i,t} \tilde{z}'_{i,t} \right)^{-1}$$

Group-Mean DOLS のリードとラグのオーダーは Akaike の情報量基準に基づき決定する。

推定においては、パネル単位根検定とパネル共和分検定と整合的となるように、定数項のみを含めた場合とトレンドも含めた場合の 2 通りを行う。表 3-4 はパネル共和分推定の結果、表 3-5 は各国の推定結果を示したものである。

表 3-4 からリスク・プレミアムで修正された名目金利差 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ の符号は FMOLS 推定においては 1%水準で、DOLS 推定においては 5%水準で有意に正であることがわかる。

表 3-4 パネル共和分推定

	$i_H - i_F^{*+} + \kappa nfa$	
	トレンドなし	トレンドあり
FMOLS	4.79*** (133.74)	3.46*** (79.21)
DOLS	3.67** (2.40)	3.65** (2.44)

注1：括弧内はt値である。

注2：***，**は1%，5%水準で有意であることを意味する。

表 3-5 より、アルゼンチン（トレンドなしの FMOLS と DOLS，およびトレンドありの FMOLS），チェコ（トレンドなしの FMOLS），インドネシア（トレンドなしの FMOLS と DOLS，およびトレンドありの FMOLS），フィリピン（すべて），ポーランド（トレンドなしの FMOLS）の個別の国についても、同様の結果が得られている。これらの結果は分析対象国の多くにおいて、自国通貨を保有する際の機会費用 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ が上昇すると、通貨代替の程度が有意に増加することを意味している。これは Metin-Özcan and Us (2007)，García-Escribano and Sosa (2011) が指摘している脱ドル化、もしくは脱ユーロ化の現象と整合的な結果である。その一方で、チェコ（トレンドありの FMOLS），ペルー（トレンドなしの FMOLS），ポーランド（トレンドありの FMOLS と DOLS）においては、 $\hat{i}_H - \hat{i}_F^* + \kappa nfa$ が通貨代替に有意な負の影響をもたらすという結果も得られている。

表 3-5 パネル共和分推定（国別）

	$i_H - i_F^{*+} + \kappa nfa$			
	トレンドなし		トレンドあり	
	FMOLS	DOLS	FMOLS	DOLS
アルゼンチン	0.25** (2.13)	28.98*** (4.10)	4.45*** (30.89)	1.28 (0.59)
チェコ	18.60*** (207.89)	13.16 (0.50)	-1.18*** (-10.59)	-5.74 (-1.15)
インドネシア	3.46*** (27.08)	3.99*** (8.52)	0.57** (2.20)	0.72 (0.75)
ペルー	-30.67*** (-417.67)	-31.21 (-0.89)	0.06 (0.56)	0.51 (0.11)
フィリピン	8.68*** (107.42)	9.98*** (3.00)	10.07*** (112.78)	10.63*** (4.78)
ポーランド	27.29*** (417.41)	24.18 (1.44)	-12.37*** (-117.94)	-11.99*** (-8.64)

注1：括弧内はt値である。

注2：***，**はそれぞれ、1%，5%水準で有意であることを意味する。

以上の結果が得られた1つの可能性として、通貨代替の履歴効果の存在があると思われる。先述の通り、国内居住者が自国通貨と外国通貨のどちらを使用するかは、支払手段と価値貯蔵手段の利便性を比較して決定する。価値貯蔵手段としてのドルやユーロの利便性は相対的に低下しているが、

支払手段としての利便性はいまだ低下しているとは言えない。貨幣の支払手段としての利便性は一般的受容性に依存するため、ある国で通貨代替の程度が高まれば高まるほど、外国通貨の支払手段としての利便性は増すことになる。したがって、たとえ名目金利差が縮小したとしても、多くの国内居住者が依然として外国通貨を使用し続けるという履歴効果が作用しているのかもしれない。また、チェコとポーランドにおいては、推定にトレンドを含めるかどうかで反対の結果が得られている。これは履歴変数を表す変数（例えば、外国通貨の一般的受容性）に名目金利差の符号に影響を及ぼすトレンド要素を持っていることによるものかもしれない。

以上より、名目金利差は通貨代替の程度に有意な正の影響を及ぼしており、自国通貨を保有することの機会費用が上昇すると、通貨代替の程度は増加することが明らかとなった。近年、名目金利差は縮小していることから、これは金融危機以降、分析対象国においては脱ドル化・脱ユーロ化が観察されることを示唆するものである。名目金利差や対外純資産が貨幣需要に影響を及ぼし、これが産出量ギャップやインフレ率にもたらす影響を通じて、長期的には金利政策の有効性に影響を及ぼし得ることを意味する。したがって、中央銀行は金融政策を策定する際に名目金利差の影響を考慮する必要がある。名目金利差が予想為替相場減価率に影響を及ぼすことを所与とすると、金利を設定する際の金融政策ルールに為替相場を付け加え、さらにこれに大きなウェイトを付与することによって、安定性は達成できるかもしれない。

3. 通貨代替における履歴効果

3-1. 本節の特徴と構成

本節では、通貨代替の決定要因として、外国通貨の価値貯蔵手段としての利便性を表す要因（名目金利差）と支払手段としての利便性を表す要因（履歴効果）を考える。これは先述の通り、通貨代替には国内経済における名目利子率（したがって、インフレ率、予想為替相場減価率）が低下したとしても、国内居住者が自国通貨の価値貯蔵手段よりも外国通貨の支払手段の利便性を重視するならば、外国通貨を使い続けるという履歴効果が観察されることが知られていること、ならびに前節の分析においてその可能性が示唆されたためである。

外国通貨の価値貯蔵手段としての利便性を表す要因は、通貨代替の程度に短期的にも影響を及ぼすと考えられる一方で、先述の通り、支払手段としての利便性を表す要因は、マクロ経済環境の変化に対し、十分なラグを伴い反応すると考えられる。したがって、推計に際しては、自己回帰型分布ラグ（ARDL）モデルを用いて、通貨代替の決定要因が通貨代替の程度に与える短期的効果、および長期的効果について明らかにする。

本節の構成は以下の通りである。第 3-2 節では先行研究について概観し、第 3-3 節では前節のモデルにネットワーク外部性を導入し、推定式を導出する。第 3-4 節では実証方法、実証結果を示す。

3-2. 先行研究

通貨代替に履歴効果が存在する理由として、支払手段としての外国通貨の使用にいわゆる慣性が働いていることが挙げられる。

例えば、Matsuyama et al. (1993) はランダム・マッチング・モデルを国際通貨の理論モデルに応用し、為替の交換確率の高い通貨が国際通貨となること、さらにいったん国際通貨となると、規模の経済性により為替の交換確率が更に一層高まることを示している。また、小川 (1995, 1998 (第 10 章)) は MIUF モデルを国内通貨の他に 2 つの国際通貨が利用されていることを想定した並行通貨モデルに応用し、ある 1 つの国際通貨が基軸通貨として支配的に利用しやすく、その国際通貨と他の国際通貨の限界代替率が低い状況では基軸通貨国の貨幣成長率、またはインフレ率が上昇しても、その最適通貨構成比率は大きく変化しないことを示している。さらに、Ogawa and Sasaki (1998)、小川 (1998 (第 11 章)) は上述の MIUF におけるドルのウェイトを表すパラメータを推定し、その値が比較的高い値にあること、またこのパラメータの値を所与とするならば、ドルのインフレ率や減価率が上昇しても、ドルの占有率は急速に低下することはないことを示している。

これらの分析は、例えば、一般受容性が高い、取引コストが低い、または為替の交換確率が高いなどの理由により、利便性の高い通貨が国際通貨として用いられることにより、一層その通貨の利便性が高まるという規模の経済性が存在することを意味している。このため、支払手段としての外国通貨の使用を前提とした制度・慣行が確立している現状の下では、外国通貨の優位性は所与のものとなっていると考えられる。

通貨代替に履歴効果が存在することを理論的に分析した先行研究には、以下のものがある。

まず、取引に用いる貨幣を変更する際の固定費用やネットワーク外部性に着目したものである。前者については、Guidotti and Rodriguez (1992) が cash-in-advance model を用いて、取引費用はインフレ率格差の変動幅で決定され、その変動幅内では取引に用いる通貨を変更するインセンティブがないことを示している。すなわち、いったんこれらの固定費用が生じると、たとえマクロ経済が安定したとしても、経済主体には取引に用いる貨幣を再び自国通貨へ変更するインセンティブがほとんど存在しないことになる。一方、後者については Uribe (1997) や Peiers and Wrase (1997) が外国通貨を支払手段として使用することの知識 (経験) が経済に蓄積されると、これがネットワーク外部性として機能するため、外国通貨を用いて財を購入する際の限界費用が低下することを示して

おり、このネットワーク外部性が通貨代替の履歴効果を生成することになる。

Ize and Levy-Yetati (2003) は為替相場リスクとインフレリスクに対して、国内銀行が保有する通貨を選択するポートフォリオ・モデルを用いて、実質為替相場のボラティリティがインフレ期待のボラティリティより小さい状況下においては、リスクの低い外国通貨を保有し続けることとなり、その結果、通貨代替は高い水準に留まることを示している¹⁸⁾。

通貨代替における履歴効果に関する実証的研究の先行研究には以下のものがある。Mongardini and Mueller (2000) である。Mongardini and Mueller (2000) は ARDL モデルを用いて、キルギス共和国における通貨代替の効果について分析し、総預金残高に占める外国通貨建て預金の比率として定義される通貨代替には履歴効果が存在することを示している。同様の手法を用いている先行研究として、Us (2003) は Mongardini and Mueller (2000) と同様の推定式を用いて、トルコを対象に分析し、M1 に占める外国通貨建て預金の比率として定義される通貨代替には、履歴効果が存在することを示している。熊本・熊本 (2003b) はラテンアメリカ諸国 (アルゼンチン, ボリビア, メキシコ, パラグアイ, ペルー, ウルグアイ), Kumamoto and Kumamoto (2008) はインドネシア, Samreth (2011) はカンボジアについて分析し、いずれも分析対象国における通貨代替には履歴効果が存在することを示している。熊本・熊本 (2005) はメキシコを対象に、誤差修正 VAR モデルを用いて分析し、マクロ経済環境が比較的安定的であった 1990 年代前半においては、通貨代替の程度はマクロ経済変数の変化に対し、徐々にしか反応しないという履歴効果が存在していたことを示している。

3-3. モデル

本節では、第2節で提示したモデルにネットワーク外部性を導入し、これが外国通貨の使用に慣性を生成する状況を考察する。このとき、自国の代表的家計は $t=0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t}, K_t \right) \quad (3-19)$$

$$U \left(C_t, \frac{M_{H,t}}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) = \frac{X_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}$$

¹⁸⁾ Ize and Levy-Yetati (2003) は通貨代替をインフレ率と実質為替相場減価率の2次のモーメント (ボラティリティ) を用いて説明している。

$$X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \quad Z_t = \left[(1-\gamma(K_t)) \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + \gamma(K_t) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

を予算制約式 (3-2) 式の下で最大化する。ただし、 $\gamma(K_t) = 1 / \{1 + \exp(-\gamma_1 - \gamma_2 K_t)\}$ 、 $\gamma(\cdot) \in (0,1)$ 、 $\gamma'(\cdot) > 0$ 、 $\gamma''(\cdot) > 0, = 0, < 0$ である¹⁹⁾。以上の定式化は国内居住者が支払手段として外国通貨を使用することに対して蓄積される知識 K_t が増加する場合、外国通貨を使用することはより効率的に流動性サービスを生成することになること、また、蓄積される知識水準が非常に低い、もしくは高い状況下では、外国通貨を使用することの限界効果は低いことを意味する。ネットワーク外部性が存在せず、 $\gamma_2 = 0$ の場合には $\gamma(K_t)$ は定数 ($1 / \{1 + \exp(-\gamma_1)\}$) となり、効用関数はネットワーク外部性の存在しない (3-1) 式となる。なお、国内居住者は K_t を所与として行動すると想定する。

以上の想定の下では、通貨 H に対する通貨 F の相対的貨幣需要関数は以下で表される。

$$CS_t \equiv \left(\frac{S_t M_{F,t} / P_t}{M_{H,t} / P_t} \right)^{\frac{1}{\nu}} \frac{\gamma(K_t)}{1 - \gamma(K_t)} = \frac{1 + i_{H,t}}{i_{H,t}} \frac{i_{F,t}}{1 + i_{F,t}} \quad (3-20)$$

ただし、 $\gamma(K_t) / \{1 - \gamma(K_t)\} = \exp(\gamma_1 + \gamma_2 K_t)$ である。初期の定常状態周りで対数線形近似を行うと、以下の相対的貨幣需要関数が得られる。

$$cs_t = \frac{\nu\beta}{1 - \beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}) + \nu\eta k_t$$

ただし、 $\eta \equiv \gamma'(K) / \gamma(K) \{1 - \gamma(K)\}$ である。これに (3-12) 式で定義されるリスク・プレミアムを代入すると、以下の (3-21) 式が得られる。

$$cs_t = \frac{\nu\beta}{1 - \beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* + \kappa\eta fa_t) + \nu\eta k_t \quad (3-21)$$

Matsuyama et al. (1993) の分析より、支払手段としての機能は通貨代替が進展し、本国通貨と外国通貨の交換比率が高まるほど増大すると考えられる。したがって、外国通貨の使用に慣性を生成する過去における通貨代替に依存する変数が、外国通貨の支払手段としての機能の代理変数となるとみなし、この変数を履歴効果と定義する。これは過去において、通貨代替の程度を観察した消費者は、外国通貨の支払手段としての機能が優れていることを認識し、自らも外国通貨を用いるという行動を意味している²⁰⁾。

¹⁹⁾ この特定化は Cuddington et al. (2002) にならっている。

²⁰⁾ 本国通貨と外国通貨の交換における取引コストは通常、微小であると考えられる。しかしながら、Akerlof and Yellen (1985) が示した通り、最適化行動をとっている下で、外生変数に対し何らかのシ

以上より、通貨代替が進展する過程で外国通貨を使用すること（外国通貨の支払手段としての利便性）に関する知識や経験が蓄積され、 k_t が上昇すると、名目金利差が低下したとしても、通貨代替の程度は高い水準に留まり続けるという履歴効果が作用し、国内居住者は交換手段と価値貯蔵手段の利便性を比較し、自国通貨と外国通貨のどちらを保有するかを決定することになる。

3-4. 実証分析

3-4-1. 実証方法

本節では前節で得られたモデルに基づき、推定式を導出する。

(3-21) 式に攪乱項を導入し、名目金利差の変化に対し、ストック調整する（自国通貨に対する外国通貨の比率を調整する）ための期間を要する可能性を考慮し、ラグ付き変数を導入するならば、以下の ARDL(p, q_1, q_2) モデルが得られる。

$$cs_t = \mu + \sum_{i=1}^p \alpha_i cs_{t-i} + \sum_{j=0}^{q_1} \beta_{1j} (\hat{i}_{H,t-j} - \hat{i}_{F,t-j}^* + \kappa nfa_{t-j}) + \sum_{j=0}^{q_2} \beta_{2j} k_{t-j} + \varepsilon_t \quad (3-22)$$

ただし、 k_t は通貨代替の履歴効果、 μ は定数項、 ε は攪乱項である。 t 期に外国通貨を支払手段として用いる知識は、過去における通貨代替の程度の平均値によって表されると想定する²¹⁾。過去において k_t の値がより高いということは、通貨代替がより進展しており、外国通貨が支払手段として広く用いられていることを意味している。

(3-22) 式は (3-23) 式のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} cs_t &= \frac{1}{A(L, p)} \mu + \frac{B_1(L, q_1)}{A(L, p)} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* + \kappa nfa_t) + \frac{B_2(L, q_2)}{A(L, p)} k_t + \frac{1}{A(L, p)} \varepsilon_t \\ &= \frac{1}{A(L, p)} \mu + \sum_{k=0}^{\infty} t_k (\hat{i}_{H,t-k} - \hat{i}_{F,t-k}^* + \kappa nfa_{t-k}) + \sum_{l=0}^{\infty} v_l k_{t-l} + \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n \varepsilon_{t-n} \end{aligned} \quad (3-23)$$

と書き直せる。ただし、 L はラグオペレータ、 $A(L, p) = 1 - \alpha_1 L - \dots - \alpha_p L^p$ 、 $B_i(L, q_i) = \beta_{i0} + \beta_{i1} L + \dots + \beta_{iq_i} L^{q_i}$ 、($i \in \{1, 2\}$)はラグオペレータ L についての多項式である。(3-23) 式より名目金利差、 k_t の変化が通貨代替の程度に与える長期的パラメータは、それぞれ $\sum_{k=0}^{\infty} t_k = B_1(L, q_1) / A(L, p)$ 、 $\sum_{l=0}^{\infty} v_l = B_2(L, q_2) / A(L, p)$ となることがわかる。また、長期的パラメータの分散は、デルタ法 (delta

ショックが発生したとき、このショックに対して最適化行動を行なわない（慣性的な行動をとる）ことにより被る損失は、2次のオーダーで示され、十分に小さいことが知られている。このため、Mankiw (1985) が示した通り、微小であっても取引コスト（メニューコスト）が存在する場合には、ある種の経験則（rule of thumb）に基づいて行動することが合理的となり得る。

²¹⁾ Mongardini and Mueller (2000), Us (2003), Samreth (2011) では、 k_t を過去における通貨代替の程度の最大値と定義している。ただし、本節での分析対象国の中には初期時点の通貨代替の程度が最も高い国が存在したため、同様の定義は行わなかった。

method) を用いて計算する²²⁾。

(3-22) 式に以下の関係式

$$\begin{aligned}
cs_t &= \Delta cs_t + cs_{t-1}, \\
cs_{t-s} &= cs_{t-1} - \sum_{i=1}^{s-1} \Delta cs_{t-i}, \quad s=1,2,\dots,p, \\
\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t} + \kappa nfa_t &= \Delta(\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t} + \kappa nfa_t) + \hat{i}_{H,t-1} - \hat{i}_{F,t-1} + \kappa nfa_{t-1}, \\
\hat{i}_{H,t-s} - \hat{i}_{F,t-s} + \kappa nfa_{t-s} &= \hat{i}_{H,t-1} - \hat{i}_{F,t-1} + \kappa nfa_{t-1} - \sum_{j=1}^{s-1} \Delta(\hat{i}_{H,t-j} - \hat{i}_{F,t-j} + \kappa nfa_{t-j}), \quad s=1,2,\dots,q_1, \\
k_t &= \Delta k_t + k_{t-1}, \\
k_{t-s} &= k_{t-1} - \sum_{j=1}^{s-1} \Delta k_{t-j}, \quad s=1,2,\dots,q_2,
\end{aligned}$$

を代入し、整理するならば、誤差修正モデル (error correction model, 以下 ECM) が得られる。

$$\begin{aligned}
\Delta cs_t &= \beta_{10} \Delta(\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t} + \kappa nfa_t) + \beta_{20} \Delta k_t - \sum_{j=1}^{p-1} \alpha_j^* \Delta cs_{t-j} - \sum_{j=1}^{q_1-1} \beta_{1j}^* \Delta(\hat{i}_{H,t-j} - \hat{i}_{F,t-j} + \kappa nfa_{t-j}) \\
&\quad - \sum_{j=1}^{q_2-1} \beta_{2j}^* \Delta(k_{t-j}) - A(1,p) EC_{t-1} + \varepsilon_t,
\end{aligned} \tag{3-24}$$

ただし、 EC_t は $EC_t = cs_t - \{1/A(1,p)\}\mu - \{B_1(1,q_1)/A(1,p)\}(i_t - i_t^*) - \{B_2(1,q_2)/A(1,p)\}k_t$ で定義される誤差修正項であり、 $t-1$ 期において長期的な共和分関係上に名目金利差が拡大するならば、 t 期において通貨代替の程度が低下することを意味している。 α_i^* は

$$\begin{aligned}
\alpha_1^* &= \alpha_p + \alpha_{p-1} + \dots + \alpha_3 + \alpha_2 \\
\alpha_2^* &= \alpha_p + \alpha_{p-1} + \dots + \alpha_3 \\
&\vdots \\
\alpha_{p-1}^* &= \alpha_p
\end{aligned}$$

であり、同様に β_{ij}^* は以下で表される。

$$\beta_{i1}^* = \beta_{iq_i} + \beta_{iq_{i-1}} + \dots + \beta_{i3} + \beta_{i2}$$

²²⁾ すなわち、 $k \times 1$ パラメータベクトル θ の一階微分可能な $r \times 1$ 関数を $\phi = \phi(\theta)$ 、 $\Phi(\theta) = \partial\phi(\theta)/\partial\theta'$ をランク r ($r \leq k$) の $r \times k$ 行列とする。このとき、 ϕ の推定量、およびその漸近的分散は、それぞれ $\hat{\phi} = \hat{\phi}(\hat{\theta})$ 、 $\hat{V}[\hat{\phi}] = \hat{\sigma}^2 [\partial\phi(\theta)/\partial\theta']_{\theta=\hat{\theta}} \text{var}[\hat{\theta}] [\partial\phi(\theta)/\partial\theta']_{\theta=\hat{\theta}}$ で与えられる。ただし、 $\hat{\theta}$ は θ の推定量、 $\hat{\sigma}^2(\hat{\theta})$ は $\hat{\theta}$ の分散共分散行列の推定量である。

$$\begin{aligned}\beta_{i2}^* &= \beta_{iq_i} + \beta_{iq_{i-1}} + \dots + \beta_{i3} \\ &\vdots \\ \beta_{iq_{i-1}}^* &= \beta_{iq_i}, \quad i=1,2\end{aligned}$$

このように、ARDL モデルを用いることの利点は、名目金利差や履歴効果の変化が、通貨代替の程度に与える短期的効果のみならず、長期的効果も分析できることである。

さらに、Pesaran and Shin (1999) が示した通り、説明変数、および被説明変数が $I(0)$ 変数であるか、または $I(1)$ 変数であるかに関わりなく、(3-22) 式、または (3-24) 式の短期的パラメータの最小二乗推定量は \sqrt{T} 一致性を持ち、一方、長期的パラメータは T 一致性 (超一一致性) を持ち、漸近的に標準正規分布に従う。

分析の手順は、以下の通りである。まず、赤池の情報量基準 (Akaike's information criterion, 以下 AIC) に基づき、(3-23) 式のラグの次数を決定し、(3-22) 式を推定する。次に、上の結果をもとに、長期的パラメータを推定する。最後に、誤差修正モデル (3-24) 式に基づき、短期的パラメータを推定する。

3-4-2. 実証結果

使用するデータは、第 2 節と同様である。推定結果を示したものが表 3-6 であり、長期的パラメータの推定結果、ならびに誤差修正モデルによる短期的パラメータの推定結果が示されている。各変数の最適なラグ次数については AIC により決定した。

表 3-6 より、名目金利差の短期的効果については、すべての国で符号条件は満たすものの、ペルー、ポーランドについては有意でないことがわかる。アルゼンチン、フィリピンにおいては有意水準 1%、チェコ、インドネシアについては有意水準 5% で有意であることがわかる。このことは、これらの国においては、短期的に名目金利差が通貨代替の決定要因となっていることを意味する²³⁾。誤差修正項 $EC(-1)$ はすべての国において符号条件を満たし、かつ有意であった。先述の通り、誤差修正項の係数が負であることは、名目金利差が $t-1$ 期において長期的な共和分関係以上に拡大するならば、 t 期において通貨代替の程度が低下することを意味する。また、F-statistic は有意であり、Durbin-Watson 統計量から誤差項の系列相関はないこともわかる。

一方、名目金利差の長期的効果については、ペルーを除く 5 ケ国で符号条件を満たし、チェコ、

²³⁾ 脚注 17 で述べた通り、対外純資産には外国通貨の現預金の動き、ならびに外貨準備が含まれているため、通貨代替の程度と名目金利差間には相関があると思われる。したがって、(3-24) 式の OLS 推定量はバイアスを持ち、名目金利差の短期的効果が正しく評価されていない可能性がある。

インドネシア、フィリピン、ポーランドについては有意水準 1%、アルゼンチンについては有意水準 5%で有意であることがわかる。したがって、ペルーを除くこれらのすべての国では、長期的に名目金利差が通貨代替の決定要因であることがわかる。

表 3-6 ARDL モデルによる推定結果

長期的パラメータ						
変数	アルゼンチン	チェコ	インドネシア	ペルー	フィリピン	ポーランド
$i_H - i_F^{*+knfa}$	4.873 ** (1.918)	14.827 *** (2.354)	2.711 *** (0.371)	-5.892 (4.727)	10.454 *** (2.429)	15.524 *** (4.926)
Const.	-1.830 (0.388)	0.556 (0.418)	-0.140 ** (0.060)	-0.249 (0.171)	0.058 (0.183)	-0.040 *** (0.014)
k	1.403 *** (0.206)	1.364 *** (0.204)	1.182 *** (0.109)	1.157 *** (0.202)	1.449 *** (0.241)	1.031 *** (0.017)
誤差修正モデル						
変数	アルゼンチン	チェコ	インドネシア	ペルー	フィリピン	ポーランド
$dCS(-1)$	-0.469 ** (0.202)	—	0.410 ** (0.176)	0.466 *** (0.163)	-0.374 ** (0.149)	0.242 ** (0.101)
$dCS(-2)$	-0.346 * (0.170)	—	—	0.258 (0.159)	-0.354 ** (0.154)	0.133 (0.094)
$dCS(-3)$	—	—	—	—	—	0.230 ** (0.096)
$d(i_H - i_F^{*+knfa})$	4.605 *** (0.005)	3.351 ** (1.542)	4.873 ** (1.918)	2.588 (1.832)	10.445 *** (1.994)	4.211 (4.669)
$d(i_H - i_F^{*+knfa})(-1)$	4.512 (5.925)	—	0.042 (1.292)	—	—	0.838 (1.789)
$d(i_H - i_F^{*+knfa})(-2)$	2.062 (1.656)	—	—	—	—	0.576 (2.100)
Const.	-0.493 ** (0.229)	0.269 (0.229)	-0.124 ** (0.056)	-0.051 (0.038)	0.014 (0.042)	0.040 ** (0.016)
dk	0.696 *** (0.246)	0.660 ** (0.257)	1.051 *** (0.241)	0.209 *** (0.066)	0.350 *** (0.099)	1.027 *** (0.134)
$EC(-1)$	-0.466 *** (0.098)	-0.484 *** (0.171)	-0.365 *** (0.071)	-0.201 *** (0.073)	-0.242 *** (0.081)	-0.996 *** (0.124)
SEE	0.132	0.044	0.024	0.054	0.037	0.033
R-squared	0.314	0.366	0.383	0.290	0.490	0.472
DW-statistics	1.991	2.289	2.021	2.091	1.990	2.072
F-statistic	4.880	3.343	5.866	3.162	5.754	6.705

注：***, **, *は、それぞれ係数が有意水準 1%, 5%, 10%の下で有意であることを表す。また、括弧内は標準誤差である。

注目すべきは、すべての国における履歴変数の短期的効果、および長期的効果 (dk , k) が符号条件を満たし、チェコの dk については有意水準 5%、それ以外についてはすべて有意水準 1%の下で

有意であることである。このことは、過去における通貨代替の程度が大きくなると、通貨代替は短期的にも長期的にも進展すること、すなわちすべての国における通貨代替には履歴効果が存在していることを意味している。

以上の推定結果は外国通貨の価値貯蔵手段、および支払手段としての利便性を表す変数が通貨代替の有意な決定要因であることを示すものである。すなわち、名目金利差の低下は通貨代替の程度を低下させ得ることになる。この観点からは、金融当局が金利政策を行うことは、通貨代替の程度にある程度は影響を与えると考えられる。しかしながら、すべての国において、外国通貨の支払手段としての利便性を表す履歴効果が強く作用していることから、たとえ金融当局が自国通貨への回帰を促すために、金利政策により、通貨代替の程度を低下させようとしても、それほど低下しないことになる。換言すれば、さらなる通貨代替の低下（脱ドル化、もしくは脱ユーロ化）を達成するためには、長期間にわたる強力な政策が必要不可欠となると思われる。

本節では、支払手段としての利便性を表す要因は、通貨代替が進展し、自国通貨と外国通貨の交換比率が高まるほど増大すると考え、過去における通貨代替の程度に依存する変数が外国通貨の支払手段としての機能の代理変数となるとみなし、この変数を履歴効果と定義して分析を行った。ただし、以上の定義に基づく履歴効果は通貨代替の時系列的な持続性を捉えたものであり、履歴効果の特性を正しく反映した代理変数となっていない可能性がある。履歴効果の特性を表す適切な代理変数を見つけることは困難であることを考えると、たとえば k_t を状態変数とし、適切な状態方程式を仮定した下で、(3-21)式を観測方程式としてKalman filterで推定することが考えられる。また、本節で提示したモデルは前節のモデルを一般化したものであることから、前節の制約付きモデルと解釈することができ、この制約に対して尤度比検定を行い、履歴効果が存在するかどうかについて考察することも考えられる。これらについては、今後の課題としたい。

4. 通貨代替が為替相場のボラティリティに及ぼす影響

4-1. 本節の特徴と構成

第2章で述べた通り、通貨代替が存在する下では、名目金利差の変化はより大きく名目為替相場を変化させることとなる。さらには、通貨代替に履歴効果が存在する場合には、自国経済におけるインフレ率（したがって、名目金利差や予想為替相場減価率）が低下したとしても、国内居住者は価値貯蔵手段としての自国通貨の利便性よりも外国通貨の支払手段としての利便性を重視し、外国通貨を使用し続けることになる。

このことは名目為替相場に対する異なるショックは通貨代替の程度に異なる影響を及ぼすことを

意味する。具体的には、名目為替相場への減価方向のショックは通貨代替の程度を上昇させ、その結果、為替相場のボラティリティを増大させる一方で、増価方向へのショックに対しては通貨代替の程度はあまり反応せず、為替相場のボラティリティにはほとんど影響を及ぼさないと考えられる。

以上のことから、本節では通貨代替が為替相場のボラティリティにどの程度影響を及ぼしているかについて分析する。分析においては、Akçay et al (1997) と同様に、一般化自己回帰条件付不均一分散 (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, 以下 GARCH) モデルを用いて為替相場のボラティリティを予想為替相場減価率の条件付分散として求める。しかしながら、Akçay et al (1997) が Exponential GARCH (以下, E-GARCH) モデルを用いているのに対し、本節では上記の名目為替相場に対するショックが通貨代替の程度に及ぼす非対称的な効果を考慮するために、Glosten et al. (1993) や Zakoian (1994) が考案した TARARCH モデルを用いて分析する。

本節の構成は以下の通りである。第 4-2 節では先行研究を概観する。第 4-3 節では実証方法について解説し、第 4-4 節において実証結果を提示する。

4-2. 先行研究

通貨代替が名目為替相場のボラティリティに及ぼす影響を分析した理論的研究の先行研究については、第 2 章第 1 節で述べた通りである。

実証的研究の先行研究としては、先述した Akçay et al. (1997) は E-GARCH モデルを用いて、為替相場のボラティリティを為替相場減価率の条件付分散として推計し、通貨代替の程度はトルコ・リラの対ドル為替相場のボラティリティに影響を及ぼしていることを示している。Saatçioğlu et al. (2007) は Akçay et al. (1997) の標本期間を拡張した上で同じ手法を用いて分析し、同様の結論を示している。Yinusa (2008) は GARCH モデルを用いて為替相場のボラティリティを推計し、ナイジェリアにおける通貨代替の程度と為替相場のボラティリティとの Granger 因果性について、bivariate VAR モデルを用いて分析し、両方向の因果性があることを示している²⁴⁾。

²⁴⁾ Neanidis and Savva (2006) は bivariate VARMA, GARCH-in-Mean モデルを用いて、新興市場国 12 ヶ国におけるインフレと通貨代替のボラティリティがそれぞれお互いに及ぼす影響について分析し、多くの国においてインフレのボラティリティはインフレと通貨代替に有意な正の影響をもたらすこと、また通貨代替のボラティリティの上昇も通貨代替とインフレーションに有意な正の影響を及ぼすことを示している。Yinusa and Akinlo (2008) はナイジェリアにおける外国通貨建て預金に対する貨幣需要関数を推定し、実質為替相場のボラティリティが外国通貨建て預金残高の決定要因であることを示している。

4-3. 実証方法

第4-1節で述べた通貨代替の効果を考慮するために、Glosten et al. (1993) や Zakoïan (1994) が考案した TARCH モデルを用いて、為替相場のボラティリティを名目為替相場減価率の条件付分散として推計する。

$$\Delta s_t = \alpha + \beta(i_t - i_t^*) + \varepsilon_t, \quad (3-25)$$

$$E_{t-1}[\varepsilon_t] \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (3-26)$$

$$\sigma_t^2 = \mu + \delta cs_t + \sum_{j=1}^q \kappa_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \lambda_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \eta_k \varepsilon_{t-k}^2 I_{t-k}^-, \quad (3-27)$$

ただし、

$$I_t^- = 1 \text{ if } \varepsilon_t < 0 \text{ and } 0 \text{ otherwise}$$

である。 s_t は外国通貨建て名目為替相場の自然対数値である。したがって、 s_t の上昇は自国通貨の増価を意味する。 i_t 、 i_t^* はそれぞれ、自国金利と外国金利、 $cs_t \equiv m_{F,t} + s_t - m_{H,t}$ は通貨代替の程度を表す。 $m_{H,t}$ 、 $m_{F,t}$ はそれぞれ、自国通貨と外国通貨の自然対数値である。

(3-25) 式は、名目為替相場減価率はカバーなし金利平価式 (UIP) とそれからの乖離を表す UIP ショック ε_t によって表されることを意味する。(3-26)、(3-27) 式は、UIP ショック ε_t は TARCH(p, q, r) 過程に従い、(過去の情報に基づく1期先の予測誤差として定義される) その条件付分散 σ_t^2 は通貨代替の程度 cs_t により影響を受けることを表す。指標関数 (indicator function) I_t^- は ε_t が条件付分散 σ_t^2 に異なる効果を及ぼすことを表している。

為替相場の増価をもたらす正の UIP ショック ($\varepsilon_t > 0$) は λ_i の影響を与えるが、減価をもたらす負の UIP ショック ($\varepsilon_t < 0$) は $\lambda_i + \eta_i$ の影響を与える。 $\eta_i > 0$ の場合には、UIP ショックは為替相場のボラティリティを増大させることになり、いわゆるレバレッジ効果 (leverage effect) が生じる。 $\eta_i \neq 0$ の場合には、UIP ショックの影響は非対称的なものとなる。先述の通り、通貨代替に履歴効果が存在する場合には、国内居住者は負の UIP ショックにより通貨代替の程度を増加させ、その結果為替相場のボラティリティが増大する。反対に、増価方向へのショックに対しては通貨代替の程度はわずかにしか反応しないため、為替相場のボラティリティにはほとんど影響を及ぼさない。したがって、通貨代替に履歴効果が存在する場合には、 η_i の符号は正になると考えられる。

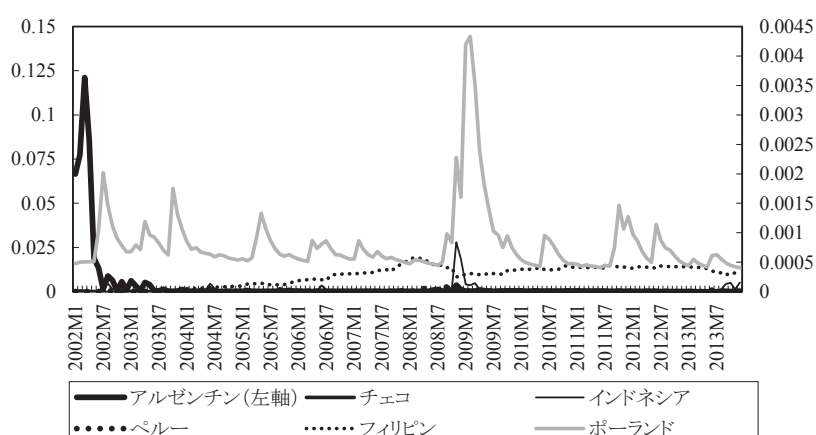
(3-27) 式における δ は通貨代替の程度が為替相場のボラティリティに及ぼす影響を表す。 cs_t の係数が正であれば、通貨代替の程度が上昇すると、為替相場のボラティリティが増大することを意味する。

4.4. 実証分析

4.4.1. データ

名目為替相場減価率は外国通貨建て名目為替相場から算出した。アジア諸国とラテンアメリカ諸国については外国通貨をドル，中欧諸国についてはユーロとした。外国通貨の名目貨幣残高，自国通貨の名目貨幣残高については，本節においてもそれぞれ，外国通貨建て要求払い預金，自国通貨建て要求払い預金とし，各国の中央銀行より入手した。

図 3-3 名目為替相場減価率の条件付分散



注：名目為替相場減価率の条件付分散は TARCH(1,1,1)モデルにより推計した。アルゼンチンの条件付分散については左軸，その他の国については右軸に示している。

アジア諸国とラテンアメリカ諸国の名目金利差については，各国の銀行間金利²⁵⁾と LIBOR との差，中欧諸国については各国の銀行間金利と EURIBOR との差として算出した。以上のデータについては，*International Financial Statistics, Economist Intelligence Unit*，および *DataStream* から入手した。

図 3-3 より，TARCH モデルによる推計した名目為替相場減価率の条件付分散がクラスタリング現象を示している国が存在することがわかる。

4.4.2. 実証結果

表 3-7 は推定結果を示したものである。推定においては，Bollerslev (1986) にしたがって，ARCH 項，GARCH 項の次数をそれぞれ， $p=1$ ， $q=1$ とした。また，TARCH 項の次数は $r=1$ とし，

²⁵⁾ 入手可能性により，アルゼンチンについては 15 日物のレポレート，フィリピンについては 91 日物の treasury bill rate を用いた。

TARCH(1,1,1)モデルを推定した。

表 3-7 より、アルゼンチン、チェコにおいては有意水準 1%、インドネシア、フィリピンにおいては有意水準 5%で、通貨代替の程度は名目為替相場減価率の条件付分散に影響を及ぼしていることがわかる。ペルーとポーランドについては両者間に有意な関係は観察されなかった。この結果はこれら国において通貨代替の程度が高まると、為替相場のボラティリティが増大することを示している。ただし、推定された係数値が非常に小さいことからその影響は限定的であると思われる。また、チェコとインドネシアでは有意水準 1%、ポーランドでは有意水準 10%で UIP ショックは条件付分散に非対称的な影響を及ぼすことがわかる。先述の通り、国内居住者は減価方向へのショックに対しては通貨代替を増加させるため、為替相場のボラティリティが増大する一方で、増価方向のショックに対しては通貨代替の程度をわずかにしか反応させないという通貨代替に履歴効果が存在していることに起因するものと考えられる。

表 3-7 TARCH モデルによる推定結果

	アルゼンチン	チェコ	インドネシア	ペルー	フィリピン	ポーランド
α	-0.003* (0.058)	0.001 (0.400)	-0.016*** (0.000)	0.003*** (0.005)	0.003 (0.295)	0.005 (0.414)
$\beta : i-i^*$	-0.440*** (0.000)	-1.051** (0.028)	1.014*** (0.000)	-0.162 (0.317)	-0.152 (0.539)	-0.695 (0.302)
μ	0.001*** (0.000)	1.3E-04*** (0.000)	0.002*** (0.0009)	9.11E-06 (0.579)	1.41E-05** (0.013)	2.7E-04 (0.177)
$\kappa : \text{GARCH}(-1)$	0.106** (0.010)	1.015*** (0.000)	0.193 (0.125)	0.300** (0.042)	0.996*** (0.000)	0.628*** (0.000)
$\lambda : \text{ARCH}(-1)$	0.832*** (0.006)	-0.102*** (0.000)	0.026 (0.911)	0.602** (0.012)	0.071 (0.289)	0.032 (0.790)
$\eta : \text{TARCH}(-1)$	-0.014 (0.971)	0.145*** (0.000)	1.037*** (0.003)	0.167 (0.671)	-0.104 (0.249)	0.250* (0.093)
$\delta : \sigma$	0.0002*** (0.000)	5.60E-05*** (0.000)	0.0009** (0.014)	-1.68E-05 (0.321)	1.25E-05** (0.026)	6.24E-05 (0.522)

注 1：括弧内は p 値である。

注 2：***, **, *はそれぞれ、1%、5%、10%水準で有意であることを表す。

以上より、為替相場に対する異なるショックは通貨代替の程度に異なる影響を及ぼしていること、通貨代替の程度が高まると、為替相場のボラティリティが限定的ではあるものの増大することが示された。為替相場の変動は輸入財価格への影響を通じたインフレ率の不安定化（ボラティリティの上昇）、国際貿易や資本移動への負の影響、インフレ期待の不安定化など、国内経済に望ましくない影響をもたらす。Amato and Gerlach (2002) や Aghion et al. (2009) が示している通り、貨幣市場が未熟で、安定的なインフレについて歴史が浅く、為替相場が変動する傾向にある発展途上国や新興市場国においては、為替相場の変動に対し、積極的に対応することにより、安定性が達成される。

本節の分析では、通貨代替の進展が為替相場の変動に及ぼす影響は限定的であったが、より通貨代替が進展している国においては、通貨代替が為替相場の変動をもたらす新たな要因となる可能性があり得る。したがって、通貨代替が進展している国の中央銀行は通貨代替を考慮して金融政策を

運営する必要がある。

5. おわりに

本章では通貨代替に関する論点に基づく実証的分析を行ったが、先行研究と同様に直面する問題は実証分析に用いる通貨代替の程度を表す指標を作成する際の制約である。

先述の通り、本来、通貨代替は支払手段として外国通貨が用いられる現象を指す。したがって、この定義に基づき、理想的な通貨代替の程度を算出する際に、最も望ましい外国通貨の名目貨幣残高の指標は、国内居住者が保有する外国通貨と国内に保有する外国通貨建て要求払い預金の合計である。しかしながら、国内居住者が保有する「現金」としての外国通貨額のデータを入手することは困難であるため、外国通貨建て要求払い預金を外国通貨の名目貨幣残高とする。これと対応させるために、自国名目貨幣残高を自国通貨建て預金として通貨代替の程度を表す指標を作成することとなる。そのため、第1章で述べた理想的な通貨代替の程度と整合的ではないという批判を受けることとなる。

これに関し、Feige (2003) はアメリカ関税局の通貨の国際輸送報告 (Report of International Transportation of Currency or Monetary Instruments, CMIR)²⁶⁾ を用いて、体制移行国25ヶ国において流通しているドルを推計し、各国における通貨代替の程度を測る指標を作成し、それと先行研究で用いられてきた伝統的な通貨代替の程度を測る指標のパフォーマンスを比較検討している。その結果、中東欧諸国では両者に大きな差異は見られない一方で、旧ソ連諸国では先行研究で用いられてきた指標を用いると、通貨代替の程度が26%も過小評価されること、両者の指標の相関は約0.36であることを示している。これは先行研究で用いられてきた通貨代替の程度を表す代理的な指標の限界性を示唆するものである。

また、外国通貨建て預金残高のデータが要求払い預金とそれ以外の預金に分けて公表されていない国も多い。このような国を対象に、通貨代替の程度を表す代理指標を作成する際には、外国名目貨幣残高のデータに、外国通貨建て要求払い預金だけでなく、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金も含まれることになる。この場合、貨幣を保有する機会費用は国債の金利であると想定される理論分析に対し、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金を用いるときの機会費用は、国債の金利とこれら預金金利との金利差となる。したがって、データに定期性預金や貯蓄性預金を含める場合には、推定式の定式化には注意が必要となる。

²⁶⁾ 金融機関を通じ、または金融機関に対して行われる現金の預け入れ、引き出し、両替、振込などで、1万ドルを超える通貨の取引に関する報告書。

本章では、貨幣の流動性サービスから効用が得られることを想定していることに鑑み、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金は含めず、可能な限り、流動性の高い預金（要求払い預金）に限定し、通貨代替の程度を測る代理変数を作成した。そのため、上記の問題点は先行研究より幾分軽減されていると思われる。しかしながら、分析対象国において、外国通貨建て要求払い預金が決済手段として機能するシステムが確立されているとは限らず、また、国内居住者が保有する「現金」としての外国通貨額のデータを用いて通貨代替の程度の指標を作成していない以上、理想的な通貨代替の程度と整合的ではないという批判を受けることとなる。

また、第 2 章で言及した通り、理論的には通貨代替は消費の限界効用に影響を与え、これが IS 曲線を通じて GDP ギャップに影響を与え、またフィリップス曲線を通じてインフレ率に影響を及ぼすことになる。しかしながら、貨幣市場にのみ着目した部分均衡モデルによる分析では、これらを把握することはできない。

以上のデータの制約に起因する問題、ならびに理論上の問題を併せ考えれば、一般均衡モデルの枠組みに基づいた理論分析、ならびにそれに基づく実証分析を行うことが、上述した問題点を克服し得る一つのアプローチであると思われる。

以上の考察に基づき、以下の各章では、DSGEモデルに基づいた理論的分析、ならびに実証的分析を行う。

補論 A 通貨代替の実証分析：サーヴェイ

ここでは、通貨代替に関する実証分析の先行研究についてサーヴェイする。これまでにある特定の国や地域において、通貨代替が進展しているか、またどの程度進展しているかを実証分析した先行研究は数多く存在するが、これに関しては、大きく分けて3つのアプローチで分析されてきた²⁷⁾。

A-1. ポートフォリオ・バランス・モデル

第1のアプローチは Branson and Henderson (1983) のポートフォリオ・バランス・モデルの枠組みに通貨代替を導入し、本国通貨、外国通貨、本国債券、外国債券という4つの資産がポートフォリオにおいて互いに代替的であり、これらが同時に決定されると想定するものである。このとき、資産市場のストック均衡は以下で与えられる。

$$M_H = M_H \left(i_{H,t}, i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, PY, W \right) \quad (A1)$$

(-) (-) (-) (+) (+)

$$SM_F = M_F \left(i_{H,t}, i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, PY, W \right) \quad (A2)$$

(-) (-) (+) (+) (+)

$$B_H = B_H \left(i_{H,t}, i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, PY, W \right) \quad (A3)$$

(+ (-) (-) (+) (+)

$$SB_F = B_F \left(i_{H,t}, i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}, PY, W \right) \quad (A4)$$

(-) (+) (-) (+) (+)

$$W = M_H + B_H + SM_F + SB_F \quad (A5)$$

W は資産を表し、それぞれの変数の下に示された(+), (-) は偏微係数の符号を表す。例えば, (A1) 式では本国通貨 M_H の代替的な資産である本国債券の収益率である本国の名目金利 $i_{H,t}$, 外国の債券の収益率を本国通貨建てで評価した $i_{F,t} + (S_{t+1}^e - S_t)/S_t$, および外国通貨の収益率 $(S_{t+1}^e - S_t)/S_t$ が上昇すると、本国通貨に対する貨幣需要が減少することを意味している。

実証分析においては、通貨代替を本国通貨と外国通貨の相対的な収益率格差 $(S_{t+1}^e - S_t)/S_t$ が変化したとき、本国通貨を外国通貨に代替することであると定義している。したがって, (A1) ~ (A4)

²⁷⁾ この分類は Giavannini and Turtelboom (1994) によるものである。

式を対数線形近似した,

$$\ln\left(\frac{M_H}{P}\right) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln Y + \alpha_2 i_H + \alpha_3 \left(i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}\right) + \alpha_4 \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t} + \varepsilon_{MH} \quad (\text{A6})$$

$$\ln\left(\frac{SM_F}{P}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln Y + \beta_2 i_H + \beta_3 \left(i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}\right) + \beta_4 \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t} + \varepsilon_{MF} \quad (\text{A7})$$

$$\ln\left(\frac{B_H}{P}\right) = \delta_0 + \delta_1 \ln Y + \delta_2 i_H + \delta_3 \left(i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}\right) + \delta_4 \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t} + \varepsilon_{BH} \quad (\text{A8})$$

$$\ln\left(\frac{SB_F}{P}\right) = \gamma_0 + \gamma_1 \ln Y + \gamma_2 i_H + \gamma_3 \left(i_{F,t} + \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t}\right) + \gamma_4 \frac{S_{t+1}^e - S_t}{S_t} + \varepsilon_{BF} \quad (\text{A9})$$

において、(A6) 式の α_4 が有意に負であるかを検定している。また、資産代替は γ_3 と δ_2 の推定より分析できる。

$i_{F,t} + (S_{t+1}^e - S_t)/S_t$ と $(S_{t+1}^e - S_t)/S_t$ を同時に説明変数に含めることで、通貨代替と資本移動（資産代替）を区別できる。しかしながら、(A6) ~ (A9) 式の定式化では、各資産の収益率がカバーなし金利平価式を通じて、高い共線性を持つという欠点もある。このため、多くの先行研究では、多重共線性を回避するよう定式化をし直して分析を行っている。

このアプローチに基づき通貨代替を分析した代表的な先行研究として、以下のものがある。

Bordo and Choudhri (1982) はカナダにおける通貨代替の程度（外貨建て預金に対する自国通貨建て貨幣 (M1, および M2 の二通りを使用) の比率) は、金利差（金利として 3 ヶ月 Treasury Bill rate を使用）、および実質所得から有意に影響を受けていることを明らかにしている。

Ortiz (1983) はメキシコにおいて、通貨代替の程度（自国通貨建て要求払い預金に対する外貨建て要求払い預金の比率）は、為替相場の切り下げ期待（代理変数として、公定相場と実質為替相場の差を使用）、為替リスク（代理変数として実質為替相場のトレンドからの乖離を使用）、およびポリティカルリスクダミー（政権交代時点=1）から有意に正の影響を受けていることを示している。

Ramirez-Rojas (1985) はメキシコ、アルゼンチン、およびウルグアイにおける通貨代替を分析し、すべての国において、通貨代替の程度（外貨建て預金に対する自国通貨建て貨幣（現金通貨+要求払い預金+貯蓄性預金+定期性預金）の比率）は、為替相場の期待変化率（代理変数として、インフレ格差を使用、ただし、ウルグアイについては、インフレ率格差と金利差の二通りを使用）から有意に負の影響を受けていることを示している。

Fasano-Filho (1986) はアルゼンチンを対象に、現金通貨、要求払い預金、M1、および準通貨の四通りで定義された自国通貨建て実質貨幣残高需要のうち、現金通貨、および M1 で測ったものは、

自国インフレ率、為替相場の切り下げ期待（代理変数として、自国物価水準の対数値－外国物価水準の対数値－ブラックマーケットレートの対数値を使用）から有意に負の影響を受けていることを示している。

Rogers (1992) はメキシコ、およびカナダにおける通貨代替を、誤差修正モデルにより分析し、メキシコにおいて、通貨代替の程度（自国通貨建て預金に対するドル建て預金の比率）は、誤差修正項から有意に負の影響を受けることを示している。Rogers (1992) のモデルにおいて誤差修正項が正となるのは、為替相場の期待減価率が長期的な共和分関係以上に増大したときであるため、この結果は、為替相場の期待減価率の増大は、来期の自国通貨建て預金を減少させることを意味している。

Clements and Schwartz (1993) はボリビアにおける通貨代替の程度（広義マネーに対する外貨建て預金の比率）は、為替相場の期待減価率（代理変数として、インフレ率格差を使用）、および金利差と有意に正の相関があることを示している。

Selçuk (1994) はトルコにおける通貨代替について、VAR モデルを用いて分析し、通貨代替の程度（広義の貨幣に対する外国通貨建て預金の比率）が、自国名目金利、および実質為替相場（為替政策を表す代理変数）から、有意に影響を受けていることを示している。

Rodríguez and Turner (2003) はメキシコにおける通貨代替を分析し、通貨代替の程度（自国通貨建て要求払い預金に対する外貨建て要求払い預金の比率）は、為替相場期待減価率から有意に正の影響を受けていることを示している。

De Freitas (2006) はユーロ圏全体を対象に、VAR モデルを用いて分析し、通貨代替の程度（M3を使用）がアメリカの長期金利から有意に影響を受けていることを明らかにしている。

A-2. 貨幣マクロモデル

第2のアプローチは、第2章で解説した貨幣マクロモデル（MIUF モデル、liquidity-in-advance モデル、取引費用モデルなど）に基づき、家計の最適化条件として導出される貨幣需要関数を推定するものである。このアプローチの嚆矢となった研究は、Miles (1978) であり、そこでは家計は消費と貯蓄の配分を決定する際、貨幣的資産と非貨幣的資産の配分を決定し、その後、貨幣的資産を自国通貨と外国通貨に配分するという意思決定を行う。また、貨幣による流動性サービスは、第2章で定式化した貨幣インデックス関数により提供されると想定されている。

Miles (1978) はカナダにおいて、通貨代替の程度（外貨建て預金に対する自国通貨建て貨幣（現金通貨＋要求払い預金）の比率）は、金利差（金利として Treasury Bill rate を使用）から有意に正の

影響を受けていることを示している。

熊本・熊本（2005）は通貨代替型 MIUF モデルに基づき導出された貨幣需要関数に基づき、通貨代替を説明する変数を選択し、これをベクトル誤差修正モデル（Vector Error Correction model, VECM）を用い、メキシコにおける通貨代替を分析している。その結果、1990年代前半においては、通貨代替の程度は長期的には為替相場期待減価率、およびリスク・プレミアムと安定的な関係を持つが、短期的にはこれらからの影響を受けないこと、一方、1990年代後半においては、通貨代替の程度は為替相場期待減価率、およびリスク・プレミアムと安定的な関係を持ち、また短期的にも為替相場期待減価率の影響を受けていること、さらには、為替相場期待減価率も短期的に通貨代替の程度から影響を受けていることを明らかにしている。

Ra（2008）は liquidity-in-advance モデルに基づき導出された貨幣需要関数を南アジア 3ヶ国（カンボジア、ラオス、ベトナム）を対象に分析し、カンボジアとラオスにおける通貨代替の程度（M1、M2 に占める外国通貨建て預金の比率の 2通りを使用）は為替相場減価率から有意に正の影響を受けている一方で、ベトナムにおいては有意な関係がみられないことを示している。

Neandis and Savva（2009）は体制移行国 11ヶ国における 2つの通貨代替（預金と負債）の短期的な決定要因についてパネル分析を行っている。その結果、預金面での通貨代替の決定要因は為替相場減価率であること、負債面における通貨代替の決定要因は国際的な金融市場統合や金融制度の質であること、さらには両者の通貨代替に共通する決定要因は金利差であることを示している。

この他にも、貨幣マクロモデルに基づき導出される貨幣需要関数に、通貨代替の新たな決定要因として「履歴効果（ラチェット効果）」を加えた分析も存在する。

Mongardini and Mueller（2000）は ARDL モデルを用いてキルギス共和国の通貨代替における履歴効果の存在を分析し、通貨代替の程度を総預金残高に占める外国通貨建て預金の比率として測った場合には、履歴効果が存在することを示している。Us（2003）は Mongardini and Mueller（2000）と同様の推定式を用いて、トルコについて分析し、通貨代替の程度を M1 に占める外国通貨建て預金の比率として測った場合には、履歴効果が存在することを示している。熊本・熊本（2003b）はラテンアメリカ諸国 6ヶ国（アルゼンチン、ボリビア、メキシコ、パラグアイ、ペルー、ウルグアイ）について分析し、アルゼンチン、ボリビア、メキシコ、ウルグアイにおいて履歴効果が存在することを示している。Kumamoto and Kumamoto（2008）、Samreth（2011）はそれぞれ、インドネシアとカンボジアを対象に分析し、ともに各国の通貨代替には履歴効果が存在することを示している。

A-3. GMM に基づいた分析

第3のアプローチとして、Hansen (1982) のGMMを用い、家計の最適化のための一階条件（直交条件）を推定し、通貨代替型MIUFモデルの効用関数における外国通貨のウェイトとその有意性などを推定するものがある。

Finn et al. (1990), Holman (1998) はMIUFモデルにおける実質貨幣残高のウェイトの有意性を推定し、MIUFモデルによる定式化の妥当性を分析した。İmrohoroğlu (1996) はこれを通貨代替型MIUFモデルに拡張し、カナダにおいて通貨代替が進展しているかどうかを分析している。そこでは、第2章のモデルに不確実性を導入し、自国の代表的家計は、 $t=0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right) \quad (\text{A10})$$

を最大化すると想定し、効用関数を

$$U \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right) = \frac{X_t^{1-\sigma}}{1-\sigma}, \quad X_t = C_t^\omega Z_t^{1-\omega} \quad (\text{A11})$$

と定式化している。これは第2章の(2-16)式において、実質消費と貨幣インデックス Z_t の代替の弾力性を $\theta=1$ としたものである。このとき、第2章における(2-3), (2-5), (2-6)式で表された一階条件を整理すると、以下で表される。

$$E_t \left[\beta(1+i_{H,t}) \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\omega(1-\sigma)-1} \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{M_{H,t}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \right. \\ \left. \times \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_{t+1} M_{F,t+1}^d}{M_{H,t+1}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \left(\frac{M_{H,t+1}}{M_{H,t}} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)} \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} - 1 \right] = d_{1,t} \quad (\text{A12})$$

$$E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\omega(1-\sigma)-1} \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{M_{H,t}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \right. \\ \left. \times \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_{t+1} M_{F,t+1}^d}{M_{H,t+1}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \left(\frac{M_{H,t+1}}{M_{H,t}} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)} \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} \right] \quad (\text{A13})$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1-\omega)\gamma}{\omega} \left\{ \gamma \left(\frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{M_{H,t+1}} \right)^{\frac{1-\nu}{\nu}} + (1-\gamma) \right\}^{-1} \left(\frac{C_t}{SM_{F,t}/P_t} \right) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{M_{H,t}} \right)^{\frac{1}{\nu}} - 1 \right] = d_{2,t} \\
& E_t \left[\beta \left(\frac{C_{t+1}}{C_t} \right)^{\omega(1-\sigma)-1} \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{M_{H,t}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \right. \\
& \times \left. \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{M_{H,t+1}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{\frac{\nu(1-\omega)(1-\sigma)}{\nu-1}} \left(\frac{M_{H,t+1}}{M_{H,t}} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)} \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right)^{(1-\omega)(1-\sigma)-1} \right. \\
& \left. \left. + \frac{(1-\omega)(1-\gamma)}{\omega} \left\{ \gamma + (1-\gamma) \left(\frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{M_{H,t+1}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\}^{-1} \left(\frac{C_t}{M_{H,t}/P_t} \right) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{M_{H,t}} \right)^{\frac{1}{\nu}} - 1 \right] = d_{3,t} \right. \tag{A14}
\end{aligned}$$

ここで、 $d_{t+1} = (d_{1,t+1}, d_{2,t+1}, d_{3,t+1})'$ とし、 I_t を $R \times 1$ 操作変数ベクトルとする。このとき、 $3R$ 次元のベクトル値関数

$$g_T(\Theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T I_t \otimes d_{t+1}(\Theta), \tag{A15}$$

が定義される。 $\Theta = (\beta, \sigma, \omega, \gamma, \nu)'$ はパラメータ・ベクトルである。このとき、GMM 推定量は

$$Q_T = g_T(\Theta)' W_T g_T(\Theta) \tag{A16}$$

を最小化する $\hat{\Theta}$ として与えられる。 W_T は $3R \times 3R$ 対称正値定符号ウェイト行列である。

Hansen (1982) はモデルが正しく特定化されているという帰無仮説の下で、 $J = TQ_T(\hat{\Theta})$ は漸近的に自由度が (直交条件の数 (=Euler 方程式の数 \times 操作変数の数) - パラメータの数) に等しい χ^2 二乗分布に従うことを示した。これは J-test と呼ばれ、過剰識別性の検定に用いられる。

さらに、Eichenbaum et al. (1988) は制約付き GMM 推定量と無制約 GMM 推定量の推定量をそれぞれ、 $\hat{\Theta}_R$ 、 $\hat{\Theta}_U$ としたとき、準尤度比検定統計量、 $T(Q_T(\hat{\Theta}_R) - Q_T(\hat{\Theta}_U))$ が、漸近的に自由度が制約数に等しい χ^2 二乗分布に従うことを示した。これは、C-Test と呼ばれる。Imrohoroğlu (1994) においては、この C-test を $\omega=1$ (効用関数は貨幣インデックスに依存しない)、および $\gamma=1$ (貨幣インデックスは実質外国通貨残高に依存しない、すなわち通貨代替は進展していない) という帰無仮説の検定に用いている。

同様の手法を用いて、Bufman and Leiderman (1993) はイスラエル, Selçuk (1997) はトルコ, Frieman and Verbetsky (2001) はロシア, 熊本・熊本 (2003a) はラテンアメリカ 6 ヶ国 (アルゼンチン, ボリビア, チリ, パラグアイ, ペルー, ウルグアイ), Selçuk (2003) は新興市場国 7 ヶ国 (チェコ, ハンガリー, イスラエル, ヨルダン, ポーランド, スロバキア, トルコ), Serletis and Pinno (2007) はカナダ, Samreth (2010) はカンボジア, Kumamoto and Kumamoto (2014c) は中欧 3 ヶ国 (チェコ, ハンガリー, ポーランド) に対して, 分析を行っている。

通貨代替とシニョリッジの実証分析に関しては, 分析対象国の貨幣需要関数を推定し, 当該国における実際のシニョリッジの水準と, シニョリッジを最大化するインフレ率の水準を推定するという分析が多く行われている。

Bufman and Leiderman (1993) はイスラエル, İmrohoroğlu (1996) はカナダ, Frieman and Verbetsky (2001) はロシア, Samreth (2010) はカンボジアについて, 通貨代替型 MIUF モデルから導出される貨幣需要関数を GMM 推定することで分析し, いずれにおいても通貨代替の程度がわずかに上昇するだけで政府のシニョリッジに影響をもたらすことを示している。

補論B パネル単位根検定

補表3-1 パネル単位根検定

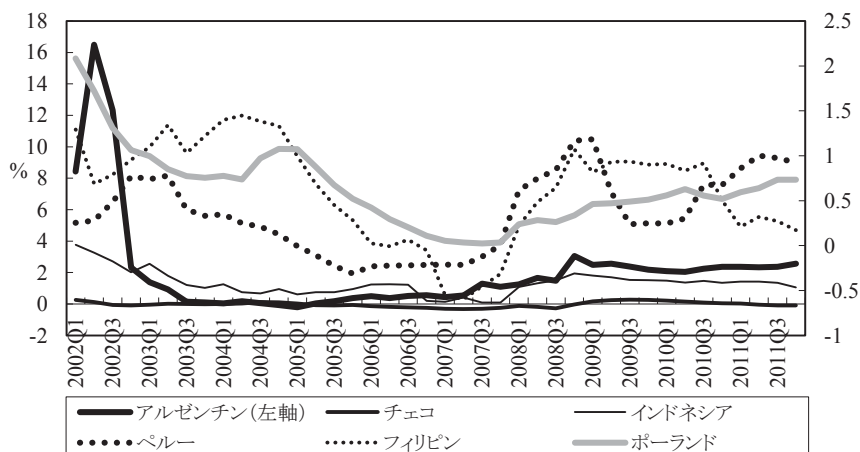
系列	検定統計量		
	IPS	Fisher-type ADF	
		Chi-square	Choi Z
$i_H - i_F^*$	-5.99 (0.00) ***	62.06 (0.00) ***	-4.54 (0.00) ***
(トレンドあり)	-0.72 (0.23)	13.17 (0.36)	-0.80 (0.21)
nfa	-0.10 (0.46)	9.61 (0.65)	0.17 (0.57)
(トレンドあり)	-0.99 (0.16)	17.41 (0.13)	-0.86 (0.19)
$\Delta(i_H - i_F^*)$	-9.79 (0.00) ***	104.31 (0.00) ***	-8.54 (0.00) ***
(トレンドあり)	-9.01 (0.00) ***	89.95 (0.00) ***	-7.55 (0.00) ***
Δnfa	-7.70 (0.00) ***	80.49 (0.00) ***	-7.29 (0.00) ***
(トレンドあり)	-6.83 (0.00) ***	65.63 (0.00) ***	-6.19 (0.00) ***

注1: 括弧内はp値である。

注2: ***は非定常であるという帰無仮説が1%水準で棄却されることを表す。

補論C リスク・プレミアムを除いた名目金利差の推移

補図3-1 リスク・プレミアムを除いた名目金利差の推移



補論D 単位根検定

補表3-2 単位根検定

	トレンド項	水準		階差	
		ADF	DF-GLS	ADF	DF-GLS
アルゼンチン	有	-2.551	-2.265	-7.785***	-4.254 ***
	無	-2.371	-0.701	-6.989 ***	-3.514 ***
チェコ	有	-2.587	-2.417	-4.958 ***	-4.364 ***
	無	-2.594	-2.075 **	-5.080 ***	-1.860 *
インドネシア	有	-3.171	-1.867	-5.829 ***	-5.868 ***
	無	-3.563 **	-1.187	-5.647 ***	-2.035 **
ペルー	有	-2.244	-2.316	-4.072 ***	-4.175 ***
	無	-2.020	-2.064 **	-4.097 ***	-4.154 ***
フィリピン	有	-1.740	-1.857	-5.102 ***	-4.217 ***
	無	-1.457	-1.285	-5.195 ***	-3.098 ***
ポーランド	有	-2.221	-1.614	-3.343 *	-2.949 *
	無	-2.512	-0.965	-3.317 **	-1.872 *

(注1) DF-GLSはElliott et al. (1996) によるDickey-Fullerテスト。

(注2) ***, **, *は非定常であるという帰無仮説がそれぞれ、有意水準1%, 5%, 10%で棄却されることを表す。

補論E パネル共和分検定

補表 3-3 パネル共和分検定

検定	検定統計量	
	トレンドなし	トレンドあり
Pedroni		
Panel v -statistic	-0.87	3.98 ***
Panel ρ -statistic	1.21	-4.23 ***
Panel PP-statistic	1.26	-4.61 ***
Panel ADF-statistic	1.19	-4.40 ***
Group ρ -statistic	1.98	-1.50 *
Group PP-statistic	1.98	-2.73 ***
Group ADF-statistic	2.64	-2.43 ***

注：***, *はそれぞれ, 1%, 10%水準で共和分がないという帰無仮説が棄却されることを表す。

第4章 通貨代替が名目・実質為替相場の変動に及ぼす影響¹⁾

1. はじめに

第1章で述べた通り、通貨代替が進展すると、名目為替相場のボラティリティ、実質為替相場、および貿易収支を通じて金融政策の自由度が制限される。

通貨代替と名目為替相場のボラティリティの関係については、通貨代替が進展すると、貨幣需要関数が不安定化するため、金融政策の変更などのわずかな経済ショックが自国通貨と外国通貨間の需要をシフトさせ、これが名目為替相場のボラティリティを高めるとされる (Girton and Roper (1981), Isaac (1989), Mahdavi and Kazemi (1996))。

しかしながら、第2章第7節において言及したように、これらの分析は伸縮価格マネタリーモデルに基づいた為替相場決定式を想定している。すなわち、購買力平価式が成立し、物価水準が貨幣市場の均衡条件から内生的に決定されること、またマネタリー・ターゲットの下、マネーサプライが金融政策手段として用いられることを想定している。それに対し、近年では新興市場国においても Taylor ルールなどで表される金利ルールに基づいた金融政策を採用している。金利ルールが採用される場合、名目為替相場は金融政策ルールによって内生的に決定される内外名目金利差から、金利平価式を通じて、その予想減価率が決定され、各期の名目為替相場の水準は初期条件と予想減価率から決定される。

通貨代替と実質為替相場の変動の関係については、例えば、外国通貨が国際的に取引される唯一の資産である状況下で、通貨代替が進展している場合、自国での拡張的金融政策の結果、自国のインフレ率が上昇すると、外国通貨に対する需要が増大し、自国の消費者が外国通貨を獲得するため、貿易収支を黒字とするように実質為替相場が減価すると同時に消費が減少し、拡張的金融政策の効果を弱めることとなる (Calvo and Rodriguez (1977))。

しかしながら、以上の議論は、外国通貨以外の国際的に取引される資産が存在する場合には成立しない。外国通貨以外の国際的に取引される資産が存在する場合、均衡においては、外国通貨に対する需要の増大は同額の他の資産に対する需要の減少によって相殺され、この結果、対外純資産、または貿易収支は影響を受けない。

また効用関数における消費と貨幣インデックスが分離不可能な場合には、消費の限界効用が自国

¹⁾ 本章は Kumamoto, Masao and Kumamoto, Hisao (2014d), Currency substitution and monetary policy under the incomplete financial market, *Japanese Journal of Monetary and Financial Economics*, 2(2), 16-45 を基に修正したものである。また、熊本 (2014) も参考にしている。

の名目金利のみならず、外国の名目金利にも依存することになるため、通貨代替は消費の限界効用に影響を与え、これが IS 曲線を通じて GDP ギャップに、またフィリップス曲線を通じてインフレ率に影響を及ぼすことになる (Batini et al. (2008), Felices and Tuesta (2013))。しかしながら、貨幣市場にのみ着目した部分均衡モデルに基づく分析では、これらを包括的に分析することはできない。

以上より、本章では自由変動相場制度下で、金融当局が金利ルールを採用することを想定した DSGE モデルを用い、通貨代替が名目為替相場のボラティリティ、実質為替相場の変動に及ぼす影響に主眼を置き分析する。

本章の構成は以下の通りである。第 2 節では、Batini et al. (2008) や Felices and Tuesta (2013) にならない、経済主体が状態条件付き請求権にアクセスできる世界 (以下、完備金融市場) を想定する。小国開放経済下で独占的競争市場と企業が価格を改定するタイミングが異なる価格の粘着性を考慮した標準的な New Keynesian のフレームワークに基づく通貨代替型 DSGE モデルを提示する。また、金融政策ルールの決定性についても考察する。第 3 節では、カリブレーション、インパルス応答関数分析、および無条件分散分析による定量的な結果を示す。ここでは、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数と消費・貨幣インデックスにかかる相対的危険回避度の大小関係に着目する。これは金融政策が経済に及ぼす影響は前者が後者を上回る場合 (消費と貨幣インデックスが補完的な場合) と後者が前者を上回る場合 (代替的な場合) では異なるためである。また、異なる通貨代替の程度を想定した下での分析も行う。これは通貨代替の程度が高まるほど、自国の金融政策が自国経済に及ぼす影響は小さくなる一方で、外国の金融政策が及ぼす影響は大きくなるためである。したがって、(1) 補完的なケース、(2) 代替的なケースのそれぞれにおいて、3 通りの異なる通貨代替の程度 (通貨代替の程度が高・中・低のケース) を組み合わせた計 6 つのシナリオの下で、自国、および外国の金融政策ショックが自国経済に与える影響について分析を行う。ただし、ここでは上記のカリブレーションによる分析に加え、名目金利の閉じた解を導出し、通貨代替が名目為替相場減価率、実質為替相場の変動に与える影響について、解析的に考察する。第 4 節では第 3 節の分析結果を踏まえ、自国と外国の金融政策ショックが自国経済に及ぼす影響について考察する。最後に第 5 節をまとめとする。

2. モデル

2-1. 家計

小国開放経済を考える。世界経済全体の規模は 1 に基準化する。自国と外国の人口はそれぞれ、 $[0, n]$ と $(n, 1]$ の範囲に分布すると想定する。財は貿易財のみ存在し、独占的競争的に差別化された

貿易財を生産する企業が連続的に存在しており、自国の企業は $[0, n]$ でインデックスされる財 (財 H)、外国の企業は $(n, 1]$ でインデックスされる財 (財 F) を生産する。また、自国の代表的家計 h 、外国の代表的家計 f 共に、財 H と財 F を消費する。また、家計は状態条件付き請求権にアクセスできると想定する。

貨幣は MIUF のフレームワークと同じ、支払手段としての機能を果たす。自国の代表的家計 h は自国通貨 (通貨 H) と外国通貨 (通貨 F) を用いて流動性サービスを得るとする。すなわち、実質消費量、実質自国通貨 (通貨 H) 残高、および実質外国通貨 (通貨 F) 残高から正の効用を得る一方、労働供給量から負の効用を得るものとする。したがって、自国における代表的家計 h は $t=0$ 期において、各期の効用の流列の現在割引価値の期待値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U^h \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t}, N_t^s \right) \quad (4-1)$$

$$U^h \left(C_t, \frac{M_{H,t}^d}{P_t}, \frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t}, N_t^s \right) = \frac{X_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{(N_t^s)^{1+\varphi}}{1+\varphi}$$

$$X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}}, \quad Z_t = \left[\gamma \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

を最大化する。ただし、 N_t^s は労働供給量、 P_t は後述する消費者物価指数、 $\varphi > 0$ は労働供給量の弾力性の逆数であり、その他の各パラメータ、および変数は第 2 章と同様に定義される。また、 C_t は以下の CES 型で定義する消費インデックスである。

$$C_t = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (4-2)$$

ただし、 $C_{H,t}$ と $C_{F,t}$ はそれぞれ、財 H 、および財 F の消費量、 $0 < \alpha < 1$ は財 F のシェアを測る尺度であり、ここでは Sutherland (2005) に従い、 $\alpha = (1-n)a$ と定義する。 a は市場開放度の程度を表す。 $\eta > 0$ は財 H の消費インデックス $C_{H,t}$ と財 F の消費インデックス $C_{F,t}$ の間の代替の弾力性を表す。また、財 H の消費 $C_{H,t}$ 、財 F の消費 $C_{F,t}$ は以下の Dixit-Stiglitz 型として定義する。

$$C_{H,t} = \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_{H,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad C_{F,t} = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_n^1 C_{F,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (4-3)$$

ただし、 $C_{H,t}(j)$ (for $j \in [0, n]$)、 $C_{F,t}(j)$ (for $j \in (n, 1]$) はそれぞれ、自国の代表的家計 h によ

る差別化された財 j の消費量, $\varepsilon > 1$ は各財の間の代替の弾力性である。

自国における代表的家計 h は, 以下の異時点間の予算制約式

$$\begin{aligned} \int_0^n P_{H,t}(j)C_{H,t}(j)dj + \int_n^1 P_{F,t}(j)C_{F,t}(j)dj + M_{H,t} + S_t M_{F,t} + E_t[\xi_{t,t+1}D_{t+1}] \\ = W_t N_t^s + M_{H,t-1} + S_t M_{F,t-1} + D_t + \Gamma_t + T_{H,t} \end{aligned} \quad (4-4)$$

に直面する。ただし, $P_{H,t}(j)$ (for $j \in [0, n]$), $P_{F,t}(j)$ (for $j \in (n, 1]$) はそれぞれ, 通貨 H で測った財 j の価格, W_t は名目賃金, $T_{H,t}$ は自国の政府から外生的に与えられる一人あたりの名目一括政府移転, Γ_t は企業所有権からの配当である。また, D_{t+1} は自国通貨建てで表示された状態条件付き請求権から構成されるポートフォリオの名目価値, $\xi_{t,t+1}$ は確率的割引因子であり, $t+1$ 期において, ある特定の状態が実現したとき, 1 単位の自国通貨を支払う条件付き請求権の価格をその状態の発生確率で除したものである。

最適消費配分の解の一階の条件より, 差別化された各財 j の需要関数が導出される²⁾。

$$C_{H,t}(j) = \frac{1}{n} \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t}, \quad C_{F,t}(j) = \frac{1}{1-n} \left(\frac{P_{F,t}(j)}{P_{F,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{F,t} \quad (4-5)$$

ただし, $P_{H,t}$, $P_{F,t}$ はそれぞれ, 以下で定義する財 H と財 F の物価指数である。

$$P_{H,t} = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n P_{H,t}(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \quad P_{F,t} = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right) \int_n^1 P_{F,t}(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (4-6)$$

さらに, 財 H と財 F の需要関数は, 次のように表される。

$$C_{H,t} = (1-\alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t, \quad C_{F,t} = \alpha \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t \quad (4-7)$$

ただし, P_t は以下で定義する消費者物価指数である。

$$P_t = [(1-\alpha)(P_{H,t})^{1-\eta} + \alpha(P_{F,t})^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (4-8)$$

最適条件 ((4-5), (4-7) 式), 消費の定義式 ((4-2), (4-3) 式), ならびに物価指数の定義式 ((4-6), (4-8) 式) を組み合わせると, 以下の式が成立する。

$$\begin{aligned} \int_0^n P_{H,t}(j)C_{H,t}(j)dj = P_{H,t}C_{H,t}, \quad \int_n^1 P_{F,t}(j)C_{F,t}(j)dj = P_{F,t}C_{F,t}, \\ P_{H,t}C_{H,t} + P_{F,t}C_{F,t} = P_t C_t \end{aligned}$$

したがって, 異時点間の予算制約式 (4-4) 式は, 以下のように書き直すことができる。

²⁾ 導出過程については, 稿末の補論 B を参照されたい。

$$P_t C_t + M_{H,t}^d + S_t M_{F,t}^d + E_t[\xi_{t,t+1} D_{t+1}] = W_t N_t + M_{H,t-1}^d + S_t M_{F,t}^d + \Gamma_t + D_t + T_{H,t} \quad (4-9)$$

以上の想定の下で、自国における代表的家計 h の最適化のための一階条件は、以下で表される。

ただし、自国を表す上付きの添字 h は省略する。

$$\frac{U_{N,t}}{U_{C,t}} = \frac{W_t}{P_t} \quad (4-10)$$

$$\beta \frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} = \xi_{t,t+1} \quad (4-11)$$

$$\frac{U_{C,t}}{P_t} = \frac{U_{M_{H,t}^d/P,t}}{P_t} + \beta E_t \left[\frac{U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (3-8)$$

$$\frac{S_t U_{C,t}}{P_t} = \frac{S_t U_{S M_{F,t}^d/P,t}}{P_t} + \beta E_t \left[\frac{S_{t+1} U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (3-9)$$

(4-10) 式は同時点内 (intra-temporal) の最適化のための条件であり、労働供給と消費の限界代替率が実質賃金に等しくなることを示している。(4-11)式は消費に関する Euler 方程式である。また、限界効用は第2章と同様の (4-12) ~ (4-14) 式と (4-15) 式で与えられる。

$$U_{C,t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} C_t^{-\frac{1}{\theta}} \omega \quad (4-12)$$

$$U_{\frac{M_{H,t}^d}{P},t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} (1 - \omega) \gamma Z_t^{\frac{1}{\theta} - 1} \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} \quad (4-13)$$

$$U_{\frac{S M_{F,t}^d}{P},t} = X_t^{\frac{1}{\theta} - \sigma} (1 - \omega) (1 - \gamma) Z_t^{\frac{1}{\theta} - 1} \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} \quad (4-14)$$

$$U_{N^s,t} = (N_t^s)^\varphi \quad (4-15)$$

Gali (2008) が述べている通り、(4-12) 式は異時点間の代替の弾力性の逆数 σ と同時点間の代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ が一致する場合には、一階条件における限界効用は消費・貨幣インデックス X_t に依存せず、効用関数が分離可能な場合と一致する。一方、 $\sigma \neq 1/\theta$ の場合には、労働供給量と Euler 方程式は X_t を通じて、貨幣インデックス Z_t の影響を受ける。また、後述する通り、貨幣インデックス Z_t は自国の名目金利 i_H のみならず、外国の名目金利 i_F にも依存する。すなわち、両国における異なる金融政策は異なる名目金利の経路を生じさせ、それぞれの経路において、異なった貨幣インデックス Z_t の値を生じさせる。この結果、消費の限界効用や労働供給曲線の位置に影響を与える

ことになる。 $\sigma < 1/\theta$ である場合、 $U_{C,t} > 0$ より、消費の限界効用は実質貨幣残高の増加関数となる。すなわち、金融政策により名目金利が上昇し、実質貨幣残高が減少した場合、消費の限界効用は低下するため、消費インデックスと貨幣インデックスは補完的 (complement) となる。一方、 $\sigma > 1/\theta$ の場合には、 $U_{C,t} < 0$ より、消費の限界効用は実質貨幣残高の減少関数となる。すなわち、金融政策により、名目金利が上昇し、実質貨幣残高が減少した場合、消費の限界効用は上昇するため、消費インデックスと貨幣インデックスは代替的 (substitutes) となる³⁾。

ここで、 $t+1$ 期において、1単位の自国通貨を支払う無リスクの割引債の (粗) 収益率を $1+i_{H,t}$ と表示し、同様に1単位の外国通貨を支払う無リスクの割引債の (粗) 収益率を $1+i_{F,t}$ と表示するならば、完備金融市場の仮定より、以下の (4-16)、(4-17) 式が成立する。

$$E_t[\xi_{t,t+1}] = \frac{1}{1+i_{H,t}} \quad (4-16)$$

$$E_t \left[\frac{S_{t+1}}{S_t} \xi_{t,t+1} \right] = \frac{1}{1+i_{F,t}} \quad (4-17)$$

ここで、(4-11) 式の両辺の条件付き期待値をとり、(4-16)、(4-17) 式を用いるならば、

$$\frac{U_{C,t}}{P_t} = \beta(1+i_{H,t})E_t \left[\frac{U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (4-18)$$

$$\frac{S_t U_{C,t}}{P_t} = \beta(1+i_{F,t})E_t \left[\frac{S_{t+1} U_{C,t+1}}{P_{t+1}} \right] \quad (4-19)$$

を得る。このとき、(3-8)、(4-18) 式より通貨 H に対する貨幣需要関数、同様に、(3-9)、(4-19) 式より通貨 F に対する貨幣需要関数が得られ、これらはそれぞれ、(2-7)、(2-8) 式で与えられる。

(2-7)、(2-8) 式、および効用関数の特定化を用いると、第3章と同様の通貨 H に対する通貨 F の相対的貨幣需要関数 (3-10) 式が導出される。

一方、外国における代表的家計 f は通貨 H を保有せず、実質消費量と通貨 F の実質貨幣保有残高から正の効用を得る一方、労働供給量から負の効用を得るものとする。また、簡単化のため、その

³⁾ 補完的なケースは代表的家計が cash-in-advance 制約に直面し、支払手段として貨幣を保有する場合に相当する。一方、代替的なケースは実質貨幣残高が増加すると、ショッピング・タイム (S) が減少するため、余暇 (L) が増加し、その結果、消費が減少する ($\partial U_C / \partial Z = (\partial U_C / \partial L)(\partial L / \partial S)$ ($\partial S / \partial Z < 0$) 場合に相当する。なお、本章でのモデルでは消費と労働に関して分離可能な効用関数を想定しているため、 $U_{CN} = 0$ である。一般的には、補完的なケースが妥当と思われる。第6章の分析においても明らかになるように、本論文でのすべての分析対象国において補完的なケースが成立している。

効用関数は加法分離可能であると想定する。したがって、 $t=0$ 期において、外国における代表的家計 f は各期の効用の流列の現在割引価値の期待値

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U^f \left(C_t^*, \frac{M_{F,t}^{*d}}{P_t^*}, N_t^{*s} \right) \quad (4-20)$$

$$U^f \left(C_t^*, \frac{M_{F,t}^{*d}}{P_t^*}, N_t^{*s} \right) = \frac{C_t^{*1-\sigma}}{1-\sigma} + \frac{(M_{F,t}^{*d} / P_t^*)^{1-\zeta}}{1-\zeta} - \frac{N_t^{*s,1+\varphi}}{1+\varphi}$$

を最大化する。ただし、 $M_{F,t}^{*d}$ は t 期末における通貨 F の名目保有残高、 P_t^* は外国の消費者物価指数、 N_t^{*s} は労働供給量である。ここでは、自国の代表的家計の効用関数における消費・貨幣インデックス X_t にかかる相対的危険回避度と、外国の代表的家計の効用関数における消費インデックス C_t^* にかかるそれが等しく、 σ であると想定している。 ζ は通貨 F の実質貨幣保有残高にかかる相対的危険回避度である。外国の消費インデックス C_t^* は以下で定義される。

$$C_t^* = \left[(1-\alpha^*)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t}^*)^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{*\frac{1}{\eta}} (C_{F,t}^*)^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \quad (4-21)$$

$0 < 1-\alpha^* < 1$ は財 H のウェイトを表し、ここでは、Sutherland (2005) に従い、 $1-\alpha^* = na$ と定義する。また、財 H の消費 $C_{H,t}^*$ 、財 F の消費 $C_{F,t}^*$ を以下のように定義する。

$$C_{H,t}^* = \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_{H,t}^*(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad C_{F,t}^* = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_n^1 C_{F,t}^*(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (4-22)$$

ただし、 $C_{H,t}^*(j)$ (for $j \in [0, n]$)、 $C_{F,t}^*(j)$ (for $j \in (n, 1]$) はそれぞれ、外国の代表的家計 f による差別化された各財 j の消費量である。最適消費配分の解の一階の条件より、(4-5) 式と同様、以下の差別化された各財 j の需要関数が導出される。

$$C_{H,t}^*(j) = \frac{1}{n} \left(\frac{P_{H,t}^*(j)}{P_{H,t}^*} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t}^*, \quad C_{F,t}^*(j) = \frac{1}{1-n} \left(\frac{P_{F,t}^*(j)}{P_{F,t}^*} \right)^{-\varepsilon} C_{F,t}^* \quad (4-23)$$

ただし、 $P_{H,t}^*(j)$ (for $j \in [0, n]$)、 $P_{F,t}^*(j)$ (for $j \in (n, 1]$) はそれぞれ、通貨 F で測った各財 j の価格、 $P_{H,t}^*$ 、 $P_{F,t}^*$ はそれぞれ、以下で定義される財 H と財 F の物価指数である。

$$P_{H,t}^* = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n P_{H,t}^*(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}}, \quad P_{F,t}^* = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right) \int_n^1 P_{F,t}^*(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (4-24)$$

(4-7) 式と同様、財 H と財 F の需要関数は、次のように表される。

$$C_{H,t}^* = (1 - \alpha^*) \left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^*, \quad C_{F,t}^* = \alpha^* \left(\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^* \quad (4-25)$$

ただし、外国の消費者物価指数 P_t^* は以下の (4-26) 式で定義される。

$$P_t^* = [(1 - \alpha^*)(P_{H,t}^*)^{1-\eta} + \alpha^*(P_{F,t}^*)^{1-\eta}]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (4-26)$$

外国の代表的家計 f が直面する異時点間の予算制約式は、以下で表される。

$$P_t^* C_t^* + M_{F,t}^{*d} + E_t[\xi_{t,t+1}^* D_{t+1}^*] = W_t^* N_t^{*s} + M_{F,t-1}^{*d} + D_t^* + \Gamma_t^* + T_{F,t}^* \quad (4-27)$$

W_t^* は名目賃金、 $T_{F,t}^*$ は外生的に与えられる一人あたりの名目一括政府移転、 Γ_t^* は企業所有権からの配当である。また、 D_{t+1}^* は外国通貨建てで表示された状態条件付き請求権から構成されるポートフォリオの名目価値、 $\xi_{t,t+1}^*$ は確率的割引因子である。

以上の想定の下で、外国における代表的家計 f の最適化のための一階条件、および貨幣需要関数は以下で表される。ただし、外国を表す上付きの添字 f は省略する。

$$\frac{U_{N^{*s},t}}{U_{C^*,t}} = \frac{W_t^*}{P_t^*} \quad (4-28)$$

$$\frac{U_{C^*,t}}{P_t^*} = \beta(1 + i_{F,t}) E_t \left[\frac{U_{C^*,t+1}}{P_{t+1}^*} \right] \quad (4-29)$$

$$\frac{U_{M_{F,t}^{*d}/P_t}}{U_{C^*,t}} = \frac{i_{F,t}}{1 + i_{F,t}} \quad (4-30)$$

また、限界効用はそれぞれ、以下で与えられる。

$$U_{C^*,t} = C_t^{*-\sigma}, \quad U_{\frac{M_{F,t}^{*d}}{P_t^*}} = \left(\frac{M_{F,t}^{*d}}{P_t^*} \right)^{-\zeta}, \quad U_{N^{*s},t} = N_t^{*s,\varphi}$$

2-2. 交易条件と実質為替相場

交易条件を、以下で定義する。

$$T_t = \frac{P_{H,t}}{P_{F,t}} \quad (4-31)$$

また、名目為替相場の輸入財価格へのパス・スルー率が完全であると想定すると、差別化された各財 j について、一物一価の法則が成立する。

$$P_{H,t}(j) = S_t P_{H,t}^*(j), \quad P_{F,t}(j) = S_t P_{F,t}^*(j) \quad (4-32)$$

(4-32) 式は財 H 、および財 F の物価指数についても、一物一価の法則が成立することを意味する。

$$P_{H,t} = S_t P_{H,t}^*, \quad P_{F,t} = S_t P_{F,t}^* \quad (4-33)$$

(4-8), (4-26), (4-31), および (4-33) 式を用いると, 実質為替相場は以下のように表される。

$$Q_t = \frac{S_t P_t^*}{P_t} = \frac{\left[(1-\alpha^*) (S_t P_{H,t}^*)^{1-\eta} + \alpha^* (S_t P_{F,t}^*)^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}}{\left[(1-\alpha) (P_{H,t})^{1-\eta} + \alpha (P_{F,t})^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}} \quad (4-34)$$

$$= \left[\frac{(1-\alpha^*) \Gamma_t^{1-\eta} + \alpha^*}{(1-\alpha) \Gamma_t^{1-\eta} + \alpha} \right]^{\frac{1}{1-\eta}} = \left[\frac{1}{(1-a) \Gamma_t^{1-\eta} + a} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}, \quad \text{as } n \rightarrow 0$$

なお, (4-34) 式の最後の等号は, 小国の仮定 ($n \rightarrow 0$) から得られる⁴⁾。(4-34) 式より, 財 H , 財 F の物価指数については一物一価の法則が成立しているが, 自国と外国における消費者物価指数に占める各財のウェイトが異なっているため, 消費者物価指数における一物一価, すなわち購買力平価式は成立せず, この結果, 実質為替相場は 1 から乖離することがわかる。

2-3. 企業

独占的競争的に差別化された貿易財を生産する企業が連続的に存在しており, 自国の企業は $j = [0, n]$ でインデックスされる財 H を, 外国の企業は $j \in (n, 1]$ でインデックスされる財 F を生産する。

企業 j は差別化された財 j に対する需要曲線を所与として, 利潤最大化を達成するように価格を設定する。(4-5), (4-7), (4-23), および (4-25) 式より, 財 H の差別化された財 j (for $j = [0, n]$) についての財市場均衡の条件は以下で表される。

$$\begin{aligned} Y_t(j) &= n C_{H,t}(j) + (1-n) C_{H,t}^*(j) \\ &= (1-\alpha) \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t + \frac{(1-\alpha^*)(1-n)}{n} \left(\frac{P_{H,t}^*(j)}{P_{H,t}^*} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^* \\ &= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \left[(1-\alpha) C_t + \frac{(1-\alpha^*)(1-n)}{n} C_t^* Q_t^\eta \right] \\ &= \left(\frac{P_{H,t}(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \{ (1-a) C_t + a C_t^* Q_t^\eta \}, \quad \text{as } n \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4-35)$$

となる。なお, 2 番目の等号は, 一物一価の法則 (4-32), (4-33) 式, および実質為替相場の定義式 (4-34) 式を用いている。また, 最後の等号は, 小国の仮定より, $n \rightarrow 0$ とすると, $\alpha \rightarrow a$,

⁴⁾ $n \rightarrow 0$ は自国にとって外国の金融政策は所与である状況を想定するためである。

$(1-\alpha^*)(1-n)/n \rightarrow a$ となることから得られるものである。

同様に、財 F の差別化された財 j (for $j \in (n,1]$) についての財市場均衡条件は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} Y_t^*(j) &= nC_{F,t}(j) + (1-n)C_{F,t}^*(j) \\ &= \frac{\alpha n}{1-n} \left(\frac{P_{F,t}(j)}{P_{F,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{F,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t + \alpha^* \left(\frac{P_{F,t}^*(j)}{P_{F,t}^*} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^* \\ &= \left(\frac{P_{F,t}^*(j)}{P_{F,t}^*} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^*, \text{ as } n \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4-36)$$

で与えられる。なお、最後の等号は、先と同様、小国の仮定より、 $n \rightarrow 0$ とすると、 $\alpha n/(1-n) \rightarrow 0$ 、 $\alpha^* \rightarrow 1$ となるから得られたものである。

簡単化のため、生産要素として資本ストックを捨象し、労働投入量の規模に関する収穫一定の生産関数を想定する。

$$Y_{H,t}(j) = A_t N_t^d(j) \quad (4-37)$$

ただし、 $Y_{H,t}(j)$ は財 j の生産量、 $N_t^d(j)$ は家計 j によって供給される労働量、 A_t は自国の企業に共通する技術水準であり、以下のように外生的に与えられるものと想定する。

$$\frac{A_t}{A} = \left(\frac{A_{t-1}}{A} \right)^{\rho_A} \exp[\varepsilon_{A,t}] \quad (4-38)$$

$0 \leq \rho_A \leq 1$ は自己回帰過程における係数、 $\varepsilon_{A,t}$ は平均ゼロ、分散 $\sigma_{\varepsilon_A}^2$ の正規分布に従う生産性ショックである。

以上の想定の下で、企業の費用最小化問題は、以下の Lagrange 関数により表される。

$$L_t \equiv \frac{W_t}{P_t} N_t^d + \Phi_t(j)(A_t N_t^d(j) - Y_t(j)) \quad (4-39)$$

一階の条件より、実質限界費用は企業間で等しくなり、Lagrange 乗数に等しくなることがわかる。

$$\frac{W_t / P_t}{A_t} = \Phi_t(j) = \Phi_t \quad (4-40)$$

Calvo (1983) に従い、自国においては価格の粘着性が存在し、企業の $1-\chi$ の割合が各期において価格を改定できるとする。すなわち、各企業は各期において、確率 $1-\chi$ で新しい価格を設定できるが、確率 χ で $t-1$ 期に成立している価格 $P_{H,t-1}$ から価格は改定できない。各企業は差別化された財を生産する一方で、同一の生産関数を有し、また直面する需要曲線 (4-35) 式の弾力性も同一であるため、価格改定できるすべての企業は同一の価格 ($P_{H,t}(j) = P_{H,t}^*$) を設定する (このため、以下では添字 j は省略する)。したがって、財 H の物価指数 (4-6) 式は、以下のように書き直せる。

$$P_{H,t} = \left[\chi P_{H,t-1}^{1-\eta} + (1-\chi) P_{H,t}^{+1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (4-41)$$

生産関数の一次同次性より、平均費用と限界費用が等しくなることを用いると、企業の利潤最大化問題は、以下のように表現できる。

$$\max_{\{P_{H,t}^+\}} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ (P_{H,t}^+ - P_{H,t+k} \Phi_{t+k}) Y_{t,t+k} \right\} \right] \quad (4-42)$$

ただし、 $\Xi_{t,t+k} \equiv \beta^k (U_{C,t+k} / U_{C,t}) (P_t / P_{t+k})$ は確率的割引因子、 $Y_{t,t+k}$ は t 期に価格を改定する企業の $t+k$ 期の産出量である。

ここで、財 $j = [0, n]$ に対する財市場均衡の条件 (4-35) 式を用いると、(4-42) 式は以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} \max_{\{P_{H,t}^+\}} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ P_{H,t}^+ \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} - P_{H,t+k} \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \right\} \right. \\ \left. \times \left\{ (1-a) C_{t+k} + a C_{t+k}^* Q_{t+k}^\eta \right\} \right] \quad (4-43) \end{aligned}$$

したがって、利潤最大化の条件は以下で与えられる。

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} Y_{t,t+k} \left(P_{H,t}^+ - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P_{H,t+k} \Phi_{t+k} \right) \right] = 0 \quad (4-44)$$

なお、 $\varepsilon/(\varepsilon-1)$ はマーク・アップ率と解釈できる。

一方、簡単化のため、外国においては、価格の粘着性は存在しないものと想定する。自国と同様、労働投入量の規模に関する収穫一定の生産関数を想定する。

$$Y_{F,t}(j) = A_t^* N_t^{*d}(j) \quad (4-45)$$

$$\frac{A_t^*}{A^*} = \left(\frac{A_{t-1}^*}{A^*} \right)^{\rho_{A^*}} \exp[\varepsilon_{A^*,t}] \quad (4-46)$$

$Y_{F,t}(j)$ は財 $j \in (n, 1]$ の生産量、 $N_t^{*d}(j)$ は家計 j によって供給される労働の投入量、 A_t^* は外国の企業に共通する技術水準であり、 $0 \leq \rho_{A^*} \leq 1$ は自己回帰過程における係数、 $\varepsilon_{A^*,t}$ は平均ゼロ、分散 $\sigma_{\varepsilon_{A^*}}^2$ の正規分布に従う生産性ショックである。

以上の想定の下で、企業の費用最小化条件は、(4-40) 式と同様、

$$\frac{W_t^* / P_t^*}{A_t^*} = \Phi_t^* \quad (4-47)$$

と求まる。一方、企業 j の利潤最大化問題は以下で与えられる⁵⁾。

$$\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{1}{A_t^*} \frac{W_t^*}{P_t^*} \quad (4-48)$$

2-4. 政府

政府の予算制約式は、各期において均衡していると想定する。また、一般性を失うことなく、政府支出はゼロであると想定する。この想定の下で、政府の予算制約式は (4-49) 式で与えられる。

$$T_{H,t} = M_{H,t}^s - M_{H,t-1}^s \quad (4-49)$$

ただし、 $M_{H,t}^s$ は一人当たりの通貨 H の名目貨幣供給量である。(4-49) 式は、シニョリッジは一括政府移転として、家計に還元されることを意味する。また、外国の経済主体からのシニョリッジは一括移転の形態により、外国の経済主体に還元されるが、自国の経済主体が通貨 F を保有することに伴うシニョリッジは自国の経済主体には還元されず、外国の政府はこれを政府支出に充当すると想定する。ただし、外国の政府支出は外国の経済主体の効用に直接影響を与えず、財の配分に影響を及ぼさないものと想定する。

$$T_{F,t}^* = M_{F,t}^{*s,F} - M_{F,t-1}^{*s,F} \quad (4-50)$$

$$G_t^* = n(M_{F,t}^{*s,H} - M_{F,t-1}^{*s,H}) \quad (4-51)$$

ただし、 $M_{F,t}^{*s,H}$ 、 $M_{F,t}^{*s,F}$ はそれぞれ自国と外国に流通する一人当たりの通貨 F の名目貨幣供給量、 G_t^* は外国の政府支出である。通貨 F の名目貨幣供給量を $M_{F,t}^{*s}$ とすると、以下の条件が成立する。

$$M_{F,t}^{*s} = nM_{F,t}^{*s,H} + (1-n)M_{F,t}^{*s,F} \quad (4-52)$$

2-5. カバーなし金利平価とリスク・シェアリング条件

(4-16)、(4-17) 式より、以下のカバーなし金利平価式が成立する。

$$E_t \left[\xi_{t,t+1} \left((1+i_{H,t}) - (1+i_{F,t}) \frac{S_{t+1}}{S_t} \right) \right] = 0 \quad (4-53)$$

完備市場と完全資本移動の仮定より、自国通貨建てで測った無リスクの割引債の期待収益率は均等化するため、(4-54) 式が成立する。

$$E_t \xi_{t,t+1} = E_t \left[\xi_{t,t+1}^* \frac{S_t}{S_{t+1}} \right] \quad (4-54)$$

⁵⁾ 後述する通り、 $P_{F,t}^* / P_t^* = 1$ となる。

また、(4-11) 式と同様、外国では (4-55) 式が成立する。

$$\beta \frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \frac{S_t}{S_{t+1}} \frac{U_{C^*,t+1}}{U_{C^*,t}} = \xi_{t,t+1} \quad (4-55)$$

したがって、(4-11)、(4-54)、(4-55) 式より、以下のリスク・シェアリング条件が成立する⁶⁾。

$$\frac{U_{C,t}}{U_{C^*,t}} = \frac{g_0}{Q_t} \quad (4-56)$$

ただし、 g_0 は定数であり、初期時点における資産保有量に依存する。以下では、一般性を失うことなく、 $g_0 = 1$ と基準化する。(4-56) 式は自国と外国の消費の限界代替率が相対価格（実質為替相場の逆数）に等しくなることを意味する⁷⁾。

2-6. 金融政策ルール

金融政策ルールを以下の Taylor ルールに基づき定式化する。

$$\frac{1+i_{H,t}}{1+i_H} = \frac{1+r_t^n}{1+r^n} \left(\frac{\Pi_{H,t}}{\Pi_H} \right)^{\psi_\pi} \left(\frac{Y_t}{Y_t^n} \right)^{\psi_y} \exp[v_t] \quad (4-57)$$

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t} \quad (4-58)$$

ただし、 $\Pi_{H,t} = P_{H,t}/P_{H,t-1}$ は財 H の（粗）インフレ率、 r_t^n は自然実質金利、 Y_t^n は金融市場が完備で、価格が伸縮的である frictionless economy で実現する自然産出量水準である。 v_t は金融政策ショックであり、 $\varepsilon_{v,t}$ は平均ゼロ、分散 σ_v^2 の正規分布に従う攪乱項である。(4-57) 式は、金融当局は自然産出量水準からの産出量の乖離、定常状態からのインフレ率の乖離に反応し、短期金融市場の金利を操作することを意味する。また、金融当局は名目・実質為替相場の変動に対して反応しないため、為替相場制度については自由変動相場制度を採用しているとみなすことができる。(4-58) 式は、金融政策ショックは 1 次の自己回帰過程（以下、AR (1)）に従うことを意味する。

一方、外国においては、価格が伸縮的であるため、純粋なインフレーション・ターゲティング・ルールに基づき、金融政策ルールを以下のように定式化する。

$$\frac{1+i_{F,t}}{1+i_F} = \left(\frac{\Pi_t^*}{\Pi^*} \right)^{\psi_\pi^*} \exp[v_t^*] \quad (4-59)$$

$$v_t^* = \rho_v^* v_{t-1}^* + \varepsilon_{v,t}^* \quad (4-60)$$

⁶⁾ $g_t = (S_t P_t^* / P_t) (U_{C,t} / U_{C^*,t})$ としたとき、 $g_{t+1} = g_t = g_0$ となる。

⁷⁾ (4-56) 式は社会的計画者 (social planner) が自国と外国の代表的家計の効用を併せて最大化する場合に得られる最適化条件と同一であるため、リスク・シェアリング条件と呼ばれる。

ただし、 $\Pi_t^* = P_t^*/P_{t-1}^*$ で定義される外国の（粗）インフレ率、 $\varepsilon_{v,t}^*$ は平均ゼロ、分散 σ_v^2 の正規分布に従う攪乱項である。(4-59) 式は、金融当局は定常状態からのインフレ率 ($\Pi^* = 1$) の乖離に反応し、短期金融市場の金利を操作することを意味する。

2-7. 均衡

自国と外国における一国全体の産出量インデックスを以下のように定義する。

$$Y_t = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n Y_{H,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad Y_t^* = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right) \int_n^1 Y_{F,t}(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (4-61)$$

また、(4-61) 式と整合的になるような労働インデックスを以下のように定義する。

$$N_t = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n N_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}, \quad N_t^* = \left[\left(\frac{1}{1-n} \right) \int_n^1 N_t^*(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (4-62)$$

(4-61)、(4-62) 式を用いると、一国全体の生産関数は、以下で表される。

$$Y_t = A_t N_t \quad (4-63)$$

(4-35)、(4-36) 式を (4-61) 式に代入すると、財 H 、 F の財市場均衡条件が得られる。

$$Y_t = \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \{ (1-a)C_t + aC_t^* Q_t^n \} \quad (4-64)$$

$$Y_t^* = \left(\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} C_t^* \quad (4-65)$$

自国の労働市場の均衡条件は $N_t^s = N_t^d = N_t$ の下、(4-10)、(4-40) 式より、以下で与えられる。

$$\frac{P_{H,t}}{P_t} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{1}{A_t} \frac{U_{N,t}}{U_{C,t}} \quad (4-66)$$

同様に、外国の労働市場の均衡条件は $N_t^{*s} = N_t^{*d} = N_t^*$ の下、(4-28)、(4-47) 式より

$$\frac{P_{F,t}^*}{P_t^*} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{1}{A_t^*} \frac{U_{N^*,t}}{U_{C^*,t}} \quad (4-67)$$

で与えられる。

通貨 H に関する貨幣市場均衡条件については、 $M_{H,t}^s = M_{H,t}^d = M_{H,t}$ 、および貨幣需要関数 (2-7) 式で与えられる。金融政策ルールによって、名目金利 $i_{H,t}$ が決定され、通貨 H は貨幣需要関数 (2-7) 式を満たすように政府によって受動的に供給される。したがって、貨幣市場均衡条件は経済の動学的特性には影響を与えず、経済全体を記述する体系から除外できる。同様に、通貨 F に関する貨幣市場均衡条件は、名目貨幣需要の総計を $M_{F,t}^{*d} \equiv nM_{F,t}^{d,H} + (1-n)M_{F,t}^{*d,F}$ としたとき、 $M_{F,t}^{*s} = M_{F,t}^{*d} =$

$M_{F,t}^*$, および自国と外国の通貨 F に対する貨幣需要関数 (2-8), (4-30) 式で与えられる。通貨 H と同様, 通貨 F に関する貨幣市場均衡式も経済全体を記述する体系から除外できる。

2-8. 対数近似

以上のモデルを, 初期時点における対称的定常状態における近傍で対数近似する。

まず, 消費に関する同時点内の最適化条件 (4-10) 式, Euler 方程式 (4-11) 式は,

$$\varphi n_t^s - u_{c,t} = w_t - p_t \quad (4-68)$$

$$u_{c,t} = E_t [u_{c,t+1}] + (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{t+1}]) \quad (4-69)$$

と対数線形近似される。消費の限界効用 $u_{c,t}$ は, 第2章で示された以下の式で求められる。

$$u_{c,t} = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) x_t - \frac{1}{\theta} c_t \quad (2-62)$$

$$x_t = d_2 c_t + (1 - d_2) z_t \quad (2-63)$$

$$d_1 = \left[\frac{(1 - \beta)\omega}{(1 - \omega) \{ \gamma^\nu + (1 - \gamma)^\nu \}^{\frac{1}{\nu-1}}} \right]^{-\theta}, \quad d_2 = \frac{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1 - \omega) Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}} = \frac{\omega}{\omega + (1 - \omega) d_1^{\frac{\theta-1}{\theta}}} \quad (2-43)$$

$$\begin{aligned} z_t &= (1 - \delta)(m_{H,t} - p_t) + \delta(s_t + m_{F,t} - p_t) \\ &= c_t - \frac{\theta\beta}{1 - \beta} \{ (1 - \delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \end{aligned} \quad (2-43)$$

$$\delta = \frac{SM_F/P}{M_H/P + SM_F/P} = \frac{\{ \gamma / (1 - \gamma) \}^{-\nu}}{1 + \{ \gamma / (1 - \gamma) \}^{-\nu}}$$

第2章においても述べた通り, δ は定常状態における通貨代替の程度を表し, これは効用関数における通貨 F に対するウェイト $1 - \gamma$ が高いほど, また, 通貨 F に対するウェイト $1 - \gamma$ が 0.5 より高い場合には, 自国通貨 H と外国通貨 F との間の代替の弾力性 ν が高まるほど大きくなる。

(2-43), (2-62), (2-63) 式より, 消費の限界効用は以下の式で与えられる。

$$u_{c,t} = -\sigma c_t - d_3 \{ (1 - \delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \quad (2-64)$$

$$d_3 = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1 - d_2) \frac{\theta\beta}{1 - \beta}$$

Felices and Tuesta (2013) が示した通り, (2-64) 式は通貨代替モデルにおける重要な式である。(2-64) 式より, 通貨代替の程度 δ が高くなるほど, 自国の名目金利 $\hat{i}_{H,t}$ が消費の限界効用 $u_{c,t}$ に及ぼす影響は小さくなる一方で, 外国の名目金利 $\hat{i}_{F,t}$ が及ぼす影響は大きくなることがわかる。完全

な通貨代替の下 ($\delta=1$) では、自国の名目金利は消費の限界効用に全く影響を及ぼさない。また、自国の名目金利 $\hat{i}_{H,t}$ が上昇すれば、(2-43) 式より貨幣インデックス z_t が低下する。 z_t の低下が $u_{c,t}$ に与える影響は、異時点間の代替の弾力性 σ と同時点内における代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ の大小関係に依存する。もし、 $1/\theta > \sigma$ ($d_3 > 0$) であるならば、すなわち消費と貨幣インデックスが補完的であるならば、(2-62), (2-63) 式より、 z_t の低下は x_t の低下を通じて $u_{c,t}$ を低下させ、これは (4-68) 式を通じて、実質賃金の上昇をもたらす。したがって、企業の限界費用、ひいてはインフレ率を上昇させ、生産量や消費に負の影響をもたらす。一方、 $1/\theta < \sigma$ ($d_3 < 0$) の場合、すなわち消費と貨幣インデックスが代替的である場合には、逆の状況が成立する。

(2-64) 式を Euler 方程式 (4-69) 式に代入すると、(4-70) 式が得られる。

$$c_t = E_t [c_{t+1}] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{t+1}]) + \frac{d_3}{\sigma} \{ (1-\delta) \Delta \hat{i}_{H,t+1} + \delta \Delta \hat{i}_{F,t+1} \} \quad (4-70)$$

(2-41) ~ (2-43) 式を用いると、(2-44), (2-45) 式で表わされる通貨 H 、および通貨 F の貨幣需要関数が得られ、これらより第 2 章と同様の相対的貨幣需要関数 (2-46) 式が得られる。

$$m_{F,t} + s_t - m_{H,t} = \frac{v\beta}{1-\beta} (\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}) \quad (2-46)$$

次に、交易条件 (4-31) 式を対数線形近似した

$$\tau_t = p_{H,t} - p_{F,t} \quad (4-71)$$

と一物一価の法則 (4-33) 式を対数線形近似したものを自国の消費者物価指数 (4-8) 式に用いると、

$$\begin{aligned} p_t &= (1-a) p_{H,t} + a p_{F,t}, \quad as \quad n \rightarrow 0 \\ &= p_{H,t} - a \tau_t \end{aligned} \quad (4-72)$$

が得られる。同様に、外国の消費者物価指数は、以下のように書き直すことができる、

$$p_t^* = p_{F,t}^*, \quad as \quad n \rightarrow 0 \quad (4-73)$$

(4-73) 式は小国開放経済の仮定より、外国の消費者物価指数は財 F の物価指数により近似できることを意味している。(4-72) 式の一階の階差をとり、(4-73) 式を用いると、自国におけるインフレ率を以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \pi_t &= (1-a) \pi_{H,t} + a \pi_{F,t} = (1-a) \pi_{H,t} + a (\Delta s_t + \pi_t^*) \\ &= \pi_{H,t} - a \Delta \tau_t \end{aligned} \quad (4-74)$$

(4-72) 式を用いると、実質為替相場 (4-34) 式は以下のように書き直すことができる。

$$q_t = -(1-a) \tau_t = -\frac{1-a}{a} (p_{H,t} - p_t) \quad (4-75)$$

一国全体での生産関数 (4-63) 式、および自国の生産性 (4-38) 式はそれぞれ以下ようになる。

$$y_t = a_t + n_t \quad (4-76)$$

$$a_t = \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \quad (4-77)$$

労働市場の均衡条件 (4-66) 式を対数線形近似し、(2-64)、(4-75)、(4-76) 式と組み合わせると、実質限界費用は以下の式で表される。

$$\phi_t = \varphi y_t + \sigma c_t + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \frac{a}{1-a} q_t - (1+\varphi) a_t \quad (4-78)$$

財 H の物価指数 (4-41) 式と企業の利潤最大化条件 (4-44) 式は (4-79) 式となる。

$$\hat{p}_{H,t}^+ = \frac{\chi}{1-\chi} \pi_{H,t} \quad (4-79)$$

$$\hat{p}_{H,t}^+ = (1-\beta\chi)\phi_t + \beta\chi E_t [p_{H,t+1}^+] + \beta\chi E_t [\pi_{H,t+1}] \quad (4-80)$$

ただし、 $\hat{p}_{H,t}^+$ は $P_{H,t}^+/P_{H,t}$ の初期定常状態の値からの乖離を表す。(4-79)、(4-80) 式より、限界費用に基づく New Keynesian フィリップス曲線が得られる。

$$\pi_{H,t} = \lambda \phi_t + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] \quad (4-81)$$

ただし、 $\lambda = (1-\chi)(1-\beta\chi)/\chi$ である。

また、(4-75) 式を用いると、財 H の財市場均衡条件 (4-64) 式は、以下で表される。

$$y_t = (1-a)c_t + ac_t^* + \frac{(2-a)a\eta}{1-a} q_t \quad (4-82)$$

(4-82) 式は、自国の生産量は自国と外国の消費の加重平均に、実質為替相場に比例する財 H と財 F の間のシフト要因 (switching factor) を加えたものに等しいことを意味している。

一方、外国経済については、Euler 方程式 (4-29) 式は、

$$c_t^* = E_t [c_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) \quad (4-83)$$

となる。また、財 F の財市場均衡条件 (4-65) 式、労働市場の均衡条件 (4-67) 式は、(4-73) 式を用いると、それぞれ以下のように表すことができる。

$$y_t^* = c_t^* \quad (4-84)$$

$$\varphi n_t^* + \sigma c_t^* = a_t^* \quad (4-85)$$

外国の生産性ショック a_t^* は以下の (4-86) 式に従う。

$$a_t^* = \rho_A^* a_{t-1}^* + \varepsilon_{A^*,t} \quad (4-86)$$

リスク・シェアリング条件 (4-56) 式、カバーなし金利平価式 (4-53) 式はそれぞれ、

$$q_t = \sigma(c_t - c_t^*) + d_3 \left\{ (1 - \delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} \quad (4-87)$$

$$\hat{i}_{H,t} = \hat{i}_{F,t} + E_t [\Delta s_{t+1}] \quad (4-88)$$

と対数線形近似される。

最後に、自国、および外国の金融政策ルール (4-57), (4-59) 式はそれぞれ、

$$\hat{i}_{H,t} = \hat{i}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t \quad (4-89)$$

$$\hat{i}_{F,t} = \psi_\pi^* \pi_t^* + v_t^* \quad (4-90)$$

となり、 v_t , v_t^* はそれぞれ、(4-58), (4-60) 式で与えられる。 $y_t^g = y_t - y_t^n$ は実際の産出量水準と自然産出量水準の差で定義される産出量ギャップである。

2-9. Tractable representations

ここでは、Malik (2005) や Felices and Tuesta (2013) にしたがって、本章のモデルに関する tractable representations を導出する。

まず、New Keynesian フィリップス曲線を導出する。

リスク・シェアリング条件 (4-87) 式を、財 H の財市場均衡条件 (4-82) 式に代入し、これを消費 c_t について解くと、以下の式が得られる。

$$c_t = \frac{1-a}{1+d_4} y_t + \frac{a+d_4}{1+d_4} y_t^* - \frac{(2-a)a\eta d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} \quad (4-91)$$

$$d_4 = a(2-a)(\eta\sigma - 1)$$

(4-91) 式を (4-78) 式に代入すると、実質限界費用は以下の式のように書き直すことができる。

$$\phi_t = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t + \frac{\sigma d_4}{1+d_4} c_t^* + \frac{(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} - (1+\varphi) a_t \quad (4-92)$$

(4-92) 式を価格が伸縮的な frictionless economy で評価する。このため、すべての t に対して $\phi_t = 0$, $\hat{i}_{H,t} = \hat{i}_{F,t} = 0$ とおく⁸⁾。

$$0 = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^n + \frac{\sigma d_4}{1+d_4} c_t^* - (1+\varphi) a_t \quad (4-93)$$

(4-92) 式から (4-93) 式を引くと、実質限界費用を産出量ギャップによって表現できる。

⁸⁾ 本章のモデルでは産出量水準は自国、または外国の金融政策 ($\hat{i}_{H,t}$, $\hat{i}_{F,t}$) により影響され、産出量ギャップが発生する。このギャップは自国と外国の名目金利に応じて増大する。Woodford (2003) は、効率的な配分は金融当局が自国通貨の保有に対し金利を支払い、外国通貨の保有に対して課税することで達成され、この配分は $\hat{i}_{H,t} = \hat{i}_{F,t} = 0$ とした場合と等しくなることを示した。

$$\phi_t = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^s + \frac{(1-a)d_3}{1+d_4} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \quad (4-94)$$

(4-94) 式を (4-81) 式に代入すると、New Keynesian フィリップス曲線が得られる。

$$\pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^s + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] \quad (4-95)$$

(4-95) 式は (2-64) 式と同様に通貨代替に関する重要な方程式であり、通貨代替の程度 δ が高くなるほど、金融当局が自国金利を用いてインフレ率を安定化させることが困難になることを意味する。

次に、IS 曲線を導出する。財 H の財市場均衡条件 (4-82) 式を Euler 方程式 (4-70) 式に代入すると、以下の式が得られる。

$$y_t = E_t [y_{t+1}] - \frac{1+d_4}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{H,t+1}]) + d_4 E_t [\Delta y_{t+1}^*] + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{ (1-\delta) E_t [\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t [\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \} \quad (4-96)$$

これを産出量ギャップを用いて書き直すと、(4-97) 式となる。

$$y_t^s = E_t [y_{t+1}^s] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{ (1-\delta) E_t [\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t [\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \} \quad (4-97)$$

ただし、 \hat{r}_t^n は自然実質金利であり、以下の式で定義される。

$$\hat{r}_t^n \equiv \frac{\sigma}{1+d_4} \{ E_t [\Delta y_{t+1}^n] + d_4 E_t [\Delta y_{t+1}^*] \} \quad (4-98)$$

ここで、自然産出量の水準 y_t^n は (4-93) 式を満たすため、

$$E_t [\Delta y_{t+1}^n] = \frac{(1+d_4)(1+\varphi)}{\varphi(1+d_4)+\sigma} E_t [\Delta a_{t+1}] - \frac{\sigma d_4}{\varphi(1+d_4)+\sigma} E_t [\Delta c_{t+1}^*]$$

となる。よって、自然実質金利は (4-77)、(4-84)、(4-98) 式を用いれば、(4-99) 式で表される。

$$\hat{r}_t^n = \frac{\sigma \varphi d_4}{\varphi(1+d_4)+\sigma} E_t [\Delta y_{t+1}^*] - \frac{\sigma(1+\varphi)(1-\rho_A)}{\varphi(1+d_4)+\sigma} a_t \quad (4-99)$$

財 H の財市場均衡条件 (4-91) 式を用いると、リスク・シェアリング条件 (4-87) 式は以下のよう書き直すことができる。

$$q_t = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} (y_t - y_t^*) + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \quad (4-100)$$

したがって、実質為替相場ギャップ q_t^s ($\equiv q_t - q_t^n$)、自然実質為替相場 q_t^n はそれぞれ、以下のよう

に求められる。

$$q_t^g = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} y_t^g + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \} \quad (4-101)$$

$$q_t^n = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} (y_t^n - y_t^*) \quad (4-102)$$

一方、(4-83) ～ (4-85) 式より、外国の IS 曲線、および AS 曲線は、以下のように求められる。

$$y_t^* = E_t [y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) \quad (4-103)$$

$$y_t^* = \frac{1+\varphi}{\varphi+\sigma} a_t^* \quad (4-104)$$

(4-104) 式より、外国の総供給 y_t^* はインフレ率には依存せず、垂直となることがわかる。これは外国では物価水準が伸縮的であると想定したことの帰結である。

2-10. 自由変動為替相場制度下における金融政策ルール of 決定性

以上のモデルに基づき、自由変動相場制度下における金融政策ルール (4-89) 式の決定性 (determinacy) について考察する。金融政策ルール (4-89) 式を IS 曲線 (4-97) 式、New Keynesian フィリップス曲線 (4-95) 式に代入し、整理すると、以下のように表現できる。

$$A_1 \begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} = A_2 \begin{bmatrix} E_t [y_{t+1}^g] \\ E_t [\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix} + B \{ (1-\delta) (\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \} \quad (4-105)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_2(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{\psi_\pi \{ (1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) \}}{\sigma} \\ \lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + (1-a)d_3(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} & \frac{\lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \\ 0 & -\beta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{d_3(1-a)(L^{-1}-1)}{\sigma} \\ -\frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \end{bmatrix}$$

ただし、 L^{-1} はリード・オペレータである。(4-105) 式より、(4-106) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} &= \frac{1}{\text{Det}(A_1)} A_1^{-1} A_2 \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix} + \frac{1}{\text{Det}(A_1)} A_1^{-1} B \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} \\
&\equiv \frac{1}{\text{Det}(A_1)} A \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix} + \frac{1}{\text{Det}(A_1)} A_1^{-1} B \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\}
\end{aligned} \tag{4-106}$$

ただし、 $\text{Det}(A_1)$ は行列 A_1 の行列式であり、以下で表される。

$$\text{Det}(A_1) = -\frac{C_1}{\sigma}$$

$$C_1 \equiv \sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + \{1 + d_4 + (1-a)d_3(1-\delta)\}(\psi_y + \lambda\varphi\psi_\pi)$$

また、行列 $A \equiv A_1^{-1} A_2 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$ は以下で表される。

$$A_{11} = \left\{ \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_3)}{1+d_4} \right\} \times \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma}$$

$$A_{12} = \left\{ \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \right\} \times \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} + \beta \frac{\psi_\pi \{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\}}{\sigma}$$

$$A_{21} = -\lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} \times \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\}$$

$$\begin{aligned}
A_{22} &= -\lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} \times \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \\
&\quad - \frac{\beta \{ \sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \}}{\sigma}
\end{aligned}$$

y_t^g , $\pi_{H,t}$ とともに非先決変数であるため、(4-106) 式が局所的に一意の解を持つための必要十分条件は、行列 A の二つの固有根が単位円の中にあることである。行列 A のトレースと行列式はそれぞれ、以下で計算される。

$$\begin{aligned}
\text{Trace}(A) &= \frac{1}{C_1} \left[(1+\lambda) \{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \right. \\
&\quad \left. + \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \varphi d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} + \beta \{ \sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \right]
\end{aligned} \tag{4-107}$$

$$\text{Det}(A) = \frac{\beta \{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \}}{C_1} \tag{4-108}$$

また、行列 A の固有根は固有方程式 $p(\lambda) = \lambda^2 - \text{Trace}(A)\lambda + \text{Det}(A)$ の解であるため、2つの固有

根が単位円の中にある必要十分条件は、以下で表される。

$$|Det(A)| < 1 \quad (4-109)$$

$$|Trace(A)| < 1 + Det(A) \quad (4-110)$$

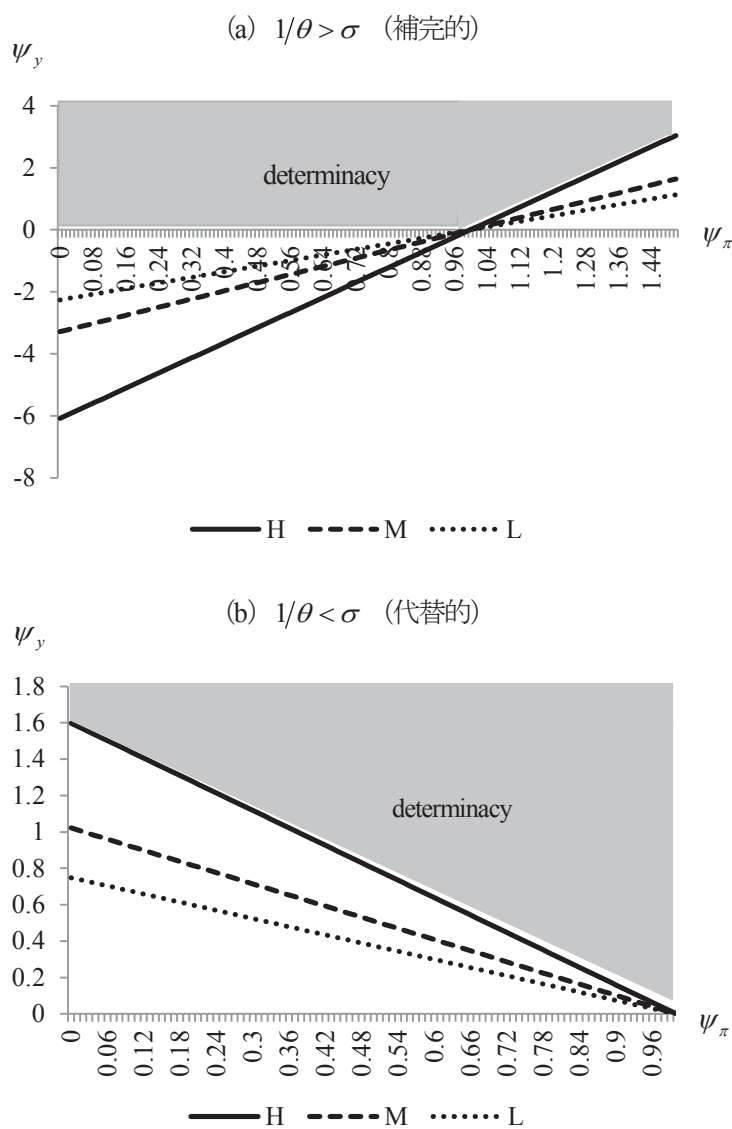
(4-109) 式は以下の (4-111) 式のように書き直せる。

$$\beta \{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} < \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y + (1+d_4)\psi_y + \lambda\psi_\pi \left[\sigma + \{1+d_4+d_3(1-a)(1-\delta)\}\varphi \right] \quad (4-111)$$

(4-111) 式は $\beta < 1$ より常に成立する。一方、(4-110) 式は (4-112) 式のように書き直せる。

$$\lambda \{ \sigma + (1+d_4)\varphi \} (\psi_\pi - 1) + \{ (1+d_4)(1-\beta) - \lambda(1-a)d_3(1-\delta) \} \psi_y > 0 \quad (4-112)$$

図 4-1 決定性を満たす範囲



(4-112) 式を図示したものが図 4-1 である。各パラメータの値には後述するカリブレーション分析で設定した値 (表 4-1) を用いている。また、通貨代替の程度については、通貨代替の程度が高いケース (High: $\gamma=0.4$, すなわち $\delta=0.69$), 中間のケース (Middle: $\gamma=0.5$, すなわち $\delta=0.5$), 低いケース (Low: $\gamma=0.6$, すなわち $\delta=0.31$) の 3 通りのケースを示している。図の網掛け部分は、通貨代替が高いケースにおいて、(4-112) 式が満たされる領域を表している。

図 4-1 (a) は消費と貨幣インデックスが補完的な場合 ($1/\theta > \sigma$) を示している。図 4-1 (a) より、Taylor の原理が満たされていない $\psi_\pi < 1$ のとき、(4-112) 式はすべての $\psi_y > 0$ に対し、成立することがわかる。一方、 $\psi_\pi > 1$ のとき、通貨代替の程度が上昇するほど、決定性を保証するため、所与の ψ_π の値に対し、 ψ_y のとる値が大きくなり、産出量ギャップの変化に対し、より大きく反応する必要がある。この結果、決定性の条件を満たす領域が縮小することがわかる。とりわけ、通貨代替の程度が高い場合 ($\gamma=0.4$), その領域は大きく縮小している。

図 4-1 (b) は消費と貨幣インデックスが代替的な場合 ($1/\theta < \sigma$) を示している。図 4-1 (b) より、 $\psi_\pi < 1$ のとき、通貨代替の程度が上昇するほど、決定性の条件を満たす領域が縮小すること、 $\psi_\pi > 1$ のとき、(4-112) 式は、すべての $\psi_y > 0$ に対して成立することがわかる。

3. カリブレーション

3-1. モデルの再掲

本章におけるモデルは14個の内生変数 $\{y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi_t^*, \Delta s_t, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, \hat{r}_t^n, a_t, a_t^*, v_t, v_t^*, q_t^g\}$ と4個の外生変数 $\{\varepsilon_{A,t}, \varepsilon_{A^*,t}, \varepsilon_{v,t}, \varepsilon_{v^*,t}\}$ からなる14本の方程式によって構成される。

自国 IS 曲線

$$y_t^g = E_t[y_{t+1}^g] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} \quad (4-97)$$

自国実質金利

$$\hat{r}_t^n = \frac{\sigma \varphi d_4}{\varphi(1+d_4) + \sigma} E_t[\Delta y_{t+1}^*] - \frac{\sigma(1+\varphi)(1-\rho_A)}{\varphi(1+d_4) + \sigma} a_t \quad (4-99)$$

自国 New Keynesian フィリップス 曲線 (NKPC)

$$\pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^g + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] \quad (4-95)$$

インフレ率

$$\pi_t = (1-a)\pi_{H,t} + a(\Delta s_t + \pi_t^*) \quad (4-74)$$

外国 IS 曲線

$$y_t^* = E_t[y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma}(\hat{i}_{F,t} - E_t[\pi_{t+1}^*]) \quad (4-103)$$

外国 AS 曲線

$$y_t^* = \frac{1+\varphi}{\varphi+\sigma} a_t^* \quad (4-104)$$

自国における生産性

$$a_t = \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \quad (4-77)$$

外国における生産性

$$a_t^* = \rho_{A^*} a_{t-1}^* + \varepsilon_{A^*,t} \quad (4-86)$$

自国の金融政策ルール

$$\hat{i}_{H,t} = \hat{i}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t \quad (4-89)$$

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t} \quad (4-58)$$

外国の金融政策ルール

$$\hat{i}_{F,t} = \psi_{\pi^*} \pi_t^* + v_t^* \quad (4-90)$$

$$v_t^* = \rho_{v^*} v_{t-1}^* + \varepsilon_{v^*,t} \quad (4-60)$$

カバーなし金利平価式

$$E_t[\Delta s_{t+1}] = \hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t} \quad (4-88)$$

実質為替相場ギャップ

$$q_t^g = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} y_t^g + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \{(1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t}\} \quad (4-101)$$

3-2. パラメータ設定

各パラメータの値には小国開放 DSGE モデルの先行研究で採用されている標準的な値を用いる⁸⁾。まず、割引因子は $\beta = 0.99$ とする。これは定常状態における実質金利が 4%であることを意味する。消費における外国財のウェイトは $a = 0.4$ とする。これは小国開放経済における開放度の平均的な値と整合的である。相対的危険回避度、労働供給の弾力性の逆数については、Felices and Tuesta

⁸⁾ 例えば、Galí and Monacelli (2005), Felices and Tuesta (2013), Castillo et al. (2013) を参照のこと。

(2013) に従い、 $\sigma=1.0$ (対数型の効用関数に対応)、 $\varphi=1.0$ とする。財 H と財 F との間の代替の弾力性 η については、Batini et al. (2008) や Felices and Tuesta (2013) に従い、 $\eta=1.0$ とする。消費・貨幣インデックス X_t における消費のウェイトは $\omega=0.8$ 、通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν は $\nu=2.0$ とする。企業が価格を改定できない確率は $\chi=0.75$ とする。これは平均的な価格改定の間隔が 1 年であることと整合的である。生産性については $\rho_A = \rho_{A^*} = 0.7$ 、金融政策ルールについては、Taylor の原理より $\psi_\pi = 1.8$ 、 $\psi_{\pi^*} = 1.5$ とし、 $\rho_\nu = \rho_{\nu^*} = 0.7$ とする。また、各ショックの分散については、 $\sigma_A^2 = \sigma_{A^*}^2 = \sigma_\nu^2 = \sigma_{\nu^*}^2 = (0.009)^2$ とする。なお、以上のパラメータ設定については表 4-1 にまとめられている。

表 4-1 カリブレーションにおけるパラメータ

β	割引因子	0.99
σ	相対的危険回避度	1.0
φ	労働供給量の弾力性の逆数	1.0
θ	消費インデックスと貨幣インデックスとの間の代替の弾力性	0.8, 1.2
ω	消費・貨幣インデックスに占める消費インデックスのウェイト	0.8
ν	自国通貨と外国通貨間における代替の弾力性	2.0
γ	貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイト	0.4, 0.5, 0.6
a	消費に占める外国財の割合	0.4
η	自国財と外国財との間の代替の弾力性	1.0
χ	企業が価格改定できない確率	0.75
ψ_y	自国の金融政策ルールにおける産出量ギャップの係数	0.5
ψ_π	自国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	1.8
ψ_{π^*}	外国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	1.5
ρ_ν	自国の金融政策ルールにおける名目金利のスミージングパラメータ	0.7
ρ_{ν^*}	外国の金融政策ルールにおける名目金利のスミージングパラメータ	0.7
ρ_A	自国の生産性ショックパラメータ	0.7
ρ_{A^*}	外国の生産性ショックパラメータ	0.7
σ_A^2	自国の生産性ショックの分散	$(0.009)^2$
$\sigma_{A^*}^2$	外国の生産性ショックの分散	$(0.009)^2$
σ_ν^2	自国の金融政策ショックの分散	$(0.009)^2$
$\sigma_{\nu^*}^2$	外国の金融政策ショックの分散	$(0.009)^2$

先述の通り、自国の金融政策ショックが自国経済に与える影響の方向は、相対的危険回避度 σ 、消費と貨幣インデックスの間における代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ の相対的な大きさに依存し、その影響の大きさは定常状態における通貨代替の程度 δ に依存し、さらに δ は貨幣インデックスにおける通貨 H のウェイト γ 、通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν に依存する。したがって、以下では、(1) $1/\theta > \sigma$ (補完的なケース)、(2) $1/\theta < \sigma$ (代替的なケース) のそれぞれにおいて、3

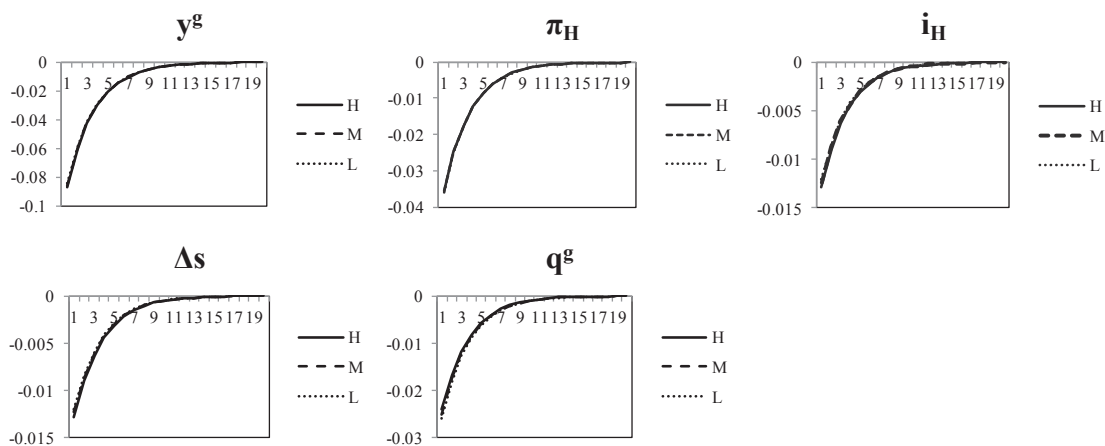
通りの通貨代替の程度 (High: $\gamma = 0.4$, すなわち $\delta = 0.69$ で通貨代替の程度が高いケース, Middle: $\gamma = 0.5$, すなわち $\delta = 0.5$ で通貨代替の程度が中間のケース, Low: $\gamma = 0.6$, すなわち $\delta = 0.31$ で通貨代替の程度が低いケース) の計 6 つのシナリオの下で, カリブレーション分析を行う。

3-3. インパルス応答関数

図 4-2 は自国の金融政策ショックに対する y_t^g , $\pi_{H,t}$, $\hat{i}_{H,t}$, Δs_{t+1} , q_t^g のインパルス応答である。図 4-2 (a) には $1/\theta > \sigma$ (補完的), 図 4-2 (b) には $1/\theta < \sigma$ (代替的) の場合の結果を示している。

図 4-2 自国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)



(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

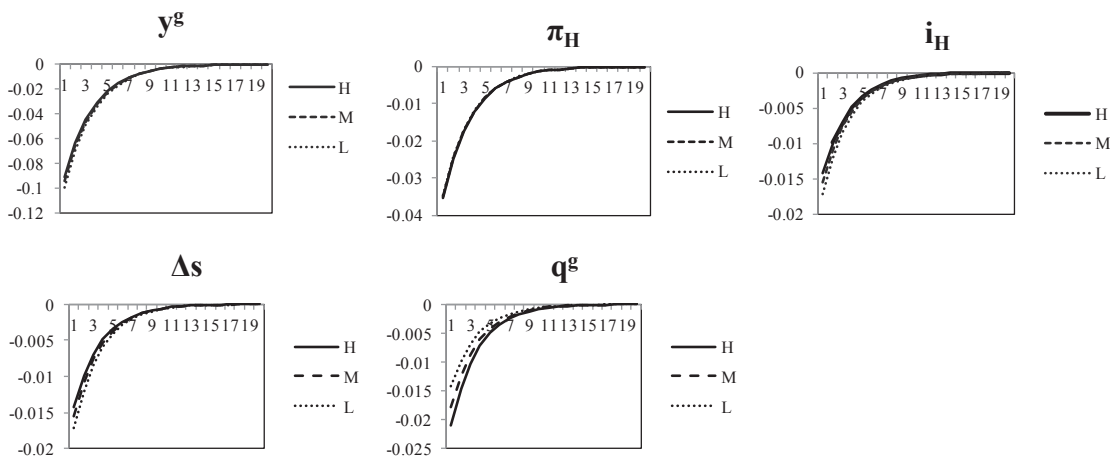
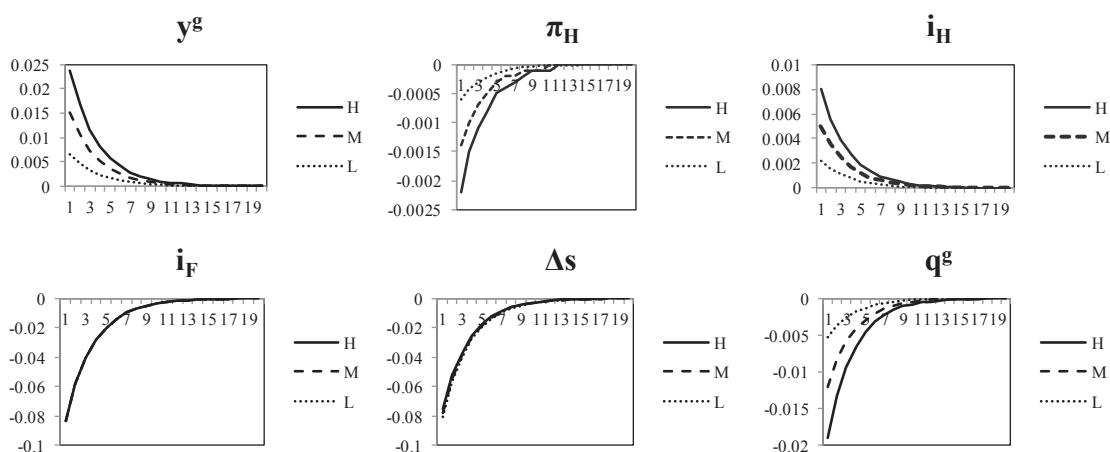


図 4-2 から、すべてのケースにおいて、 y_t^g 、 $\pi_{H,t}$ は低下、 q_t^g は増価しており、消費インデックスと貨幣インデックスが補完的か、代替的かはこれらの動学には影響を及ぼさないことがわかる。また、正の金融政策ショックを受け、 $\hat{i}_{H,t}$ は低下し、これを受け、名目為替相場減価率は低下している。図から判断する限りは、通貨代替の程度は、名目為替相場減価率の変化分、実質為替相場ギャップの変動には影響を与えていない。

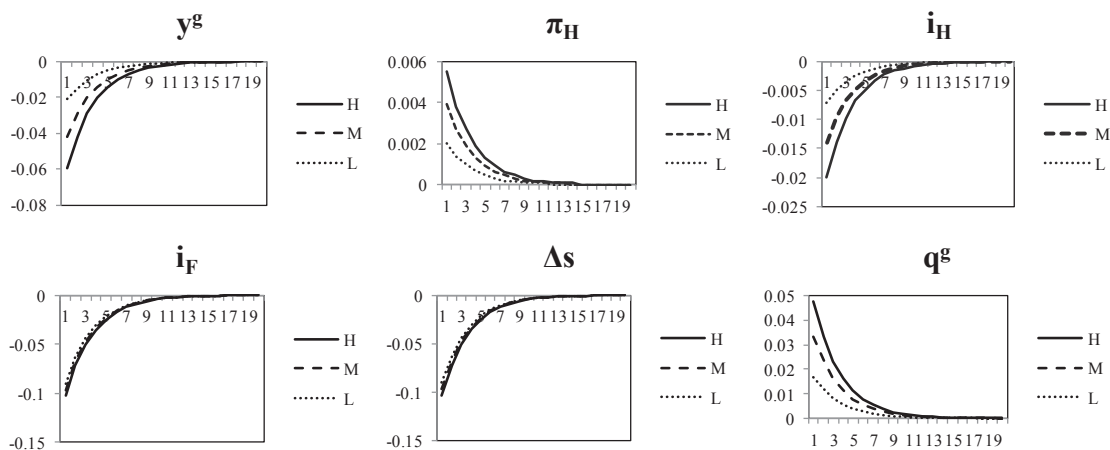
図 4-3 は外国の金融政策ショックに対する y_t^g 、 $\pi_{H,t}$ 、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 $\hat{i}_{F,t}$ 、 Δs_{t+1} 、 q_t^g のインパルス応答である。図 4-3 (a) には $1/\theta > \sigma$ (補完的)、図 4-3 (b) には $1/\theta < \sigma$ (代替的) の場合の結果が示されている。

図 4-3 外国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)



(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)



正の外国の金融政策ショックに対し、外国の名目金利 $\hat{i}_{F,t}$ は低下している。これに反応し、図4-3 (a) より、補完的な場合には、 y_t^s は増加し、 $\pi_{H,t}$ は低下し、 q_t^s は増価している一方、図4-3 (b) より、代替的な場合には、 y_t^s は低下し、 $\pi_{H,t}$ は上昇し、 q_t^s は減価している。また、通貨代替の程度が高いほど、 y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、 q_t^s の変化分の大きさは大きくなっている。自国の名目金利 $\hat{i}_{H,t}$ は、補完的な場合には上昇し、代替的な場合には低下しているが、その変化分は外国の名目金利 $\hat{i}_{F,t}$ の変化分よりも小さくなっている。このため、名目為替相場減価率 Δs_{t+1} は補完的、代替的のどちらのケースにおいても低下しているものの、その低下分は代替的のケースの方が大きくなっている。ただし、自国の金融政策ショックの場合と同様に、図から判断する限りは、通貨代替の程度は、名目為替相場減価率の変化分の大きさには影響を与えていない。

3-4. 無条件分散

表4-2は、自国の金融政策ショックに対する y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 Δs_{t+1} 、 q_t^s の無条件分散を示したものである。表4-2 (a) には $1/\theta > \sigma$ (補完的)、表4-2 (b) には $1/\theta < \sigma$ (代替的)の結果を示している。自国の金融政策ショックに対する無条件分散は、通貨代替の程度の大きさに関わらず、比較的安定している。 Δs_{t+1} の無条件分散は影響を全く受けていない。 q_t^s もほとんど影響を受けていない。代替的な場合、通貨代替の程度が上昇するほど、 q_t^s の無条件分散は大きくなっているが、その程度は限定的であることがわかる。

表4-2 自国の金融政策ショックに対する無条件分散

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)

通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(\Delta s)$	$\text{var}(q^s)$
High	0.0085	0.0028	0.0001	0.0000	0.0033
Middle	0.0083	0.0028	0.0001	0.0000	0.0034
Low	0.0082	0.0028	0.0001	0.0000	0.0035

(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(\Delta s)$	$\text{var}(q^s)$
High	0.0097	0.0027	0.0001	0.0001	0.0028
Middle	0.0105	0.0027	0.0001	0.0001	0.0025
Low	0.0111	0.0026	0.0001	0.0001	0.0023

表4-3は、外国の金融政策ショックに対する y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 $\hat{i}_{F,t}$ 、 Δs_{t+1} 、 q_t^s の無条件分散を示したものである。表4-3 (a) には $1/\theta > \sigma$ (補完的)、表4-3 (b) には $1/\theta < \sigma$ (代替的)の結果を

示している。通貨代替の程度が高まるほど、 y_t^s の無条件分散は急速に大きくなっている。また、代替的である場合には、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 Δs_{t+1} 、 q_t^s の無条件分散が急速に大きくなっている。

表 4-3 外国の金融政策ショックに対する無条件分散

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)

通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(i_F)$	$\text{var}(\Delta s)$	$\text{var}(q^s)$
High	0.0025	0.0000	0.0003	0.0135	0.0049	0.0016
Middle	0.0012	0.0000	0.0001	0.0135	0.0054	0.0008
Low	0.0004	0.0000	0.0000	0.0135	0.0059	0.0003

(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(i_F)$	$\text{var}(\Delta s)$	$\text{var}(q^s)$
High	0.0205	0.0002	0.0023	0.0135	0.0132	0.0130
Middle	0.0134	0.0001	0.0015	0.0135	0.0118	0.0085
Low	0.0087	0.0000	0.0009	0.0135	0.0080	0.0051

4. 金融政策ショックが及ぼす影響の方向性

自国の金融政策は、2つの経路を通じて、自国経済に影響を与える。第1の経路は実質金利を通じた経路である。自国の金利 $\hat{i}_{H,t}$ の上昇は直接、実質金利を上昇させ、産出量ギャップ y_t^s に低下圧力を与え（(4-97)式右辺第2項）、これがNew Keynesian フィリップス曲線を通じて、財 H のインフレ率 $\pi_{H,t}$ に対し低下圧力を与える（(4-95)式右辺第1項）。また、実質為替相場ギャップ q_t^s に増価圧力を与える（(4-101)式）。

第2の経路は消費の限界効用を通じた経路であり、これは $(1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t}$ （(4-95)式右辺第2項）、または $(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}$ （(4-97)式右辺第3項）で捉えられる。先述の通り、この経路を通じた影響の方向は、相対的危険回避度 σ と消費と貨幣インデックス間における代替の弾力性 θ の相対的な大きさに依存する。 $1/\theta > \sigma$ ($d_3 > 0$)の場合、すなわち消費と貨幣インデックスが補完的な場合、 $\hat{i}_{H,t}$ の上昇は $u_{c,t}$ を低下させ（(2-64)式）、その結果 y_t^s に低下圧力、 $\pi_{H,t}$ に上昇圧力、 q_t^s に減価圧力を生じさせる。一方、 $1/\theta < \sigma$ ($d_3 < 0$)の場合、すなわち消費と貨幣インデックスが代替的な場合には、逆の状況が成立する。さらには、その影響の大きさは定常状態における通貨代替の程度 δ に依存し、通貨代替の程度 δ が高くなるほど、自国の金融政策の影響は小さくなる。

外国の金融政策は消費の限界効用経路を通じて、自国経済に影響を与える。その影響の方向は自国の金融政策の場合と同様であり、その影響の大きさは通貨代替の程度 δ が高いほど、大きくなる。

本章のモデルでは、金融政策ルール (4-89)、(4-90)式から決定される自国と外国の名目金利に

より内外金利差、および産出量ギャップが決定され、これらがそれぞれ、名目為替相場減価率、および実質為替相場の変動の方向性を決定する。したがって、以下では、自国の名目金利の閉じた解を導出し、通貨代替が名目為替相場減価率、実質為替相場の変動に与える影響を考察する。

4-1. 自国の金融政策ショックが及ぼす影響

自国の金融政策ショックが与える影響を考察するため、経済ショックが自国の金融政策ショック v_t のみであると想定し、産出量ギャップ y_t^g 、および $\pi_{H,t}$ の解を

$$y_t^g = \Omega_{yv} v_t \quad (4-113)$$

$$\pi_{H,t} = \Omega_{\pi v} v_t \quad (4-114)$$

と推測する。ただし、 Ω_{yv} 、 $\Omega_{\pi v}$ は未定係数である。金融政策ルール (4-89) 式、および (4-113)、

(4-114) 式より、IS 曲線 (4-97) 式は、以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} y_t^g = & \frac{1}{\sigma + \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\}\psi_y} \left[\{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y\} \rho_v \Omega_{yv} \right. \\ & + \left. \left[\{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \rho_v - \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\}\psi_\pi \right] \Omega_{\pi v} \right. \\ & \left. - \{1 + d_4 + (1-a)d_3(1-\delta)(1-\rho_v)\} \right] v_t \end{aligned}$$

したがって、 Ω_{yv} は以下の式で表せる。

$$\begin{aligned} \Omega_{yv} = & \frac{1}{\{1 + d_3 + d_2(1-a)(1-\delta)\}\psi_y} \left[\{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y\} \rho_v \Omega_{yv} \right. \\ & + \left. \left[\{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \rho_v - \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\}\psi_\pi \right] \Omega_{\pi v} \right. \\ & \left. - \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\} \right] \end{aligned}$$

以上より、(4-115) 式が得られる。

$$\begin{aligned} & \left[\sigma(1-\rho_v) + \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\}\psi_y \right] \Omega_{yv} \\ & - \left[(1 + d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \{d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_v - 1)\}\psi_\pi \right] \Omega_{\pi v} \\ & = - \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\} \end{aligned} \quad (4-115)$$

同様に、金融政策ルール (4-89) 式、および (4-113)、(4-114) 式より New Keynesian フィリップス曲線 (4-95) 式は、以下の式で表せる。

$$\begin{aligned} \pi_{H,t} = & \frac{1}{1 + d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1 + d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv} \right. \\ & \left. + (1 + d_4)\beta\rho_v\Omega_{\pi v} + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \right] v_t \end{aligned}$$

したがって、 $\Omega_{\pi v}$ は以下で表されるため、(4-116) 式が得られる。

$$\Omega_{\pi v} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv} + (1+d_4)\beta\rho_v\Omega_{\pi v} + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \right]$$

$$\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv} - \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} \Omega_{\pi v} = -\lambda d_3(1-a)(1-\delta) \quad (4-116)$$

連立方程式 (4-115), (4-116) 式を解くと, 未定係数はそれぞれ, 以下のように求められる。

$$\Omega_{yv} = \frac{-\{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\rho_v}{C_v}$$

$$\Omega_{\pi v} = -\frac{\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\} \varphi}{C_v}$$

$$C_v = \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} (\psi_\pi - \rho_v) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \{ \rho_v \psi_y - \psi_\pi(1-\rho_v) \} \varphi + (1-\beta\rho_v) \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)d_3(1-a)(1-\delta) \} \psi_y \right]$$

したがって, 自国の金融政策ショックが産出量ギャップ, 財 H のインフレ率に与える影響は,

$$y_t^g = \frac{-\{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\rho_v}{C_v} v_t \quad (4-117)$$

$$\pi_{H,t} = -\frac{\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)\} \varphi}{C_v} v_t \quad (4-118)$$

となる。これらを (4-89) 式に代入すると, 自国の名目金利は以下の (4-119) 式で求められる。

$$\hat{i}_{H,t} = \frac{(1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \}}{C_v} v_t \equiv \Omega_{iv} v_t \quad (4-119)$$

(4-117), (4-119) 式を (4-103) 式へ代入すると, 自国の金融政策ショックが実質為替相場ギャップに与える影響は (4-120) 式として求められる。

$$q_t^g = -\frac{(1-a) \{ \sigma(1-\beta\rho_v) + \lambda \varphi d_3(1-a)(1-\delta)\rho_v \}}{C_v} v_t \equiv \Omega_{qv} v_t \quad (4-120)$$

先述のカリブレーションにおけるパラメータ設定の下での C_v , Ω_{yv} , $\Omega_{\pi v}$, Ω_{iv} , Ω_{qv} の値を示したものが表 4.4 の上段である。この結果に関し, 以下の 4 点が指摘できる。

第 1 に, 消費と貨幣インデックスが補完的か代替的かに関わらず, Ω_{yv} , $\Omega_{\pi v}$ は負, Ω_{qv} は増価している。先述の通り, 実質金利を通じた経路は y_t^g , および $\pi_{H,t}$ に対して低下圧力, q_t^g に増価圧力を与える。一方, 正の金融政策ショックを受け, 自国の金利は低下するため, 消費の限界効用を通じた経路は, 補完的な場合には y_t^g に上昇圧力, $\pi_{H,t}$ に低下圧力, q_t^g に増価圧力を与え, 代替的

な場合には、 y_t^s に低下圧力、 $\pi_{H,t}$ に上昇圧力、 q_t^s に減価圧力を与える。したがって、以上の結果は、実質金利を通じた経路の影響が、消費の限界効用を通じた経路の影響を上回ったからであると解釈できる。

表 4-4 閉じた解

	$\theta=0.8$ (補完的)			$\theta=1.2$ (代替的)		
	H	M	L	H	M	L
C_v	0.462	0.480	0.497	0.364	0.320	0.275
Ω_{yv}	-0.695	-0.688	-0.682	-0.744	-0.776	-0.819
$\Omega_{\pi v}$	-0.396	-0.397	-0.397	-0.392	-0.389	-0.385
Ω_{iv}	-0.061	-0.059	-0.056	-0.077	-0.088	-0.102
Ω_{qv}	-0.433	-0.439	-0.443	-0.394	-0.369	-0.335
C_v^*	0.462	0.480	0.497	0.364	0.320	0.275
Ω_{yv}^*	0.354	0.247	0.146	-1.146	-0.940	-0.673
$\Omega_{\pi v}^*$	-0.033	-0.023	-0.013	0.106	0.087	0.062
Ω_{iv}^*	0.118	0.083	0.049	-0.383	-0.314	-0.225
Ω_{qv}^*	-0.282	-0.197	-0.117	1.814	1.462	1.029

第 2 に、通貨代替の程度を一定とした時、 y_t^s については、補完的な場合の方が代替的な場合より、 y_t^s の減少分が小さくなっている。これは補完的な場合、消費の限界効用を通じた経路における y_t^s に対する増加圧力が、実質金利を通じた経路における減少圧力を相殺することによっている。 $\pi_{H,t}$ については、代替的な場合の方が補完的な場合よりも $\pi_{H,t}$ の低下分が小さくなっている。これは代替的な場合、消費の限界効用を通じた経路における上昇圧力が、実質金利を通じた経路における低下圧力を相殺することによっている。 q_t^s についても、代替的な場合の方が補完的な場合よりも q_t^s の増価分が小さくなっている。これは代替的な場合、消費の限界効用を通じた経路における減価圧力が、実質金利を通じた経路における増価圧力を相殺することによっている。

第 3 に、通貨代替の程度が上昇するほど、補完的である場合には、 y_t^s の減少分は大きく、 $\pi_{H,t}$ の低下分は小さく、 q_t^s の増価分は小さくなっている。これは、通貨代替の程度が上昇するほど、自国の金融政策ショックの影響が小さくなるため、消費の限界効用を通じた経路における y_t^s に対する増加圧力が弱まり、相殺する部分が減少したことによっている。 $\pi_{H,t}$ については、通貨代替の程度が上昇するほど、消費の限界効用経路を通じた $\pi_{H,t}$ への低下圧力が小さくなることによっている。 q_t^s については、通貨代替の程度が上昇するほど、消費の限界効用経路を通じた q_t^s への増価圧力が小さくなることによっている。代替的な場合には、逆の解釈が成立する。

第 4 に、消費と貨幣インデックスが補完的か代替的に関わらず、 Ω_v は負となっている。これ

は、(4-119) 式からわかる通り、自己相関の係数 ρ_v が十分に大きいとき、 y_t^g 、 $\pi_{H,t}$ の低下に反応した名目金利の引き下げ圧力が、金融政策ショックによる名目金利の上昇圧力を上回るためである。また、通貨代替の程度が名目金利の低下分に与える影響は、 y_t^g と $\pi_{H,t}$ の変化分、および ψ_y と ψ_π の相対的な大きさに依存している。本章のパラメータ設定の下では、通貨代替の程度が大きいほど、補完的な場合には名目金利の低下分は大きく、代替的である場合には名目金利の低下分が小さくなっている。

Δs_t は名目金利の変化分と一致するため、カバーなし金利平価式を通じて名目為替相場減価率は低下する。また、その低下分は通貨代替の程度が大きいほど、補完的である場合には大きく、代替的である場合には小さくなる。ただし、実質金利経路を通じた効果が大きいため、 Δs_t の無条件分散は通貨代替の程度の影響をほとんど受けないと解釈できる。

4-2. 外国の金融政策ショックが及ぼす影響

外国の金融政策ショックが与える影響を考察するため、経済ショックが外国の金融政策ショック v_t^* のみであると想定し、産出量ギャップ y_t^g 、および $\pi_{H,t}$ の解を

$$y_t^g = \Omega_{yv^*} v_t^* \quad (4-121)$$

$$\pi_{H,t} = \Omega_{\pi v^*} v_t^* \quad (4-122)$$

と推測する。ただし、 Ω_{yv^*} 、 $\Omega_{\pi v^*}$ は未定係数である。

外国の AS 曲線 (4-104) 式を外国の IS 曲線 (4-103) 式に代入し、これに外国の金融政策ルール (4-90)、(4-60) 式を用いると、以下の外国のインフレ率 π_t^* に関する差分方程式が得られる。

$$\pi_t^* = \psi_{\pi^*}^{-1} E_t [\pi_{t+1}^*] - \psi_{\pi^*}^{-1} v_t^* \quad (4-123)$$

これより、外国のインフレ率は (4-124) 式として求まる。

$$\pi_t^* = -\frac{1}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} v_t^* \quad (4-124)$$

(4-124) 式を外国の金融政策ルール (4-90) 式に代入すると、外国の名目金利は以下の式となる。

$$\hat{i}_{F,t}^* = -\frac{\rho_{v^*}}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} v_t^* \quad (4-125)$$

(4-125) 式より、正の外国金融政策ショックに対し、外国の名目金利は低下することがわかる。

自国の金融政策ルール (4-89)、(4-58) 式、および (4-121)、(4-122)、(4-125) 式より、自国の IS 曲線 (4-97) 式は、以下のように書き直すことができる。

$$y_t^s = \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_{v^*} \Omega_{yv^*} + \left[\left\{ 1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_{v^*} - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_{\pi v^*} + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}(1-\rho_{v^*})}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \right] v_t^*$$

したがって、 Ω_{yv^*} は

$$\Omega_{yv^*} = \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_{v^*} \Omega_{yv^*} + \left[\left\{ 1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_{v^*} - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_{\pi v^*} + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}(1-\rho_{v^*})}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \right] v_t^*$$

となるため、(4-126) 式が得られる。

$$\left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \left\{ (1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta) \right\} \psi_y \right] \Omega_{yv^*} - \left[(1+d_4)(\rho_{v^*} - \psi_\pi) + \left\{ d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_{v^*} - 1) \right\} \psi_\pi \right] \Omega_{\pi v^*} = \frac{d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}(1-\rho_{v^*})}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \quad (4-126)$$

同様に、自国の金融政策ルール (4-89), (4-58) 式, および (4-121), (4-122), (4-125) 式より, New Keynesian フィリップス曲線 (4-95) 式は, 以下の式で表せる。

$$\pi_{H,t} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \left\{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \Omega_{yv^*} + (1+d_4)\beta\rho_{v^*}\Omega_{\pi v^*} - \frac{\lambda d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \right] v_t^*$$

したがって、 $\Omega_{\pi v^*}$ は

$$\Omega_{\pi v^*} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \left\{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \Omega_{yv^*} + (1+d_4)\beta\rho_{v^*}\Omega_{\pi v^*} - \frac{\lambda d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \right]$$

となるため、(4-127) 式が得られる。

$$\lambda \left\{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \Omega_{yv^*} - \left\{ (1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \Omega_{\pi v^*} = \frac{\lambda d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \quad (4-127)$$

連立方程式 (4-126), (4-127) 式を解くと, 未定係数はそれぞれ, 以下のように求められる。

$$\Omega_{y^*} = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\}$$

$$\Omega_{\pi v^*} = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\lambda d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} [(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y]$$

$$C_{v^*} = \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} (\psi_{\pi} - \rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \{ \rho_{v^*}\psi_y - \psi_{\pi}(1-\rho_{v^*})\varphi \} \\ + (1-\beta\rho_{v^*}) \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_{v^*})d_3(1-a)(1-\delta) \} \psi_y \right]$$

したがって, 外国の金融政策ショックが, 産出量ギャップ, 財 H のインフレ率に与える影響は,

$$y_t^g = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\rho_{v^*}d_3(1-a)\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\} v_t^* \quad (4-128)$$

$$\pi_{H,t} = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\rho_{v^*}\lambda d_3(1-a)\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y\} v_t^* \quad (4-129)$$

となる。これらを (4-89) 式に代入すると, 自国の名目金利は (4-130) 式で求められる。

$$\hat{i}_{H,t} = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\rho_{v^*}d_3(1-a)\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \left[\psi_y \{ (1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda\rho_{v^*} \} + \lambda\psi_{\pi}(1-\rho_{v^*})\varphi \right] v_t^* \equiv \Omega_{iv^*} v_t^* \quad (4-130)$$

(4-128), (4-130), (4-125) 式を (4-101) 式へ代入すると, 外国の金融政策ショックが実質為替相場ギャップに与える影響は, (4-131) 式として求められる。

$$q_t^g = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\rho_{v^*}d_3(1-a)^2\delta}{(1+d_4)(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \right. \\ \left. + \lambda \{ \psi_{\pi}(\sigma + \varphi) + \rho_{v^*}(\sigma - d_3(1-a)(1-\delta) - \varphi\psi_{\pi}) \} - C_{v^*} \right] \equiv \Omega_{qv^*} v_t^* \quad (4-131)$$

カリブレーションにおけるパラメータ設定の下での C_{v^*} , Ω_{yv^*} , $\Omega_{\pi v^*}$, Ω_{iv^*} , Ω_{qv^*} の値を示したものが表 4-4 の下段である。この結果に関し, 以下の 3 点が指摘できる。

第 1 に, Ω_{yv^*} は消費と貨幣インデックスが補完的な場合には正, 代替的な場合には負となっている。 $\Omega_{\pi v^*}$ は消費と貨幣インデックスが補完的な場合には負, 代替的な場合には正となっている。 Ω_{qv^*} は消費と貨幣インデックスが補完的な場合には増価, 代替的な場合には減価している。先述の通り, 外国の金融政策は消費の限界効用経路を通じて影響を与える。正の金融政策ショックは, 外国の名目金利を低下させるため, 補完的な場合には y_t^g に増加圧力, $\pi_{H,t}$ に低下圧力, q_t^g に増価圧力を与える。ただし, 自国金利の上昇圧力が外国金利の低下圧力を相殺するため, 増価の変化分は自国の金融政策ショックの場合よりも小さくなる。一方, 代替的である場合には y_t^g に低下圧力, $\pi_{H,t}$ に上昇圧力, q_t^g に減価圧力を与える。

第2に、通貨代替の程度が上昇するほど、 y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、および q_t^s の変化分が大きくなっている。これは、通貨代替の程度が上昇するほど、外国の金融政策ショックの効果が大きくなるためである。さらに、自国の金融政策ショックの場合と比較し、通貨代替の程度が上昇するほど、外国の金融政策ショックが、 y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、および q_t^s に与える影響は急速に大きくなるのがわかる。貨幣インデックスに占める通貨 F のウェイトの変化 ($1-\gamma=0.4$ から $1-\gamma=0.6$ への変化) が、定常状態における通貨代替の程度を大きく上昇させ ($\delta=0.31$ から $\delta=0.69$)、これが自国経済に大きな影響を与えることになる。この結果は、通貨代替の程度が高まると、外国の金融政策ショックに対し、国内経済が急速に不安定化することを意味している。

第3に、 Ω_{iv} は補完的である場合には上昇、代替的である場合には低下している。これは y_t^s と $\pi_{H,t}$ の変化分、および ψ_y と ψ_π の相対的な大きさに依存して決定される。また、通貨代替の程度が高いほど、名目金利の変化分に与える影響は補完的、代替的のいずれの場合においても、大きくなっている。

Δs_t は名目金利の変化分と一致するため、本章のパラメータ設定の下では、補完的である場合、自国の名目金利の上昇分を外国の名目金利の低下分が上回るため、 Δs_t は負となっている。一方、代替的である場合には、自国と外国の名目金利がともに低下するため、 Δs_t は負となっている。ただし、補完的である場合には、自国の名目金利上昇が外国の名目金利低下を相殺するため、 Δs_t の低下分は代替的である場合より小さくなっている。また、通貨代替の程度が大きいほど、補完的である場合には、相殺する効果が大きいため、 Δs_t の低下分は小さくなり、一方、代替的である場合には、自国の名目金利がより大きく低下するため、 Δs_t の低下分が大きくなっている。この結果、代替的である場合、通貨代替の程度が高まるほど、 Δs_t の無条件分散が急速に大きくなったと解釈できる。

5. おわりに

本章では、DSGE モデルを用いて、通貨代替が名目為替相場のボラティリティ、実質為替相場の変動に及ぼす影響について分析した。金融当局が金利ルールを採用することを想定し、名目為替相場減価率はカバーなし金利平価式に基づき決定されるものと想定した。

分析の結果、自国の金融政策ショックが名目為替相場減価率のボラティリティに与える影響は、消費と貨幣インデックスが補完的か代替的かに関わらず、通貨代替の程度の影響をほとんど受けないことが示された。実質為替相場の変動に与える影響は、消費と貨幣インデックスが補完的か代替的かに関わらず増価をし、さらには通貨代替の程度の影響をほとんど受けないことが示された。こ

これらの結果は実質金利経路を通じた影響が消費の限界効用経路を通じた影響よりも支配的となるためである。

一方、外国の金融政策ショックが名目為替相場減価率のボラティリティ、および実質為替相場の変動に与える影響は、消費と貨幣インデックスが補完的であるか代替的であるかによって、結果が異なることが明らかとなった。

補完的である場合には、名目為替相場減価率のボラティリティは、自国金利の上昇圧力が外国金利の低下圧力を相殺するため、通貨代替の程度の影響をほとんど受けないことが示された。実質為替相場は増価するものの、その増価分は自国金利の上昇圧力が外国金利の低下圧力を相殺するため、自国の金融政策ショックの場合よりも小さくなることが示された。また、通貨代替の程度が高まるほど、増価分は大きくなることが明らかとなった。

それに対し、代替的である場合には、名目為替相場減価率のボラティリティは、通貨代替の程度が高まるほど、急速に大きくなること、実質為替相場は通貨代替の程度が高まるほど、より大きく減価することが明らかとなった。以上の結果は、貨幣インデックスに占める外国通貨に対するウェイトの上昇が、通貨代替の程度の大きな上昇をもたらすことに鑑みれば、通貨代替の進展が国内経済を急速に不安定化させることを意味している。

第5章 通貨代替が金融政策に及ぼす影響¹⁾

1. はじめに

本章ではDSGEモデルのフレームワークを用いて、通貨代替の程度が金融政策に及ぼす影響について分析することを主目的とする。本章のモデルは先行研究(Batini et al. (2008)やFelices and Tuesta (2013)), 第4章において提示したモデルと密接に関連しているが、以下の点で異なる。

第4章で示した通り、完備金融市場を想定した下では、リスク・シェアリング条件とカバーなし金利平価式が常に成立する。リスク・シェアリング条件を通じて、理論上は、実質為替相場と消費は高い相関を示すことになるが、Chari et al. (2002)は、データ上は消費と実質為替相場の相関はほぼゼロであることを報告している²⁾。また、為替相場変化率が金利差に平均的に等しくなるというカバーなし金利平価式は、実際には成立しないことが実証的に知られている。さらには、通貨代替が進展している国の多くは開発途上国であることに鑑みると、完備金融市場を想定するのではなく、不完備金融市場を想定した下での分析を行う必要があると思われる。ただし、状態条件付き請求権が取引されておらず、各国が発行する債券のみが消費を平準化させる手段として取引される不完備な金融市場を想定した場合には、小国開放経済下では定常状態において、消費、および対外純資産の分布が非定常となる³⁾。これに関し、第2章第7節で言及した通り、Schmitt-Grohé and Uribe (2003)はこの非定常性を回避するための5つの特定化を示している。また、Lane and Milesi-Ferretti (2001)は金利差の決定要因として、対外純資産の重要性を指摘している。このことから、本章では自国と外国の金利差、すなわちリスク・プレミアムが対外純資産に依存する定式化を採用する。

この結果、金融市場に不完備性を導入する際に発生する変数の定常性が担保されないという問題を回避できるとともに、完備金融市場を想定した第4章の分析とは異なり、単純な形でのカバーなし金利平価式が成立せず、対外純資産に依存するリスク・プレミアムがカバーなし金利平価式から

¹⁾ 本章はKumamoto, Masao and Kumamoto, Hisao (2014d)を基に一部加筆・修正したものである。

²⁾ Chari et al. (2002)は両者間の相関が-0.35であることを報告しており、これを“consumption-real exchange rate anomaly”と呼んでいる。

³⁾ 状態条件付き請求権が取引されておらず、各国債券のみが消費を平準化させる手段として取引される状況(不完備金融市場)を想定した場合、モデルの定常状態は初期の対外純資産残高に依存する。このとき、主観的割引率と外国債券の実質的収益率が等しくなると想定しなければ、前者が後者を上回る(下回る)場合には、モデルは消費の恒久的な減少(増加)により、恒久的な負(正)の成長を示すこととなる。すなわち、所得に対するショックの影響は、消費を平準化させるために、対外純資産により軽減されるため、経済に長期的な影響を及ぼすこととなり、均衡における動学が非定常過程に従うこととなる。したがって、対外純資産の蓄積に対して追加的に発生する費用を考慮しなければ、分布が定常過程に従わず、均斉成長経路上の定常的な解を求めることができなくなる(Schmitt-Grohé and Uribe (2003), Lubik (2007))。

の乖離を生み出し、リスク・プレミアムの分だけリスク・シェアリング条件からの乖離がもたらされることになり、実質為替相場と消費の相関関係が低下することとなる。

本章の構成は以下の通りである。第2節では、第4章のモデルと同様に小国開放経済下で独占的競争市場と価格の粘着性を考慮した標準的な New Keynesian のフレームワークに基づく DSGE モデルを提示する。したがって、第4章と重複する分析に関しては最低限の記述にとどめることとする。第3節では、カリブレーション、インパルス応答関数分析、無条件分散分析による定量的な結果を示す。最後に第4節をまとめとする。

2. モデル

2-1. 家計

自国における代表的家計 h の効用関数、消費の定義式（消費インデックス C_t ，ならびに財 H , F の消費 $C_{H,t}$, $C_{F,t}$ ）については第4章と同様であり、それぞれ (4-1) ~ (4-3) 式で表される。

自国における代表的家計 h は、異時点間の予算制約式

$$\int_0^n P_{H,t}(j)C_{H,t}(j)dj + \int_n^1 P_{F,t}(j)C_{F,t}(j)dj + M_{H,t} + S_t M_{F,t} + P_{BH,t} B_{H,t} + S_t P_{BF,t} B_{F,t} \quad (5-1)$$

$$= W_t N_t^s + M_{H,t-1} + S_t M_{F,t-1} + B_{H,t-1} + S_t B_{F,t-1} + \Gamma_{H,t} + T_{H,t}$$

に直面する。2種類の無リスクの債券（債券 H ，および債券 F ）が存在し、1単位の通貨 H ，通貨 F が支払われる。代表的家計 h が t 期末に保有する債券 H ，および債券 F を $B_{H,t}$ ， $B_{F,t}$ とし、それぞれの価格を $P_{BH,t}$ ， $P_{BF,t}$ とする。これら債券の価格は先述した (3-3) 式で与えられる。

$$P_{BH,t} = \frac{1}{1+i_{H,t}}, \quad P_{BF,t} = \frac{1}{1+i_{F,t}} \quad (3-3)$$

$i_{H,t}$ ， $i_{F,t}$ は代表的家計 h に適用される債券 H ， F の名目金利である。ここで、自国の代表的家計 h は両方の債券を保有する一方で、外国の代表的家計 f は債券 F のみを保有すると想定する。さらに、自国の代表的家計 h が債券 F を保有する場合には、外国の代表的家計に対し、以下の (3-4) 式で表されるリスク・プレミアムを支払うことを要求されると想定する⁴⁾。

$$1+i_{F,t} = (1+i_{F,t}^*) \Psi \left(\frac{S_t(B_{F,t} + M_{F,t})}{PY} \right) \quad (3-4)$$

$$\text{where } \Psi \left(\frac{S_t(B_{F,t} + M_{F,t})}{PY} \right) = \exp \left(-\kappa \frac{S_t(B_{F,t} + (M_{F,t} - M_F))}{PY} \right) \quad (3-5)$$

⁴⁾ 外国の代表的家計が自国の代表的家計に債券 F を売ることから得られる利潤については、簡単化のため、無視をしている。

$i_{F,t}^*$ は代表的家計が直面する債券 F の名目金利である。 $\Psi(\cdot)$ は第3章と同様に $\Psi(0)=1$ 、 $\Psi'(\cdot) < 0$ を満たすものと仮定する。 P_H は以下で定義する財 H の物価指数、 Y は財 H の総生産量である。 時間に関する添字のない変数は初期定常状態における値を表す。 (3-4) 式は、リスク・プレミアムが初期の定常状態における名目産出量 ($P_H Y$) に対する経済全体の対外純資産残高 ($S_t(B_{F,t} + M_{F,t})$) の比率に依存することを意味し、代表的家計 h はこの比率を所与として行動するものと想定する。 (3-5) 式は初期の定常状態では $B_{F,t} = 0$ 、 $M_{F,t} = M_F$ であるため、 $\Psi(0)=1$ であることを意味する。 この定式化は、Lane and Milesi-Ferretti (2001) による金利差の決定要因として対外純資産が重要であるという指摘と整合的でもある。

第4章と同様に成立する最適条件 ((4-5), (4-7) 式)、消費の定義式 ((4-2), (4-3) 式)、ならびに物価指数の定義式 ((4-6), (4-8) 式) を組み合わせると、異時点間の予算制約式 (5-1) 式は以下のように書き直せる。

$$\begin{aligned} P_t C_t + M_{H,t} + S_t M_{F,t} + P_{BH,t} B_{H,t} + S_t P_{BF,t} B_{F,t} \\ = W_t N_t^s + M_{H,t-1} + S_t M_{F,t-1} + B_{H,t-1} + S_t B_{F,t-1} + \Gamma_{H,t} + T_{H,t} \end{aligned} \quad (5-2)$$

自国における代表的家計 h の最適化のための一階条件は、(4-10)、(4-11)、(3-8)、(3-9) 式で表される。ただし、自国を表す上付きの添字 h は省略する。限界効用は (4-12) ~ (4-15) 式で与えられる。このとき、通貨 H 、 F に対する貨幣需要関数、通貨 H に対する通貨 F の相対的貨幣需要関数はそれぞれ、(2-7)、(2-8)、(3-10) 式で与えられる。

外国における代表的家計 f の効用関数、消費の定義式 (消費インデックス C_t 、ならびに財 H 、 F の消費 $C_{H,t}$ 、 $C_{F,t}$) についても第4章と同様であり、それぞれ (4-20) ~ (4-22) 式で表される。

第4章と同様に成立する最適条件 ((4-23), (4-25) 式)、消費の定義式 ((4-21), (4-22) 式)、ならびに物価指数の定義式 ((4-24), (4-26) 式) を組み合わせると、外国における代表的家計 f が直面する異時点間の予算制約式は以下のように表される。

$$P_t^* C_t^* + M_{F,t}^* + P_{BF,t}^* B_{F,t}^* = W_t^* N_t^{*s} + M_{F,t-1}^* + B_{F,t-1}^* + \Gamma_{F,t}^* + T_{F,t}^* \quad (5-3)$$

$P_{BF,t}^*$ は経済主体 f に適用される債券 F の価格であり、以下で表される。

$$P_{BF,t}^* = \frac{1}{1 + i_{F,t}^*} \quad (5-4)$$

外国における代表的家計 f の最適化のための一階条件は、(4-28) 式に加え、以下で表される。ただし、外国を表す上付きの添字 f は省略する。

$$\frac{U_{C,t}^*}{P_t^*} = \beta(1 + i_{F,t}^*) E_t \left[\frac{U_{C,t+1}^*}{P_{t+1}^*} \right] \quad (5-5)$$

$$\frac{U_{M_F^d/P,t}}{U_{C^*,t}} = \frac{i_{F,t}^*}{1+i_{F,t}^*} \quad (5-6)$$

限界効用は第4章と同様に与えられる。

2-2. 交易条件と実質為替相場

交易条件の定義式 (4-31) 式、パス・スルー率の完全性を第4章と同様に想定する。したがって、財 H 、財 F の物価指数については一物一価の法則 ((4-32), (4-33) 式) が成立するが、自国と外国における消費者物価指数に占める各財のウェイトが異なっているため、消費者物価指数における一物一価、すなわち購買力平価は成立せず、この結果、実質為替相場は1から乖離する ((4-34) 式)。

2-3. 企業・政府

本章における企業、政府に関する定式化は第4章と同じである。したがって、(4-35) ~ (4-52) 式が成立する。

2-4. カバーなし金利平価とリスク・シェアリング条件

(3-4), (4-18), (4-19) 式より、以下の修正カバーなし金利平価式が成立する。

$$\frac{1+i_{H,t}}{(1+i_{F,t}^*)\Psi\left(\frac{S_t(B_{F,t}+M_{F,t})}{P_H Y}\right)} = \frac{E_t\left[\frac{(P_t/P_{t+1})(S_{t+1}/S_t)(U_{C,t+1}/U_{C,t})}{E_t\left[\frac{(P_t/P_{t+1})(U_{C,t+1}/U_{C,t})}{U_{C,t+1}/U_{C,t}}\right]}\right]}{E_t\left[\frac{(P_t/P_{t+1})(U_{C,t+1}/U_{C,t})}{U_{C,t+1}/U_{C,t}}\right]} \quad (5-7)$$

(5-7) 式より、対外純資産の水準の違いがカバーなし金利平価式からの乖離を生み出すことがわかる。先述の通り、代表的家計は t 時点におけるリスク・プレミアム $\Psi(\cdot)$ を所与として行動するという想定の下では、(3-4), (3-8), (3-9) 式より、リスク・シェアリング条件は以下ようになる。

$$\Psi\left(\frac{S_t(B_{F,t}+M_{F,t})}{P_H Y}\right) E_t\left[\frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}}\right] = E_t\left[\frac{P_t^*}{P_{t+1}^*} \frac{U_{C^*,t+1}}{U_{C^*,t}}\right] \quad (5-8)$$

(5-8) 式より、完備金融市場を想定した第4章におけるリスク・シェアリング条件 (自国と外国の消費の限界代替率が相対価格 (実質為替相場の逆数) に等しくなる) とは異なり、対外純資産に依存するリスク・プレミアムの分だけ、消費の限界代替率と実質為替相場の相関関係が弱められることがわかる。これは先述した、Chari et al. (2002) の指摘を完全に再現したものではないが、完備金融市場モデルに比べると、データと整合的な方向へモデルが修正される。

2-5. 金融政策ルール

本章では、前章の分析では考慮していなかった金融政策の伝達経路における実質為替相場の役割に焦点を当てるため、金融当局が自然実質金利、産出量ギャップ、インフレギャップに加え、実質為替相場ギャップにも反応するような、以下の Taylor ルールに基づいた金融政策を想定する。

$$\frac{1+i_{H,t}}{1+i_H} = \frac{1+r_t^n}{1+r^n} \left(\frac{\Pi_{H,t}}{\Pi_H} \right)^{\psi_\pi} \left(\frac{Y_t}{Y_t^n} \right)^{\psi_y} \left(\frac{Q_t}{Q_t^n} \right)^{\psi_q} \exp[v_t] \quad (5-9)$$

ただし、 $\Pi_{H,t} = P_{H,t}/P_{H,t-1}$ は財 H の (粗) インフレ率、 r_t^n は観察できない自然実質金利、 Y_t^n 、 Q_t^n はそれぞれ、完備金融市場で、価格が伸縮的である frictionless economy で実現する自然産出量水準、実質為替相場である。Malik (2005) が述べている通り、 ψ_q の値は為替相場制度の種類を表す。例えば、 $\psi_q = 0$ は変動為替相場制度を意味する。また、 $\psi_q > 0$ は金融当局が実質為替相場からの変動に対し、名目金利を変更することで対応する管理為替相場制度を意味する。 $\psi_q \rightarrow \infty$ の場合には、固定為替相場制度を意味する⁵⁾。金融政策ショック v_t については、第 4 章と同様に (4-58) 式で表される AR (1) 過程に従うと想定する。

一方、外国においては、価格が伸縮的であるため、第 4 章と同様の純粋なインフレーション・ターゲットリング・ルールに基づき、金融政策ルールを以下のように定式化する。

$$\frac{1+i_{F,t}^*}{1+i_F^*} = \left(\frac{\Pi_t^*}{\Pi^*} \right)^{\psi_\pi^*} \exp[v_t^*] \quad (5-10)$$

ただし、 $\Pi_t^* = P_t^*/P_{t-1}^*$ で定義される外国の (粗) インフレ率である。金融政策ショック v_t^* については、第 4 章と同様に (4-60) 式で表される AR (1) に従うと想定する。

2-6. 均衡

自国、および外国における財市場、労働市場の均衡条件は第 4 章と同様に与えられる。したがって、(4-61) ~ (4-67) 式が成立する。また、貨幣市場の均衡条件についても同様に与えられるため、通貨 H 、 F に関する貨幣市場均衡式は経済全体を記述する体系から除外される。

対外純資産に対する需要 (貯蓄量) は、以下の (5-12) 式によって決定される。これは、家計の消費・貯蓄が決定されると、対外純資産の額が決定されることを意味する。

債券市場については、外国の経済主体は債券 H を保有しないと想定しているため、 $B_{H,t} = 0$ となる。一方、債券 F の市場均衡条件は以下で与えられる。

⁵⁾ 金融当局が実質為替相場からの変動に対し、異なるウェイト ψ_q を置く場合の金融政策ショックの影響に関する分析については、第 3-4 節で行う。

$$nB_{F,t} + (1-n)B_{F,t}^* = 0 \quad (5-11)$$

ただし、 $B_{F,t}^*$ は外国の経済主体 1 人あたりの債券 F の保有残高である。最後に、対外純資産（経常収支）の蓄積は、以下の異時点間の予算制約により決定される。

$$S_t(M_{F,t}^{s,H} + P_{BF,t}B_{F,t}) = S_t(M_{F,t-1}^{s,H} + B_{F,t-1}) + P_{H,t}Y_t - P_tC_t \quad (5-12)$$

2-7. 対数近似

以上のモデルを、初期時点における対称的定常状態における近傍で対数近似する。以下では、第 4 章と同様に、任意の変数 X_t について、 x_t を $X_t = X(1+x_t)$ を満たす定常状態 X からの乖離として定義する。なお、金利については、 $\hat{i}_{H,t} = i_{H,t} - i_H$ 、 $\hat{i}_{F,t}^* = i_{F,t}^* - i_F^*$ 、 $\hat{r}_t^n = r_t^n - r^n$ と定義する。

本章のモデルにおいても、外国における Euler 方程式 (4-83) 式を除く (4-68) ~ (4-86) 式が同様に成立する。本章における外国の Euler 方程式は (5-13) 式で与えられる。

$$c_t^* = E_t[c_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma}(\hat{i}_{F,t}^* - E_t[\pi_{t+1}^*]) \quad (5-13)$$

リスク・シェアリング条件 (5-8) 式を対数近似し、(2-64)、(4-83) 式を用いると、以下となる。

$$E_t[u_{c,t+1} - u_{c,t}] = \sigma(E_t[u_{c,t+1}^* - c_t^*]) - E_t[\Delta q_{t+1}] + \kappa nfa_t$$

$$q_t = E_t[q_{t+1}] - \sigma(E_t[\Delta c_{t+1}] - E_t[\Delta c_{t+1}^*]) - d_5\{(1-\delta)\Delta \hat{i}_{H,t+1} + \delta \Delta \hat{i}_{F,t+1}^*\} - \kappa nfa_t \quad (5-14)$$

ただし、 $nfa_t \equiv S_t(B_{F,t} + M_{F,t})/P_H Y$ は対外純資産である。修正カバーなし金利平価式 (5-7) 式は以下のようになる。

$$\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* = E_t[\Delta s_{t+1}] - \kappa nfa_t \quad (5-15)$$

ただし、ここでリスク・プレミアムは以下で与えられる。

$$\hat{i}_{F,t}^* = \hat{i}_{F,t+1}^* - \kappa nfa_t \quad (5-16)$$

対外純資産の動学は次式で与えられる⁶⁾。

$$\beta nfa_t = nfa_{t-1} + p_{H,t} + y_t - p_t - c_t \quad (5-17)$$

自国と外国の金融政策ルール (5-9)、(5-10) 式は、それぞれ以下の式で表わされる。

$$\hat{i}_{H,t} = \hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + \psi_q q_t^g + v_t \quad (5-18)$$

$$\hat{i}_{F,t}^* = \psi_{\pi^*} \pi_t^* + v_t^* \quad (5-19)$$

ただし、 $q_t^g = q_t - q_t^n$ は実質為替相場ギャップである。

⁶⁾ 導出過程については、稿末の補論 C を参照されたい。

2-8. Tractable representations

本章のモデルに関する tractable representations を導出する。本章のモデルは実質為替相場ギャップも内生変数としている。

まず、New Keynesian フィリップス曲線を導出する。財 H に関する財市場均衡条件 (4-82) 式を (4-78) 式へ代入すると、実質限界費用は以下の式のように書き直すことができる。

$$\phi_t = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t - \frac{\sigma a}{1-a} c_t^* - \frac{a+d_4}{(1-a)^2} q_t + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} - (1+\varphi) a_t \quad (5-20)$$

$$\text{where } d_3 = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1-d_2) \frac{\theta\beta}{1-\beta}, \quad d_4 = a(2-a)(\eta\sigma-1),$$

$$d_2 = \frac{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}} = \frac{\omega}{\omega + (1-\omega) d_1^{\frac{\theta-1}{\theta}}}, \quad d_1 = \left[\frac{(1-\beta\omega)}{\left(1-\omega \left\{ \gamma^\nu + (1-\gamma)^\nu \right\} \right)^{\frac{1}{\nu-1}}} \right]^{-\theta}$$

(5-20) 式を frictionless economy で評価すると、自然産出量 y_t^n 、自然実質為替相場 q_t^n が得られる。

$$0 = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t^n - \frac{\sigma a}{1-a} c_t^* - \frac{a+d_4}{(1-a)^2} q_t^n - (1+\varphi) a_t \quad (5-21)$$

したがって、(5-20) 式から (5-21) 式を引くと、実質限界費用 (5-20) 式は産出量ギャップ、実質為替相場ギャップの項で表現することができる。

$$\phi_t = \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t^g - \frac{a+d_4}{(1-a)^2} q_t^g + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} \quad (5-22)$$

(5-22) 式を (4-81) 式へ代入すると、New Keynesian フィリップス曲線が得られる。

$$\pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t^g - \frac{\lambda(a+d_4)}{(1-a)^2} q_t^g + \lambda d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] \quad (5-23)$$

次に IS 曲線を導出する。実質為替相場の定義式を用いると、修正カバーなし金利平価式 (5-15) 式は実質金利平価式の項で書き直すことができる。

$$\begin{aligned} E_t [\Delta q_{t+1}] &= (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{t+1}]) - (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) + \kappa n f a_t \\ &= \left\{ \hat{i}_{H,t} - \left(E_t [\pi_{t+1}] + \frac{a}{1-a} E_t [\Delta q_{t+1}] \right) \right\} - (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) + \kappa n f a_t \end{aligned}$$

したがって、次式が得られる。

$$E_t [\Delta q_{t+1}] = (1-a) \left\{ (\hat{i}_{H,t} - E_t [\pi_{t+1}]) - (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) + \kappa n f a_t \right\} \quad (5-24)$$

財 H に関する財市場均衡条件 (4-82) 式, ならびに (5-24) 式を Euler 方程式 (4-70) 式に代入すると, 以下の式が得られる。

$$y_t = E_t[y_{t+1}] - d_4 E_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} - \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma} nfa_t \quad (5-25)$$

産出量ギャップについては, (5-25) 式は次のように書き直すことができる。

$$y_t^g = E_t[y_{t+1}^g] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} - \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma} nfa_t \quad (5-26)$$

(5-26) 式からわかる通り, IS 曲線に対外純資産が含まれることになる。ただし, \hat{r}_t^n は自然実質金利であり, 第4章と同様に (4-98) 式で定義される。

次に, 実質為替相場ギャップの動学について導出する。財 H に関する財市場均衡条件 (4-82) 式とリスク・シェアリング条件 (5-14) を組み合わせると, 次式が得られる。

$$q_t = E_t[q_{t+1}] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} (E_t[\Delta y_{t+1}] - E_t[\Delta c_{t+1}^*]) - \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \{(1-\delta)E_t[\Delta\hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta\hat{i}_{F,t+1}]\} - \frac{\kappa(1-a)^2}{1+d_4} nfa_t \quad (5-27)$$

(5-27) 式を産出量ギャップ, 実質為替相場ギャップの項で表現すれば, 以下になる。

$$q_t^g = E_t[q_{t+1}^g] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t[\Delta y_{t+1}^g] - \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \{(1-\delta)E_t[\Delta\hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta\hat{i}_{F,t+1}]\} - \frac{\kappa(1-a)^2}{1+d_4} nfa_t \quad (5-28)$$

ただし, q_t^n は自然実質為替相場であり, 以下で定義される。

$$E_t[\Delta q_{t+1}^n] = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} (E_t[\Delta y_{t+1}^n] - E_t[\Delta c_{t+1}^*]) = (1-a) \left\{ \hat{r}_t^n - (i_{F,t}^* - E_t[\pi_{t+1}^*]) \right\} \quad (5-29)$$

(5-29) 式は (5-24) 式を金融市場が完備で, 価格が伸縮的である frictionless economy において評価したものと解釈できる。(5-28) 式は, 消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ と相対的危険回避度 σ の大小関係 (すなわち, d_3) が実質為替ギャップ $q_t - q_t^n$ の動学を規定することを意味している。 $1/\theta > \sigma$ ($d_3 > 0$) の場合, すなわち消費と貨幣インデックスが補完的

である場合、 $\hat{i}_{H,t}$ の上昇は $u_{c,t}$ を低下させ、リスク・シェアリング条件 (5-14) 式を通じて、 $q_t - q_t^n$ の減価をもたらす。 $1/\theta < \sigma$ ($d_3 < 0$) の場合、すなわち消費と貨幣インデックスが代替的である場合には、逆の状況が成立する。自然実質金利は第4章と同様に (4-99) 式で与えられる。

実質為替相場 (4-75) 式と財 H に関する財市場均衡条件 (4-82) 式を用いると、対外純資産についての (5-17) 式は以下のように書き直すことができる。

$$\beta nfa_t = nfa_{t-1} - \frac{a}{1-a}(y_t - c_t^*) + \frac{a}{1-a} \left\{ \frac{(2-a)\eta}{1-a} - 1 \right\} q_t \quad (5-30)$$

frictionless economy で (5-30) 式を評価すると、以下の式が得られる。

$$0 = -\frac{a}{1-a}(y_t^n - c_t^*) + \frac{a}{1-a} \left\{ \frac{(2-a)\eta}{1-a} - a \right\} q_t^n \quad (5-31)$$

(5-30) 式から (5-31) 式を引くと、(5-30) 式は産出量ギャップ、実質為替相場ギャップに依存する形で表現することができる。

$$\beta nfa_t = nfa_{t-1} - \frac{a}{1-a} y_t^g + \frac{a}{1-a} \left\{ \frac{(2-a)\eta}{1-a} - 1 \right\} q_t^g \quad (5-32)$$

一方、(5-13)、(4-84)、(4-85) 式より、外国の IS 曲線は、以下のように求められる。

$$y_t^* = E_t[y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t}^* - E_t[\pi_{t+1}^*]) \quad (5-33)$$

外国の AS 曲線については、(4-104) 式で与えられる。

3. カリブレーション

3-1. モデルの再掲

本章において提示したモデルは、16 個の内生変数 ($y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi^*, \Delta s_t, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, \hat{r}_t^n, v_t, v_t^*, a_t, a_t^*, q_t^g, nfa_t, \hat{i}_{F,t}^*$) と 4 個の外生変数 ($\varepsilon_{A,t}, \varepsilon_{A^*,t}, \varepsilon_{v,t}, \varepsilon_{v^*,t}$) を含む 16 本の方程式で構成される。

自国 IS 曲線

$$y_t^g = E_t[y_{t+1}^g] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \left\{ (1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1} \right\} - \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma} nfa_t \quad (5-26)$$

自然実質金利

$$\hat{r}_t^n = \frac{\sigma\varphi d_4}{\varphi(1+d_4) + \sigma} E_t[\Delta y_{t+1}^*] - \frac{\sigma(1+\varphi)(1-\rho_A)}{\varphi(1+d_4) + \sigma} a_t \quad (4-99)$$

自国 New Keynesian フィリップス曲線 (NKPC)

$$\pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t^g - \frac{\lambda(a+d_4)}{(1-a)^2} q_t^g + \lambda d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] \quad (5-23)$$

インフレ率

$$\pi_t = (1-a) \pi_{H,t} + a (\Delta s_t + \pi_t^*) \quad (4-74)$$

外国 IS 曲線

$$y_t^* = E_t [y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t}^* - E_t [\pi_{t+1}^*]) \quad (5-33)$$

外国 AS 曲線

$$y_t^* = \frac{1+\varphi}{\varphi+\sigma} a_t^* \quad (4-104)$$

自国における生産性

$$a_t = \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t} \quad (4-77)$$

外国における生産性

$$a_t^* = \rho_{A^*} a_{t-1}^* + \varepsilon_{A^*,t} \quad (4-86)$$

自国の金融政策ルール

$$\hat{i}_{H,t} = \hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + \psi_q q_t^g + v_t \quad (5-18)$$

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t} \quad (4-58)$$

外国の金融政策ルール

$$\hat{i}_{F,t}^* = \psi_{\pi^*} \pi_t^* + v_t^* \quad (5-19)$$

$$v_t^* = \rho_{v^*} v_{t-1}^* + \varepsilon_{v^*,t} \quad (4-60)$$

修正カバーなし金利平価式

$$\hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t}^* = E_t [\Delta s_{t+1}] - \kappa n f a_t \quad (5-15)$$

リスク・プレミアム

$$\hat{i}_{F,t} = \hat{i}_{F,t+1}^* - \kappa n f a_t \quad (5-16)$$

実質為替相場ギャップ

$$\begin{aligned} q_t^g = E_t [q_{t+1}^g] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t [\Delta y_{t+1}^g] \\ - \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) E_t [\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t [\Delta \hat{i}_{F,t+1}^*] \right\} - \frac{\kappa(1-a)^2}{1+d_4} n f a_t \end{aligned} \quad (5-28)$$

対外純資産

$$\beta nfa_t = nfa_{t-1} - \frac{a}{1-a} y^s + \frac{a}{1-a} \left\{ \frac{(2-a)\eta}{1-a} - 1 \right\} q_t^s \quad (5-37)$$

3-2. パラメータ設定

表 5-1 カリブレーションにおけるパラメータ

β	割引因子	0.99
σ	相対的危険回避度	1.0
φ	労働供給量の弾力性の逆数	1.0
θ	消費インデックスと貨幣インデックスとの間の代替の弾力性	0.8, 1.2
ω	消費・貨幣インデックスに占める消費インデックスのウェイト	0.8
ν	自国通貨と外国通貨間における代替の弾力性	2.0
γ	貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイト	0.4, 0.5, 0.6
a	消費に占める外国財の割合	0.4
η	自国財と外国財との間の代替の弾力性	1.0
α	企業が価格改定できない確率	0.75
κ	リスク・プレミアムの係数	0.001
ψ_y	自国の金融政策ルールにおける産出量ギャップの係数	0.5
ψ_π	自国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	1.8
ψ_{π^*}	外国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	1.5
ψ_q	自国の金融政策ルールにおける実質為替相場の係数	0.5
ρ_v	自国の金融政策ルールにおける名目金利のスムージングパラメータ	0.7
ρ_{v^*}	外国の金融政策ルールにおける名目金利のスムージングパラメータ	0.7
ρ_A	自国の生産性ショックパラメータ	0.7
ρ_{A^*}	外国の生産性ショックパラメータ	0.7
σ_A^2	自国の生産性ショックの分散	(0.009) ²
$\sigma_{A^*}^2$	外国の生産性ショックの分散	(0.009) ²
σ_v^2	自国の金融政策ショックの分散	(0.009) ²
$\sigma_{v^*}^2$	外国の金融政策ショックの分散	(0.009) ²

各パラメータの値については、第4章と同様に設定する。ただし、第4章の分析においては含まれていない追加的なパラメータ（リスク・プレミアムの係数、自国の金融政策ルールにおける実質為替相場の係数）については、斜字体のように設定した。リスク・プレミアムについては第3章と同様に、Erceg et al. (2009) にならひ、 $\kappa = 0.001$ とする。これは名目 GDP あたりの対外純資産が1%ポイント上昇する場合、 $\hat{i}_{F,t}$ の $\hat{i}_{F,t}^*$ に対するリスク・プレミアムが0.1 ベーシス・ポイント低下することを意味する。金融政策ルールにおける実質為替相場の係数については、 $\psi_q = 0.5$ とする。以上のパラメータ設定については、表 5-1 にまとめられている。

第4章で述べた通り、自国の金融政策ショックが自国経済に与える影響の方向は、相対的危険回避度 σ 、消費と貨幣インデックスの間における代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ の相対的な大きさに依存し、その影響の大きさは定常状態における通貨代替の程度 δ に依存し、さらに δ は貨幣インデックスにおける通貨 H のウェイト γ 、通貨 H と通貨 F の間における代替の弾力性 ν に依存する。したがって、本章においても(1) $1/\theta > \sigma$ (補完的なケース)、(2) $1/\theta < \sigma$ (代替的なケース)のそれぞれにおいて、3通りの通貨代替の程度 (High: $\gamma = 0.4$, すなわち $\delta = 0.69$ で通貨代替の程度が高いケース, Middle: $\gamma = 0.5$, すなわち $\delta = 0.5$ で通貨代替の程度が中間のケース, Low: $\gamma = 0.6$, すなわち $\delta = 0.31$ で通貨代替の程度が低いケース)の計6つのシナリオの下で、カリブレーション分析を行う。

3-3. インパルス応答関数

図5-1は自国の金融政策ショックに対する y_t^g , $\pi_{H,t}$, q_t^g , $\hat{i}_{H,t}$, nfa_t のインパルス応答である。図5-1(a)には $1/\theta > \sigma$ (補完的)、図5-1(b)には $1/\theta < \sigma$ (代替的)の場合の結果が示されている。図5-1から、自国の金融政策ショックが及ぼす影響の方向性、ならびに消費インデックスと貨幣インデックスが補完的であるか、代替的であるかどうかは、 y_t^g , $\pi_{H,t}$, q_t^g の動学には影響を及ぼさないことが、完備金融市場を想定した第4章の場合と同様に確認できる。すなわち、収縮的な金融政策ショックに対し、すべてのケースにおいて、 y_t^g , $\pi_{H,t}$ は低下し、 q_t^g は増価している。また、 nfa_t は低下している。正の金融政策ショックを受け、 $\hat{i}_{H,t}$ は低下している。これらの結果は、第4章において言及した実質金利を通じた経路の効果が、消費の限界効用を通じた経路の効果を上回っていることを意味している。さらには、通貨代替の異なる程度に関わらず、インパルス応答に差異はないことから、通貨代替の程度は自国の金融政策には大きな影響を及ぼさないこともわかる。これは、通貨代替の程度(δ)が消費の限界効用の経路を通じて金融政策に影響を及ぼす一方で、実質金利を通じた経路の効果がそれを上回るからであると考えられる。

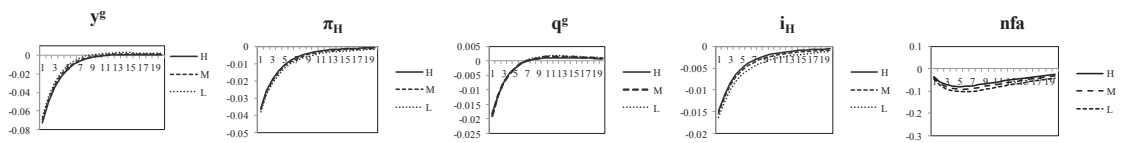
図5-2は外国の金融政策ショックに対する y_t^g , $\pi_{H,t}$, q_t^g , $\hat{i}_{H,t}$, nfa_t のインパルス応答である。図5-2から、外国の金融政策ショックが及ぼす影響の方向性については、第4章の場合と同様に、消費インデックスと貨幣インデックスが補完的であるか、代替的であるかどうかは、 y_t^g , $\pi_{H,t}$, q_t^g の動学に異なる影響を及ぼすことがわかる。

図5-2(a)より、 $1/\theta > \sigma$ (補完的)の場合には、 y_t^g は増加し、 $\pi_{H,t}$ は低下し、 q_t^g は増価、 nfa_t は低下している。一方、 $1/\theta < \sigma$ (代替的)の場合には、インパルス応答は反対のパターンを示している。これらの結果は、先述した消費の限界効用を通じた経路によって説明できる。正の金融政

策ショックは外国の名目金利を低下させるため、 $1/\theta > \sigma$ (補完的) の場合には y_t^g に増加圧力、 $\pi_{H,t}$ に低下圧力、 q_t^g に増価圧力を与える。また、 y_t^g への増加圧力と q_t^g への増価圧力により、 nfa_t は低下圧力を受けることとなる。一方、 $1/\theta < \sigma$ (代替的) の場合には、 y_t^g に低下圧力、 $\pi_{H,t}$ に上昇圧力、 q_t^g に減価圧力を与える。 y_t^g の低下と q_t^g の減価により、 nfa_t は増加する。また、通貨代替の程度 (δ) が高くなるほど、外国の金融政策ショックの影響は大きくなっており、通貨代替の程度の差異は外国の金融政策に有意な影響を及ぼすこともわかる。

図 5-1 自国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)



(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

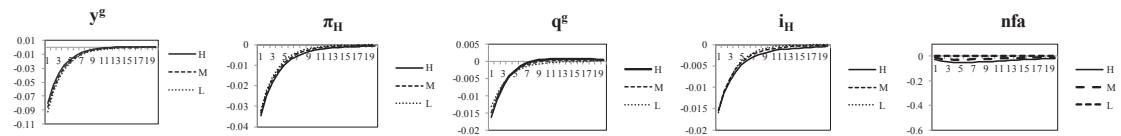
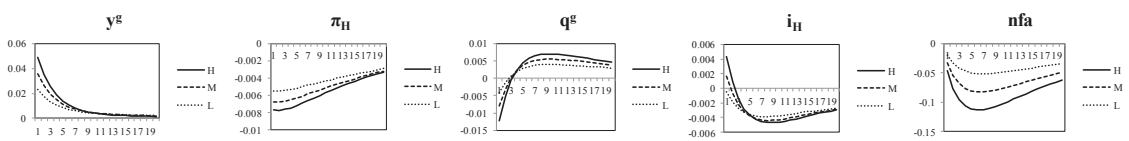
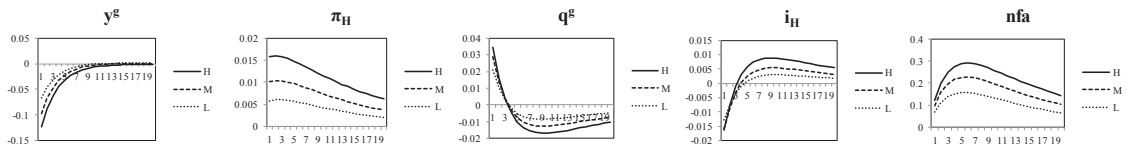


図 5-2 外国の金融政策ショックに対するインパルス応答関数

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)



(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)



以上のように、外国の金融政策ショックが及ぼす影響の方向性については完備金融市場を想定した第 4 章や Felices and Tuesta (2013) の分析と同様であるが、これらの分析では外国の金融政策ショックに対して、 y_t^g と $\pi_{H,t}$ はそれぞれ、10 期後、6 期後には初期定常状態 (すなわち、ゼロ水準)

に回帰しているのに対し、本章のモデルにおける $1/\theta < \sigma$ （代替的）の場合には、 y_t^s はゼロ以下の水準（負の産出量ギャップ）までしか戻っていないこと、 q_t^s はゼロ以下の水準まで戻っていること、 $\pi_{H,t}$ については、外国の金融政策ショック後も上昇し、長期的に高い水準に留まっていることは異なる点である。これらの結果はリスク・プレミアムが対外純資産に依存するという定式化から発生する。先述の通り、 $1/\theta < \sigma$ （代替的）の場合には、 $\hat{i}_{F,t}^*$ の低下は y_t^s の低下、 q_t^s の減価を短期的にもたらし、これが nfa_t を増加させる。 nfa_t を正に維持するためには、(5-25)、(5-27)式より、産出量ギャップと実質為替相場ギャップの期待値を一定としたとき、新しい定常状態において、 y_t^s に低下圧力、 q_t^s に増価圧力がかかる。 q_t^s の増価に伴う $\pi_{H,t}$ への上昇圧力は、 y_t^s の低下による $\pi_{H,t}$ の低下圧力を弱めることになる。したがって、新しい定常状態において、 $\pi_{H,t}$ は高い水準に留まることになる。このことは、リスク・プレミアムが対外純資産に依存するという定式化の下では、通貨代替の程度によって、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップが初期定常状態に回帰しないという永続的効果が発生することを意味する。

3-4. 無条件分散

表 5-2 は、自国の金融政策ショックに対する y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、 q_t^s 、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 nfa_t の無条件分散を示したものである。表 5-2 (a) には $1/\theta > \sigma$ （補完的）、表 5-2 (b) には $1/\theta < \sigma$ （代替的）の結果を示している。

表 5-2 より、自国の金融政策ショックの無条件分散は通貨代替の程度の差異に関わらず、比較的安定している。このことは、通貨代替の程度が自国の金融政策の効果に大きな影響を及ぼさないことを意味している。注目すべき点は、 $1/\theta > \sigma$ （補完的）の場合には、通貨代替の程度の高いケース（High）における y_t^s の無条件分散の値が一番高くなっている一方で、 $\pi_{H,t}$ 、 nfa_t の無条件分散については、通貨代替の程度の低いケース（Low）における値が一番高いことである。 $1/\theta < \sigma$ （代替的）の場合には、逆の状況が観察される。これは以下の理由による。 $1/\theta > \sigma$ （補完的）の場合には、実質金利を通じた経路も消費の限界効用を通じた経路も y_t^s に低下圧力をもたらし、 y_t^s の無条件分散の値を大きくさせる。そのため、 nfa_t の無条件分散の値を小さくさせる。一方、実質金利を通じた経路は $\pi_{H,t}$ に低下圧力をもたらすが、消費の限界効用を通じた経路は $\pi_{H,t}$ に上昇圧力をもたらす。その結果、それぞれの圧力が相殺しあい、 $\pi_{H,t}$ の無条件分散の値を小さくさせる。 $1/\theta < \sigma$ （代替的）の場合は、逆の状況により説明できる。

表 5-3 は、外国の金融政策ショックに対する y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、 q_t^s 、 $\hat{i}_{H,t}$ 、 nfa_t の無条件分散を示したものである。 δ が 0.31（Low）から 0.69（High）へと高くなる（通貨代替の程度が高まる）にしたが

い、すべてのケースにおいて、 y_t^g 、 $\pi_{H,t}$ 、 q_t^g 、 nfa_t の無条件分散は大きくなっている。 δ の0.31から0.69への上昇は、通貨Fのウェイト $1-\gamma$ の0.4から0.6への上昇と同値であることに鑑みると、この結果は通貨Fの保有ウェイトが高まると、経済が不安定化することを意味している。

表 5-2 自国の金融政策ショックに対する無条件分散

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)

ψ_q	通貨代替の程度	$\text{var}(y^g)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(q^g)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(nfa)$
$\psi_q=0$	High	0.0123	0.0031	0.0007	0.0005	0.0843
	Middle	0.0113	0.0033	0.0008	0.0005	0.1114
	Low	0.0103	0.0035	0.0008	0.0006	0.1451
$\psi_q=0.5$	High	0.0098	0.0028	0.0006	0.0005	0.0710
	Middle	0.0088	0.0031	0.0006	0.0006	0.0977
	Low	0.0077	0.0035	0.0006	0.0008	0.1348
$\psi_q=1.0$	High	0.0080	0.0026	0.0005	0.0006	0.0609
	Middle	0.0070	0.0029	0.0005	0.0007	0.0872
	Low	0.0058	0.0036	0.0005	0.0010	0.1279
$\psi_q=1.5$	High	0.0067	0.0024	0.0004	0.0006	0.0530
	Middle	0.0056	0.0029	0.0004	0.0008	0.0789
	Low	0.0045	0.0039	0.0004	0.0014	0.1242

(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

ψ_q	通貨代替の程度	$\text{var}(y^g)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(q^g)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(nfa)$
$\psi_q=0$	High	0.0142	0.0029	0.0006	0.0006	0.0394
	Middle	0.0167	0.0026	0.0005	0.0005	0.0101
	Low	0.0196	0.0023	0.0004	0.0006	0.0000
$\psi_q=0.5$	High	0.0119	0.0026	0.0005	0.0005	0.0310
	Middle	0.0143	0.0022	0.0004	0.0005	0.0077
	Low	0.0169	0.0020	0.0003	0.0005	0.0000
$\psi_q=1.0$	High	0.0102	0.0023	0.0004	0.0005	0.0250
	Middle	0.0124	0.0020	0.0003	0.0004	0.0060
	Low	0.0148	0.0018	0.0003	0.0004	0.0000
$\psi_q=1.5$	High	0.0088	0.0020	0.0003	0.0005	0.0205
	Middle	0.0109	0.0017	0.0003	0.0004	0.0048
	Low	0.0130	0.0015	0.0003	0.0004	0.0000

表 5-3 外国の金融政策ショックに対する無条件分散

(a) $1/\theta > \sigma$ (補完的)

ψ_q	通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(q^s)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(nfa)$
$\psi_q=0$	High	0.0036	0.0001	0.0011	0.0002	0.1755
	Middle	0.0019	0.0001	0.0006	0.0001	0.0901
	Low	0.0007	0.0000	0.0002	0.0000	0.0333
$\psi_q=0.5$	High	0.0051	0.0008	0.0010	0.0004	0.1997
	Middle	0.0030	0.0006	0.0006	0.0003	0.1160
	Low	0.0015	0.0005	0.0003	0.0003	0.0524
$\psi_q=1.0$	High	0.0065	0.0023	0.0009	0.0014	0.2251
	Middle	0.0047	0.0036	0.0008	0.0013	0.1548
	Low	0.0040	0.0029	0.0007	0.0011	0.1115
$\psi_q=1.5$	High	0.0077	0.0030	0.0004	0.0036	0.2285
	Middle	0.0044	0.0026	0.0003	0.0035	0.1748
	Low	0.0021	0.0021	0.0002	0.0033	0.1250

(b) $1/\theta < \sigma$ (代替的)

ψ_q	通貨代替の程度	$\text{var}(y^s)$	$\text{var}(\pi_H)$	$\text{var}(q^s)$	$\text{var}(i_H)$	$\text{var}(nfa)$
$\psi_q=0$	High	0.0300	0.0012	0.0088	0.0012	1.4206
	Middle	0.0180	0.0006	0.0054	0.0008	0.8636
	Low	0.0082	0.0003	0.0012	0.0004	0.3719
$\psi_q=0.5$	High	0.0311	0.0030	0.0055	0.0014	1.1901
	Middle	0.0181	0.0012	0.0031	0.0007	0.6742
	Low	0.0085	0.0004	0.0015	0.0003	0.3048
$\psi_q=1.0$	High	0.0323	0.0048	0.0037	0.0025	1.0339
	Middle	0.0186	0.0018	0.0020	0.0009	0.5515
	Low	0.0086	0.0006	0.0009	0.0003	0.2355
$\psi_q=1.5$	High	0.0334	0.0063	0.0026	0.0036	0.9233
	Middle	0.0190	0.0022	0.0014	0.0012	0.4682
	Low	0.0086	0.0007	0.0006	0.0004	0.1895

本章では前章の分析とは異なり、金融政策の伝達経路における実質為替相場の役割に焦点を当てているため、以上の分析に加え、3種類の為替相場制度のケース ($\psi_q = 0$ (変動為替相場制度), 1.0, 1.5) についてもカリブレーション分析を行う。この結果についても、表 5-2, および表 5-3 に示されている。表 5-2, 5-3 より、通貨代替の程度の差異は自国の金融政策ショックに対する諸変数の無条件分散の大きさにはあまり影響を及ぼさない一方で、外国の金融政策ショックに対するそれには

影響を及ぼすという、先と同様の結論が観察される。しかしながら、ここで留意すべき点は外国の金融政策ショックについては、より変動的な為替相場制度に移行するに伴い、 y_t^s の無条件分散の値は低下している一方で、 q_t^s の無条件分散の値は上昇していることである。この結果は、産出量ギャップと実質為替相場ギャップの間には、トレードオフの関係が存在することを明らかにするものである。

4. おわりに

本章では、第4章の分析を拡張し、リスク・シェアリング条件とカバーなし金利平価式が成立しない状況下において、通貨代替の程度が金融政策の効果に及ぼす影響について、金融政策の伝達経路における実質為替相場の役割に焦点を当てて分析した。

カリブレーション分析から、第4章の分析と同様に、以下のことが明らかとなった。消費インデックスと貨幣インデックスが補完的か代替的であるかどうかは、自国の金融政策ショックの方向性には影響を及ぼさないこと、また、通貨代替の程度の差異は自国の金融政策の効果に大きな影響をもたらさないことが明らかになった。これは、実質金利を通じた経路を通じた効果が消費の限界効用の経路を通じて金融政策に及ぼす効果よりも支配的となるためである。

一方、消費インデックスと貨幣インデックスが補完的か代替的かどうかは、外国の金融政策ショックの方向性に異なる影響を及ぼすことが明らかとなった。また、通貨代替の程度の差異は外国の金融政策の効果に有意な影響をもたらすこと、すなわち通貨代替の程度が高くなるほど、外国の金融政策ショックの自国経済への影響が大きくなることも明らかとなった。

完備金融市場を想定した分析（第4章、ならびに Felices and Tuesta (2013)）と異なり、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップは、長期的にも初期定常状態へ回帰しないことも明らかとなった。この結果は、リスク・プレミアムが対外純資産に依存するという定式化の下では、通貨代替の程度によって、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップが初期定常状態に回帰しないという永続的効果が発生することを意味する。

無条件分散の分析から、通貨代替の程度は自国の金融政策の効果には大きな影響をもたらさない一方で、外国の金融政策の効果は通貨代替の程度に感応的であり、通貨代替の程度が高まると、内生変数の無条件分散が大きくなることが明らかとなった。この結果は、3種類の為替相場制度のケースにおける分析からも観察された。このことは、通貨代替の程度が高まると、経済が不安定化することを意味している。

ただし、本章の分析には以下のような残された課題が存在する。本章では、リスク・プレミアム

が同時点での対外純資産保有の水準に依存する形で定式化をし、さらには代表的家計の意思決定には、同時点での対外純資産、およびリスク・プレミアムは所与であることを想定した。しかしながら、現時点での消費・貯蓄といった経済行動は、将来時点における対外純資産水準に影響を及ぼし、その結果、リスク・プレミアムに影響を与えるはずである。したがって、異時点間の効用最大化問題を考慮し、リスク・プレミアムの定式化を改善する必要がある。これについては、今後の重要な課題である。

第6章 通貨代替型 DSGE モデルのベイズ推定¹⁾

1. はじめに

1990年代以降、インフレ・ターゲティングは先進諸国のみならず、新興市場国においても一般的な金融政策の枠組みとなっている。本論文での分析対象国についても、インフレ懸念が発生したことを契機に、インフレ期待を安定化させるためには、金融政策の新しいノミナル・アンカーが必要となったため²⁾、インフレ期待の安定化により、経済を回復させるためにインフレ・ターゲティングが導入された³⁾。

一般的に、インフレ・ターゲティングを採用している先進国の中央銀行は、為替相場の変動がインフレ目標の達成を困難にする場合にのみ、為替相場の変動に対応させた政策を採るべきであるといわれる。しかしながら、新興市場国においては、一般的に、外国為替市場における流動性が乏しく、インフレ率も高いため、インフレ率の変動も大きくなる。そのため、購買力平価を通じて、長期的にも為替相場が変動する傾向にある。為替相場の変動は輸入財価格への影響を通じたインフレ率の不安定化（ボラティリティの上昇）、国際貿易や資本移動への負の影響、インフレ期待の不安定化など、国内経済に望ましくない影響を及ぼす。さらには、第2章で述べた通り、通貨代替が存在する場合には、為替相場のボラティリティがさらに高まることを併せ考えると、Amato and Gerlach (2002) や Aghion et al. (2009) が指摘する通り、通貨代替が進展している発展途上国や新興市場国においては為替相場の変動に対し、積極的に対応することにより、安定性を達成することは重要であろう。

以上より、本論文における分析対象国の中央銀行が実質為替相場の変動に対し、どの程度反応しているか、また、実質為替相場の変動が自国経済（産出量ギャップ、インフレ率）にどの程度影響を及ぼすかについて考察する⁴⁾。これはインフレ・ターゲティングの採用国における金融政策ルー

¹⁾ 本章は Kumamoto, Masao and Kumamoto, Hisao (2014e), Currency substitution and monetary policy in inflation-targeting Asian countries, マクロ・金融ワークショップ（一橋大学）報告論文（2014年10月21日）を基に加筆・修正したものである。

²⁾ 例えば、インドネシア、フィリピンは1997年のアジア通貨危機、チェコについてはアジア通貨危機の余波でクローネ売りが発生し、外貨準備が急減したことにより金融危機に見舞われた。

³⁾ チェコは1998年1月、インドネシアは2000年1月、ペルーは1994年1月、フィリピンは2002年1月、ポーランドは1998年10月からインフレ・ターゲティングを導入した。

⁴⁾ 第3章では分析対象国としたアルゼンチンについては、本章の分析からは除外した。これはアルゼンチンにおいてはインフレ・ターゲティングを導入していないことに加え、金融政策手段として政策金利を用いていないため、本論文における金融政策ルールの定式化に合致しないと判断したためである。

ルを推定した先行研究 (Osawa (2006), Cavoli (2010), Siregar and Goo (2010), Aizenman et al. (2011) など) と関連するが、以下の観点に基づく分析も行う点でこれらの先行研究とは異なるものである。

第4, 5章の分析から明らかになったように、自国の金融政策と外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響は、消費インデックスと貨幣インデックスが補完的であるか、代替的であるか、すなわち相対的危険回避度 σ と消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数 $1/\theta$ の大小関係に依存する。また、貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイト γ と自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性 ν により規定される定常状態における通貨代替の程度 δ の値は外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響の程度を規定する。

以上のことに鑑みると、金融政策ルールを推定するだけではなく、これらのパラメータの値についても併せて推定することにより、先の理論分析から導かれた結論、すなわち自国、外国の金融政策が自国経済に及ぼす経路、およびその影響の程度について実証的に検証することが肝要である。

ただし、留意すべき点は、先行研究で用いられてきた通貨代替の程度の代理指標を用いて、以上の考察を行う場合には、理想的な通貨代替の程度の指標と整合的ではなくなるという批判の対象となることである。

したがって、本章では以上の問題を回避し、第4, 5章における理論分析から得られた結論を実証的に検証するために、第4, 5章で提示した2つの通貨代替型 DSGE モデルをベイズ推定する。実質為替相場の変動に対して中央銀行がどの程度反応しているか、インフレ・ターゲティングを採用し、通貨代替が進展している国において、実質為替相場の変動が国内経済にどの程度影響を及ぼしているかについて考察するとともに、自国と外国の金融政策がどの経路を通じて自国経済に影響を及ぼすのか、さらにはその程度に影響を及ぼす通貨代替の程度を算出する⁵⁾⁶⁾。

本章の構成は以下の通りである。第2節では推定する2つのモデルを再掲する。第3節においてベイズ推定を行う。また、第4章と第5章のどちらのモデルが実際のデータへの適合度が良いかを

⁵⁾ パラメータを直接的に測るという目的を達成する上では、GMM を用いて分析することも考えられるが、この場合にも通貨代替の程度を表す指標を用いることになるため、データ制約上の問題に直面する。それに加え、小標本の問題（ポーランドについては2000Q2～2011Q4、それ以外の4ヶ国については2000Q1～2011Q4）にも直面するため、ベイズ推定を採用する。

⁶⁾ Castillo et al. (2013) はペルーを対象に、小国開放経済下における通貨代替型 DSGE モデルをベイズ推定している。具体的には、不完備金融市場、物価・賃金の粘着性、パス・スルーの不完全性、消費の習慣形成、投資の調整コストといった様々な市場の摩擦を考慮したベンチマークとなる（通貨代替の要素を含まない）DSGE モデル、これに通貨代替を導入したモデル、価格代替を導入したモデル、通貨代替と価格代替の双方を導入した計4つのモデルをベイズ推定している。その結果、ペルーにおいては、通貨代替と価格代替を導入した DSGE モデルが最も当てはまりが良いことを示している。

ベイズ的な選択基準である周辺尤度を用いて選択し、インパルス応答、分散分解分析を行う。最後に第4節をまとめとする。

2. モデル

本節では、第4章、および第5章で提示したそれぞれのモデルの均衡条件を初期の対称的定常状態周りで対数近似したものを再掲する。

第4章におけるモデル（以下、基本モデル）は14個の内生変数 $\{y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi_t^*, \Delta s_t, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, r_t^n, a_t, a_t^*, v_t, v_t^*, q_t^g\}$ からなる14本の方程式によって構成される。一方、第5章におけるモデル（以下、拡張モデル）は16個の内生変数 $x_t \equiv \{y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi_t^*, \Delta s_t, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, \hat{r}_t^n, v_t, v_t^*, a_t, a_t^*, q_t^g, nfa_t, \hat{i}_{F,t}^*\}$ からなる16本の方程式で構成される。なお、外生ショックについては、両モデルとも $\varepsilon_t \equiv \{\varepsilon_{y,t}, \varepsilon_{y^*,t}, \varepsilon_{A,t}, \varepsilon_{A^*,t}, \varepsilon_{\pi_{H,t}}, \varepsilon_{\pi_{H,t}^*}, \varepsilon_{v,t}, \varepsilon_{v^*,t}, \varepsilon_{q,t}\}$ の9個とする。

$y_t^g \equiv y_t - y_t^n$ は実際の産出量水準と frictionless economy で成立する自然産出量水準の差で定義される産出量ギャップ、 $q_t^g \equiv q_t - q_t^n$ は実質為替相場ギャップである。 π_t, π_t^* はそれぞれ、自国と外国におけるインフレ率を表す。 r_t^n は観察されない自然実質金利、 $nfa_t \equiv S_t(B_{F,t} + M_{F,t})/P_H Y$ は初期の定常状態における名目産出量に対する対外純資産である。 $\varepsilon_{y,t}, \varepsilon_{y^*,t}$ はそれぞれ、自国と外国の需要ショック、 $\varepsilon_{\pi_{H,t}}$ はコスト・プッシュ・ショック、 $\varepsilon_{\pi_{H,t}^*}$ はカバーなし金利平価 (UIP) ショック、 $\varepsilon_{q,t}$ は実質為替相場ショックである。以下では、基本モデルを B、拡張モデルを E と表記する。

自国 IS 曲線

$$\text{B: } y_t^g = E_t[y_{t+1}^g] - \frac{(1+d_4)}{\sigma}(\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma}\left\{(1-\delta)E_t[\Delta\hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta\hat{i}_{F,t+1}]\right\} + \varepsilon_{y,t}$$

$$\text{E: } y_t^g = E_t[y_{t+1}^g] - \frac{(1+d_4)}{\sigma}(\hat{i}_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}] - \hat{r}_t^n) + \frac{d_3(1-a)}{\sigma}\left\{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\right\} - \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma}nfa_t + \varepsilon_{y,t}$$

$$d_4 = a(2-a)(\eta\sigma - 1), \quad d_3 = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma\right)(1-d_2)\frac{\theta\beta}{1-\beta},$$

$$d_2 = \frac{\omega}{\omega + (1-\omega)d_1^{\frac{\theta-1}{\theta}}}, \quad d_1 = \left[\frac{(1-\beta)\omega}{(1-\omega)\{\gamma^\nu + (1-\gamma)^\nu\}^{\frac{1}{\nu-1}}} \right]^{-\theta}$$

自国実質金利

$$B, E \text{ 共通: } \hat{r}_t^n = \frac{\sigma \varphi d_4}{\varphi(1+d_4) + \sigma} E_t [\Delta y_{t+1}^*] - \frac{\sigma(1+\varphi)(1-\rho_A)}{\varphi(1+d_4) + \sigma} a_t$$

自国 New Keynesian フィリップス 曲線 (NKPC)

$$B: \quad \pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^g + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] + \varepsilon_{\pi H,t}$$

$$\lambda = \frac{(1-\chi)(1-\beta\chi)}{\chi}$$

$$E: \quad \pi_{H,t} = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t^g - \frac{\lambda(a+d_4)}{(1-a)^2} q_t^g + \lambda d_3 \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} + \beta E_t [\pi_{H,t+1}] + \varepsilon_{\pi H,t}$$

インフレ率

$$B, E \text{ 共通: } \pi_t = (1-a)\pi_{H,t} + a(\Delta s_t + \pi_t^*)$$

外国 IS 曲線

$$B: \quad y_t^* = E_t [y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) + \varepsilon_{y^*,t}$$

$$E: \quad y_t^* = E_t [y_{t+1}^*] - \frac{1}{\sigma} (\hat{i}_{F,t} - E_t [\pi_{t+1}^*]) + \varepsilon_{y^*,t}$$

外国 AS 曲線

$$B, E \text{ 共通: } y_t^* = \frac{1+\varphi}{\varphi+\sigma} a_t^*$$

自国における生産性

$$B, E \text{ 共通: } a_t = \rho_A a_{t-1} + \varepsilon_{A,t}$$

外国における生産性

$$B, E \text{ 共通: } a_t^* = \rho_{A^*} a_{t-1}^* + \varepsilon_{A^*,t}$$

自国の金融政策ルール

$$B: \quad \hat{i}_{H,t} = \hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t$$

$$E: \quad \hat{i}_{H,t} = \hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + \psi_q q_t^g + v_t$$

$$B, E \text{ 共通: } v_t = \rho_v v_{t-1} + \varepsilon_{v,t}$$

外国の金融政策ルール

$$B: \quad \hat{i}_{F,t} = \psi_\pi \pi_t^* + v_t^*$$

$$E : \hat{i}_{F,t}^* = \psi_{\pi^*} \pi_t^* + v_t^*$$

$$B, E \text{ 共通} : v_t^* = \rho_{v^*} v_{t-1}^* + \varepsilon_{v^*,t}$$

カバーなし金利平価式

$$B : E_t [\Delta s_{t+1}] = \hat{i}_{H,t} - \hat{i}_{F,t} + \varepsilon_{uip,t}$$

修正カバーなし金利平価式

$$E : \hat{i}_{H,t} = \hat{i}_{F,t} + E_t [\Delta s_{t+1}] + \varepsilon_{uip,t}$$

リスク・プレミアム

$$E : \hat{i}_{F,t} = \hat{i}_{F,t+1} - \kappa n f a_t$$

実質為替相場ギャップ

$$B : q_t^g = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} y_t^g + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \varepsilon_{q,t}$$

$$E : q_t^g = E_t [q_{t+1}^g] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t [\Delta y_{t+1}^g] - \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) E_t [\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t [\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} - \frac{\kappa(1-a)^2}{1+d_4} n f a_t + \varepsilon_{q,t}$$

対外純資産

$$E : \beta n f a_t = n f a_{t-1} - \frac{a}{1-a} y_t^g + \frac{a}{1-a} \left\{ \frac{(2-a)\eta}{1-a} - 1 \right\} q_t^g$$

3. 推定

3-1. 実証方法

モデルを推定するにあたり、ベイズ推定法を用いる。ベイズ推定は、事前分布を通してパラメータに関する追加的な情報を取り入れることを可能にする推定法であり、発展途上国を扱うケースのように入手可能なデータが小標本である場合に有効である。ベイズ推定は以下の5つのステップにより行われる⁷⁾。

まず第1ステップとして、線形で表される合理的期待モデルを解く。一般的に、対数線形されたDSGEモデルは以下の合理的期待のシステムで表現できる。

$$\Gamma_0(\Theta) x_t = \Gamma_1(\Theta) x_{t-1} + \Gamma_\varepsilon(\Theta) \varepsilon_t + \Gamma_\eta(\Theta) \eta_t \quad (6-1)$$

⁷⁾ DSGEモデルのベイズ推定の方法に関する解説については、An and Schorfheide (2007) を参照されたい。

x_t はモデルにおける変数のベクトルを表す。先述の通り、推定する基本モデル、拡張モデルの x_t には、それぞれ 14 個、16 個の変数が含まれる。ベクトル ε_t は外生的なイノベーション過程、 η_t は合理的期待の予測誤差である。状態遷移方程式 (state transition equation) を計算するために、Sims (2002) によるアルゴリズムを (6-1) 式に適用する。

$$x_t = \Phi_1(\Theta)x_{t-1} + \Phi_\varepsilon(\Theta)\varepsilon_t \quad (6-2)$$

第 2 ステップとして、状態移行方程式 (6-2) 式に計測方程式 (measurement equation) を付け加え、モデルを状態空間の形式で表現する。なお、計測方程式はモデルの変数 x_t と観測変数ベクトル z_t の関係を表すものである。

$$z_t = A(\Theta) + Bx_t \quad (6-3)$$

ただし、 $A(\Theta)$ はパラメータ Θ に依存する定数項ベクトル、 B はデータ変数と関連付けられるモデルの変数 x_t を選択する行列である。

第 3 ステップとして、線形の状態空間に付随する尤度関数 $L(\Theta|Z)$ を Kalman フィルターにより評価する。ただし、 $Z = \{z_t\}_{t=1}^T$ である。

第 4 ステップとして、事後密度関数 $p(\Theta|Z) \propto L(\Theta|Z)p(\Theta)$ を得るために、尤度関数と事前分布 $p(\Theta)$ を結合し、 $\ln(\Theta|Z) + \ln p(\Theta)$ を最大化する最適化ルーチンを用いて、 $L(\Theta|Z)p(\Theta)$ のモード $\tilde{\Theta}$ を求める。次に、事後モード $\tilde{\Theta}$ 、および事後モードにおいて計算される Hessian 逆行列 $\tilde{\Sigma}$ を計算する。

最後の第 5 ステップとして、パラメータの事後分布をマルコフ連鎖モンテカルロ (Monte Carlo Markov Chain, 以下 MCMC) アルゴリズムを用いて導出する。本章で用いる MCMC アルゴリズムはメトロポリス・ヘイスティングス (Metropolis-Hastings, MH) アルゴリズムである。このアルゴリズムにおいては、 $\Theta^{(0)}$ を初期値として、 $N(\tilde{\Theta}, c_0^2 \tilde{\Sigma})$ から抽出する。 c_0 は初期値 $\Theta^{(0)}$ の分散を決定するパラメータである。 $s=1, \dots, n$ に対して、パラメータ・ベクトルの候補 $\Theta^{(s)}$ は提案分布 (proposal distribution) $N(\Theta^{(s-1)}, c^2 \tilde{\Sigma})$ から抽出する。 $c > 0$ はサンプリング時の分散を調整するスケール・パラメータである⁸⁾。 $\Theta^{(s-1)}$ からの変化は確率

$$\min \left(1, \frac{L(\Theta|Z)p(\Theta)}{L(\Theta^{(s)}|Z)p(\Theta^{(s-1)})} \right)$$

で受容され、それ以外ならば棄却される ($\Theta^{(s)} = \Theta^{(s-1)}$)。これを 300,000 回行い、最初の 90,000 回は捨てる。サンプリングによって得られた分布が収束しているかについての判定にあたっては、

⁸⁾ サンプリングされたパラメータ・ベクトルの候補 $\Theta^{(s)}$ の受容率が 25%程度になるように、 c を調整することが効率的とされている (Roberts et al. (1997))。

Brooks and Gelman (1998) の統計量を用いる⁹⁾。補論 B には各パラメータの収束診断の結果を示している。ここでは分布の平均値 $((1/n)\sum_{s=1}^n \Theta^{(s)})$ 、Interval と表記)、ならびに 2 次、3 次のモーメント (それぞれ $(1/n)\sum_{s=1}^n (\Theta^{(s)})^2$ 、 $(1/n)\sum_{s=1}^n (\Theta^{(s)})^3$ であり、m2、m3 と表記) が収束しているかどうかについて図示しており、横軸で表されるサンプリングの回数が増えるに従い、Brooks and Gelman (1998) の統計量がどのように変化したかを表している。これより、サンプリングの回数が十分に大きくなるほど、一定の値に収束していると判断する。

3-2. データと事前分布

ベイズ推定においては、特異性 (stochastic singularity) を回避するために観測変数とショック、もしくは計測誤差の数を少なくとも同じにする必要がある。基本モデル、拡張モデルともに 9 つのショック (計測誤差) を含んでいるため、9 つの観測変数を用いる。これら 9 つの観測変数を基本モデルでは $z_t = \{y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi_t^*, q_t^g, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, \Delta s_t\}$ 、拡張モデルでは $z_t = \{y_t^g, y_t^*, \pi_t, \pi_{H,t}, \pi_t^*, q_t^g, \hat{i}_{H,t}, \hat{i}_{F,t}, nfa_t\}$ とする。

ポーランド以外の分析対象国については、標本期間を 2000 年第 1 四半期から 2011 年第 4 四半期とする。ポーランドは 2000 年 3 月までクローリング・ペッグ制度を採用していたことを考慮し、標本期間を 2000 年第 2 四半期からとする。

産出量ギャップ y_t^g のデータはスムージングパラメータを 1600 とした Hodrick and Prescott (1997) によるフィルター (HP フィルター) によって実質 GDP の対数値を平滑化して求める¹⁰⁾。同様に、実質為替相場ギャップ q_t^g のデータについては、スムージングパラメータを 1600 とした HP フィルターを用いて、アジア諸国、ペルーについては対ドルの実質為替相場、中欧諸国については対ユーロの実質為替相場の対数値を平滑化して求める。インフレ率 π_t 、自国財のインフレ率 $\pi_{H,t}$ はそれぞれ、消費者物価指数、生産者物価指数の対数差分として求める。自国金利には 3 ヶ月銀行間金利、アジア諸国、ペルーにおける外国金利にはアメリカにおける銀行間金利 (3 ヶ月)、中欧諸国についてはユーロ圏における銀行間金利 (3 ヶ月) を用いる。モデルにおいて、インフレ率と名目金利は初期の定常状態周りで線形近似されているため、これらインフレ率と名目金利については、標本期間における平均値を差し引いて (demean)、算出する。外国の産出量、インフレ率はアジア諸国、ペルーについてはアメリカの実質 GDP、ならびに消費者物価指数、中欧諸国についてはユーロ圏の

⁹⁾ 収束判定にはこの他に補論 B で述べている Geweke (1992) による CD (Convergence Diagnostic) 統計量を用いる方法などもある。藤原・渡部 (2011) は CD 統計量を用いて収束判定を行っている。

¹⁰⁾ DSGE モデルにおける問題点の 1 つとして、トレンドとサイクルの分離の問題が指摘されている。これについては補論 A を参照のこと。

実質 GDP, ならびに消費者物価指数から計算する。以上のデータは *Economist Intelligence Unit* から入手した。対外純資産のデータについては Lane and Milesi-Ferretti が構築したデータセット *External Wealth of Nations Dataset, 1970–2011* (<http://www.philiplane.org/EWN.html>) から入手した。この系列は Chow and Lin (1971) の手法を用いて四半期の系列へ変換した¹¹⁾。

表 6-1 パラメータの事前分布

パラメータ	分布	平均	標準偏差
σ 相対的危険回避度	ガンマ	1.0	0.1
ψ 労働供給量の弾力性の逆数	ガンマ	1.0	0.5
θ 消費インデックスと貨幣インデックスとの間の代替の弾力性	ガンマ	0.8	0.4
ω 消費・貨幣インデックスに占める消費インデックスのウェイト	ベータ	0.8	0.1
ν 自国通貨と外国通貨間における代替の弾力性	ガンマ	2.0	1.0
γ 貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイト	ベータ	0.6	0.1
κ リスク・プレミアムの係数	ベータ	0.001	0.0001
ψ_y 自国の金融政策ルールにおける産出量ギャップの係数	ガンマ	0.5	0.1
ψ_π 自国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	ガンマ	1.8	0.3
ψ_{π^*} 外国の金融政策ルールにおけるインフレ率の係数	ガンマ	1.5	0.3
ψ_q 自国の金融政策ルールにおける実質為替相場の係数	ガンマ	0.5	0.1
ρ_v 自国の金融政策ルールにおける名目金利のスミージングパラメータ	ベータ	0.7	0.1
ρ_{v^*} 外国の金融政策ルールにおける名目金利のスミージングパラメータ	ベータ	0.7	0.1
ρ_A 自国の生産性ショックパラメータ	ベータ	0.7	0.1
ρ_{A^*} 外国の生産性ショックパラメータ	ベータ	0.7	0.1
σ_y^2 自国の需要ショックの分散	逆ガンマ	0.1	0.009
$\sigma_{y^*}^2$ 外国の需要ショックの分散	逆ガンマ	0.1	0.009
$\sigma_{\varepsilon_A}^2$ 自国の生産性ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
$\sigma_{\varepsilon_{A^*}}^2$ 外国の生産性ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
$\sigma_{\pi H}^2$ コストプッシュ・ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
σ_{uip}^2 カバーなし金利平価ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
σ_v^2 自国の金融政策ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
$\sigma_{v^*}^2$ 外国の金融政策ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
σ_q^2 自国の実質為替相場ショックの分散	逆ガンマ	0.01	0.009
固定パラメータ			
β 割引因子	-	0.99	-
η 自国財 H と外国財 F との間の代替の弾力性	-	1.0	-
a 消費に占める外国財の割合	-	0.4	-
χ 企業が価格改定できない確率	-	0.75	-

基本モデルの推定に用いる各パラメータの事前分布は表 6-1 の通りである。ゼロから 1 の値をとるパラメータにはベータ分布, 正の値をとるパラメータにはガンマ分布, ショックの標準偏差には逆ガンマ分布を用いる。第 1 節で述べた本章における考察対象と直接的に関連するパラメータ以外については, 先行研究で得られている値を参考にして固定する。ただし, 財 H と財 F との間の代替

¹¹⁾ 補助系列として経常収支を用いた。詳細については第 3 章脚注 8 を参照のこと。

の弾力性 η については、後述の脚注12で述べる理由から固定する。割引因子については $\beta=0.99$ とする。この設定は定常状態で年利4%であることを意味する。消費における外国財の割合については、小国開放経済の分析における典型的な設定と同様に、 $a=0.4$ とする。財 H と財 F との間の代替の弾力性については $\eta=1.0$ とする。これは、自国財と外国財の消費支出の比率は、相対価格が変化しても一定となる（自国財価格が外国財価格に比べて低下した場合には、自国財の消費が相対的に増加し、価格変化後の名目消費支出の比率は変化しない）ことを意味する¹²⁾。企業が価格を改定できない確率は $\chi=0.75$ とする。これは平均的な価格改定の間隔が1年であることを意味する。

拡張モデルの推定に用いる各パラメータの事前分布は、表6-1の基本モデルと同様に設定した。ただし、基本モデルの推定では含めていない追加的なパラメータ（リスク・プレミアムの係数、自国の金融政策ルールにおける実質為替相場の係数）の事前分布については斜字体のように設定した。

3-3. モデルの評価

事後オッズ比を用いてモデル選択を行う¹³⁾。モデル M_1 と M_2 の間の選択を行う場合、データ Y が与えられた下でのそれぞれのモデルが正しい確率の比 $\pi(M_1|Y)/\pi(M_2|Y)$ を事後オッズ比と呼び、これが1より大きければモデル M_1 を選択し、1より小さければモデル M_2 を選択する。

事後オッズ比は(6-4)式によって与えられる。

$$\frac{\pi(M_1|Y)}{\pi(M_2|Y)} = \frac{\pi(M_1)}{\pi(M_2)} \cdot \frac{\pi(Y|M_1)}{\pi(Y|M_2)} \quad (6-4)$$

$\pi(M_1)/\pi(M_2)$ は事前オッズ比と呼ばれ、データを観測する前のそれぞれのモデルが正しい確率を表す。 $\pi(Y|M_1)/\pi(Y|M_2)$ はベイズ・ファクターと呼ばれる。モデル M_1 と M_2 のどちらが正しいかに関する事前情報がない場合には、それぞれのモデルを公平に評価するために、通常、事前オッズ比は1に設定する。この場合、(6-4)式より、事後オッズ比はベイズ・ファクターと等しくなることがわかる。ベイズ・ファクターの分子、分母（周辺尤度）の計算にはGeweke（1999）の修正

¹²⁾ Galí and Monacell（2005）や Batini et al.（2008）、Felices and Tuesta（2013）などの多くの先行研究では $\eta=1.0$ としている。その一方で、Rabanal and Tuesta（2010）は2国モデルにおいて、資産市場の構造によって、自国財と外国財間の代替の弾力性は0~1の範囲をとることを報告している。また、Castillo et al.（2013）は、（通貨代替の要素を含まない）DSGEモデル、これに通貨代替を導入したモデル、価格代替を導入したモデル、通貨代替と価格代替の双方を導入したモデルにおいて、自国財と外国財間の代替の弾力性は1.19~1.71の範囲をとることを示している。このように、自国財と外国財間の代替の弾力性の値は1より大きく弾力的な場合、1より小さく非弾力的な場合のどちらにもなる広い範囲をとることから、ここでは η を平均的な値である1に固定した。

¹³⁾ モデル選択に関する解説については、渡部（2009）、藤原・渡部（2011）、廣瀬（2012）を参照されたい。

調和平均推定量を用いる。以上より、周辺尤度の高いモデルが選択されることになる。

3-4. 推定結果

まず、モデル選択を行う。表 6-2 は対象となる 2 つのモデルの周辺尤度（修正調和平均推定量）を示したものである。表-6-2 より、すべての国において、基本モデルより拡張モデルの周辺尤度が大きく、拡張モデルの方がデータへの適合度が良いことがわかる。したがって、以下では拡張モデルの推定結果に基づいて議論を進める。

表 6-2 モデル選択

チェコ	B	733.197
	E	871.210
インドネシア	B	643.442
	E	798.358
ペルー	B	768.307
	E	869.001
フィリピン	B	690.649
	E	792.952
ポーランド	B	553.953
	E	741.275

表 6-3 は推定された事後分布を示したものである。まず、貨幣インデックス Z_t に占める外国通貨のウェイト $1-\gamma$ は、チェコ：0.314、インドネシア：0.279、ペルー：0.225、フィリピン：0.249、ポーランド：0.259 であることから、いずれの国の居住者も外国通貨の流動性サービスから効用を得ていることがわかる。また、通貨 H と通貨 F 間における代替の弾力性 ν は、チェコ：2.775、インドネシア：3.040、ペルー：3.875、フィリピン：3.097、ポーランド：2.998 となっていることから、定常状態における各国の通貨代替の値 δ は、チェコ：0.103、インドネシア：0.053、ペルー：0.008、フィリピン：0.050、ポーランド：0.041 と求められる。このことからわかる通り、各国の定常状態における通貨代替の値 δ は低いことがわかる。

δ は、なぜこのような低い値となるのであろうか。第 4 章で述べた通り、定常状態における通貨代替の値 δ は γ と ν によって規定される。 ν の値を一定としたときには、通貨 F に対するウェイト $1-\gamma$ が高いほど、 δ は大きくなる。それに対し、 $1-\gamma$ が 0.5 より高い場合には、本国通貨 H と外国通貨 F との間の代替の弾力性 ν が高まるほど、 δ は大きくなるが、0.5 より低い場合には、 ν が高まるほど、 δ は小さくなる。図 6-1 (a), (b) はそれぞれ、通貨 F に対するウェイト $1-\gamma$ が 0.5 より高いケース、0.5 より低いケースにおける ν と δ の関係を示したものである。これからわかる通

表 6-3 パラメータの事後分布

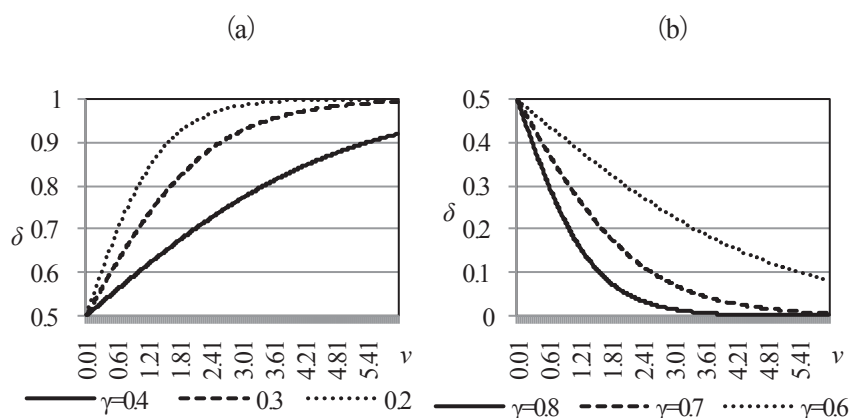
	チェコ	インドネシア	ペルー	フィリピン	ポーランド
σ	0.5195 (0.4888-0.5542)	0.5400 (0.4888-0.5959)	0.4994 (0.4888-0.5129)	0.5104 (0.4888-0.5385)	0.5044 (0.4888-0.5244)
φ	3.7885 (2.6149-4.9000)	5.5948 (4.0015-7.3301)	5.4715 (4.1489-6.8332)	3.0520 (1.8775-4.1902)	3.6708 (2.4824-4.9622)
θ	1.0669 (0.6571-1.4916)	1.0057 (0.5712-1.4494)	1.1971 (0.8754-1.5340)	0.8861 (0.4233-1.3641)	1.1282 (0.6746-1.6180)
ω	0.7524 (0.6503-0.8599)	0.7674 (0.6568-0.8903)	0.6674 (0.5595-0.7592)	0.8204 (0.7191-0.9171)	0.7849 (0.6828-0.8935)
ν	2.7748 (1.3803-3.6741)	3.0398 (1.6018-4.3876)	3.8752 (2.3698-5.3945)	3.0974 (1.6111-4.5256)	2.9981 (1.7167-4.2357)
γ	0.6857 (0.6020-0.7655)	0.7212 (0.6353-0.8059)	0.7751 (0.6922-0.8535)	0.7211 (0.6281-0.8083)	0.7415 (0.6590-0.8227)
κ	0.0010 (0.0008-0.0012)	0.0010 (0.0008-0.0012)	0.0010 (0.0008-0.0012)	0.0010 (0.0008-0.0012)	0.0010 (0.0008-0.0012)
ψ_y	0.4878 (0.3457-0.6262)	0.4911 (0.3206-0.6511)	0.2461 (0.1594-0.3275)	0.3978 (0.2796-0.5038)	0.3010 (0.2045-0.4001)
ψ_π	2.7299 (2.2766-3.1472)	2.3659 (1.9262-2.7940)	2.7255 (2.2668-3.1720)	2.4993 (2.0718-2.9224)	2.5617 (2.1534-2.9743)
ψ_{π^*}	2.4409 (2.0260-2.8176)	2.0865 (1.7037-2.4589)	2.1383 (1.7520-2.5289)	2.0804 (1.6885-2.4633)	2.5842 (2.1313-3.0346)
ψ_q	0.2081 (0.1438-0.2702)	0.2996 (0.2043-0.3900)	0.4657 (0.3397-0.5841)	0.3665 (0.2487-0.4776)	0.2591 (0.1787-0.3386)
ρ_ν	0.5745 (0.4759-0.6790)	0.5352 (0.4454-0.6233)	0.5670 (0.4368-0.7118)	0.5905 (0.4912-0.6921)	0.5316 (0.4126-0.6507)
ρ_{ν^*}	0.4528 (0.2984-0.6028)	0.4942 (0.3430-0.6371)	0.4971 (0.3554-0.6592)	0.4928 (0.3484-0.6402)	0.4882 (0.3317-0.6461)
ρ_A	0.6998 (0.5408-0.8717)	0.7633 (0.6385-0.8911)	0.9661 (0.9506-0.9826)	0.7346 (0.5520-0.9478)	0.8903 (0.8224-0.9624)
ρ_{A^*}	0.9960 (0.9959-0.9960)	0.9959 (0.9958-0.9960)	0.9959 (0.9958-0.9960)	0.9959 (0.9958-0.9960)	0.9960 (0.9959-0.9960)
σ_{y^2}	0.0843 (0.0741-0.0941)	0.0877 (0.0763-0.0984)	0.0848 (0.0748-0.0943)	0.0917 (0.0807-0.1022)	0.0897 (0.0796-0.1002)
$\sigma_{y^{*2}}$	0.0882 (0.0778-0.0982)	0.0800 (0.0713-0.0890)	0.0799 (0.0714-0.0889)	0.0804 (0.0712-0.0892)	0.0887 (0.0776-0.0992)
$\sigma_{\varepsilon A^2}$	0.0092 (0.0033-0.0157)	0.0477 (0.0036-0.0854)	0.1395 (0.0905-0.1909)	0.0165 (0.0030-0.0422)	0.1316 (0.0938-0.1716)
$\sigma_{\varepsilon A^{*2}}$	0.1180 (0.0971-0.1379)	0.0607 (0.0508-0.0703)	0.0604 (0.0496-0.0699)	0.0576 (0.0477-0.0671)	0.1220 (0.1030-0.1391)
$\sigma_{\pi H^2}$	0.0103 (0.0079-0.0127)	0.0235 (0.0183-0.0285)	0.0374 (0.0276-0.0468)	0.0272 (0.0202-0.0339)	0.0269 (0.0195-0.0340)
σ_{uip^2}	0.0208 (0.0175-0.0243)	0.0351 (0.0293-0.0408)	0.0163 (0.0137-0.0191)	0.0315 (0.0236-0.0365)	0.0167 (0.0139-0.0195)
σ_ν^2	0.0279 (0.0217-0.0343)	0.0626 (0.0477-0.0775)	0.0351 (0.0268-0.0426)	0.0597 (0.0458-0.0735)	0.0397 (0.0295-0.0494)
$\sigma_{\nu^{*2}}$	0.0110 (0.0084-0.0135)	0.0133 (0.0101-0.0166)	0.0136 (0.0102-0.0169)	0.0132 (0.0099-0.0164)	0.0119 (0.0090-0.0147)
σ_q^2	0.0820 (0.0682-0.0954)	0.0726 (0.0605-0.0849)	0.0140 (0.0038-0.0243)	0.0497 (0.0413-0.0578)	0.1090 (0.0871-0.1315)
<i>Log data density</i>	871.2096	798.3582	869.0009	792.9521	741.2751

注：括弧内は90%信用区間を表す。

り、自国通貨と外国通貨の代替の弾力性 ν が定常状態における通貨代替の程度に及ぼす影響は、貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイト γ の大きさにより異なることがわかる。すなわち、図6-1 (a) で示される γ が小さい場合 ($\gamma=0.4,0.3,0.2$) には、 ν が高くなるほど、保有する通貨を外国通貨へシフトさせる結果、通貨代替の程度が高くなる一方で、図6-1 (b) で示される γ が大きい場合 ($\gamma=0.8,0.7,0.6$) には、 ν が高くなるほど、保有する通貨を自国通貨へシフトさせる結果、通貨代替の程度が低くなる。

本章におけるすべての分析対象国において、通貨 F に対するウェイト $1-\gamma$ は0.5より低いことから、図6-1 (b) で表される γ 、 ν 、 δ の関係が成立しており、このことから、各国における δ の値は低いものとなっている。

図6-1 γ 、 ν 、 δ の関係



注：横軸は ν 、縦軸は δ を表す。

自国の金融政策と外国の金融政策が消費の限界効用 $u_{c,t}$ に及ぼす影響は、 σ と $1/\theta$ の大小関係に依存するため、これらの値を各国について求めると、チェコ： $1/\theta=0.937>0.520=\sigma$ 、インドネシア： $1/\theta=0.994>0.540=\sigma$ 、ペルー： $1/\theta=0.835>0.499=\sigma$ 、フィリピン： $1/\theta=1.129>0.510=\sigma$ 、ポーランド： $1/\theta=0.886>0.504=\sigma$ となることから、すべての国で消費インデックスと貨幣インデックスは補完的であることがわかる。これは、金融政策により名目金利が上昇する（したがって、実質貨幣残高が減少する）と予想するとき、来期における消費の期待限界効用の水準が低下するため、限界効用を通時的に平準化するために今期の消費を増加させることを意味する。また、第5章の分析で明らかになったように、補完的であることは、消費の限界効用の経路を通じた自国と外国の金融政策ショックが、 y_t^s の低下、 $\pi_{H,t}$ の上昇、 q_t^s の減価圧力をもたらすことを意味する。ただし、外国の

金融政策が消費の限界効用へ影響を及ぼす通貨代替の程度 δ は低いことから、外国の金融政策がそれぞれの自国経済に及ぼす影響は小さいと思われる。

金融政策ルールについては、産出量ギャップの係数 ψ_y は 0.246~0.491 の範囲をとっており、多くの先行研究における結果と整合的なものとなっている。インフレ率の係数 ψ_π については 2.366~2.730 の範囲にあり、Taylor principle を満たしている。実質為替相場ギャップの係数 ψ_q は、チェコ：0.208、インドネシア：0.300、ペルー：0.466、フィリピン：0.367、ポーランド：0.259 となっている。このことから、各国の中央銀行は実質為替相場の変動に積極的に反応していることがわかる。この結果は、先述した Amato and Gerlach (2002) や Aghion et al. (2009) の結果と整合的なものである。また、これらの国が金融政策手段を政策金利とし、物価の安定を主要な目的としながらも、それ以外の経済変数の安定・向上にもウェイトを置いた金融政策運営を行うインフレ・ターゲティングを採用していることも整合的な結果であるといえよう。

図 6-2~6-4 は自国と外国の金融政策ショックに対する y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、および q_t^s のインパルス反応関数を示したものである。自国の金融政策については、自国の収縮的な金融政策ショックに対し、すべての国において y_t^s と $\pi_{H,t}$ は低下し、 q_t^s は増価している。これは第 4、5 章の分析結果から、実質金利の経路を通じた効果が消費の限界効用の経路を通じた効果を上回っていることを意味する。

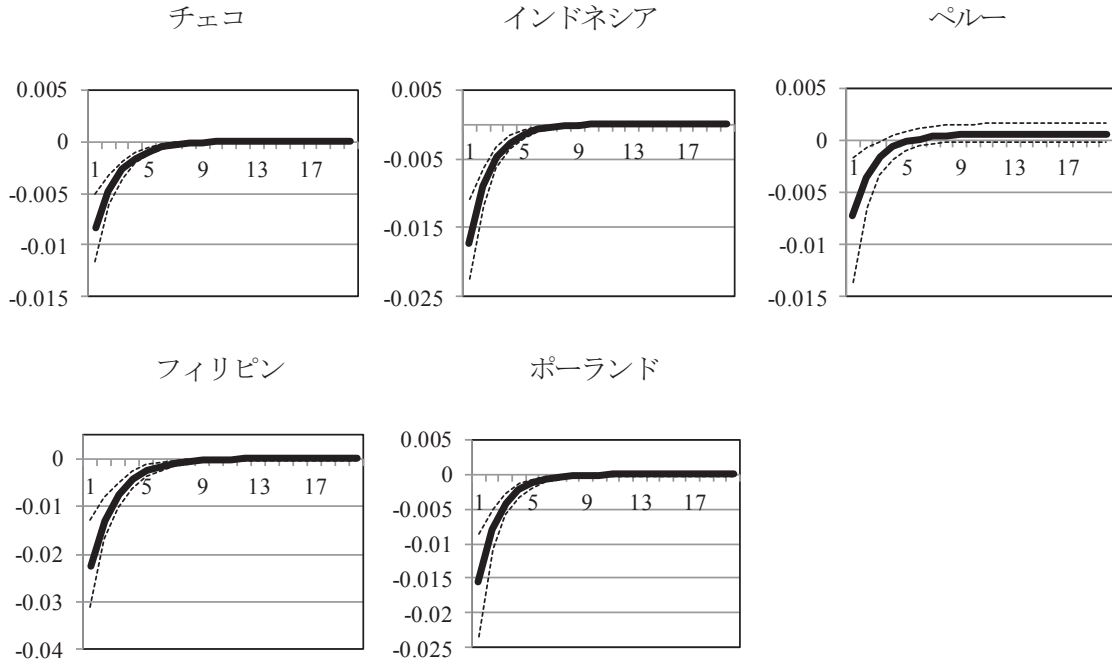
一方、外国の金融政策については、外国の収縮的な金融政策ショックに対し、すべての国において y_t^s と $\pi_{H,t}$ は上昇し、 q_t^s は増価している。この結果は先の推定結果で明らかとなった消費インデックスと貨幣インデックスが補完的 ($1/\theta > \sigma$) である場合の消費の限界効用の経路を通じて生じたものであると解釈できる。

表 6-4 は分散分解の結果を示したものである。 y_t^s の変動の源泉は、多くの国においてコストプッシュ・ショック $\varepsilon_{\pi H,t}$ と自国の金融政策ショック $\varepsilon_{v,t}$ で大半が説明できることがわかる。ただし、ペルーとポーランドについては自国の生産性ショック $\varepsilon_{A,t}$ の寄与も大きいことがわかる。 $\pi_{H,t}$ の変動は、いずれの国においても自国の金融政策ショック $\varepsilon_{v,t}$ がその源泉となっていることがわかる。 q_t^s の変動については、いずれの国においてもその多くが実質為替相場ショック $\varepsilon_{q,t}$ と自国の需要ショック $\varepsilon_{y,t}$ によって説明される。

その一方で、外国の金融政策ショック $\varepsilon_{v^*,t}$ 、および UIP ショック $\varepsilon_{uip,t}$ は、いずれの国においても y_t^s 、 $\pi_{H,t}$ 、および q_t^s の予測誤差の分散を説明する上では重要な役割を果たしておらず、これらの変動の源泉とはなっていないことがわかる。

図6-2 インパルス応答関数： y^g

(a) 自国の金融政策ショック



(b) 外国の金融政策ショック

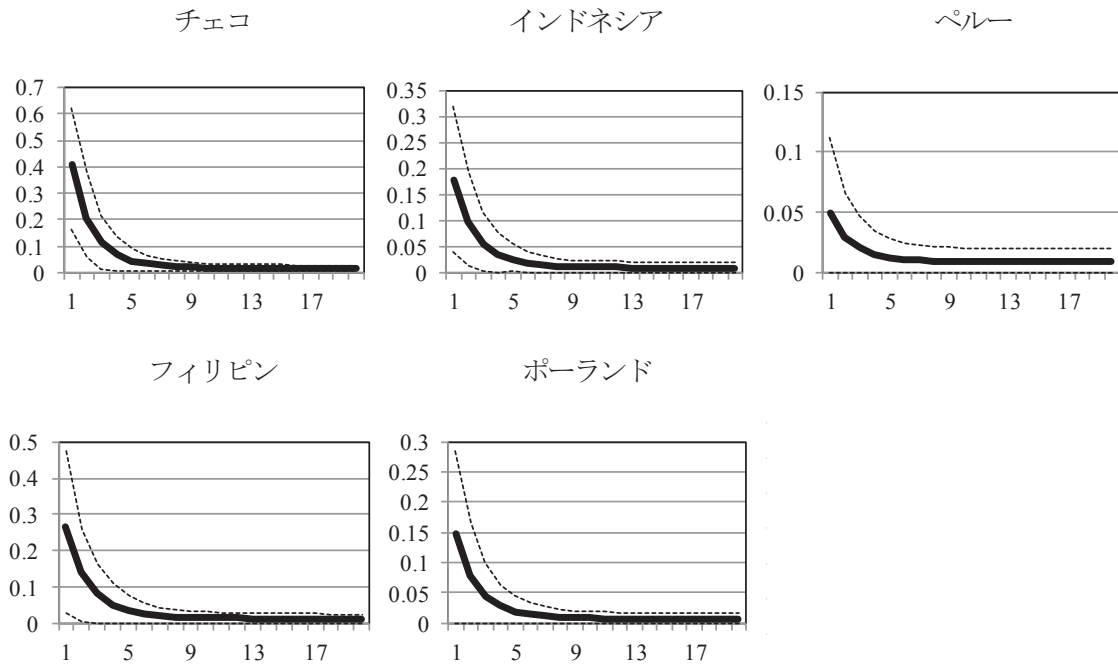
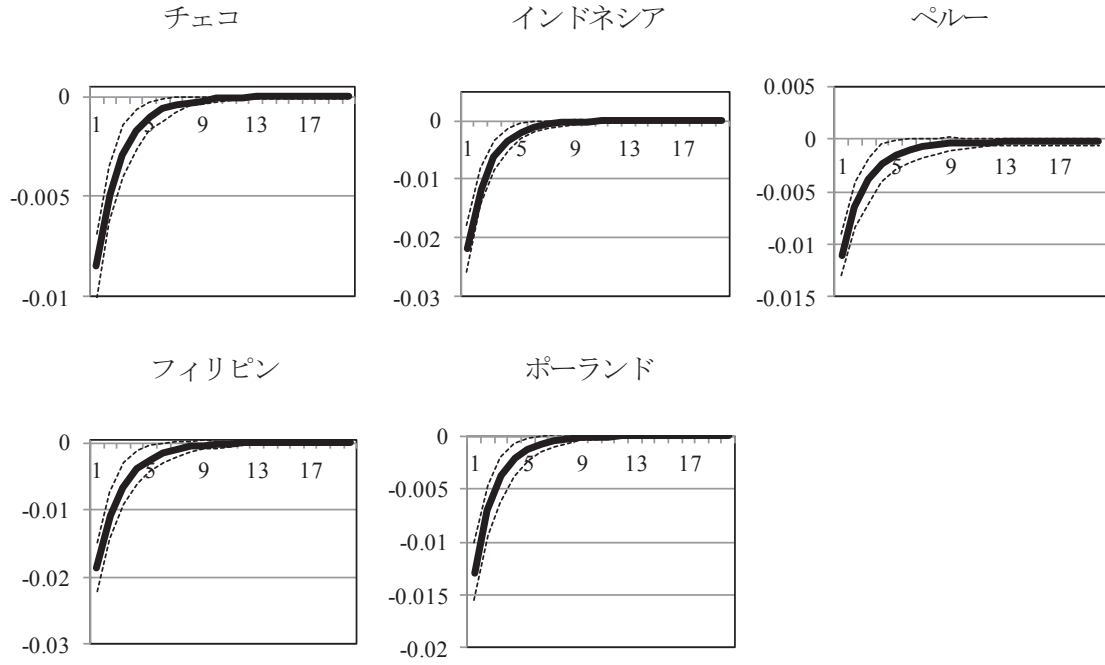


図6-3 インパルス応答関数： π_H

(a) 自国の金融政策ショック



(b) 外国の金融政策ショック

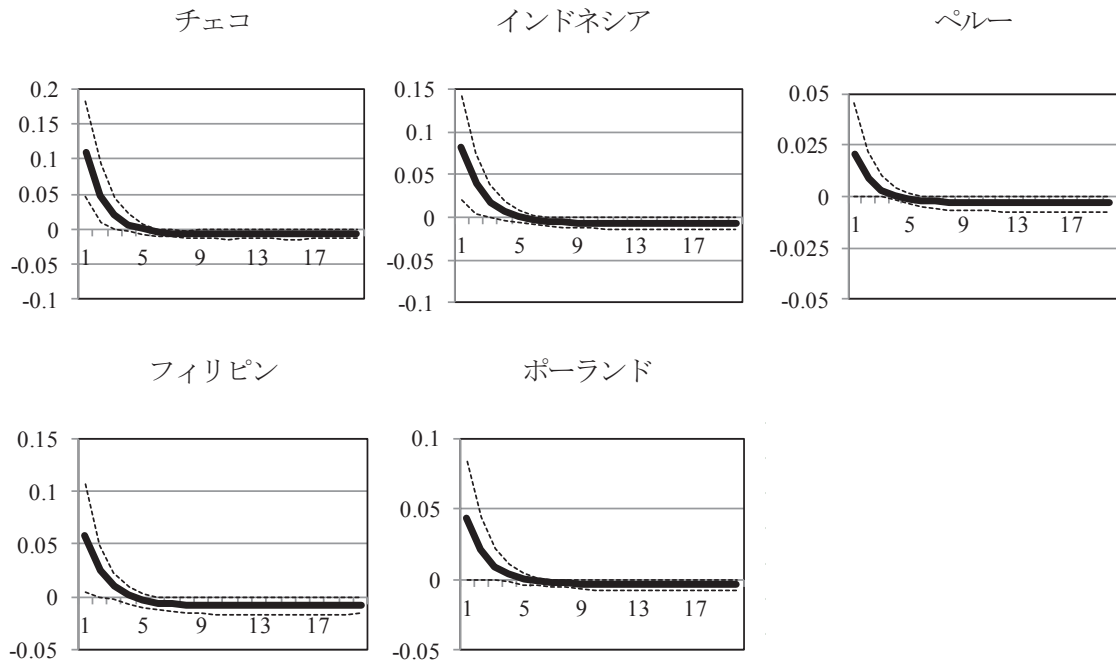
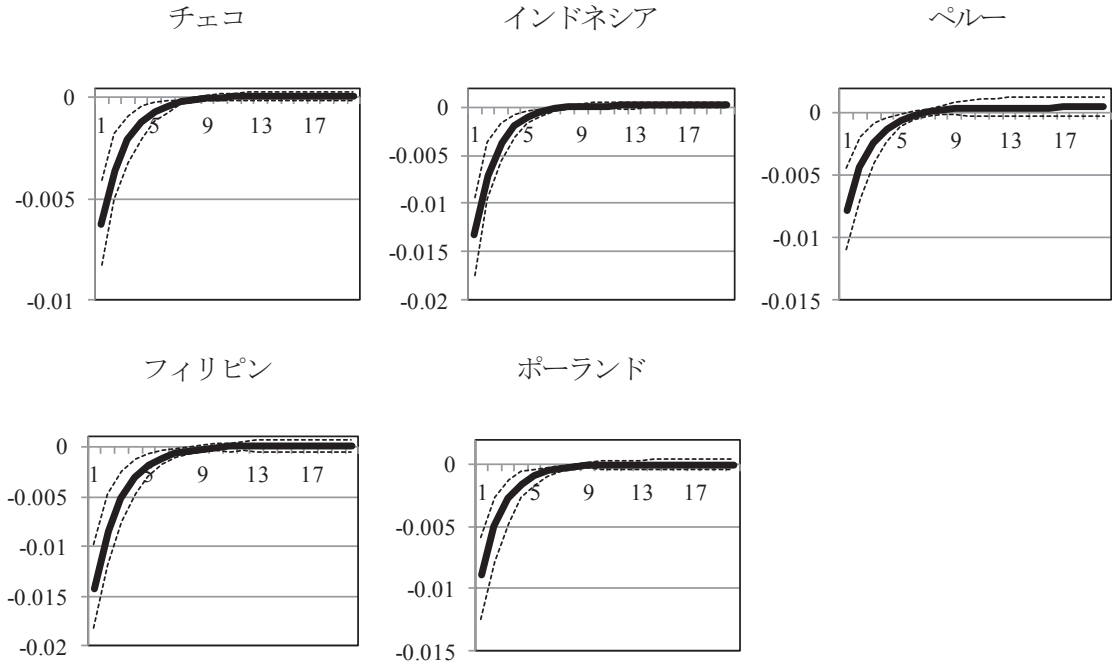


図6-4 インパルス応答関数： q^g

(a) 自国の金融政策ショック



(b) 外国の金融政策ショック

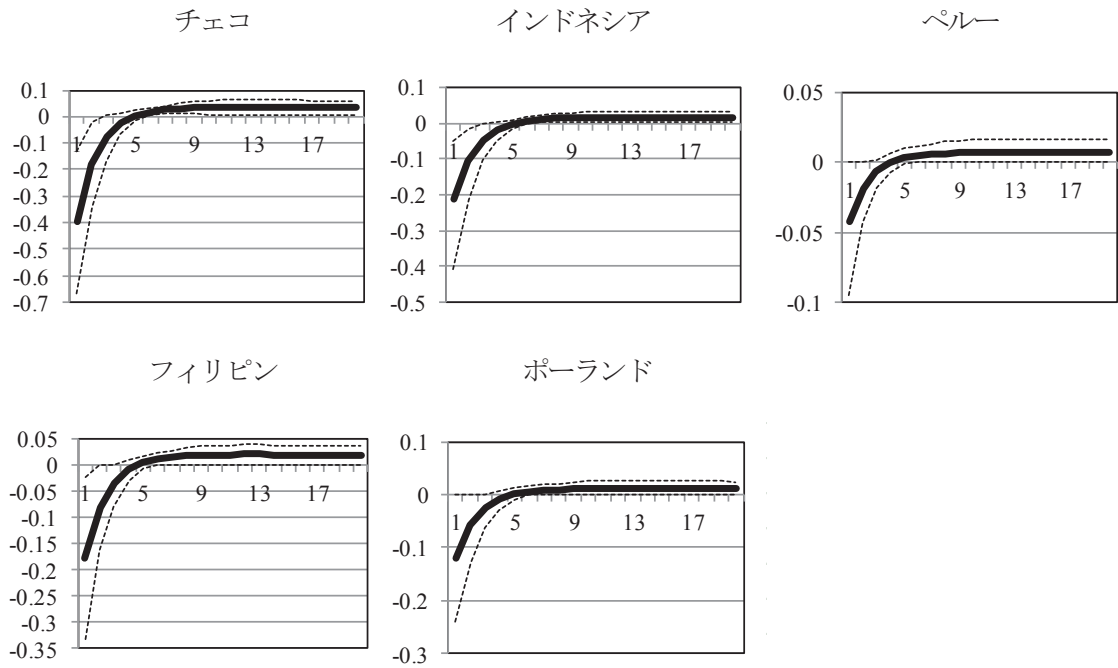


表6-4 分散分解

チェコ										インドネシア									
	ε_y	ε_{y^*}	ε_A	ε_{A^*}	$\varepsilon_{\pi H}$	$\varepsilon_{\pi H^*}$	ε_q	ε_{q^*}	ε_{π}		ε_y	ε_{y^*}	ε_A	ε_{A^*}	$\varepsilon_{\pi H}$	$\varepsilon_{\pi H^*}$	ε_q	ε_{q^*}	ε_{π}
y^s	10.94	9.75	0.44	0	41.33	2.23	14.61	20.67	0.04	y^s	3.39	0.69	0.14	0.08	49.09	0.48	32.31	13.82	0.01
π_H	6.27	1.82	0.11	0	10.99	0.42	62.56	17.82	0.01	π_H	3.21	0.11	0.06	0.07	11.30	0.08	74.38	10.79	0
q^s	13.50	0.33	0.06	0	0.08	0.07	0.80	85.15	0	q^s	17.22	0.06	0.05	0.01	0.26	0.04	4.24	78.11	0
π	2.84	70.31	0.03	0.40	1.12	14.71	6.07	3.78	0.73	π	4.66	36.47	0.05	0.24	3.86	21.35	24.16	8.20	1.01
y^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0	y^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
π^*	0	88.34	0	1.18	0	0	0	0	10.48	π^*	0	83.00	0	0.43	0	0	0	0	16.57
i_H	41.32	36.62	0.41	0.75	1.74	8.36	0.29	10.37	0.13	i_H	58.80	3.85	0.46	0.61	5.82	2.69	1.76	25.97	0.04
i_F	0	80.25	0	1.07	0	18.31	0	0.02	0.34	i_F	0	58.26	0	0.30	0	40.73	0	0.01	0.69
i_F^*	0	98.27	0	1.31	0	0	0	0	0.42	i_F^*	0	98.34	0	0.51	0	0	0	0	1.16
r_n	0	0	72.27	27.73	0	0	0	0	0	r_n	0	0	92.46	7.54	0	0	0	0	0
a	0	0	100	0	0	0	0	0	0	a	0	0	100	0	0	0	0	0	0
a^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0	a^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
nfa	15.19	1.14	0.61	0	1.14	0.26	0.05	81.59	0.02	nfa	17.54	0.20	0.44	0.05	2.94	0.14	0.31	78.36	0.01
v	0	0	0	0	0	0	100	0	0	v	0	0	0	0	0	0	100	0	0
v^*	0	0	0	0	0	0	0	0	100	v^*	0	0	0	0	0	0	0	0	100

ベルギー										フィリピン									
	ε_y	ε_{y^*}	ε_A	ε_{A^*}	$\varepsilon_{\pi H}$	$\varepsilon_{\pi H^*}$	ε_q	ε_{q^*}	ε_{π}		ε_y	ε_{y^*}	ε_A	ε_{A^*}	$\varepsilon_{\pi H}$	$\varepsilon_{\pi H^*}$	ε_q	ε_{q^*}	ε_{π}
y^s	5.07	0	38.73	0.68	50.81	0	2.38	2.33	0	y^s	3.41	0.34	0.12	0.04	67.81	0.22	21.23	6.82	0
π_H	4.79	0	35.41	0.69	12.49	0	45.03	1.59	0	π_H	2.86	0.05	0.05	0.05	21.49	0.03	70.53	4.94	0
q^s	20.82	0	24.18	1.60	3.04	0	4.64	45.73	0	q^s	27.73	0.06	0.09	0.02	1.77	0.04	9.63	60.65	0
π	4.50	7.50	79.64	0.80	3.16	1.02	1.77	1.34	0.26	π	5.70	37.4	0.06	0.21	8.34	19.48	23.78	3.85	1.18
y^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0	y^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
π^*	0	80.03	0	0.37	0	0	0	0	19.61	π^*	0	81.76	0	0.42	0	0	0	0	17.82
i_H	5.31	0.01	89.54	0.78	2.93	0	0.12	1.30	0	i_H	65.26	1.76	0.49	0.39	19.24	1.11	1.52	10.20	0.02
i_F	0.02	83.94	0.36	0.41	0.01	14.03	0	0.01	1.22	i_F	0	60.62	0	0.32	0	38.29	0	0.01	0.76
i_F^*	0	98.12	0	0.45	0	0	0	0	1.43	i_F^*	0	98.26	0	0.51	0	0	0	0	1.23
r_n	0	0	99.8	0.20	0	0	0	0	0	r_n	0	0	93.69	6.31	0	0	0	0	0
a	0	0	100	0	0	0	0	0	0	a	0	0	100	0	0	0	0	0	0
a^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0	a^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
nfa	5.56	0	89.09	0.23	3.31	0	0.12	1.68	0	nfa	26.83	0.25	0.73	0.05	14.27	0.16	0.05	57.66	0.01
v	0	0	0	0	0	0	100	0	0	v	0	0	0	0	0	0	100	0	0
v^*	0	0	0	0	0	0	0	0	100	v^*	0	0	0	0	0	0	0	0	100

ポーランド									
	ε_y	ε_{y^*}	ε_A	ε_{A^*}	$\varepsilon_{\pi H}$	$\varepsilon_{\pi H^*}$	ε_q	ε_{q^*}	ε_{π}
y^s	0.96	0.13	9.99	0.40	47.98	0.02	21.55	18.98	0
π_H	7.83	0.02	5.48	0.63	23.12	0	41.87	21.05	0
q^s	12.42	0	2.22	0.07	0.47	0	1.58	83.23	0
π	8.64	49.81	5.84	1.26	6.41	6.08	8.82	12.36	0.77
y^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
π^*	0	83.71	0	0.76	0	0	0	0	15.54
i_H	49.33	0.17	23.44	1.19	8.82	0.02	0.21	16.81	0
i_F	0	86.41	0.01	0.79	0	11.99	0	0.02	0.78
i_F^*	0	98.22	0	0.89	0	0	0	0	0.89
r_n	0	0	99.59	0.41	0	0	0	0	0
a	0	0	100	0	0	0	0	0	0
a^*	0	0	0	100	0	0	0	0	0
nfa	8.35	0.02	21.29	0.14	3.00	0	0.68	66.51	0
v	0	0	0	0	0	0	100	0	0
v^*	0	0	0	0	0	0	0	0	100

以上より、実質為替相場ショック、UIPショック、外国の金融政策ショックが自国経済（ y_t^s 、および $\pi_{H,t}$ ）に及ぼす影響は限定的であることがわかる。これらの結果は、 q_t^s の自国経済へ及ぼす影響を減少させるために中央銀行が実質為替相場ギャップの変動に積極的に反応していること、ならびにいずれの国においても定常状態における（外国の金融政策がそれぞれの自国経済に及ぼす影響の程度を規定する）通貨代替の程度が低いという先に得られた推定結果と整合的なものである。

4. おわりに

本章では第4, 5章で提示した2つのDSGEモデルに基づき、ベイズ推定を行った。分析の結果、以下の点が明らかとなった。

いずれの国の居住者も外国通貨の流動性サービスから効用を得ていること、消費インデックスと貨幣インデックスは補完的であることから、消費の限界効用の経路を通じた自国と外国の金融政策ショックが、産出量ギャップの低下、インフレ率の上昇、実質為替相場ギャップへ減価圧力をもたらすことが明らかとなった。ただし、通貨代替の定常状態における値は低いことから、外国の金融政策が自国経済に及ぼす影響は小さいことも明らかとなった。金融政策ルールについては、産出量ギャップの係数、インフレ率の係数、実質為替相場ギャップの係数ともに高く、すべての分析対象国が金融政策手段を政策金利とし、物価の安定を主要な目的としつつも、それ以外の経済変数の安定・向上にもウェイトを置いた金融政策運営を行うインフレ・ターゲティングを採用していることと整合的な結果が得られた。また、完備金融市場を想定した基本モデルよりも不完備金融市場を想定した拡張モデルがデータへの適合度が良いことが明らかとなった。このことは、通貨代替が経済や金融政策に及ぼす影響を分析する際には、先行研究 (Batini et al. (2008), Ferices and Tuesta (2013)) や第4章で提示した完備金融市場を想定したモデルよりも金融市場が不完備であることを想定した第5章のモデルを用いる方がパフォーマンスの良いことを意味する。

インパルス応答分析からは、自国の金融政策 (収縮的な金融政策ショック) は実質金利の経路を通じて、産出量ギャップ、自国のインフレ率の低下、実質為替相場の増価という影響を自国経済にもたらすことが明らかとなった。一方で、外国の金融政策 (収縮的な金融政策ショック) は消費インデックスと貨幣インデックスが補完的である場合の消費の限界効用の経路を通じて、産出量ギャップ、自国インフレ率の上昇、実質為替相場の増価をもたらすことが示された。

分散分解分析では、いずれの国においても、UIPショック、外国の金融政策ショック、実質為替相場ショックは自国経済 (産出量、およびインフレ率) に大きな影響を及ぼさないことが明らかとなった。この結果は、実質為替相場ギャップが自国経済に及ぼす影響を減少させるために、各国の中央銀行が実質為替相場ギャップの変動に積極的に反応していること、またいずれの国においても定常状態における通貨代替の程度が低いという先に得られた推定結果と整合的なものである。

ただし、本章の分析には以下のような残された課題が存在する。分析では産出量ギャップを価格が伸縮的である場合に達成される自然産出量からの乖離と定義し、トレンド成分が非線形な場合にも適用可能な手法として広く普及しているHPフィルターを用いて、長期定常値の推移としてのトレンドと循環を分離した。しかしながら、現実には中央銀行がこのような自然産出量を推計し、金融

政策運営を行っているとは限らない。また、補論においても言及している通り、HP フィルターに対する問題点は多く指摘されている。

したがって、本モデルに確率的な技術進歩を導入し、すべての実体経済変数の成長率が技術進歩率の定常値に収斂するようにすることで、アドホックなフィルタリングにたよらずに実行可能な分析に拡張すべきであろう。具体的には、非定常な確率的トレンドを含むモデルの定常状態を規定するために、トレンドを持つ諸変数から、技術水準で割り込むことでトレンドを除去し、定常な変数のみでモデルを記述し直す必要がある。

また、フィルタリングを用いる際には、Kitagawa (1996) によって提案されたモンテカルロフィルター（粒子フィルター法）と自己組織化状態空間モデルを用いた分析が有用であろう¹⁴⁾。デトレンドの手法が適切でなければ、その後に行うパラメータ推定も不十分なものとなることから、デトレンドの手法を向上させる必要がある。また、現実の経済が定常状態から大きく乖離している場合には、対称的な定常状態周りで対数線形近似した上で推計を行った場合には間違った予測を発生させることにつながる。これに関して、近年では2次（もしくはより高次の）近似を行った研究が行われている¹⁵⁾。

さらには、本章では収束判定に Brooks and Gelman (1998) の統計量を用いたが、補論 B でも言及した通り、複数の判定方法を試して多角的に検証することが必要であろう。以上の課題を通して、本章の精緻化をはかることは今後の重要な課題である。

¹⁴⁾ モンテカルロフィルターは非線形・非ガウス状態空間モデルの状態推定アルゴリズムである。しかしながら、モンテカルロフィルターの尤度はモンテカルロ法による誤差を含むため、最尤法によりパラメータ推定が難しいことが知られている。この問題点を克服するために、Kitagawa (1998) は自己組織化状態空間モデルを提案している。粒子フィルター法についての詳細な解説については、Doucet et al. (2001) や矢野・飯田・和合 (2011) を参照されたい。

¹⁵⁾ 例えば、Schmitt-Grohé and Uribe (2004)、Lombardo and Sutherland (2007) がある。

補論 A HP フィルター

Hodrick and Prescott (1997) は時系列データが趨勢 (トレンド) 成分と循環 (サイクル) 成分から構成されるという仮定の下、トレンド成分を抽出する手法を提案している。具体的には、原系列を y_t 、フィルターをかけた (スムーズ化した) 系列を s_t 、 λ を s_t のスムージングパラメータとしたとき、以下の式を最小化する s_t がトレンド成分として定義される。

$$\sum_{t=1}^T (y_t - s_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((s_{t+1} - s_t) - (s_t - s_{t-1}))^2$$

HP フィルターはトレンド成分 s_t の推定に原系列 y_t からの残差平方和とトレンド成分 s_t 自体の 2 階の階差の平方和の和を最小化することを想定している。 s_t は第 1 項より実際の y_t から大きく乖離することなく、また第 2 項より、スムーズに変動するように決定される。 λ は推計される s_t が平滑性を失うことに対して課せられるペナルティの大きさを表すスムージングパラメータであり、これが大きくなるほど、 s_t の動きがスムーズになる。すなわち、 $\lambda = 0$ の場合には原系列そのものがトレンド成分とみなされ、サイクル成分が存在しないこととなり、 $\lambda \rightarrow \infty$ となるほどトレンドの屈折に対してより大きなペナルティが課されることになるため、トレンド成分は線形に近づく。

一般に最適な λ の値はトレンド成分の分散とサイクル成分の分散との比率から求められるが、1 年間の観測頻度が f であるデータに HP フィルターを適用する際には、 $\lambda = (f/4)^\beta \times 1600$ と設定し、Ravn and Uhlig (2002) は β として 4 の乗数を用いることを推奨している。

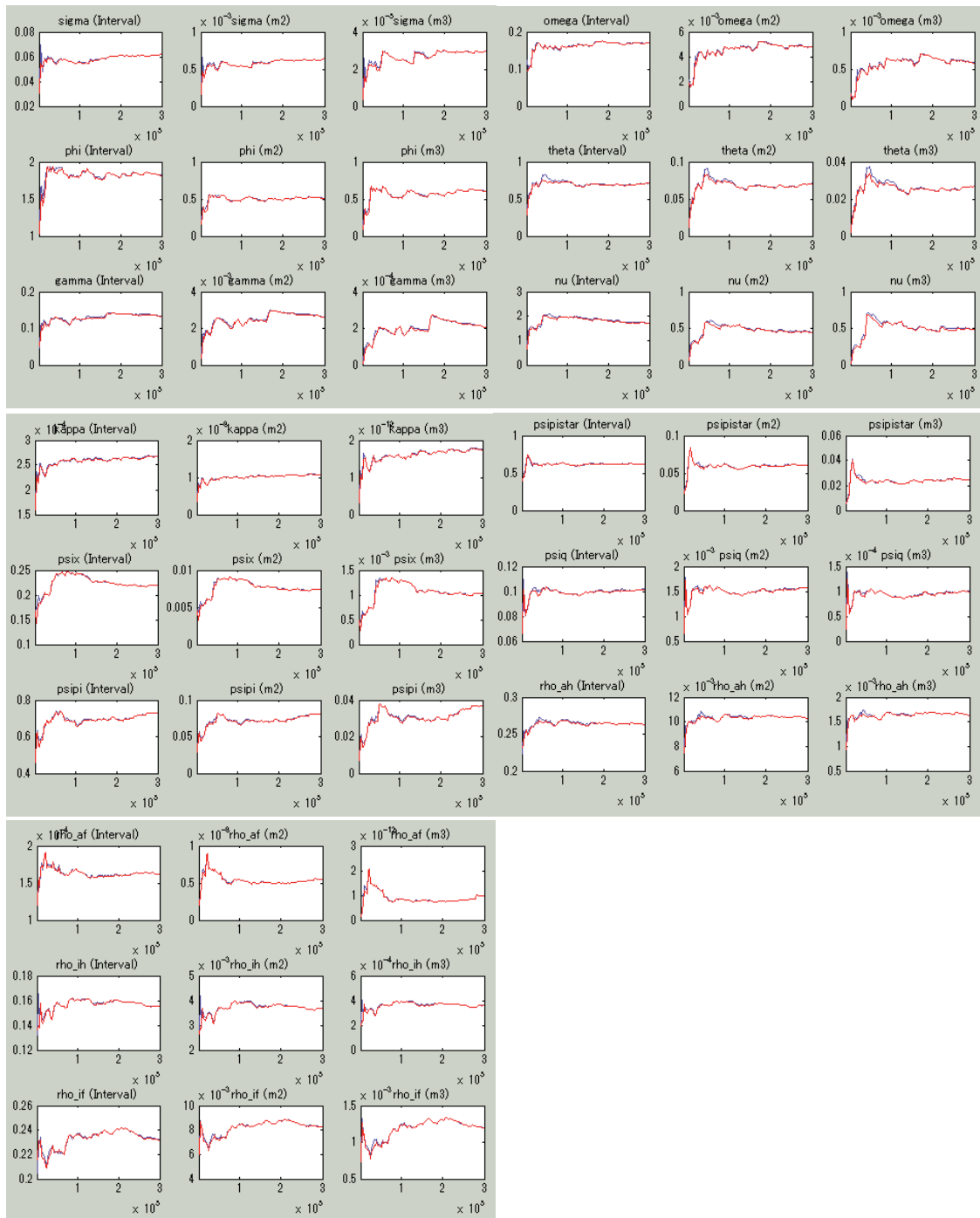
しかしながら、HP フィルターには問題点があることが指摘されている。HP フィルターは移動平均法に属する手法であるが、これに関し、例えば、Osborn (1995) は移動平均法を和分次数が 1 次の非定常系列に適用した場合には、移動平均の長さと同じ長さを持つ成分が強調され、原系列のサイクル成分の性質に影響を及ぼすという歪曲効果があることを指摘している。Cogley and Nason (1995) は 1 次の和分過程に HP フィルターを適用することとランダム・ウォーク過程をトレンド回帰することは同値であり、差分定常過程に HP フィルターを適用すると、原系列には存在しない見せかけの循環的変動が生成されることを指摘している。これらの指摘は、HP フィルターを適用することで抽出したサイクル成分には一定の推定誤差が付随することを意味する。

補論 B 収束判定

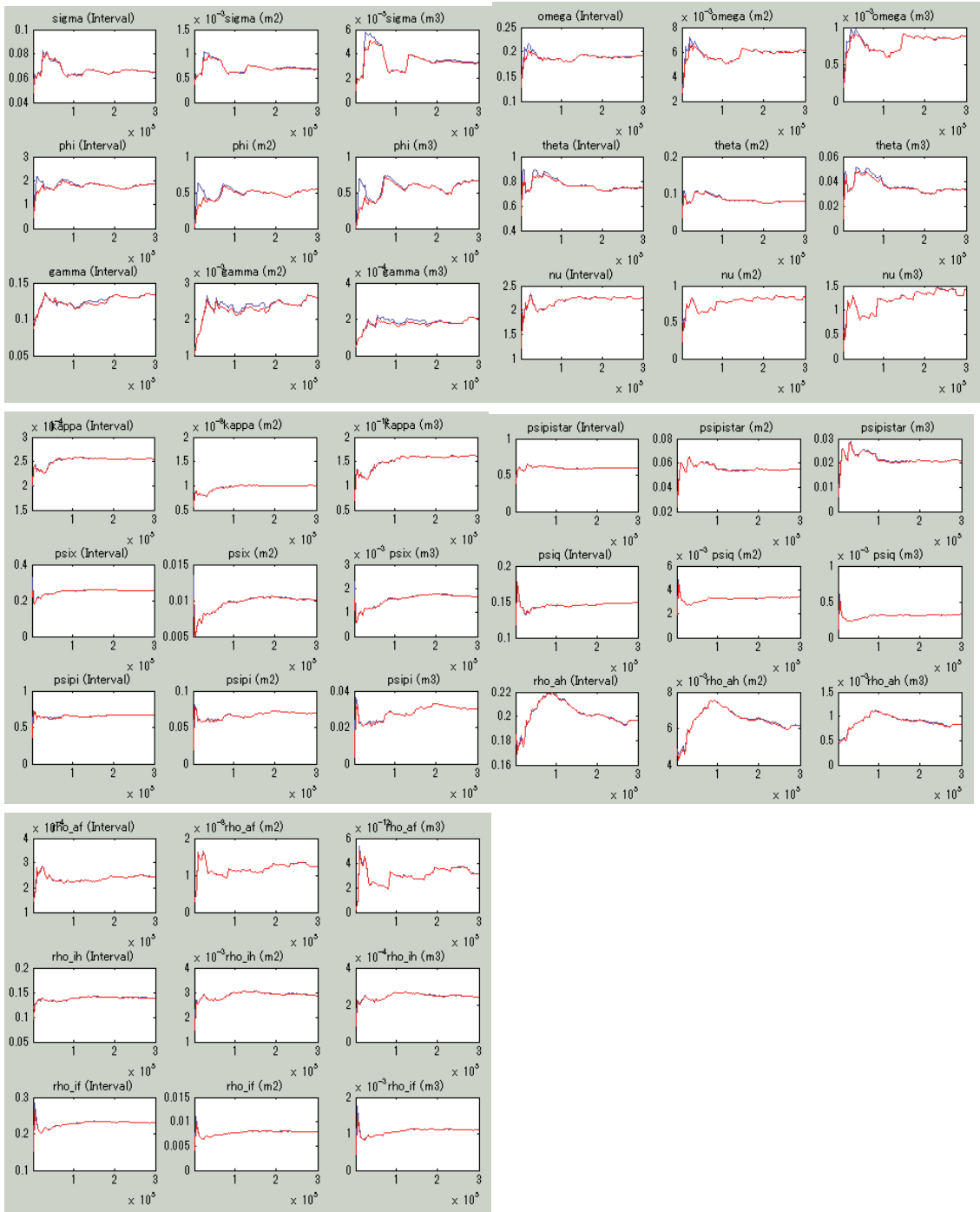
マルコフ連鎖が不変分布となっているか、すなわちマルコフ連鎖が収束しているかにあたって、稼働検査 (burn-in) 後のサンプルパスを比較し、サンプリングの回数が増えるに従い、Brooks and Gelman (1998) の統計量がどのように変化したかを表す以下の図を用いて判定する。図には分布の

平均値 (Interval と表記), ならびに2次, 3次のモーメント (それぞれ, m2, m3 と表記) が収束しているかどうかについて示されている。図の横軸にとっているサンプリングの回数が十分に大きくなるほど, 複数のモーメントの収束が確認されれば, 分布自体が一定の値に収束していると判断することができる。

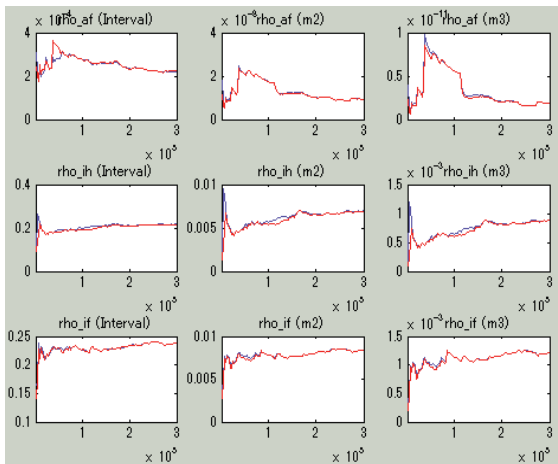
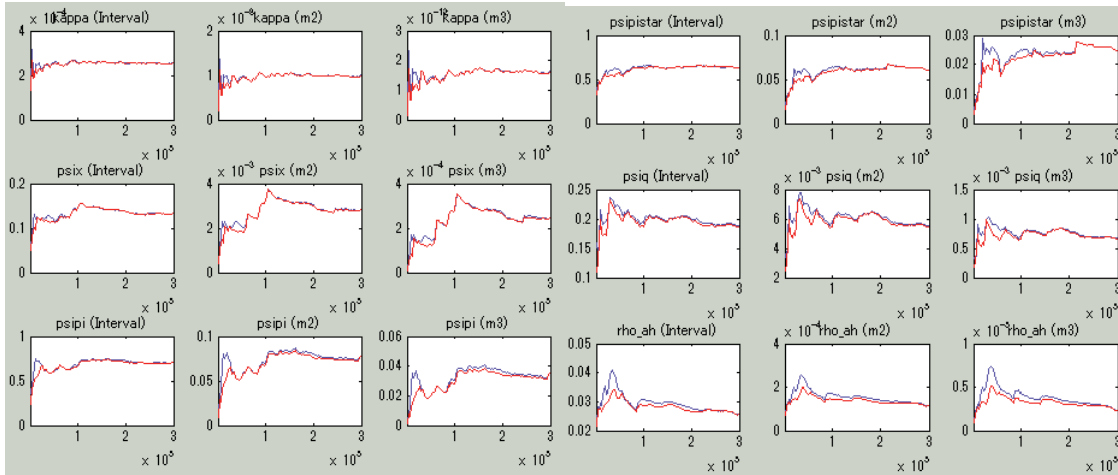
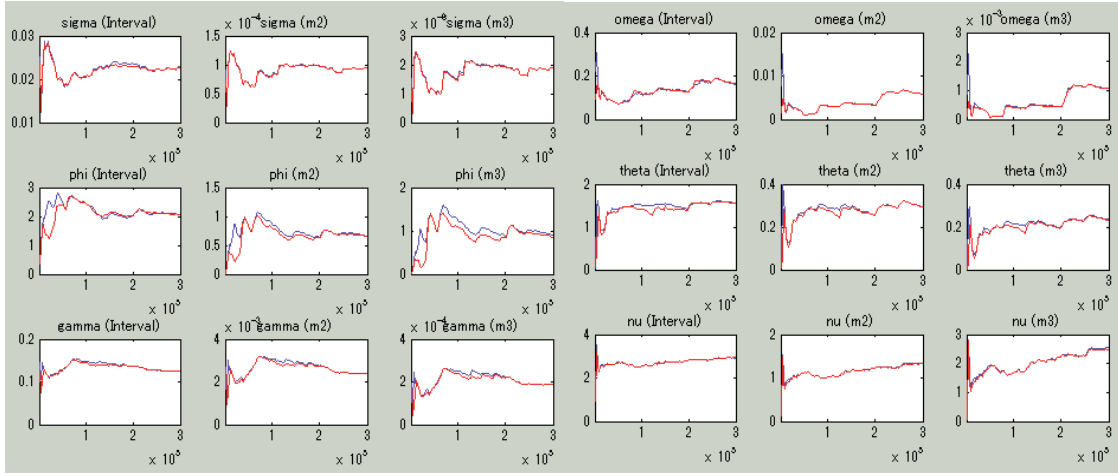
補図6-1 チェコ



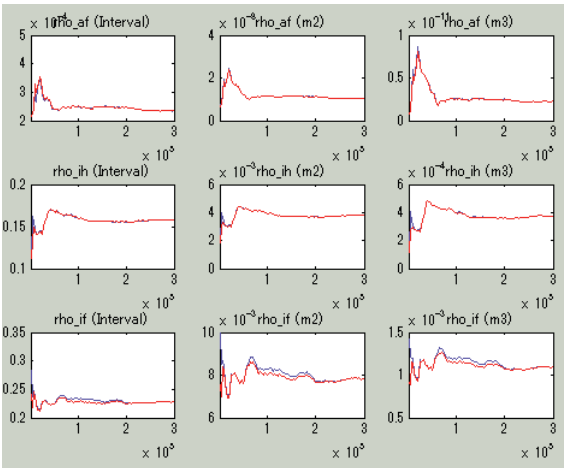
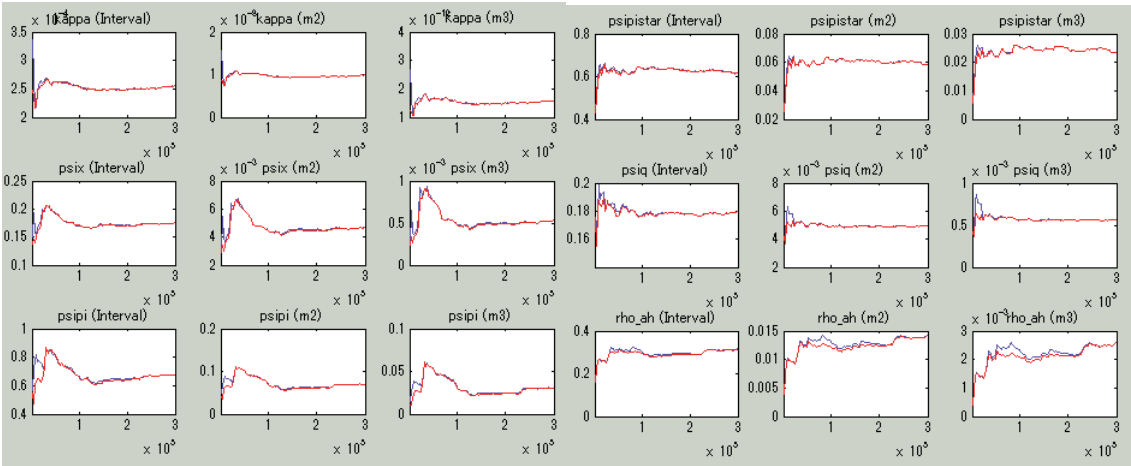
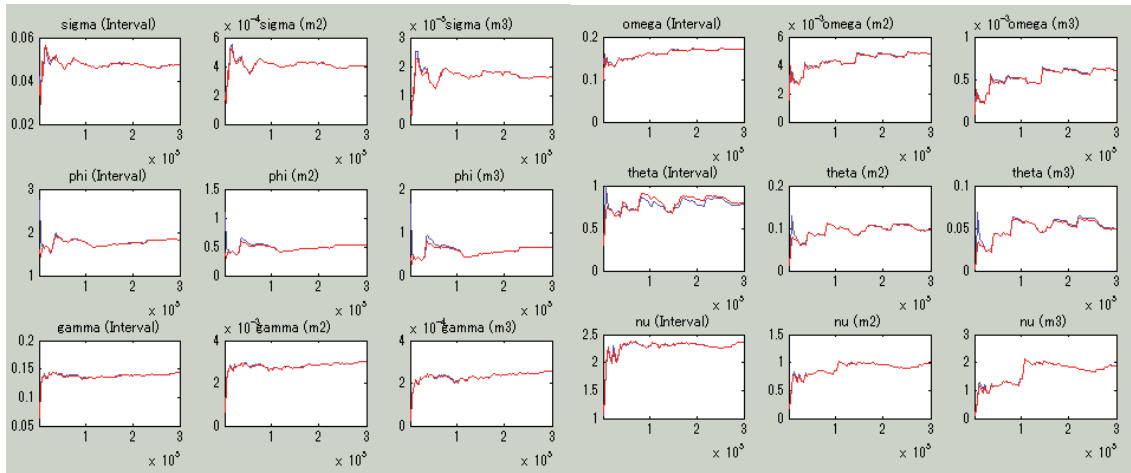
補図6-2 インドネシア



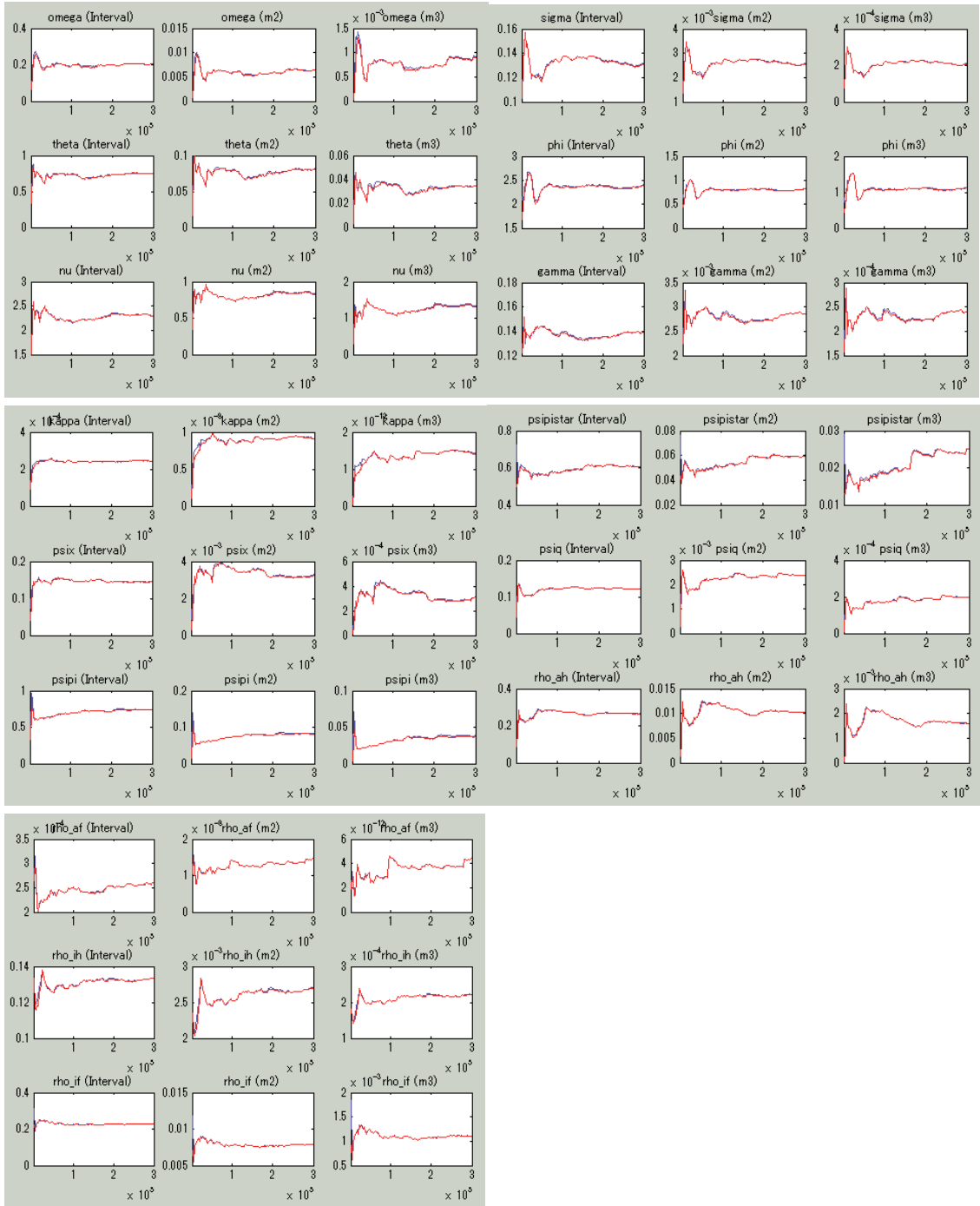
補図6-3 ペルー



補図6-4 フィリピン



補図6-5 ポーランド



以上のサンプリングされた2つのマルコフ連鎖について示した補図6-1～6-5より、サンプリングの回数が十分に大きくなるほど、複数のモーメントの収束が達成されていることから、一定の値に収束していると判断した。

しかしながら、本章で用いた図による判定はあいまいな部分が残されるため、Geweke (1992) は

数値（CD 統計量）による収束判定を提案している。CD 統計量は burn-in 期間後の前半 10%の標本平均と後半 50%の標本平均の差に対する検定統計量である。もしマルコフ連鎖が不変分布であるならば、この両者は同じ分布からサンプリングしていることになるはずである。このため、これら 2 つの標本平均値はほぼ等しくなり、この統計量は漸近的に標準正規分布に従うことになる。有意水準次第で閾となる値は変わるが、一般的に CD 統計量の絶対値が 2 以下であれば、burn-in 後の前半 10%の標本平均と後半 50%の標本平均の差はないという仮説を採択して、マルコフ連鎖は収束していると判断できる。ただし、Cowles and Carlin (1996) は、この方法はスペクトル密度の推定で用いるウィンドウの取り方に左右されやすいことを指摘している。

Raftery and Lewis (1996) は分位数を用いたマルコフ連鎖の収束判定方法を提案している。各パラメータの 95%信頼区間における精度 ± 0.005 に基づき、必要反復回数（連鎖長の大きさ）、必要 burn-in 回数（初期値に依存する区間）、thinning（何個おきにサンプルを抽出すべきかを表す指標）などを理論的に導き、出力結果である依存因子の値が 5 以上であるとき、その変数は独立ではなく、収束しているとはいえないと判断する。ただし、Brooks and Roberts (1999) は分位数の取り方により収束の速さが異なるため、この利用には注意が必要であることを指摘している¹⁶⁾。

以上のことから、マルコフ連鎖が収束しているかを判定するに際しては、どの判定方法も万能ではないため、複数の方法を試して多角的に検証することが重要であると思われる。

¹⁶⁾ その他の収束判定の方法については、小西・越智・大森 (2008) を参照のこと。

第7章 おわりに

本論文では、通貨代替が経済、および金融政策の運営に及ぼす影響を理論的、および実証的の両面から分析してきた。

理論分析においては、MIUF モデルに基づき、通貨代替を導入した DSGE モデルを用いた。貨幣をマクロモデルに導入する際、最も重要なことは貨幣の機能に着目し、なぜ貨幣を保有するのか、すなわち、通貨代替が進展している国では、なぜ外国通貨を保有するのかという保有動機を考察することである。これに関し、第1章でオーストリア中央銀行が実施しているアンケート調査などを紹介し、MIUF モデルを用いる理由について言及した。また、DSGE モデルを用いることで得られた主要な結論についても言及し、先行研究に対する本論文の位置づけについて明らかとした。

第2章では通貨代替の理論分析に関する先行研究をサーヴェイし、通貨代替を理論的に分析する際の論点を通貨代替型 MIUF モデルの枠組みで解説した。ここでは、通貨代替と名目為替相場、実質為替相場、金融政策の自由度、シニョリッジとの関係について考察し、これらの分析を行うために、通貨代替を理論的に定式化する際の留意点について論じた。また、本論文で用いた MIUF モデルではなく、他の貨幣マクロモデルを用いても同様の結果が得られる一方で、本論文で着目する論点を分析する際、MIUF モデルを用いた方が好ましい場合もあることについても言及した。

第3章では通貨代替に関する実証分析をサーヴェイし、実証分析を6ヶ国（インドネシア、フィリピン、チェコ、ポーランド、アルゼンチン、ペルー）を対象に行った。世界金融危機以降、アジア諸国やラテンアメリカ諸国のマクロ経済は比較的安定している一方で、ドルやユーロは他の主要国通貨に対し、減価している。通貨代替の進展している国の中でも、中欧諸国の通貨についてはドルやユーロに対して減価している。国内居住者は自国通貨と外国通貨のどちらを使用するかを決定する際、それぞれの通貨の支払手段としての利便性と価値貯蔵手段としての利便性を比較衡量すると考えられる。このとき、履歴効果を上回るようなドル、ユーロの価値貯蔵手段としての利便性が低下しているならば、世界金融危機以降も脱ドル化や脱ユーロ化が進展していることも考えられる。ただし、各国の国内居住者がどちらの通貨の利便性を重視するかは必ずしも自明ではない。したがって、近年における通貨代替の動向を把握するために、本論文では、世界金融危機以降の時期も標本期間に含めることとした。

まず、動学的パネル分析の手法（FMOLS, DOLS）を用いて、相対的貨幣需要関数を推定し、通貨代替が進展しているかどうかを分析した。

分析の結果、通貨代替の程度とリスク・プレミアムで修正された名目金利差には長期的な関係が

存在すること、リスク・プレミアムで修正された名目金利差は通貨代替の程度に有意な正の影響を及ぼしていることが明らかとなった。この結果は、名目金利差が予想名目為替相場減価率に影響を及ぼすことを所与とすると、金利を設定する際の金融政策ルールに為替相場を付け加え、さらにこれに大きなウェイトを付与することによって、安定性が達成される可能性があることを示唆する。

一方で、名目金利差が通貨代替の程度に負の影響を及ぼす国も存在した。この結果が得られた理由の一つとして、通貨代替の履歴効果の存在が考えられる。価値貯蔵手段としてのドルやユーロの利便性は相対的に低下しているが、一般的受容性に依存する支払手段としての利便性はいまだ低下しておらず、通貨代替の程度が高まった時期に外国通貨の支払手段としての利便性が増したため、名目金利差が縮小したとしても、多くの国内居住者が依然として外国通貨を使用し続ける履歴効果が作用している可能性が示唆される。

次に、通貨代替に履歴効果が存在するかどうかを分析した。外国通貨の価値貯蔵手段としての利便性に影響を及ぼす要因（名目金利差）は、短期的にも通貨代替の程度に影響を及ぼすと考えられる一方で、支払手段としての利便性に影響を及ぼす要因（履歴効果）は、マクロ経済環境の変化に対して、十分なラグを伴い反応すると考えられる。したがって、ARDLモデルを用いて、通貨代替の決定要因が通貨代替の程度に与える短期的効果、および長期的効果について分析した。ここでは、支払手段としての利便性を表す要因は、通貨代替が進展し、本国通貨と外国通貨の交換比率が高まるほど増大し、過去における通貨代替の程度に依存する変数が外国通貨の支払手段としての機能の代理変数となるとみなし、この変数を履歴効果と定義して分析を行った。

分析の結果、外国通貨の支払手段、価値貯蔵手段としての利便性を表す要因ともに通貨代替の決定要因であることが明らかになった。この結果は、金融当局がマクロ経済の安定を目的とした金融政策を遂行すれば、通貨代替の程度に影響を及ぼすことを意味する一方で、すべての国において、短期的にも長期的にも履歴効果が強く作用しているから、金融当局が本国通貨への回帰を促すために、マクロ経済を安定化させようとしたとしても、通貨代替の程度はすぐには低下しない可能性があることも意味する。

最後に、通貨代替と為替相場のボラティリティとの関係について分析した。第2章で明らかにしたように、通貨代替が存在する下では、本国通貨に対する貨幣需要は本国金利のみならず、外国金利にも依存するため、貨幣需要が不安定になると、為替相場のボラティリティは増大する。為替相場のボラティリティは国内経済に様々な影響を及ぼすことに鑑みると、通貨代替が進展している国の金融当局は、通貨代替の存在のみならず、それが為替相場のボラティリティに及ぼす影響も考慮した上で金融政策を運営する必要がある。さらには、先の履歴効果の分析から、すべての分析対象

国の通貨代替には履歴効果が存在していることが明らかにされた。したがって、通貨代替に履歴効果が存在する場合には、名目為替相場に対する減価方向へのショックは通貨代替の程度を増加させ、為替相場のボラティリティを増幅させる一方で、増価方向のショックには通貨代替の程度はほとんど反応しないため、為替相場のボラティリティにも影響を及ぼさないことになる。すなわち、名目為替相場に対する異なるショックは通貨代替の程度に異なる影響を及ぼすこととなる。以上の名目為替相場に対するショックが通貨代替の程度に及ぼす非対称的な効果を考慮するために、TARCHモデルを用いて分析を行った。

分析の結果、多くの国において、限定的ながら、通貨代替の程度が高まると、為替相場のボラティリティが増大することが明らかとなった。また、いくつかの国においては、UIPショックが条件付分散に非対称的な影響を及ぼしていることも明らかとなった。この結果は、国内居住者は減価方向へのショックに対しては通貨代替を増加させるため、為替相場のボラティリティが増大する一方で、増価方向のショックに対しては通貨代替の程度をわずかにしか反応させないという通貨代替に履歴効果が存在していることに起因すると思われる。以上の結論は、より通貨代替が進展している国においては、通貨代替が為替相場の変動にもたらす新たな要因となり得るため、通貨代替が進展している国の金融当局は通貨代替を考慮して金融政策を運営する必要があることを示唆する。

しかしながら、以上の実証分析においては、以下の問題点が存在した。

それは、実証分析に用いる通貨代替の程度を表す指標を作成する際のデータ制約に起因する問題である。本来、通貨代替は支払手段として外国通貨が用いられる現象を指す。したがって、この定義に基づき、理想的な通貨代替の程度を算出する際に最も望ましい外国通貨の名目貨幣残高の指標は、「国内居住者が保有する外国通貨」と「国内に保有する外国通貨建て要求払い預金」の合計である。しかしながら、国内居住者が保有する「現金」としての外国通貨額のデータを入手することは困難であるため、外国通貨建て要求払い預金を外国通貨の名目貨幣残高とする。これと対応させるために、自国名目貨幣残高を自国通貨建て預金として通貨代替の程度を表す代理指標を作成することとなる。そのため、理想的な通貨代替の程度と整合的ではないという批判を受けることとなる。

また、外国通貨建て預金残高のデータが要求払い預金とそれ以外の預金に分けて公表されていない国も多い。このような国を対象に、通貨代替の程度を表す代理指標を作成する際には、外国名目貨幣残高のデータに、外国通貨建て要求払い預金だけでなく、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金も含まれることになる。この場合、貨幣を保有する機会費用は国債の金利であると想定される理論分析に対し、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金を用いるときの機会費用は、国債の金利とこれら預金金利との金利差となる。したがって、データに定期性預金や貯蓄性預金を含める場合には、

推定式の定式化には注意が必要となる。

本論文においては、貨幣の流動性サービスから効用が得られることを想定していることから、外国通貨建て定期性預金や貯蓄性預金は含めず、流動性の高い要求払い預金に限定し、通貨代替の程度を測る指標を作成した。そのため、上記の問題点は先行研究に比べ、いくらか軽減されたと思われる。しかしながら、分析対象国において、外国通貨建て要求払い預金が決済手段として機能するシステムが確立されているとは限らず、また、国内居住者が保有する「現金」としての外国通貨額のデータを用いて通貨代替の程度の指標を作成していない以上、理想的な通貨代替の程度と整合的ではないという批判を受けることとなる。

また、第2章で言及した通り、理論的には通貨代替は消費の限界効用に影響を与え、これがIS曲線を通じてGDPギャップに影響を与え、またフィリップス曲線を通じてインフレ率に影響を及ぼすことになる。しかしながら、貨幣市場にのみ着目した部分均衡モデルによる分析では、これらを把握することはできないという理論上の問題も存在する。

以上のデータの制約に起因する問題、ならびに理論上の問題を併せ考えれば、一般均衡モデルの枠組みに基づいた理論的分析、実証的分析を行うことが、上述した問題点を克服し得る一つのアプローチとなると思われる。また、自国と外国の金利が消費の限界効用に対し、どの程度影響を与えるかを推定することで、通貨代替の程度の代理指標を用いずに、通貨代替の程度を直接推定することができるため、先述の問題点を克服することにもつながる。

以上のことより、第4章以降の各章では、DSGEモデルに基づいた理論的、実証的分析を行った。

第4章では、経済主体が状態条件付き請求権にアクセスできる世界（完備金融市場）を想定し、小国開放経済下で独占的競争市場と企業が価格を改定するタイミングが異なる価格の粘着性を考慮した通貨代替型DSGEモデルを用いて、通貨代替の程度が名目為替相場のボラティリティ、実質為替相場の変動、ならびに自国、および外国の金融政策に及ぼす影響について分析した。ここでは、金融当局が金利ルールを採用することを想定し、名目為替相場減価率はカバーなし金利平価式に基づき決定されるものと想定した。分析では、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数と消費・貨幣インデックスにかかる相対的危険回避度の大小関係、ならびに異なる通貨代替の程度に着目した。すなわち、(1) 補完的なケース、(2) 代替的なケースのそれぞれにおいて、3通りの異なる通貨代替の程度（通貨代替の程度が高・中・低のケース）を組み合わせた計6つのシナリオの下で、定量的分析を行った。また、名目金利の閉じた解を導出し、通貨代替が名目為替相場減価率、実質為替相場の変動に及ぼす影響について、解析的に考察した。

分析の結果、自国の金融政策ショックが名目為替相場減価率のボラティリティ、および実質為替

相場の変動に及ぼす影響は、消費インデックスと貨幣インデックスが補完的か代替的かに関わらず、通貨代替の程度をほとんど受けないこと、これらの結果は実質金利経路を通じた影響が消費の限界効用経路を通じた影響よりも支配的であることからもたらされることが明らかとなった。その一方で、外国の金融政策ショックが名目為替相場減価率のボラティリティ、および実質為替相場の変動に及ぼす影響は、補完的か代替的かどうかにより異なること、また、自国経済に与える影響は通貨代替の程度が高くなるほど大きくなることが示された。

具体的には、補完的である場合には、名目為替相場減価率のボラティリティは、自国金利の上昇圧力が外国金利の低下圧力を相殺するため、通貨代替の程度の影響をほとんど受けないことが示された。実質為替相場は増価するものの、その増価分は自国金利の上昇圧力が外国金利の低下圧力を相殺するため、自国の金融政策ショックの場合よりも小さくなることが示された。また、通貨代替の程度が高まるほど、増価分は大きくなることが明らかとなった。

それに対し、代替的である場合には、名目為替相場減価率のボラティリティは、通貨代替の程度が高まるほど、急速に大きくなること、実質為替相場は通貨代替の程度が高まるほど、より大きく減価することが明らかとなった。

第5章では、金融市場が不完備な場合に、第4章と同様に、計6つのシナリオの下で、通貨代替の程度が自国経済、および金融政策に及ぼす影響について、金融政策の伝達経路における実質為替相場の役割に焦点を当てて分析した。第4章のように完備金融市場を想定した場合には、リスク・シェアリング条件とカバーなし金利平価式が常に成立する。リスク・シェアリング条件を通じて、理論上は、実質為替相場と消費は高い相関を示すことになるが、データ上は両者間の相関はほぼゼロである (Chari et al. (2002))。また、為替相場変化率が金利差に平均的に等しくなるというカバーなし金利平価式は、実際には成立しないことが実証的に知られている。それに対し、状態条件付き請求権が取引されておらず、各国が発行する債券のみが消費を平準化させる手段として取引される不完備な金融市場を想定した場合には、小国開放経済下では定常状態において、消費、および対外純資産の分布が非定常となる。この非定常性を回避する一つの方法として、Lane and Milesi-Ferretti (2001)による金利差の決定要因として対外純資産が重要であるという指摘と整合的となるように、本章では自国と外国の金利差、すなわちリスク・プレミアムが対外純資産に依存するように定式化を行った。この定式化により、対外純資産に依存するリスク・プレミアムがカバーなし金利平価式、およびリスク・シェアリング条件からの乖離をもたらし、実質為替相場と消費の相関関係が低下することとなる。

分析の結果、第4章や先行研究とは異なり、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップ

プは長期的にも初期定常状態へ回帰しないことが明らかとなった。この結果から、リスク・プレミアムが対外純資産に依存するという定式化の下では、通貨代替の程度によって、産出量ギャップ、インフレ率、実質為替相場ギャップが初期定常状態に回帰しないという永続的効果が発生することが示唆された。また、3種類の為替相場制度のケースを想定した分析からは、通貨代替の程度は自国の金融政策の効果には大きな影響をもたらさない一方で、外国の金融政策の効果は通貨代替の程度に感応的であり、通貨代替の程度が高まると、内生変数の無条件分散の値が大きくなるという第4章で得られた結論をここにおいても確認した。これは外国通貨に対するウェイトの上昇が、通貨代替の程度の大きな上昇をもたらすことに鑑みれば、通貨代替の進展が国内経済を急速に不安定化させることを意味している。

以上の第4,5章の分析を通して、自国、および外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響は、消費インデックスと貨幣インデックス間の代替の弾力性の逆数と相対的危険回避度の大小関係に依存すること、また、貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイトと自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性により規定される定常状態における通貨代替の程度の値が、外国の金融政策が消費の限界効用に及ぼす影響の程度に影響を及ぼすことが明らかとなる。したがって、貨幣インデックスに占める自国通貨のウェイトや自国通貨と外国通貨間の代替の弾力性などのパラメータを推定することにより、第4,5章の理論分析から導かれる結論、すなわち自国、外国の金融政策が自国経済に及ぼす経路、およびその影響の程度について実証的に検証することができる。

ただし、留意すべき点は、先行研究で用いられてきた通貨代替の程度の代理指標を用いて、以上の考察を行う場合には、先述した理想的な通貨代替の程度の指標と整合的ではなくなるという批判の対象となることである。

したがって、以上の問題を回避し、第4,5章における理論分析から得られた結論を実証的に検証するために、第6章では、通貨代替型DSGEモデルをベイズ推定した。ただし、第4,5章で提示したどちらのモデルがより現実に適合したものであるかは事前的にはわからないため、双方のモデルをベイズ推定し、どちらのモデルが現実により適合しているかについて、ベイズ的な選択基準である周辺尤度を用いてモデル選択を行った。その上で、自国、および外国の金融政策ショックがどの経路を通じて自国経済へ影響を及ぼしているのか、また、その程度に影響を及ぼす通貨代替の程度を求めた。さらには、通貨代替が進展している国の中央銀行が実質為替相場の変動に対し、どの程度反応しているのかについても考察した。

分析の結果、いずれの国の居住者も外国通貨の流動性サービスから効用を得ていること、消費インデックスと貨幣インデックスは補完的であることから、消費の限界効用の経路を通じた自国と外

国の金融政策ショックが、産出量ギャップの低下、インフレ率の上昇、実質為替相場ギャップへ減価圧力をもたらすことが明らかとなった。ただし、通貨代替の定常状態における値は低いことから、外国の金融政策が自国経済に及ぼす影響は小さいことも明らかとなった。金融政策ルールについては、産出量ギャップの係数、インフレ率の係数、実質為替相場ギャップの係数ともに高く、すべての分析対象国が金融政策手段を政策金利とし、物価の安定を主要な目的としつつも、それ以外の経済変数の安定・向上にもウェイトを置いた金融政策運営を行うインフレ・ターゲティングを採用していることと整合的な結果が得られた。また、完備金融市場を想定した第4章のモデルよりも不完備金融市場を想定した第5章の方がデータへの適合度が良いことが明らかとなった。このことは、通貨代替が経済や金融政策に及ぼす影響を分析する際には、先行研究や第4章で提示した完備金融市場を想定したモデルよりも金融市場が不完備であることを想定した第5章のモデルを用いる方がパフォーマンスの良いことを意味する。

インパルス応答分析からは、自国の金融政策（収縮的な金融政策ショック）は実質金利の経路を通じて、産出量ギャップ、自国のインフレ率の低下、実質為替相場の増価という影響を自国経済にもたらすことが明らかとなった。一方で、外国の金融政策（収縮的な金融政策ショック）は消費インデックスと貨幣インデックスが補完的である場合の消費の限界効用の経路を通じて、産出量ギャップ、自国インフレ率の上昇、実質為替相場の増価をもたらすことが示された。

分散分解分析により、いずれの国においても、UIPショック、外国の金融政策ショック、実質為替相場ショックは自国経済（産出量、およびインフレ率）に大きな影響を及ぼさないことが明らかとなった。この結果は、実質為替相場ギャップが自国経済に及ぼす影響を減少させるために、各国の中央銀行が実質為替相場ギャップの変動に積極的に反応していること、またいずれの国においても定常状態における通貨代替の程度が低いという先に得られた推定結果と整合的なものであった。

ただし、本論文には以下のような残された課題も多く存在する。

本論文における効用関数の定式化の動機づけは、第1章で述べた通りであるが、例えば、通貨代替が進展している国では、消費する財によって使用する通貨が異なる状況、すなわち自国通貨と外国通貨が異なった財の消費に用いられる状況が存在することも十分に考えられる。この場合には、本論文の定式化では表現できず、さらには本論文の定式化に基づく分析では得られない新たな知見（例えば、金融政策が異なる財の相対的需要に影響を及ぼす可能性）を得ることができる可能性がある。したがって、通貨代替が進展している国の実状にそった定式化を慎重に行い、分析を深化させていくことは重要と思われる。

また、本論文では、リスク・プレミアムが同時点の対外純資産保有の水準に依存する形で定式化

をし、さらには代表的家計の意思決定には、同時点での対外純資産、およびリスク・プレミアムは所与であることを想定した。しかしながら、現時点での消費・貯蓄の経済行動は将来時点における対外純資産水準に影響を及ぼし、その結果、リスク・プレミアムに影響を及ぼすはずである。したがって、異時点間の効用最大化問題を考慮し、リスク・プレミアムの定式化を改善する必要もある。

この他にも DSGE モデルをベイズ推定する際のデトレンドの手法、近似の手法の向上、さらには収束判定の追加的検証は信頼に足るパラメータ推定の結果を得るうえでも、間違った予測の発生を軽減させるうえでも極めて重要である。

近年、脱ドル化や脱ユーロ化の傾向にあるといわれるが、それでも通貨代替は依然として、多くの発展途上国や体制移行国において広く観察される現象である。通貨代替の存在が金融政策の自由度、金融システムの安定性に重要な影響を及ぼすことに鑑みると、政策的にも意義のある通貨代替に関する分析のより一層の精緻化をはかる必要がある。そのためにも、本論文に残された課題については、今後の早急な課題としたい。

補論 導出過程

A. 第2章における導出過程

A-1. (2-14) 式の導出

(2-13) 式を1期先にずらし，両辺を $1+r$ で除すと，

$$\frac{B_{t+1}}{1+r} + \frac{M_{H,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} + \frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} = B_t + \frac{M_{H,t}}{P_{t+1}(1+r)} + \frac{S_t M_{F,t}}{P_{t+1}(1+r)} + \frac{Y_{t+1} - C_{t+1} - T_{H,t+1}}{1+r} \quad (\text{A1})$$

を得る。(A1) 式の右辺に Fisher 方程式 (2-12) 式を用いると，

$$\begin{aligned} & \frac{B_{t+1}}{1+r} + \frac{M_{H,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} + \frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} \\ &= B_t + \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} - \frac{M_{H,t}}{P_t} \left(1 - \frac{P_t}{P_{t+1}(1+r)}\right) - \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \left(1 - \frac{P_t S_{t+1}}{P_{t+1} S_t (1+r)}\right) + \frac{Y_{t+1} - C_{t+1} - T_{H,t+1}}{1+r} \quad (\text{A2}) \\ &= B_t + \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} - \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} + \frac{Y_{t+1} - C_{t+1} - T_{H,t+1}}{1+r} \end{aligned}$$

が得られる。ここで，(2-13) 式を (A2) 式の右辺第1～3項に代入すると，(A3) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{B_{t+1}}{1+r} + \frac{M_{H,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} + \frac{S_{t+1}M_{F,t+1}}{P_{t+1}(1+r)} &= (1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} \\ &+ Y_t - C_t - T_{H,t} - \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} - \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} + \frac{Y_{t+1} - C_{t+1} - T_{H,t+1}}{1+r} \quad (\text{A3}) \end{aligned}$$

これを逐次繰り返すと，

$$\begin{aligned} \frac{B_{t+T}}{(1+r)^T} + \frac{M_{H,t+T}}{P_{t+T}(1+r)^T} + \frac{S_{t+T}M_{F,t+T}}{P_{t+T}(1+r)^T} &= (1+r)B_{t-1} + \frac{M_{H,t-1}}{P_t} + \frac{S_t M_{F,t-1}}{P_t} \\ &+ \sum_{j=t}^T \left(\frac{1}{1+r}\right)^{j-t} \left\{ X_j - \frac{i_{H,j}}{1+i_{H,j}} \frac{M_{H,j}}{P_j} - \frac{i_{F,j}}{1+i_{F,j}} \frac{S_j M_{F,j}}{P_j} \right\} + \frac{X_{T+1}}{(1+r)^{T+1}} \quad (\text{A4}) \end{aligned}$$

となる。ここで， $T \rightarrow \infty$ とし，横断性条件 (2-15) 式を用いると，(2-14) 式が得られる¹⁾。

A-2. (2-18) 式の導出²⁾

P_t^X は X_t を1単位需要するときの Ω_t に対する支出の最小値であるため，最小化問題を，

¹⁾ (2-14) 式は初期時点0期において評価した式であるため，(A4) 式において， $j=t$ ， $t=0$ と時間に関する添字を定義し直している。

²⁾ Obstfeld and Rogoff (1996) 第8章を参照のこと。

$$\min_{\{C_t, M_{H,t}, M_{F,t}\}} \Omega_t \equiv C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \quad (\text{A5})$$

$$s.t. \quad X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} = 1 \quad (\text{A6})$$

と定式化する。Lagrange 関数を

$$L = C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} + \lambda \left(1 - \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \right)$$

と定式化し、これを C_t , $M_{H,t}$, $M_{F,t}$ で微分し、(A6) 式を用いると、一階条件、

$$1 = \lambda \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{1}{\theta-1}} \omega C_t^{-\frac{1}{\theta}} = \lambda \omega C_t^{-\frac{1}{\theta}} \quad (\text{A7})$$

$$\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} = \lambda (1-\omega) \gamma Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} \quad (\text{A8})$$

$$\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} = \lambda (1-\omega) (1-\gamma) Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} \quad (\text{A9})$$

を得る。このとき、

$$\begin{aligned} P_t^X &= \arg \min \Omega^* = \arg \min \left(C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right) \\ &= \lambda \omega C_t^{1-\frac{1}{\theta}} + \lambda (1-\omega) \gamma Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{1-\frac{1}{\nu}} + \lambda (1-\omega) (1-\gamma) Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{1-\frac{1}{\nu}} \\ &= \lambda \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} \left\{ \gamma \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right\} \right] \\ &= \lambda \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}} Z_t^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right] = \lambda \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right] = \lambda \end{aligned}$$

より、1 単位の X_t に対する最小の支出は、Lagrange 乗数 λ に等しいことがわかる。

ここで、(A8)、(A9) 式を貨幣インデックス Z_t に代入すると、

$$\begin{aligned}
Z_t &= \left[\gamma \left[\left\{ \frac{1}{\lambda(1-\omega)\gamma} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right\}^{1-\nu} \left(Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right] + (1-\gamma) \left[\left\{ \frac{1}{\lambda(1-\omega)(1-\gamma)} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right\}^{1-\nu} \left(Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right] \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \\
&= \left\{ \frac{1}{\lambda(1-\omega)} \right\}^{-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \left[\gamma \left(\frac{1}{\gamma} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma) \left(\frac{1}{1-\gamma} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}}
\end{aligned}$$

より,

$$Z_t = \left\{ \frac{1}{\lambda(1-\omega)} \right\}^{-\theta} \left[\gamma \left(\frac{1}{\gamma} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma) \left(\frac{1}{1-\gamma} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\theta}{\nu-1}} \quad (\text{A10})$$

を得る。したがって,

$$\begin{aligned}
X_t &= \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \\
&= \left[\omega \left(\frac{1}{\omega} \frac{1}{\lambda} \right)^{1-\theta} + (1-\omega) \left\{ \frac{1}{\lambda(1-\omega)} \right\}^{1-\theta} \left\{ \gamma^{\nu} \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^{\nu} \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \\
&= \left(\frac{1}{\lambda} \right)^{1-\theta} \left[\omega^{\theta} + (1-\omega)^{\theta} \left\{ \gamma^{\nu} \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^{\nu} \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} = 1
\end{aligned}$$

より, (2-18) 式が得られる。

$$P_t^X = \lambda = \left[\omega^{\theta} + (1-\omega)^{\theta} \left\{ \gamma^{\nu} \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^{\nu} \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} \right]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (\text{2-18})$$

A-3. (2-19) 式の導出

Ω_t に対する支出を任意の一定の値 Λ_t とした下で, 消費・貨幣インデックス X_t の最大化問題を,

$$\max_{\{C_t, M_H, M_F\}} X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \quad (\text{A11})$$

$$st \quad C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = \Lambda_t \quad (\text{A12})$$

と定式化する。Lagrange 関数を

$$L = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} + \lambda \left(\Lambda_t - C_t - \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} - \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t} \right)$$

と定式化し、これを、 C_t 、 $M_{H,t}$ 、 $M_{F,t}$ で微分すると、一階条件、

$$\left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{1}{\theta-1}} \omega C_t^{\frac{1}{\theta}} = \lambda \quad (\text{A13})$$

$$\left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{1}{\theta-1}} (1-\omega) \gamma Z_t^{\frac{1-\nu}{\theta}} \left(\frac{M_{H,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} = \lambda \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \quad (\text{A14})$$

$$\left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{1}{\theta-1}} (1-\omega) (1-\gamma) Z_t^{\frac{1-\nu}{\theta}} \left(\frac{S_t M_{H,t}}{P_t} \right)^{-\frac{1}{\nu}} = \lambda \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \quad (\text{A15})$$

を得る。(A13) ~ (A15) 式より、

$$\frac{M_{H,t}}{P_t} = \left\{ \frac{\omega}{\gamma(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \quad (\text{A16})$$

$$\frac{S_t M_{F,t}}{P_t} = \left\{ \frac{\omega}{(1-\gamma)(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \quad (\text{A17})$$

を得る。また、(A16)、(A17) 式を貨幣インデックス Z_t に代入すると、

$$\begin{aligned} Z_t &= \left[\gamma \left[\left\{ \frac{\omega}{(1-\omega)\gamma} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right\}^{1-\nu} \left(Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} C_t^{\frac{\nu-1}{\theta}} \right] + (1-\gamma) \left[\left\{ \frac{\omega}{(1-\omega)(1-\gamma)} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right\}^{1-\nu} \left(Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} C_t^{\frac{\nu-1}{\theta}} \right] \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \\ &= \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \left[\gamma \left(\frac{1}{\gamma} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma) \left(\frac{1}{1-\gamma} \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \end{aligned}$$

より、以下の式が得られる。

$$Z_t = \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left[\gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right]^{\frac{\theta}{1-\nu}} C_t \quad (\text{A18})$$

したがって、

$$P_t^X X_t = \Omega_t \equiv C_t + \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \frac{M_{H,t}}{P_t} + \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_t}$$

という関係式に、(A17)、(A18) 式を用いると、

$$\begin{aligned}
P_t^X X_t &= C_t + \left\{ \frac{\omega}{\gamma(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} + \left\{ \frac{\omega}{(1-\gamma)(1-\omega)} \right\}^{-\nu} \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \\
&= C_t + \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\nu} Z_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \left[\gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right] \\
&= C_t + \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\nu} \left[\left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{\nu-\theta} \left\{ \gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-\nu}{\nu-1}} C_t^{1-\frac{\nu}{\theta}} \right] C_t^{\frac{\nu}{\theta}} \quad (\text{A20}) \\
&\quad \times \left[\gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right] \\
&= C_t + \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^{-\theta} \left[\left\{ \gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} C_t \right]
\end{aligned}$$

が得られる。また、 P_t^X の価格の定義式 (2-18) 式より成立する

$$\left\{ \gamma^\nu \left(\frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} \right)^{1-\nu} + (1-\gamma)^\nu \left(\frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \right)^{1-\nu} \right\}^{\frac{\theta-1}{\nu-1}} = - \left(\frac{\omega}{1-\omega} \right)^\theta + \frac{P_t^{X,1-\theta}}{(1-\omega)^\theta}$$

を (A20) 式に代入すると、以下の式が得られる。

$$P_t^X X_t = \omega^{-\theta} P_t^{X,1-\theta} C_t$$

したがって、(2-19) 式が得られる。

$$C_t = \omega^\theta P_t^{X,\theta} X_t \quad (2-19)$$

A-4. (2-24) 式の導出

$$\begin{aligned}
\sum_{j=t}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^{j-t} \Omega_j &= \Omega_t + \frac{1}{1+r} \left\{ \beta^{\frac{1}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{P_{t+1}^X}{P_t^X} \Omega_t \right\} + \left(\frac{1}{1+r} \right)^2 \left\{ \beta^{\frac{2}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{2}{\sigma}} (1+r_{t+1}^X)^{\frac{2}{\sigma}} \frac{P_{t+2}^X}{P_t^X} \Omega_t \right\} + \dots \\
&= \Omega_t + \frac{1}{1+r} \left\{ \beta^{\frac{1}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{P_{t+1}^X}{P_t^X} \Omega_t \right\} \\
&\quad + \left(\frac{1}{1+r} \right)^2 \left\{ \beta^{\frac{2}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} (1+r_{t+1}^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{P_{t+1}^X}{P_t^X} (1+r_{t+1}^X)^{\frac{1}{\sigma}} \frac{P_{t+2}^X}{P_{t+1}^X} \Omega_t \right\} + \dots \\
&= \Omega_t \left[1 + \beta^{\frac{1}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} + \beta^{\frac{2}{\sigma}} (1+r_t^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} (1+r_{t+1}^X)^{\frac{1}{\sigma}-1} + \dots \right] \\
&= \Omega_t \sum_{j=t}^{\infty} \beta^{\frac{1}{\sigma}(j-t)} \prod_{v=t}^j (1+r_v^X)^{\frac{1}{\sigma}-1}
\end{aligned}$$

A-5. (2-41) 式の導出過程

定常状態における通貨 H に対する貨幣需要関数 (2-7) 式に限界効用の式を代入すると、以下の式が成立する。

$$\frac{(1-\omega)\gamma Z_t^{\frac{1}{\nu}-\frac{1}{\theta}} \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t}\right)^{\frac{1}{\nu}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}} \omega} = \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}}$$

定常状態では、以下の式が成立する。

$$\frac{(1-\omega)\gamma Z^{\frac{1}{\nu}-\frac{1}{\theta}} \left(\frac{M_H^d}{P}\right)^{\frac{1}{\nu}}}{C^{-\frac{1}{\theta}} \omega} = \frac{i_H}{1+i_H}$$

左辺は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} LHS &= \frac{(1-\omega)\gamma Z_t^{\frac{1}{\nu}-\frac{1}{\theta}} \left(\frac{M_{H,t}^d}{P}\right)^{\frac{1}{\nu}}}{C_t^{-\frac{1}{\theta}} \omega} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}\right) z_t - \frac{1}{\nu} (m_{H,t}^d - p_t) + \frac{1}{\theta} c_t \right\} \\ &= \frac{i_H}{1+i_H} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}\right) z_t - \frac{1}{\nu} (m_{H,t}^d - p_t) + \frac{1}{\theta} c_t \right\} \end{aligned}$$

ここで、

$$\left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\theta}\right) z_t - \frac{1}{\nu} (m_{H,t}^d - p_t) + \frac{1}{\theta} c_t = \frac{1+i_H}{i_H} \frac{i_{H,t}}{1+i_{H,t}} - 1 \approx \frac{i_{H,t} - i_H}{i_H} = \frac{\beta}{1-\beta} \hat{i}_{H,t}$$

となることから、(2-41) 式が得られる。

$$m_{H,t} - p_t = \frac{\nu}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) z_t - \frac{\nu\beta}{1-\beta} \hat{i}_{H,t} \quad (2-41)$$

A-6. (2-43) 式の導出過程

$$Z_t = \left[\gamma \left(\frac{M_{H,t}^d}{P_t}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S_t M_{F,t}^d}{P_t}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \right]^{\frac{\nu}{\nu-1}} \equiv A_t^{\frac{\nu}{\nu-1}}$$

として、対数線形近似をすると、以下のように展開できる。

$$Z(1+z_t) = B^{\frac{\nu}{1-\nu}} (1+a_t)^{\frac{\nu}{1-\nu}} Z$$

$$z_t = \frac{\nu}{\nu-1} a_t$$

$$A(1+a_t) = \gamma \left(\frac{M_H^d}{P}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} (1+m_{H,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) \left(\frac{S M_F^d}{P}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}} (1+s_t + m_{F,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}}$$

$$\begin{aligned}
(1+a_t) &= \frac{\gamma \left(\frac{M_H^d}{P}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}}}{A} (1+m_{H,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + \frac{(1-\gamma) \left(\frac{SM_F^d}{P}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}}}{A} (1+s_t + m_{F,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \\
&= d_5 (1+m_{H,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-d_5) (1+s_t + m_{F,t}^d - p_t)^{\frac{\nu-1}{\nu}} \\
a_t &= d_5 \frac{\nu-1}{\nu} (m_{H,t}^d - p_t) + (1-d_5) \frac{\nu-1}{\nu} (s_t + m_{F,t}^d - p_t)
\end{aligned}$$

したがって、以下の式が得られる。

$$z_t = d_5 (m_{H,t}^d - p_t) + (1-d_5) (s_t + m_{F,t}^d - p_t)$$

$$d_5 = \frac{\gamma (M_H / P)^{\frac{\nu-1}{\nu}}}{\gamma (M_H / P)^{\frac{\nu-1}{\nu}} + (1-\gamma) (SM_F / P)^{\frac{\nu-1}{\nu}}} = \frac{\gamma}{\gamma + (1-\gamma) \{\gamma / (1-\gamma)\}^{1-\nu}}$$

d_5 は定常状態における貨幣インデックスにおける通貨 H の比率を表している。ここで、定常状態における通貨代替の程度 δ を以下のように定義する。

$$\delta \equiv 1 - d_5 = \frac{SM_F / P}{M_H / P + SM_F / P} = \frac{\{\gamma / (1-\gamma)\}^{-\nu}}{1 + \{\gamma / (1-\gamma)\}^{-\nu}}$$

したがって、(2-43) 式が得られる。

$$z_t = (1-\delta) (m_{H,t}^d - p_t) + \delta (s_t + m_{F,t}^d - p_t) \quad (2-43)$$

(2-43) 式に (2-41)、(2-42) 式を代入し、整理すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
z_t &= (1-\delta) (m_{H,t}^d - p_t) + \delta (s_t + m_{F,t}^d - p_t) \\
&= (1-\delta) \left\{ \frac{\nu}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) z_t - \frac{\nu\beta}{1-\beta} \hat{i}_{H,t} \right\} + \delta \left\{ \frac{\nu}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) z_t - \frac{\nu\beta}{1-\beta} \hat{i}_{F,t} \right\} \\
&= \frac{\nu}{\theta} c_t + \left(1 - \frac{\nu}{\theta}\right) z_t - \frac{\nu\beta}{1-\beta} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} \\
z_t &= c_t - \frac{\theta\beta}{1-\beta} \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\}
\end{aligned}$$

A-7. (2-63) 式の導出過程

$$X_t = \left[\omega C_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega) Z_t^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right]^{\frac{\theta}{\theta-1}} \equiv A_t^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

として、対数線形近似をすると、以下のように展開できる。

$$X(1+x_t) = A^{\frac{\theta}{\theta-1}}(1+a_t)^{\frac{\theta}{\theta-1}}$$

$$x_t = \frac{\theta}{\theta-1} a_t$$

$$A(1+a_t) = \omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}} (1+c_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega)Z^{\frac{\theta-1}{\theta}} (1+z_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}}$$

$$\begin{aligned} (1+a_t) &= \frac{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{A} (1+c_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + \frac{(1-\omega)Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{A} (1+z_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \\ &= d_2 (1+c_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-d_2) (1+z_t)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \\ a_t &= d_2 \frac{\theta-1}{\theta} c_t + (1-d_2) \frac{\theta-1}{\theta} z_t \end{aligned}$$

したがって、(2-63) 式が得られる。

$$x_t = d_2 c_t + (1-d_2) z_t \quad (2-63)$$

ただし、 d_2 、 d_1 は以下で表される。

$$d_2 = \frac{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}}}{\omega C^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\omega)Z^{\frac{\theta-1}{\theta}}} = \frac{\omega}{\omega + (1-\omega)d_1^{\frac{\theta-1}{\theta}}}, \quad d_1 = \left[\frac{(1-\beta)\omega}{(1-\omega)\{\gamma^\nu + (1-\gamma)^\nu\}^{\frac{1}{\nu-1}}} \right]^{-\theta}$$

A-8. (2-64) 式の導出過程

(2-43)、(2-62)、(2-63) 式より、(2-64) 式が得られる。

$$\begin{aligned} u_{c,t} &= \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) x_t - \frac{1}{\theta} c_t \\ &= \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) \{ d_2 c_t + (1-d_2) z_t \} - \frac{1}{\theta} c_t \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) d_2 - \frac{1}{\theta} \right\} c_t + \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1-d_2) z_t \\ &= \left\{ \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) d_2 - \frac{1}{\theta} \right\} c_t + \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1-d_2) \left[c_t - \frac{\theta\beta}{1-\beta} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \right] \\ &= -\sigma c_t - \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1-d_2) \frac{\theta\beta}{1-\beta} \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \\ &= -\sigma c_t - d_3 \{ (1-\delta)\hat{i}_{H,t} + \delta\hat{i}_{F,t} \} \end{aligned} \quad (2-64)$$

ただし、 d_3 は以下で表される。

$$d_3 = \left(\frac{1}{\theta} - \sigma \right) (1 - d_2) \frac{\theta\beta}{1 - \beta}$$

B. 第4章における導出過程

B-1. (4-6) 式の導出過程

物価水準 $P_{H,t}$ を求めるために、以下の問題を考える。

$$\begin{aligned} \min_{\{C_t(j)\}} Z_t &= \int_0^n P_t(j) C_t(j) dj \\ \text{s.t.} \quad C_{H,t} &= \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} = 1 \end{aligned}$$

Lagrangian 関数は以下のように設定される。

$$L = \int_0^n P_t(j) C_t(j) dz + \lambda \left(1 - \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \right)$$

$C_t(j)$ について微分すると、以下の1階の条件が得られる。

$$P_t(j) = \lambda \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} C_t(j)^{-\frac{1}{\varepsilon}}$$

したがって、単位当たりの $C_{H,t}$ に関する最小支出は Lagrangian 乗数に等しくなることがわかる (た

だし、 $\int_0^n \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj = 1$ である)。

$$P_{H,t} = \arg \min Z^* = \arg \min \int_0^n P_t(j) C_t(j) dj = \lambda \int_0^n \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj = \lambda$$

また、これは

$$C_t(j) = \frac{1}{n} \left[\frac{P_t(j)}{\lambda} \right]^{-\varepsilon}$$

を意味する。 $\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj = \left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n \left[\frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{\lambda} \right)^{-\varepsilon} \right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj = \frac{1}{n} \int_0^n \left(\frac{P_t(j)}{\lambda} \right)^{1-\varepsilon} dj = 1$ であるため、以

下の (4-6) 式が得られる。

$$P_{H,t} = \lambda = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n P_t(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (4-6)$$

B-2. (4-5) 式の導出過程

$$\max_{\{C_t(j)\}} C_{H,t} = \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}}$$

$$s.t. \quad \int_0^n P_t(j) C_t(j) dj = Z_{H,t}$$

ただし $Z_{H,t}$ は任意の一定の値をとる財への名目総支出である。Lagrangian 関数は以下のように設定される。

$$L = \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} + \lambda \left(Z_t - \int_0^n P_t(j) C_t(j) dj \right)$$

これを $C_t(j)$, $C_t(j')$ について微分すると、以下の式が得られる。

$$C_t(j) = \left(\frac{1}{n} \right) \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} [\lambda P_t(j)]^{-\varepsilon} = \left(\frac{1}{n} \right) [\lambda P_t(j)]^{-\varepsilon},$$

$$C_t(j') = \left(\frac{1}{n} \right) \left[\left(\frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{\varepsilon}} \int_0^n C_t(j)^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} dj \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} [\lambda P_t(j')]^{-\varepsilon} = \left(\frac{1}{n} \right) [\lambda P_t(j')]^{-\varepsilon}$$

上記の2式より

$$C_t(j') = \left[\frac{P_t(j)}{P_t(j')} \right]^{\varepsilon} C_t(j)$$

が得られる。これを先述した予算制約式に代入すると

$$\int_0^n P_t(j') C_t(j) \left[\frac{P_t(j)}{P_t(j')} \right]^{\varepsilon} dj' = C_t(j) P_t(j)^{\varepsilon} \int_0^n P_t(j')^{1-\varepsilon} dj' = C_t(j) P_t(j)^{\varepsilon} n P_{H,t}^{1-\varepsilon} = C_t(j) \left[\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right]^{\varepsilon} n P_{H,t} = Z_{H,t}$$

となり、 $C_{H,t} P_{H,t} = Z_{H,t}$ の関係式を用いると、代表的家計の財 j に関する需要関数が得られる。

$$C_t(j) = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \frac{Z_{H,t}}{P_{H,t}} = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t} \quad (4-5)$$

B-3. (48) 式の導出過程

消費者物価指数 P_t は単位当たりの C_t に関する支出を最小化することにより定義される。

$$\begin{aligned} & \min_{\{C_H, C_F\}} P_H C_H + P_F C_F \\ \text{s.t.} \quad & C = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} = 1 \end{aligned}$$

Lagrangian 関数は以下のように設定される。

$$L = P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t} + \lambda \left(1 - \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \right)$$

これを $C_{H,t}$, $C_{F,t}$ について微分すると、以下の1階の条件が得られる。

$$\begin{aligned} P_{H,t} &= \lambda \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} (1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda (1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{-\frac{1}{\eta}}, \\ P_{F,t} &= \lambda \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{-\frac{1}{\eta}} = \lambda \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{-\frac{1}{\eta}} \end{aligned}$$

したがって、単位当たりの C_t に関する最小支出は Lagrangian 乗数 λ に等しくなることがわかる

(ただし、 $(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} = 1$ である)。

$$P_t = \arg \min Z^* = \arg \min (P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t}) = \lambda \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right] = \lambda$$

また、これは

$$C_{H,t} = (1-\alpha) \left[\frac{P_{H,t}}{\lambda} \right]^{-\epsilon}, \quad C_{F,t} = \alpha \left[\frac{P_{F,t}}{\lambda} \right]^{-\epsilon}$$

を意味し、

$$\begin{aligned} C_t &= \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} \left\{ (1-\alpha) \left[\frac{P_{H,t}}{\lambda} \right]^{-\eta} \right\}^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} \left\{ \alpha \left[\frac{P_{F,t}}{\lambda} \right]^{-\eta} \right\}^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \\ &= \left[(1-\alpha) \left[\frac{P_{H,t}}{\lambda} \right]^{1-\eta} + \alpha \left[\frac{P_{F,t}}{\lambda} \right]^{1-\eta} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} = 1 \end{aligned}$$

が成立するため、(48) 式が得られる。

$$P_t = \lambda = \left[(1-\alpha)P_{H,t}^{1-\eta} + \alpha P_{F,t}^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (4-8)$$

B-4. (4-7) 式の導出

$$\begin{aligned} \max_{\{C_H, C_F\}} C &= \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \\ \text{s.t.} \quad & P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t} = Z_t \end{aligned}$$

ただし、 $Z_{H,t}$ は任意の一定の値をとる財への名目総支出である。Lagrangian 関数は以下のように設定される。

$$L = \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} + \lambda \{ Z_t - (P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} C_{F,t}) \}$$

これを $C_{H,t}$ 、 $C_{F,t}$ について微分すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} (1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} C_{H,t}^{\frac{1}{\eta}} &= \lambda P_{H,t} \\ \left[(1-\alpha)^{\frac{1}{\eta}} (C_{H,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} + \alpha^{\frac{1}{\eta}} (C_{F,t})^{\frac{\eta-1}{\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}} \alpha^{\frac{1}{\eta}} C_{F,t}^{\frac{1}{\eta}} &= \lambda P_{F,t} \end{aligned}$$

上記の2式より

$$C_{F,t} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} \right)^{-\eta} C_{H,t}$$

が得られ、これを先述の予算制約式に代入すると、以下の式が得られる。

$$P_t C_t = P_{H,t} C_{H,t} + P_{F,t} \frac{\alpha}{1-\alpha} \left(\frac{P_{F,t}}{P_{H,t}} \right)^{-\eta} C_{H,t} = P_{H,t} C_{H,t} + \frac{\alpha}{1-\alpha} P_{H,t}^{\eta} P_{F,t}^{1-\eta} C_{H,t}$$

消費者物価指数の定義より、以下の式が得られる。

$$P_t = \lambda = \left[(1-\alpha)P_{H,t}^{1-\eta} + \alpha P_{F,t}^{1-\eta} \right]^{\frac{1}{1-\eta}}$$

$$P_{F,t}^{1-\eta} = \frac{1}{\alpha} P_t^{1-\eta} - \frac{1-\alpha}{\alpha} P_{H,t}^{1-\eta}$$

これらを用いると、先の子算制約式は以下のように書き直すことができ、(4-7) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
P_t C_t &= P_{H,t} C_{H,t} + \frac{\alpha}{1-\alpha} P_{H,t}^\eta \left(\frac{1}{\alpha} P_t^{1-\eta} - \frac{1-\alpha}{\alpha} P_{H,t}^{1-\eta} P_{F,t}^{1-\eta} \right) C_{H,t} \\
&= \frac{1}{1-\alpha} P_{H,t}^\eta P_t^{1-\eta} C_{H,t} \\
C_{H,t} &= (1-\alpha) \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} C_t
\end{aligned} \tag{4-7}$$

B-5. (4-35) 式の導出

$C_t(j)$, $C_t^*(j)$ はそれぞれ、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
C_t(j) &= \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t} = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} (1-\alpha) C_t \\
C_t^*(j) &= \frac{1}{n} \left(\frac{P_t^*(j)}{P_{H,t}^*} \right)^{-\varepsilon} C_{H,t}^* = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t^*(j)}{P_{H,t}^*} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}^*}{P_t^*} \right)^{-\eta} (1-\alpha^*) C_t^* \\
&= \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{S_t P_t^*} \right)^{-\eta} (1-\alpha^*) C_t^* = \frac{1}{n} \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} (1-\alpha^*) C_t^* Q_t^{-\eta}
\end{aligned}$$

ただし3番目の等式は、以下の式から得られるものである。

$$P_{H,t} = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n P_t(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n S_t P_t^*(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = S_t \left[\left(\frac{1}{n} \right) \int_0^n P_t^*(j)^{1-\varepsilon} dj \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} = S_t P_{H,t}^*$$

したがって、(4-40) 式が得られる。

$$Y_t(j) = n C_t(j) + (1-n) C_t^*(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_{H,t}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t}}{P_t} \right)^{-\eta} \left[(1-\alpha) C_t + \frac{(1-\alpha^*)(1-n)}{n} C_t^* Q_t^{-\eta} \right] \tag{4-40}$$

B-6. (4-44) 式の導出

$$\begin{aligned}
\max_{\{P_{H,t}^*\}} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ P_{H,t}^+ \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} - P_{H,t+k} \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \right\} \right. \\
\left. \times \{ (1-a) C_{t+k} + a C_{t+k}^* Q_{t+k}^\eta \} \right].
\end{aligned}$$

1階の条件は以下で表される。

$$\begin{aligned}
E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ (1-\varepsilon) \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} + \varepsilon \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon-1} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \right\} \right. \\
\left. \times \{ (1-a) C_{t+k} + a C_{t+k}^* Q_{t+k}^\eta \} \right] = 0
\end{aligned}$$

上式は以下のように書き直すことができる。

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ (1-\varepsilon) \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} + \varepsilon \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-1} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \right\} \right. \\ \left. \times \{ (1-a)C_{t+k} + aC_{t+k}^* Q_{t+k}^\eta \} \right] = 0$$

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ (1-\varepsilon) + \varepsilon \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-1} \right\} \times \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-\varepsilon} \left(\frac{P_{H,t+k}}{P_{t+k}} \right)^{-\eta} \{ (1-a)C_{t+k} + aC_{t+k}^* Q_{t+k}^\eta \} \right] = 0$$

したがって、以下の式が成立する。

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} \left\{ (1-\varepsilon) + \varepsilon \Phi_{t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t+k}} \right)^{-1} \right\} Y_{t,t+k} \right] = 0$$

以上より、(4-49) 式が導出される。

$$E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} Y_{t,t+k} \left(P_{H,t}^+ - \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} P_{H,t+k} \Phi_{t+k} \right) \right] = 0 \quad (4-49)$$

B-7. (4-72) 式の導出過程

(4-8) 式は以下のように書き直すことができ、(4-72) 式が得られる。

$$P_t^{1-\eta} = (1-\alpha)(P_{H,t})^{1-\eta} + \alpha(P_{F,t})^{1-\eta}$$

$$P_t^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)p_t\} = (1-\alpha)P_H^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)p_{H,t}\} + \alpha P_F^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)p_{F,t}\}$$

$$p_t = (1-\alpha)p_{H,t} + \alpha p_{F,t} \quad (4-72)$$

B-8. (4-75) 式の導出過程

(4-34) 式は以下のように書き直すことができる。

$$Q_t^{1-\eta} \{ (1-a)T_t^{1-\eta} + a \} = 1$$

$$Q_t^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)q_t\} [(1-a)T_t^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)\tau_t\} + a] = 1$$

$$Q_t^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)q_t\} [(1-a)T_t^{1-\eta} \{1 + (1-\eta)\tau_t\} + a] = 1$$

定常状態では $Q = T = 1$ であるので、(4-75) 式が得られる。

$$\{1 + (1-\eta)q_t\} \{ (1-a) \{1 + (1-\eta)\tau_t\} + a \} = 1$$

$$(1-\eta)q_t + (1-a)(1-\eta)\tau_t = 0$$

$$q_t = -(1-a)\tau_t \quad (4-75)$$

B-9. (4-79) 式の導出過程

(4-41) 式は以下のように書き直すことができ、整理すると、(4-79) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
P_{H,t}^{1-\eta} &= \chi P_{H,t-1}^{1-\eta} + (1-\chi) P_{H,t}^{+,1-\eta} \\
1 &= \chi \frac{P_{H,t-1}^{1-\eta}}{P_{H,t}^{1-\eta}} + (1-\chi) \frac{P_{H,t}^{+,1-\eta}}{P_{H,t}^{1-\eta}} \\
&= \chi \left(\frac{1}{\Pi_{H,t}} \right)^{1-\eta} + (1-\chi) \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t}} \right)^{1-\eta} \\
&= \chi \{1 - (1-\eta)\pi_{H,t}\} + (1-\chi) \{1 + (1-\eta)\hat{p}_{H,t}^+\} \\
\hat{p}_{H,t}^+ &= \frac{\chi}{1-\chi} \pi_{H,t}
\end{aligned} \tag{4-79}$$

B-10. (4-80) 式の導出過程

(4-42) 式より、以下の式が成立する。

$$\begin{aligned}
E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} Y_{t,t+k} \left(\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t}} \right) \right] &= E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \Xi_{t,t+k} Y_{t,t+k} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{P_{H,t+k}}{P_{H,t}} \Phi_{t+k} \right) \right] \\
\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t}} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \beta^k \frac{P_t}{P_{t+k}} \frac{U_{C,t+k}}{U_{C,t}} Y_{t,t+k} \right] &= E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} \chi^k \beta^k \frac{P_t}{P_{t+k}} \frac{U_{C,t+k}}{U_{C,t}} Y_{t,t+k} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{P_{H,t+k}}{P_{H,t}} \Phi_{t+k} \right) \right] \\
\frac{P_{H,t}^+}{P_{H,t}} E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_{C,t+k}}{P_{t+k}} Y_{t,t+k} \right] &= E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_{C,t+k}}{P_{t+k}} Y_{t,t+k} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1} \frac{P_{H,t+k}}{P_{H,t}} \Phi_{t+k} \right) \right]
\end{aligned} \tag{B1}$$

(B1)の左辺については、以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned}
&\frac{P_H^+}{P_H} (1 + \hat{p}_{H,t}^+) E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} (1 + u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k}) \right] \\
&= (1 + \hat{p}_{H,t}^+) \frac{1}{1-\chi\beta} \frac{U_C}{P} + E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} (u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k}) \right]
\end{aligned} \tag{B2}$$

一方、(B1)の右辺については、 $\{\varepsilon/(\varepsilon-1)\}\Phi=1$ より、

$$\begin{aligned}
&E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} \frac{\eta}{\eta-1} \Phi (1 + u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k} + p_{H,t+k} - p_{H,t} + \phi_{t+k}) \right] \\
&= \frac{1}{1-\chi\beta} \frac{U_C}{P} + E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} (u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k} + p_{H,t+k} - p_{H,t} + \phi_{t+k}) \right]
\end{aligned} \tag{B3}$$

となる。(B2) = (B3) より、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
&(1 + \hat{p}_{H,t}^+) \frac{1}{1-\chi\beta} \frac{U_C}{P} + E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} (u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k}) \right] \\
&= \frac{1}{1-\chi\beta} \frac{U_C}{P} + E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k \frac{U_C}{P} (u_{C,t+k} - p_{t+k} + y_{t,t+k} + p_{H,t+k} - p_{H,t} + \phi_{t+k}) \right]
\end{aligned}$$

$$\hat{p}_{H,t}^+ \frac{1}{1-\chi\beta} = E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k (p_{H,t+k} - p_{H,t} + \phi_{t+k}) \right]$$

さらに、この式は以下のように展開することができるため、(4-80) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \hat{p}_{H,t}^+ &= (1-\chi\beta) E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k (p_{H,t+k} - p_{H,t} + \phi_{t+k}) \right] \\ &= (1-\chi\beta) \left\{ \phi_t + \delta\beta E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k (\phi_{t+k+1} + p_{H,t+k+1} - p_{H,t}) \right] \right\} \\ &= (1-\chi\beta) \left\{ \phi_t + \chi\beta E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k (\phi_{t+k+1} + p_{H,t+k+1} - p_{H,t+1} + p_{H,t+1} - p_{H,t}) \right] \right\} \\ &= (1-\chi\beta)\phi_t + \chi\beta(1-\chi\beta) E_t \left[\sum_{k=0}^{\infty} (\chi\beta)^k (\phi_{t+k+1} + p_{H,t+k+1} - p_{H,t+1}) \right] + \chi\beta E_t [p_{H,t+1} - p_{H,t}] \\ &= (1-\chi\beta)\phi_t + \chi\beta E_t [\hat{p}_{t+1}^+] + \chi\beta E_t [\pi_{H,t+1}] \\ \hat{p}_{H,t}^+ &= (1-\beta\chi)\phi_t + \beta\chi E_t [p_{H,t+1}^+] + \beta\chi E_t [\pi_{H,t+1}] \end{aligned} \quad (4-80)$$

ただし $\hat{p}_{H,t}^+$ は $P_{H,t}^+ / P_{H,t}$ の初期定常状態からの乖離（パーセント）である。

B-11. (4-82) 式の導出過程

(4-64) 式より、以下のように展開でき、整理すると (4-82) 式が得られる。

$$\begin{aligned} Y(1+y_t) &= \left(\frac{P_H}{P} \right)^{-\eta} \{1-\eta(p_{H,t} - p_t)\} \{(1-a)C(1+c_t) + aC^*Q^\eta(1+c_t^* + \eta q_t)\} \\ 1+y_t &= \{1-\eta(p_{H,t} - p_t)\} \{(1-a)(1+c_t) + a(1+c_t^* + \eta q_t)\} \\ &= \{1-\eta(p_{H,t} - p_t)\} \{1+(1-a)c_t + a(c_t^* + \eta q_t)\} \\ y_t &= -\eta(p_{H,t} - p_t) + (1-a)c_t + ac_t^* + a\eta q_t \\ &= (1-a)c_t + ac_t^* + \frac{(2-a)a\eta}{1-a} q_t \end{aligned} \quad (4-82)$$

B-12. (4-105) 式の導出過程

(4-97) 式に (4-89) 式を代入すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} y_t^g &= E_t [y_{t+1}^g] - \frac{1+d_4}{\sigma} \left\{ (\hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t) - E_t [\pi_{H,t+1}] - \hat{r}_t^n \right\} \\ &\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \left\{ (1-\delta) E_t [\Delta \hat{r}_{t+1}^n] + \psi_y (y_{t+1}^g - y_t^g) + \psi_\pi (\pi_{H,t+1} - \pi_{H,t}) + \Delta v_{t+1} \right\} + \delta E_t [\Delta \hat{F}_{F,t+1}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ 1 + \frac{(1+d_4)\psi_y}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g + \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \pi_{H,t} \\
&= \left\{ 1 + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} E_t[y_{t+1}^g] + \left\{ \frac{1+d_4}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} E_t[\pi_{H,t+1}] \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \left\{ (1-\delta)(E_t[\Delta \hat{r}_{t+1}^n] + E_t[\Delta v_{t+1}]) + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\}
\end{aligned}$$

(4-94) 式に (4-89) 式を代入すると、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\pi_{H,t} &= \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^g + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t + \delta \hat{i}_{F,t}) \right\} + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] \\
&\quad \lambda \left\{ \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) + \frac{(1-a)d_3(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} y_t^g + \left\{ \frac{\lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi}{1+d_4} - 1 \right\} \pi_{H,t} \\
&= -\beta E_t[\pi_{H,t+1}] - \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\}
\end{aligned}$$

以上の2式をまとめると、(4-105) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{\psi_\pi \{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta)\}}{\sigma} \\ \lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + (1-a)d_3(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} & \frac{\lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix} \\
&\quad - \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\}
\end{aligned} \tag{4-105}$$

B-13. (4-107) 式の導出過程

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{\sigma + (1+d_3)\psi_y + d_2(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{\psi_\pi \{(1+d_3) + d_2(1-a)(1-\delta)\}}{\sigma} \\ \lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_3) + \sigma + (1-a)d_2(1-\delta)\psi_y}{1+d_3} \right\} & \frac{\lambda(1-a)d_2(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_3)}{1+d_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix} \\
&\quad - \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + v_t) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\}
\end{aligned}$$

攪乱項を無視すると、以下のように整理することができる。

$$\begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}(A_1)} \begin{bmatrix} \frac{\lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} & -\frac{\psi_\pi\{(1+d_4)+d_3(1-a)(1-\delta)\}}{\sigma} \\ -\lambda\left\{\frac{\varphi(1+d_4)+\sigma+(1-a)d_3(1-\delta)\psi_y}{1+d_4}\right\} & \frac{\sigma+(1+d_4)\psi_y+d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \end{bmatrix} \\ \times \begin{bmatrix} \frac{\sigma+d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} & \frac{1+d_4+d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Det}(A_1) &= \frac{\sigma+(1+d_4)\psi_y+d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \times \frac{\lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \\ &\quad - \frac{\psi_\pi\{(1+d_4)+d_3(1-a)(1-\delta)\}}{\sigma} \times \lambda\left\{\frac{\varphi(1+d_4)+\sigma+(1-a)d_3(1-\delta)\psi_y}{1+d_4}\right\} \\ &= \frac{1}{\sigma(1+d_4)} \left[\{\sigma+(1+d_4+A)\psi_y\} \{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)\} \right. \\ &\quad \left. - \lambda\{\psi_\pi(1+d_4+A)\} \{\varphi(1+d_4)+\sigma+A\psi_y\} \right] \end{aligned}$$

ただし、ここで $A \equiv d_3(1-a)(1-\delta)$ とする。[] の中について展開すると、

$$\begin{aligned} &\{\sigma+(1+d_4+A)\psi_y\} \{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)\} - \lambda\psi_\pi(1+d_4+A) \{\varphi(1+d_4)+\sigma+A\psi_y\} \\ &= \sigma\lambda A\psi_\pi - \sigma(1+d_4) + \lambda A(1+d_4+A)\psi_y\psi_\pi - (1+d_4+A)(1+d_4)\psi_y \\ &\quad - \lambda\psi_\pi \left[\{(1+d_4)+A\} \{\varphi(1+d_4)+\sigma\} + (1+d_4+A)A\psi_y \right] \\ &= \sigma\lambda A\psi_\pi - \sigma(1+d_4) - (1+d_4+A)(1+d_4)\psi_y - \lambda\psi_\pi \left[\varphi(1+d_4)^2 + \sigma(1+d_4) + A\varphi(1+d_4) + \sigma A \right] \\ &= -(1+d_4) \left[\sigma + (1+d_4+A)\psi_y + \lambda\psi_\pi \{\sigma + \varphi(1+d_4+A)\} \right] \\ &= -(1+d_4) \left[\sigma(1+\lambda\psi_\pi) + (1+d_4+A)(\psi_y + \lambda\varphi\psi_\pi) \right] \end{aligned}$$

となるため、

$$\begin{aligned} \text{Det}(A_1) &= - \left\{ (1+\lambda\psi_\pi) + \frac{1}{\sigma}(1+d_4+A)(\psi_y + \lambda\varphi\psi_\pi) \right\} \\ &= - \frac{1}{\sigma} \left\{ \sigma(1+\lambda\psi_\pi) + (1+d_4+A)(\psi_y + \lambda\varphi\psi_\pi) \right\} \\ &= - \frac{1}{\sigma} C_1 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}(A_1)} \begin{bmatrix} \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} & -\frac{\psi_\pi\{(1+d_4)+A\}}{\sigma} \\ -\lambda\left\{\frac{\varphi(1+d_4)+\sigma+A\psi_y}{1+d_4}\right\} & \frac{\sigma+(1+d_4)\psi_y+A\psi_y}{\sigma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sigma+A\psi_y}{\sigma} & \frac{1+d_4+A\psi_\pi}{\sigma} \\ 0 & -\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_t^g \\ \pi_{H,t} \end{bmatrix} = \frac{1}{\text{Det}(A_1)} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_t[y_{t+1}^g] \\ E_t[\pi_{H,t+1}] \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
A_{11} &= \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \\
A_{12} &= \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} + \beta \frac{\psi_\pi(1+d_4 + A)}{\sigma} \\
A_{21} &= -\lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y}{1+d_4} \right\} \times \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \\
A_{22} &= -\lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y}{1+d_4} \right\} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} - \beta \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + A\psi_y}{\sigma} \\
\text{Trace} &= \frac{1}{\text{Det}(A_1)} \left\{ \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} - \lambda \left\{ \frac{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y}{1+d_4} \right\} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} \right. \\
&\quad \left. - \beta \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + A\psi_y}{\sigma} \right\}
\end{aligned}$$

右辺第1, 2項の分子について展開すると,

$$\begin{aligned}
&\{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)\}(\sigma + A\psi_y) - \lambda \{\varphi(1+d_4) + (\sigma + A\psi_y)\} \{(1+d_4) + A\psi_\pi\} \\
&= \lambda A\psi_\pi(\sigma + A\psi_y) - (1+d_4)(\sigma + A\psi_y) \\
&\quad - \lambda \{\varphi(1+d_4)^2 + \varphi A\psi_\pi(1+d_4) + (\sigma + A\psi_y)(1+d_4) + A\psi_\pi(\sigma + A\psi_y)\} \\
&= -(1+d_4) \left[(\sigma + A\psi_y) + \lambda \{\varphi(1+d_4) + \varphi A\psi_\pi + (\sigma + A\psi_y)\} \right] \\
&= -(1+d_4) \left[(1+\lambda)(\sigma + A\psi_y) + \lambda \{\varphi(1+d_4) + \varphi A\psi_\pi\} \right]
\end{aligned}$$

となるため, (4-107) 式が得られる。

$$\text{Trace}(A) = \frac{\left[(1+\lambda)(\sigma + A\psi_y) + \lambda \{\varphi(1+d_4) + \varphi A\psi_\pi\} \right] + \beta \{\sigma + (1+d_4)\psi_y + A\psi_y\}}{C_1} \quad (4-107)$$

B-14. (4-108) 式の導出過程

$$\begin{aligned}
\text{Det}(A) &= \frac{1}{\text{Det}(A_1)^2} \left[- \left[\frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \right] \right. \\
&\quad \times \left[\frac{\lambda \{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y\}}{1+d_4} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} + \beta \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + A\psi_y}{\sigma} \right] \\
&\quad \left. + \left[\frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} + \beta \frac{\psi_\pi(1+d_4 + A)}{\sigma} \right] \times \left[\frac{\lambda \{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y\}}{1+d_4} \times \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \right] \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\text{Det}(A_1)^2} \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \left[- \left\{ \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \right\} \times \left[B \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} + \frac{\beta\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\}}{\sigma} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} + \frac{\beta\psi_\pi(1+d_4 + A)}{\sigma} \right] \times B \right] \\
&= \frac{1}{\text{Det}(A_1)^2} \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \left[- \left\{ \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \right\} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \times \frac{1+d_4 + A\psi_\pi}{\sigma} - \frac{\beta\psi_\pi(1+d_4 + A)}{\sigma} \right] B \\
&\quad - \beta \left\{ \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \right\} \times \left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + A\psi_y}{\sigma} \right\} \\
&= \frac{1}{\text{Det}(A_1)^2} \frac{\sigma + A\psi_y}{\sigma} \left[\frac{\beta\psi_\pi(1+d_4 + A)}{\sigma} \times \frac{\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y\}}{1+d_4} \right. \\
&\quad \left. - \left\{ \frac{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)}{1+d_4} \right\} \times \frac{\beta\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\}}{\sigma} \right] \\
&= \frac{1}{\text{Det}(A_1)^2} \frac{\beta(\sigma + A\psi_y)}{\sigma^2(1+d_4)} \left[\lambda\psi_\pi(1+d_4 + A)\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y\} \right. \\
&\quad \left. - \{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)\}\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} \right]
\end{aligned}$$

上式の[]の中について整理すると、

$$\begin{aligned}
&\lambda\psi_\pi(1+d_4 + A)\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y\} - \{\lambda A\psi_\pi - (1+d_4)\}\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} \\
&= \lambda\psi_\pi\{(1+d_4) + A\}\{\varphi(1+d_4) + \sigma\} + \lambda A\psi_\pi\psi_y(1+d_4 + A) \\
&\quad - \left[\lambda A\psi_\pi\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} - (1+d_4)\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} \right] \\
&= \lambda\psi_\pi\{(\varphi(1+d_4)^2 + \sigma(1+d_4) + A\varphi(1+d_4) + A\sigma)\} - \left[\lambda A\psi_\pi\sigma - (1+d_4)\{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} \right] \\
&= (1+d_4) \left[\lambda\psi_\pi\{\varphi(1+d_4) + \sigma\} + \{\sigma + (1+d_4 + A)\psi_y\} \right] \\
&= (1+d_4)\{\sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + (1+d_4 + A)(\psi_y + \lambda\psi_\pi\varphi)\} \\
&= (1+d_4)C_1
\end{aligned}$$

となり、 $A \equiv d_3(1-a)(1-\delta)$ を考慮すると、(4-108) 式が得られる。

$$\text{Det}(A) = \frac{\beta\{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y\}}{C_1} \tag{4-108}$$

B-15. (4-111) 式の導出過程

行列 A の固有根は $p(\lambda) = \lambda^2 - \text{trace}\lambda + \text{det}$ の解であり、二つの固有根が単位円の中にある必要十分条件は、

$$|\text{Det}(A)| < 1$$

$$|\text{trace}(A)| < 1 + \det(A)$$

であるため、(4-111) 式が成立する。

$$\begin{aligned} \beta(\sigma + A\psi_y) &< \{\sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + (1 + d_4 + A)(\psi_y + \lambda\phi\psi_\pi)\} \\ \beta(\sigma + A\psi_y) &< \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y + (1 + d_4)\psi_y + \lambda\psi_\pi[\sigma + \{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\}\phi] \end{aligned} \quad (4-125)$$

B-16. (4-112) 式の導出過程

$$\frac{[(1 + \lambda)(\sigma + A\psi_y) + \lambda\{\phi(1 + d_4) + \phi A\psi_\pi\}] + \beta\{\sigma + (1 + d_4)\psi_y + A\psi_y\}}{C_1} < 1 + \frac{\beta(\sigma + A\psi_y)}{C_1}$$

$$\frac{[(1 + \lambda)(\sigma + A\psi_y) + \lambda\{\phi(1 + d_4) + \phi A\psi_\pi\}] + \beta(1 + d_4)\psi_y}{\sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + (1 + d_4 + A)(\psi_y + \lambda\phi\psi_\pi)} < 1$$

$$\begin{aligned} &[(1 + \lambda)(\sigma + A\psi_y) + \lambda\{\phi(1 + d_4) + \phi A\psi_\pi\}] + \beta(1 + d_4)\psi_y \\ &< \sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + (1 + d_4 + A)(\psi_y + \lambda\phi\psi_\pi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\sigma + A\psi_y) + \lambda(\sigma + A\psi_y) + \lambda\phi(1 + d_4) + \lambda\phi A\psi_\pi + \beta(1 + d_4)\psi_y \\ &< \sigma(1 + \lambda\psi_\pi) + (1 + d_4 + A)\psi_y + (1 + d_4 + A)\lambda\phi\psi_\pi \end{aligned}$$

$$\lambda(\sigma + A\psi_y) + \lambda\phi(1 + d_4) + \beta(1 + d_4)\psi_y < \sigma\lambda\psi_\pi + (1 + d_4)\psi_y + (1 + d_4)\lambda\phi\psi_\pi$$

$$\lambda\{\sigma + (1 + d_4)\phi\}\psi_\pi - \lambda\{\sigma + (1 + d_4)\phi\} + \{(1 + d_4)(1 - \beta) - \lambda A\}\psi_y > 0$$

以上より、(4-112) 式が得られる。

$$\lambda\{\sigma + (1 + d_4)\phi\}(\psi_\pi - 1) + \{(1 + d_4)(1 - \beta) - \lambda d_3(1 - a)(1 - \delta)\} > 0 \quad (4-112)$$

B-17. (4-115) 式の導出過程

(4-97) 式に (4-89) 式を代入すると、以下のようなになる。

$$\begin{aligned} y_t^s &= E_t[y_{t+1}^s] - \frac{1 + d_4}{\sigma} (\psi_y y_t^s + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t - E_t[\pi_{H,t+1}]) \\ &\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1 - \delta)E_t[\psi_y(y_{t+1}^s - y_t^s) + \psi_\pi(\pi_{H,t+1} - \pi_{H,t}) + \Delta v_{t+1}]\} \end{aligned}$$

$\Delta v_{t+1} = -(1 - \rho_v)v_t$ より、上式は以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned}
& \left\{ 1 + \frac{(1+d_4)\psi_y}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = \left\{ -\frac{(1+d_4)\psi_\pi}{\sigma} - \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \pi_{H,t} \\
& + \left\{ 1 + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} E_t[y_{t+1}^g] + \left\{ \frac{1+d_4}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} E_t[\pi_{H,t+1}] \\
& - \left\{ \frac{1+d_4}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)}{\sigma} \right\} v_t \\
& \left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = - \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \pi_{H,t} \\
& + \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} E_t[y_{t+1}^g] + \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} E_t[\pi_{H,t+1}] \\
& - \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)}{\sigma} \right\} v_t
\end{aligned}$$

(4-113), (4-114) 式より,

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = - \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \Omega_\pi v_t \\
& + \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} \rho_v \Omega_y v_t + \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \rho_v \Omega_\pi v_t \\
& - \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)}{\sigma} \right\} v_t \\
& \left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} \rho_v \Omega_y v_t \\
& + \left[\left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \rho_v - \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \right] \Omega_\pi v_t \\
& - \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v)}{\sigma} \right\} v_t \\
& y_t^g = \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_v \Omega_y \right. \\
& + \left[\left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_v - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_\pi \\
& \left. - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\} \right] v_t
\end{aligned}$$

となる。(4-113) 式を代入すると

$$\begin{aligned}
\Omega_y &= \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_v \Omega_y \right. \\
&\quad + \left. \left[\left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_v - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_\pi \right. \\
&\quad \left. - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\} \right] \\
&= \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y - \rho_v \left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\}}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_2(1-a)(1-\delta)\psi_y} \Omega_y \\
&= \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \times \left[\left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_v \right. \\
&\quad \left. - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_\pi - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\} \\
&= \left[\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y - \rho_v \left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \right] \Omega_y \\
&= \left[\left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_v - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_\pi \\
&\quad - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\} \\
&= \left[\sigma(1-\rho_v) + \left\{ (1+d_4) + d_2(1-a)(1-\delta) - \rho_v d_3(1-a)(1-\delta) \right\} \psi_y \right] \Omega_y \\
&= \left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \left\{ d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_v - 1) \right\} \psi_\pi \right] \Omega_\pi - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\}
\end{aligned}$$

したがって、(4-115) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
&\left[\sigma(1-\rho_v) + \left\{ (1+d_4) + (1-\rho_v)d_3(1-a)(1-\delta) \right\} \psi_y \right] \Omega_y \\
&- \left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \left\{ d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_v - 1) \right\} \psi_\pi \right] \Omega_\pi = - \left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_v) \right\} \quad (4-115)
\end{aligned}$$

B-18. (4-116) 式の導出過程

(4-95) 式に (4-89) 式を代入すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
\pi_{H,t} &= \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^g + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t) \right\} + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] \\
\left\{ 1 - \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{1+d_4} \right\} \pi_{H,t} &= \\
&\quad \left\{ \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) + \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} y_t^g + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] + \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)}{1+d_4} v_t
\end{aligned}$$

上式に (4-114) 式を代入すると、以下のように書き直すことができる。

$$\left\{ \frac{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{1+d_4} \right\} \pi_{H,t} = \left[\frac{\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_4(1-a)(1-\delta)\psi_y \}}{1+d_4} \right] \Omega_y v_t + \frac{(1+d_4)\beta\rho_v}{1+d_4} \Omega_\pi v_t + \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)}{1+d_4} v_t$$

$$\pi_{H,t} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda(1-a)d_3(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_y + (1+d_4)\beta\rho_v \Omega_\pi + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \right] v_t$$

(4-114) 式を代入し, 整理すると (4-116) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \Omega_\pi &= \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_y + (1+d_4)\beta\rho_v \Omega_\pi + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \right] \\ &= \frac{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)\beta\rho_v}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \Omega_\pi \\ &= \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_y + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \right] \\ &\quad \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} \Omega_\pi \\ &= \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_y + \lambda d_3(1-a)(1-\delta) \end{aligned} \quad (4-116)$$

B-19. (4-117), (4-118) 式の導出過程

$$\left\{ \begin{aligned} & \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \Omega_y - \left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \{ A(\rho_v - 1) \} \psi_\pi \right] \Omega_\pi \\ & \hspace{15em} = -\{ 1+d_4 + A(1-\rho_v) \} \\ & \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \Omega_y - \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda A\psi_\pi \} \Omega_\pi = -\lambda A \end{aligned} \right.$$

下の式を上の式に代入すると, 以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \left[-\left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \{ A(\rho_v - 1) \} \psi_\pi \right] \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \right. \\ & \left. + \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda A\psi_\pi \} \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \right] \Omega_\pi \\ & = -\{ 1+d_4 + A(1-\rho_v) \} \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} + \lambda A \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \end{aligned}$$

ここで Ω_π の係数について計算すると, 以下のようになる。

$$\begin{aligned} & \left[-\left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) - \{ A(1-\rho_v) \} \psi_\pi \right] \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \right. \\ & \left. + \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda A\psi_\pi \} \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\lambda(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_v) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \\
&\quad + (1+d_4)(1-\beta\rho_v) \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \\
&\quad - \lambda A\psi_\pi \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \\
&= -\lambda(1+d_4) \left[\rho_v \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} - \psi_\pi \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} - \psi_\pi A\psi_y \right] \\
&\quad + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_v)\varphi(1+d_4) + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_v)(\sigma + A\psi_y) \\
&\quad + (1+d_4)(1-\beta\rho_v) \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \\
&\quad - \lambda A\psi_\pi \left[(1-\rho_v)(\sigma + A\psi_y) + (1+d_4)\psi_y \right] \\
&= (1+d_4) \left[\lambda \left[-\rho_v \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} + \psi_\pi \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} + A\psi_\pi(1-\rho_v)\varphi \right] \right. \\
&\quad \left. + (1-\beta\rho_v) \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \right] \\
&= (1+d_4) \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} (\psi_\pi - \rho_v) - \lambda\rho_v A\psi_y + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_v)\varphi \right. \\
&\quad \left. + (1-\beta\rho_v) \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \right] \\
&= (1+d_4)C_v
\end{aligned}$$

定数項については、以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned}
&- \{ 1+d_4 + A(1-\rho_v) \} \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} + \lambda A \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \\
&= \lambda \left[- \{ 1+d_4 + A(1-\rho_v) \} \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} + A \left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \right] \\
&= \lambda \left[-(1+d_4) \{ \varphi(1+d_3) + \sigma + A\psi_y \} - A(1-\rho_v) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \right. \\
&\quad \left. + A\sigma(1-\rho_v) + A(1+d_4)\psi_y + A^2(1-\rho_v)\psi_y \right] \\
&= \lambda \left[-(1+d_4) \{ \varphi(1+d_3) + \sigma + A\psi_y \} - A(1-\rho_v)\varphi(1+d_4) - A(1-\rho_v)\sigma - A^2(1-\rho_v)\psi_y \right. \\
&\quad \left. + A\sigma(1-\rho_v) + A(1+d_4)\psi_y + A^2(1-\rho_v)\psi_y \right] \\
&= -\lambda(1+d_4) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi \}
\end{aligned}$$

以上より、(4-118) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
(1+d_4)C_v\Omega_\pi &= -\lambda(1+d_4) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi \} \\
\Omega_\pi &= -\frac{\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi \}}{C_v} \tag{4-118}
\end{aligned}$$

連立方程式の下の式を上のに代入すると、以下の式が成立する。

$$\begin{aligned}
&\left[\left[\sigma(1-\rho_v) + \{ (1+d_4) + (1-\rho_v)A \} \psi_y \right] \times \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda A\psi_\pi \} \right. \\
&\quad \left. - \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + A\psi_y \} \times \left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \{ A(\rho_v - 1) \} \psi_\pi \right] \right] \Omega_y \\
&= - \{ 1+d_4 + A(1-\rho_v) \} \times \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_v) - \lambda A\psi_\pi \} + \lambda A \left[(1+d_4)(\rho_v - \psi_\pi) + \{ A(\rho_v - 1) \} \psi_\pi \right]
\end{aligned}$$

Ω_y の係数は $(1+d_4)C_v$ となる。定数項については、以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned}
& -\{1+d_4+A(1-\rho_v)\} \times \{(1+d_4)(1-\beta\rho_v)-\lambda A\psi_\pi\} + \lambda A[(1+d_4)(\rho_v-\psi_\pi)+\{A(\rho_v-1)\}\psi_\pi] \\
& = -\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1+d_4)(1-\beta\rho_v) + \lambda A\psi_\pi\{1+d_4+A(1-\rho_v)\} \\
& \quad + \lambda A[(1+d_4)(\rho_v-\psi_\pi)+\{A(\rho_v-1)\}\psi_\pi] \\
& = -\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1+d_4)(1-\beta\rho_v) + \lambda A[\psi_\pi\{1+d_4+A(1-\rho_v)\} \\
& \quad + (1+d_4)(\rho_v-\psi_\pi) - A\psi_\pi(1-\rho_v)] \\
& = -\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1+d_4)(1-\beta\rho_v) + \lambda A(1+d_4)\rho_v \\
& = (1+d_4)[-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v]
\end{aligned}$$

以上より, (4-117) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
(1+d_4)C_v\Omega_y & = (1+d_4)[-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v] \\
\Omega_y & = \frac{-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v}{C_v} \tag{4-117}
\end{aligned}$$

B-20. (4-119) 式の導出過程

$$\begin{aligned}
\hat{i}_{H,t} & = \hat{r}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t \\
\Omega_y & = \frac{-\{1+d_3+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v}{D} \\
\Omega_\pi & = -\frac{\lambda\{\varphi(1+d_3) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi\}}{D}
\end{aligned}$$

(4-90) 式に (4-117), (4-118) 式を代入すると, 以下の式が得られる。

$$\hat{i}_{H,t} = \left[\frac{\psi_y[-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v]}{C_v} - \frac{\lambda\psi_\pi\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi\}}{C_v} + 1 \right] v_t$$

分子については, 以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned}
& \psi_y[-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v] - \lambda\psi_\pi\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi\} \\
& \quad + [\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\}(\psi_\pi - \rho_v) - \lambda\rho_v A\psi_y + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_v)\varphi \\
& \quad + (1-\beta\rho_v)[\sigma(1-\rho_v) + \{(1+d_4) + (1-\rho_v)A\}\psi_y]] \\
& = [-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v - \lambda\rho_v A + (1-\beta\rho_v)\{1+d_4 + (1-\rho_v)A\}]\psi_y \\
& \quad + [-\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma + A(1-\rho_v)\varphi\} + \lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\} + \lambda A(1-\rho_v)\varphi]\psi_\pi \\
& \quad - \rho_v\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\} + (1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) \\
& = (1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\}
\end{aligned}$$

以上より, (4-120) 式が得られる。

$$\hat{i}_{H,t} = \frac{(1 - \beta\rho_v)\sigma(1 - \rho_v) - \rho_v\lambda\{\varphi(1 + d_4) + \sigma\}}{C_v} v_t \quad (4-120)$$

B-21. (4-120) 式の導出過程

(4-101) 式に (4-117), (4-118) 式を代入すると, 以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} q_t^g &= \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} \left[\frac{-\{1+d_4+(1-a)d_3(1-\delta)(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda(1-a)d_3(1-\delta)\rho_v}{C_v} v_t \right] \\ &\quad + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left[(1-\delta) \left\{ \frac{(1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\}}{C_v} v_t \right\} \right] \\ &= \frac{(1-a)}{(1+d_4)C_v} v_t \left[\sigma \left[-\{1+d_4+(1-a)d_3(1-\delta)(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda(1-a)d_3(1-\delta)\rho_v \right] \right. \\ &\quad \left. + (1-a)d_3 \left[(1-\delta) \left\{ (1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v\lambda\{\varphi(1+d_4) + \sigma\} \right\} \right] \right] \end{aligned}$$

[]の中については, 以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned} &\sigma \left[-\{1+d_4+(1-a)d_3(1-\delta)(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda(1-a)d_3(1-\delta)\rho_v \right] \\ &\quad + (1-a)d_3 \left[(1-\delta) \left\{ (1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v\lambda\{\varphi(1+d_4) + \rho_v\sigma\} \right\} \right] \\ &= \sigma \left[-\{1+d_4+A(1-\rho_v)\}(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v \right] \\ &\quad + (1-a)d_3 \left[(1-\delta) \left\{ (1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - \rho_v\lambda\varphi(1+d_4) - \rho_v\lambda\sigma \right\} \right] \\ &= \sigma \left[-(1+d_4)(1-\beta\rho_v) - A(1-\rho_v)(1-\beta\rho_v) + \lambda A\rho_v \right] \\ &\quad + (1-a)d_3 \left[(1-\delta)(1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - (1-\delta)\rho_v\lambda\varphi(1+d_4) - (1-\delta)\rho_v\lambda\sigma \right] \\ &= -\sigma(1+d_4)(1-\beta\rho_v) - A\sigma(1-\rho_v)(1-\beta\rho_v) + \lambda A\sigma\rho_v \\ &\quad + A(1-\beta\rho_v)\sigma(1-\rho_v) - A\rho_v\lambda\varphi(1+d_4) - A\rho_v\lambda\sigma \\ &= -\sigma(1+d_4)(1-\beta\rho_v) - A\rho_v\lambda\varphi(1+d_4) \\ &= -(1+d_4)\{\sigma(1-\beta\rho_v) + A\rho_v\lambda\varphi\} \end{aligned}$$

以上より, (4-120) 式が得られる。

$$\begin{aligned} q_t^g &= -\frac{(1-a)}{(1+d_4)C_v} (1+d_4)\{\sigma(1-\beta\rho_v) + A\rho_v\lambda\varphi\} v_t \\ &= -\frac{(1-a)\{\sigma(1-\beta\rho_v) + (1-a)d_3(1-\delta)\rho_v\lambda\varphi\}}{C_v} v_t \equiv \Omega_{qv} v_t \end{aligned}$$

(4-134)

B-22. (4-126) 式の導出過程

(4-97) 式に (4-89) 式を代入すると, 以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
y_t^g &= E_t[y_{t+1}^g] - \frac{1+d_4}{\sigma} (\psi_y y_t^g + \psi_\pi \pi_{H,t} + v_t - E_t[\pi_{H,t+1}]) \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{t+1}^n + \psi_y (y_{t+1}^g - y_t^g) + \psi_\pi (\pi_{H,t+1} - \pi_{H,t}) + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}]] \right\} \\
&\quad \left\{ 1 + \frac{(1+d_4)\psi_y}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = \left\{ -\frac{(1+d_4)\psi_\pi}{\sigma} - \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \pi_{H,t} \\
&\quad + \left\{ 1 + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} E_t[y_{t+1}^g] + \left\{ \frac{1+d_4}{\sigma} + \frac{d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} E_t[\pi_{H,t+1}] \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)\delta}{\sigma} E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \\
&\quad \left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = - \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \pi_{H,t} \\
&\quad + \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} E_t[y_{t+1}^g] + \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} E_t[\pi_{H,t+1}] \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)\delta}{\sigma} E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}]
\end{aligned}$$

上式に (4-121), (4-122) 式, ならびに (4-125) 式より得られる $E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] = \{\rho_v^*(1-\rho_v^*) / (\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})\} v_t^*$ を代入すると, 以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
&\left\{ \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} y_t^g = - \left\{ \frac{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \Omega_{\pi v^*} v_t^* \\
&\quad + \left\{ \frac{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{\sigma} \right\} \rho_{yv^*} \Omega_{yv^*} v_t^* + \left\{ \frac{1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{\sigma} \right\} \rho_{v^*} \Omega_{\pi v^*} v_t^* \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)\delta}{\sigma} \frac{\rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} v_t^* \\
y_t^g &= \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_{yv^*} \Omega_{yv^*} \right. \\
&\quad + \left. \left[\left\{ 1+d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \rho_{iF} - \left\{ (1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \right\} \right] \Omega_{\pi v^*} \right. \\
&\quad \left. + \frac{d_3(1-a)\delta \rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \right] v_t^*
\end{aligned}$$

上式に (4-121) 式を代入すると, 以下の式が得られる。

$$\Omega_{yv^*} = \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \left[\left\{ \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \right\} \rho_{yv^*} \Omega_{yv^*} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \rho_{v^*} - \{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \right] \Omega_{\pi v^*} \\
& + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \Big] \\
& \frac{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y - \rho_{v^*} \{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y\}}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \Omega_{yv^*} \\
& = \frac{1}{\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y} \times \left[\left[\{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \rho_{v^*} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \right] \Omega_{\pi v^*} + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \right] \\
& \left[\sigma + (1+d_4)\psi_y + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y - \rho_{v^*} \{\sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y\} \right] \Omega_{yv^*} = \\
& \left[\{1 + d_4 + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \rho_{v^*} - \{(1+d_4)\psi_\pi + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi\} \right] \Omega_{\pi v^*} \\
& \quad + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}}
\end{aligned}$$

したがって、(4-126) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
& \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta)\} \psi_y \right] \Omega_{yv^*} \\
& = \left[(1+d_4)(\rho_{v^*} - \psi_\pi) + \{d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_{v^*} - 1)\} \psi_\pi \right] \Omega_{\pi v^*} \\
& \quad + \frac{d_3(1-a)\delta\rho_v^*(1-\rho_v^*)}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}}
\end{aligned} \tag{4-126}$$

B-23. (4-127) 式の導出過程

(4-95) 式に (4-89) 式を代入すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
\pi_{H,t} & = \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) y_t^s + \frac{\lambda(1-a)d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta)(\hat{r}_t^n + \psi_y y_t^s + \psi_\pi \pi_{H,t}) + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] \\
\left\{ 1 - \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{1+d_4} \right\} \pi_{H,t} & = \left\{ \lambda \left(\varphi + \frac{\sigma}{1+d_4} \right) + \frac{\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y}{1+d_4} \right\} y_t^s + \beta E_t[\pi_{H,t+1}] \\
& \quad + \frac{\lambda(1-a)d_3\delta}{1+d_4} \hat{i}_{F,t}
\end{aligned}$$

上式に (4-121), (4-122), (4-125) 式を代入すると、以下の式が得られる。

$$\left\{ \frac{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi}{1+d_4} \right\} \pi_{H,t} = \left[\frac{\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \}}{1+d_4} \right] \Omega_{yv^*} v_t^* \\ + \frac{(1+d_4)\beta\rho_{v^*}}{1+d_4} \Omega_{\pi v^*} v_t^* - \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(1+d_4)(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} v_t^*$$

$$\pi_{H,t} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} \right. \\ \left. + (1+d_4)\beta\rho_{v^*}\Omega_{\pi v^*} - \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \right] v_t^*$$

(4-122) 式を代入すると、以下のように整理することができる。

$$\Omega_{\pi v^*} = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} \right. \\ \left. + (1+d_4)\beta\rho_{v^*}\Omega_{\pi v^*} - \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \right]$$

$$\frac{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi - (1+d_4)\beta\rho_{v^*}}{1+d_3 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \Omega_{\pi v^*} \\ = \frac{1}{1+d_4 - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi} \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} - \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \right] \\ \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} \Omega_{\pi v^*} \\ = \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} - \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})}$$

以上より、(4-127) 式が得られる。

$$\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} - \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} \Omega_{\pi v^*} \\ = \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \quad (4-141)$$

B-24. (4-128), (4-129) 式の導出過程

$$\begin{aligned} & \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta)\} \psi_y \right] \Omega_{yv^*} \\ & - \left[(1+d_3)(\rho_{v^*} - \psi_\pi) + \{d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_{v^*} - 1)\} \psi_\pi \right] \Omega_{yv^*} = \frac{d_3(1-a)\delta\rho_{v^*}(1-\rho_{v^*})\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \end{aligned} \quad (4-126)$$

$$\begin{aligned} & \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \Omega_{yv^*} - \{ (1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_\pi \} \Omega_{\pi v^*} \\ & = \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \end{aligned} \quad (4-127)$$

$\Omega_{\pi v^*}$ の係数については、以下のように求めることができる。

$$\begin{aligned} & (1+d_4) \left[\lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma \} (\psi_\pi - \rho_{v^*}) - \lambda\rho_{v^*}A\psi_y + \lambda A\psi_\pi(1-\rho_{v^*})\varphi \right. \\ & \quad \left. + (1-\beta\rho_{v^*}) \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{(1+d_4) + (1-\rho_{v^*})A\} \psi_y \right] \right] \\ & = (1+d_4)C_{v^*} \end{aligned}$$

定数項については、以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned} & \frac{d_3(1-a)\rho_{v^*}^*(1-\rho_{v^*}^*)\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \times \lambda \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \\ & - \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta)\} \psi_y \right] \times \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \\ & = \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[(1-\rho_{v^*}^*) \{ \varphi(1+d_4) + \sigma + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \right. \\ & \quad \left. - \left[\sigma(1-\rho_{v^*}) + \{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta)\} \psi_y \right] \right] \\ & = \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\{ \varphi(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} - \rho_{v^*} \{ \varphi(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta)\psi_y \} \right. \\ & \quad \left. - \left[\{(1+d_4) + d_3(1-a)(1-\delta) - \rho_{v^*}d_3(1-a)(1-\delta)\} \psi_y \right] \right] \\ & = \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\varphi(1+d_4) - \rho_{v^*}\varphi(1+d_4) - (1+d_4)\psi_y \right] \\ & = (1+d_4) \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y \right] \end{aligned}$$

以上より、(4-129) 式が得られる。

$$\begin{aligned} (1+d_4)C_{v^*}\Omega_{\pi v^*} & = (1+d_4) \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y \right] \\ \Omega_{\pi v^*} & = \frac{1}{C_{v^*}} \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_{v^*}^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y \right] \end{aligned} \quad (4-129)$$

Ω_{yv^*} の係数については $(1+d_4)C_{v^*}$ となる。定数項については、以下のように整理することができる。

$$\begin{aligned}
& \frac{d_3(1-a)\rho_v^*(1-\rho_v^*)\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \times \{(1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_{\pi}\} \\
& - \left[(1+d_4)(\rho_{v^*} - \psi_{\pi}) + \{d_3(1-a)(1-\delta)(\rho_{v^*} - 1)\}\psi_{\pi} \right] \times \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \\
& = \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \left[(1-\rho_{v^*})(1+d_4)(1-\beta\rho_{v^*}) - (1-\rho_{v^*})\lambda d_3(1-a)(1-\delta)\psi_{\pi} \right. \\
& \quad \left. - \lambda \left[(1+d_4)(\rho_{v^*} - \psi_{\pi}) - \{d_3(1-a)(1-\delta)(1-\rho_{v^*})\}\psi_{\pi} \right] \right] \\
& = (1+d_4) \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\}
\end{aligned}$$

以上より、(4-128) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
(1+d_4)C_{v^*}\Omega_{yv^*} &= (1+d_4) \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\} \\
\Omega_{yv^*} &= \frac{1}{C_{v^*}} \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\}
\end{aligned} \tag{4-128}$$

B-25. (4-130) 式の導出過程

(4-89) 式に (4-128)、(4-129) 式を代入し、整理すると、(4-130) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
\hat{i}_{H,t} &= \hat{i}_t^n + \psi_y y_t^g + \psi_{\pi} \pi_{H,t} + v_t \\
&= \frac{\psi_y}{C_{v^*}} \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*}} \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\} v_t^* \\
& \quad + \frac{\psi_{\pi}}{D_{v^*}} \frac{\lambda(1-a)d_3\rho_v^*\delta}{(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \{(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y\} v_t^* \\
&= \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{C_{v^*}(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\psi_y \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*})\} + \lambda\psi_{\pi} \{(1-\rho_{v^*})\varphi - \psi_y\} \right] v_t^* \\
&= \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{C_{v^*}(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\psi_y \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) + \lambda(\psi_{\pi} - \rho_{v^*}) - \lambda\psi_{\pi}\} + \lambda\psi_{\pi}(1-\rho_{v^*})\varphi \right] v_t^* \\
&= \frac{d_3(1-a)\rho_v^*\delta}{C_{v^*}(\psi_{\pi^*} - \rho_{v^*})} \left[\psi_y \{(1-\rho_{v^*})(1-\beta\rho_{v^*}) - \lambda\rho_{v^*}\} + \lambda\psi_{\pi}(1-\rho_{v^*})\varphi \right] v_t^*
\end{aligned} \tag{4-130}$$

C. 第5章における導出過程

C-1. (5-17) 式の導出過程

$P_{BF,t}$ の定義を用いると、(5-12) 式は (C1) 式のように書き直すことができる。

$$\frac{S_t(B_{F,t} + M_{F,t})}{1+i_{F,t}} - \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} S_t M_{F,t} = S_{t-1}(B_{F,t-1} + M_{F,t-1}^{s,H}) \frac{S_t}{S_{t-1}} + P_{H,t} Y_t - P_t C_t \quad (C1)$$

Euler 方程式 (3-9) 式を (C1) 式に代入し、両辺を $P_H Y$ で除すると、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} \beta E_t \left[\frac{P_t}{P_{t+1}} \frac{S_{t+1}}{S_t} \frac{U_{C,t+1}}{U_{C,t}} \right] \left[\frac{S_t(B_{F,t} + M_{F,t})}{P_H Y} - \frac{i_{F,t}}{1+i_{F,t}} \frac{S_t M_{F,t}}{P_H Y} \right] \\ = \frac{S_{t-1}(B_{F,t-1} + M_{F,t-1}^{s,H})}{P_H Y} \frac{S_t}{S_{t-1}} + \frac{P_{H,t} Y_t}{P_H Y} - \frac{P_t C_t}{P_H Y} \end{aligned} \quad (C2)$$

右辺第2項はゼロに等しいと近似すると、(C2) 式を対数近似すると、以下のようになる。

$$\beta E_t [1 + p_t - p_{t+1} + s_{t+1} - s_t + u_{C,t+1} - u_{C,t}] nfa_t = nfa_{t-1} (1 + s_t - s_{t-1}) + p_{H,t} + y_t - p_t - c_t \quad (C3)$$

ただし、上式の導出にあたり、初期定常状態において $P_H Y = PC$ が成立することを用いている。したがって、(C3) 式は以下の式で近似できる。

$$\beta nfa_t = nfa_{t-1} + p_{H,t} + y_t - p_t - c_t \quad (5-17)$$

C-2. (5-20) 式の導出過程

(4-82) 式を (4-78) 式に代入すると、(5-20) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \phi_t &= \varphi y_t + \sigma c_t + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \frac{a}{1-a} q_t - (1+\varphi) a_t \\ &= \varphi y_t + \sigma \left(\frac{1}{1-a} y_t - \frac{a}{1-a} c_t^* - \frac{(2-a) a \eta}{(1-a)^2} q_t \right) + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} + \frac{a}{1-a} q_t - (1+\varphi) a_t \\ &= \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t - \frac{\sigma a}{1-a} c_t^* + \left(\frac{a}{1-a} - \frac{(2-a) a \sigma \eta}{(1-a)^2} \right) q_t + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} - (1+\varphi) a_t \\ &= \left(\varphi + \frac{\sigma}{1-a} \right) y_t - \frac{\sigma a}{1-a} c_t^* - \frac{a+d_4}{(1-a)^2} q_t + d_3 \left\{ (1-\delta) \hat{i}_{H,t} + \delta \hat{i}_{F,t} \right\} - (1+\varphi) a_t \end{aligned} \quad (5-20)$$

ただし d_4 は以下で表される。

$$d_4 = a(2-a)(\eta\sigma-1)y_t$$

C-3. (5-25) 式の導出過程

財 H に関する財市場均衡条件 (4-82) 式、ならびに (5-24) 式を Euler 方程式 (4-70) 式に代入し、整理すると、(5-25) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
y_t &= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{1-a}{\sigma}(i_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) \\
&\quad - \frac{(2-a)a\eta}{(1-a)} E_t[\Delta q_{t+1}] + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{1-a}{\sigma} \left\{ i_{H,t} - \left(E_t[\pi_{H,t+1}] + \frac{a}{1-a} E_t[\Delta q_{t+1}] \right) \right\} \\
&\quad - \frac{(2-a)a\eta}{(1-a)} E_t[\Delta q_{t+1}] + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{1-a}{\sigma}(i_{H,t} - E_t[\pi_{H,t+1}]) \\
&\quad + \left\{ \frac{a}{\sigma} - \frac{(2-a)a\eta}{(1-a)} \right\} E_t[\Delta q_{t+1}] + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{1-a}{\sigma}(i_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) \\
&\quad - \frac{a+d_4}{\sigma(1-a)} E_t[\Delta q_{t+1}] + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{1-a}{\sigma}(i_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) \\
&\quad - \frac{a+d_4}{\sigma} \left\{ (i_{H,t} - E_t[\pi_{H,t+1}]) - (i_{F,t} - E_t[\pi_{t+1}^*]) + \kappa n f a_t \right\} \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - aE_t[\Delta c_{t+1}^*] - \left(\frac{1-a}{\sigma} + \frac{a+d_4}{\sigma} \right) (i_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) \\
&\quad + (a+d_4)E_t[\Delta c_{t+1}^*] + \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma} n f a_t + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} \\
&= E_t[y_{t+1}] - d_4 E_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{(1+d_4)}{\sigma} (i_{H,t} - E_t[\pi_{t+1}]) \\
&\quad + \frac{d_3(1-a)}{\sigma} \{(1-\delta)\Delta\hat{i}_{H,t+1} + \delta\Delta\hat{i}_{F,t+1}\} - \frac{(a+d_4)\kappa}{\sigma} n f a_t
\end{aligned} \tag{5-25}$$

C-4. (5-28) 式の導出過程

(4-82) 式の差分をとると、以下の式が得られる。

$$E_t[\Delta c_{t+1}] = \frac{1}{1-a} E_t[\Delta y_{t+1}] - \frac{a}{1-a} E_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{(2-a)a\eta}{(1-a)^2} E_t[\Delta q_{t+1}]$$

(5-14) 式より、以下の式が成立する。

$$E_t[\Delta q_{t+1}] = -E_t[u_{c,t+1} - u_{c,t}] + E_t[u_{c^*,t+1} - u_{c^*,t}] + \kappa n f a_t$$

上式に (2-64), (5-13) 式を代入し、整理すると、以下のように展開できる。

$$\begin{aligned}
E_t[\Delta q_{t+1}] &= \frac{\sigma}{1-a} E_t[\Delta y_{t+1}] - \frac{a\sigma}{1-a} E_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{(2-a)a\eta\sigma}{(1-a)^2} E_t[\Delta q_{t+1}] \\
&\quad - \sigma E_t[\Delta c_{t+1}^*] + d_3 \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} + \kappa n f a_t \\
\left[\frac{(1-a)^2 + (2-a)a\eta\sigma}{(1-a)^2} \right] E_t[\Delta q_{t+1}] &= \frac{\sigma}{1-a} E_t[\Delta y_{t+1}] - \frac{\sigma}{1-a} E_t[\Delta c_{t+1}^*] \\
&\quad + d_3 \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} + \kappa n f a_t
\end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned}
\frac{(1-a)^2 + (2-a)a\eta\sigma}{(1-a)^2} &= \frac{1-2a+a^2 + (2-a)a\eta\sigma}{(1-a)^2} = \frac{1-(2-a)a + (2-a)a\eta\sigma}{(1-a)^2} \\
&= \frac{1-(2-a)a(1-\eta\sigma)}{(1-a)^2} = \frac{1+(2-a)a(\eta\sigma-1)}{(1-a)^2} = \frac{1+d_4}{(1-a)^2}
\end{aligned}$$

となることから, 上式は以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned}
\frac{1+d_4}{(1-a)^2} E_t[\Delta q_{t+1}] &= \frac{\sigma}{1-a} E_t[\Delta y_{t+1}] - \frac{\sigma}{1-a} E_t[\Delta c_{t+1}^*] + d_3 \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} + \kappa n f a_t \\
E_t[\Delta q_{t+1}] &= \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t[\Delta y_{t+1}] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t[\Delta c_{t+1}^*] \\
&\quad + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} + \frac{(1-a)^2 \kappa}{1+d_4} n f a_t \\
E_t[\Delta q_{t+1}] &= \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t[\Delta y_{t+1}] + \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} \\
&\quad + \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} \left(E_t[\Delta y_{t+1}^n] - E_t[\Delta c_{t+1}^*] \right) + \frac{(1-a)^2 \kappa}{1+d_4} n f a_t
\end{aligned}$$

したがって, (5-28) 式が得られる。

$$\begin{aligned}
q_t^g &= E_t[q_{t+1}^g] - \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} E_t[\Delta y_{t+1}^g] \\
&\quad - \frac{(1-a)^2 d_3}{1+d_4} \left\{ (1-\delta) E_t[\Delta \hat{i}_{H,t+1}] + \delta E_t[\Delta \hat{i}_{F,t+1}] \right\} - \frac{\kappa(1-a)^2}{1+d_4} n f a_t
\end{aligned} \tag{5-28}$$

ただし, q_t^n は以下で定義される。

$$E_t[\Delta q_{t+1}^n] = \frac{\sigma(1-a)}{1+d_6} \left(E_t[\Delta y_{t+1}^n] - E_t[\Delta c_{t+1}^*] \right)$$

C-5. (5-29) 式の導出過程

$$\begin{aligned} E_t[\Delta q_{t+1}^n] &= \frac{\sigma(1-a)}{1+d_4} (E_t[\Delta y_{t+1}^n] - E_t[\Delta c_{t+1}^*]) \\ &= (1-a) \left(\frac{\sigma}{1+d_4} E_t[\Delta y_{t+1}^n] - \frac{\sigma}{1+d_4} E_t[\Delta c_{t+1}^*] \right) \end{aligned}$$

これに自然実質金利 (4-98) 式を代入すると、以下のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} E_t[\Delta q_{t+1}^n] &= (1-a) \left(r_t^n - \frac{\sigma d_4}{1+d_4} E_t[\Delta c_{t+1}^*] - \frac{\sigma}{1+d_4} E_t[\Delta c_{t+1}^*] \right) \\ &= (1-a) \left(r_t^n - \frac{\sigma(1+d_4)}{1+d_4} E_t[\Delta c_{t+1}^*] \right) && (5-29) \\ &= (1-a) (r_t^n - \sigma E_t[\Delta c_{t+1}^*]) \\ &= (1-a) \{ r_t^n - (i_{F,t}^* - E_t[\pi_{t+1}^*]) \} \end{aligned}$$

参考文献

- Adam, C., Goujon, M., & Guillaumeont, J. S. (2004). The transactions demand for money in the presence of currency substitution: Evidence from Vietnam. *Applied Economics*, 36(13), 1461-1470.
- Aghion, P., Bacchetta, P., Ranciere, R., & Rogoff, K. (2009). Exchange rate volatility and productivity growth: The role of financial development. *Journal of Monetary Economics*, 56(4), 494-513.
- Aizenman, J., Hutchison, M., & Noy, I. (2011). Inflation targeting and real exchange rates in emerging markets. *World Development*, 39(5), pp. 712-724.
- Akçay, O. C., Alper, C. E., & Karasulu, M. (1997). Currency substitution and exchange rate instability: The Turkish case. *European Economic Review*, 41(3-5), 827-835.
- Akerlof, G., & Yellen, J. (1985). Can small derivations from rationality make significant differences to economic equilibria?. *American Economic Review*, 75(4), 708-721.
- Amato, J. D., & Gerlach, S. (2002). Inflation targeting in emerging market and transition economies: Lessons after a decade. *European Economic Review*, 46(4-5), 781-790.
- An, S., & Schorfheide, F. (2007). Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric Reviews*, 26(2-4), 113-172.
- Bahmni-Oskooee, M., & Karacal, M. (2006). The demand for money in Turkey and currency substitution. *Applied Economics Letters*, 13(10), 635-642.
- Baltagi, B. (2005). *Econometric analysis of panel data*. New York: John Wiley & Sons.
- Batini, N., Levine, P., & Pearlman, J. (2008). Optimal exchange rate stabilization in a dollarized economy with inflation targets. *Banco Central de Reserva del Perú Working Paper Series*, 2008-004.
- Bordo, M., & Choudhri, E. (1982). Currency substitution and the demand for money: Some empirical evidence for Canada. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 14(1), 48-57.
- Branson, W. H. & Henderson, D. W. (1983). The specification and influence of assets markets. In: Jones, R. W., & Keren, P. B. (Eds.), *Handbook of international macroeconomics* (pp. 749-806), Amsterdam, North-Holland.
- Breitung, J., & Pesaran, M. H. (2008). Unit roots and cointegration in panels. In: Mátyás, L., & Sevestre, P. (Eds.), *The econometrics of panel data* (3rd ed.) (pp. 279-322), Berlin: Springer-Verlag.
- Brooks, S. P., & Gelman, A. (1998). General methods for monitoring convergence of iterative simulations. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 7(4), 434-455.
- Brooks, S. P., & Roberts G. O. (1999). On quantile estimation and Markov chain Monte Carlo convergence. *Biometrika*, 86(3), 710-717.

- Bufman, G., & Leiderman, L. (1993). Currency substitution under non-expected utility: Some empirical evidence. *Journal of Money, Credit and Banking*, 25(3), 320-335.
- Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12(3), 383-398.
- Calvo, G. A., & Rodrigues, C. A. (1977). A model of exchange rate determination under currency substitution and rational expectations. *Journal of Political Economy*, 85(3), 617-626.
- Calvo, G. A., & Végh, C. A. (1992). Currency substitution in developing countries: An introduction. *IMF Working Paper*, No. 92/40.
- Calvo, G. A., & Végh, C. A. (1994). Inflation stabilization and nominal anchors. *Contemporary Economic Policy*, 12(2), 35-45.
- Canzoneri, M. B., & Diba, B. T. (1993). Currency substitution and exchange rate volatility in the European Community. *Journal of International Economics*, 35(3-4), 351-365.
- Carrera, C. (2012). Long-run money demand in Latin-American countries: Nonstationary panel data approach. *Banco Central De Reserva Del Peru Working Paper Series*, 2012-016.
- Castillo, P., Montoro, C., & Tuesta, V. (2013). An estimated stochastic general equilibrium model with partial dollarization: A Bayesian approach. *Open Economies Review*, 24(2), 217-265.
- Cavoli, T. (2010). What drives monetary policy in post-crisis East Asia?: Interest rate or exchange rate monetary policy rules. *Journal of Asian Economics*, 21(5), 456-465.
- Chari, V. V., Christiano, L. J., & Kehoe, P. J. (1996). Optimality of Friedman rule in economies with distorting taxes. *Journal of Monetary Economics*, 37(2), 203-223.
- Chari, V. V., Kehoe, P. J., & McGrattan, E. R. (2002). Can sticky price models generate volatile and persistent real exchange rates?. *The Review of Economic Studies*, 69(3), 533-563.
- Chitu, L. (2012). Was unofficial dollarisation/euroization an amplifier on the “Great Recession” of 2007/9 in emerging economies?. mimeo.
- Choi, I. (2001). Unit root tests for panel data. *Journal of International Money and Finance*, 20(2), 249-272.
- Chow, G. C., & Lin, A. (1971). Best linear unbiased interpolation, distribution and extrapolation of time series by related series. *Review of Economics and Statistics*, 53(4), 372-375.
- Clements, B., & Schwartz, G. (1993). Currency substitution: The recent experience of Bolivia. *World Development*, 21(11), 1883-1893.
- Cogley, T. & Nason, J. M. (1995). Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time

- series implications for business cycle research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1), 253-278.
- Correia, I., & Teles, P. (1999). The optimal inflation tax. *Review of Economic Dynamics*, 2(2), 325-346.
- Cowles, M. K., & Carlin, B. P. (1996). Markov chain Monte Carlo convergence diagnostics: A comparative review. *Journal of the American Statistical Association*, 91(434), 883-904.
- Cuddington, J. T., Garcia, R. M. R., & Westbrook, D. M. (2002). A micro-foundations model of dollarization with network externalities and portfolio choice: The case of Bolivia. *Georgetown University Working Paper*.
- De Freitas, M. L. (2006). Currency substitution and money demand in Euroland. *Atlantic Economic Journal*, 34(3), 275-287.
- Doucet, A., de Freitas, N., & Gordon, N. (2001). *Sequential Monte Carlo methods in practice*. New York: Springer-Verlag.
- Dreger, C., Reimers, H.-E., & Roffia, B. (2007). Long-run money demand in the new EU member states with exchange rate effects. *Eastern European Economics*, 45(2), 75-94.
- Duffy, J., Nikitin, M., & Smith, R. T. (2006). Dollarization traps. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 38(8), 2073-2097.
- Dvorsky, S., Scheiber, T., & Stix, H. (2008). Euroization in Central, Eastern and Southeastern Europe: First Results from the New OeNB Euro survey. *Focus on European Economic Integration*, 1/08, 48-60.
- Eichenbaum, M. S., Hansen, L. P., & Singleton, K. J. (1988). A time series analysis of representative agent models of consumption and leisure choice under uncertainty. *Quarterly Journal of Economics*, 103(1), 51-78.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J., & Stock, J. H. (1996). Efficient tests for an autoregressive unit root. *Econometrica*, 64(4), 813-836.
- Engle, R. F., & Granger, C. W. J. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. *Econometrica*, 55(2), 251-276.
- Erceg, C., Gust, C., & López-Salido, D. (2009). The transmission of domestic shocks in open economies. In: Galí, J., & M. Gertler (Eds.), *International dimensions of monetary policy* (pp. 89-155), Chicago and London: The University of Chicago Press.
- European Central Bank. (2012). Was unofficial dollarization/euroization an amplifier of the global crisis of 2007-2009 in emerging economies?. *The International role of the Euro*. July.

- Fasano-Filho, U. (1986). Currency substitution and the demand for money: The Argentine case, 1960-1976. *Weltwirtschaftliches Archiv*, 122(2), 327-339.
- Feenstra, R. C. (1986). Functional equivalence between liquidity costs and the utility of money. *Journal of Monetary Economics*, 17(24), 271-291.
- Feige, E. L. (2003). Dynamics of currency substitution, asset substitution and *de facto* dollalization and euroization in transition countries. *Comparative Economic Studies*, 45(3), 358-383.
- Felices, G., & Tuesta, V. (2013). Monetary policy in a dual currency environment. *Applied Economics*, 45(34), 4739-4753.
- Fidrmuc, J. (2009). Money demand and disinflation in selected CEECs during the accession to the EU. *Applied Economics*, 41(10), 1259-1267.
- Finn, M. G., Hoffman, D. L., & Schlagenhauf, D. E. (1990). Intertemporal asset-pricing relationships in barter and monetary economies: An empirical analysis. *Journal of Monetary Economics*, 25(3), 431-451.
- Flood, R. P., & Garber, P. M. (1984). Collapsing exchange-rate regimes: Some linear examples. *Journal of International Economics*, 17(1-2), 1-13.
- Friedman, A., & Verbetsky, A. (2001). Currency substitution in Russia. *Economics Education and Research Consortium Working Paper Series*, No.01/05.
- Gali, J. (2008). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: An introduction to the new Keynesian framework*, Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- Gali, J., & Monacelli, T. (2005). Monetary policy and exchange rate volatility in a small open economy. *Review of Economic Studies*, 72(3), 707-734.
- García-Escribano, M., & Sosa, S. (2011). What is driving financial de-dollarization in Latin America? *IMF Working Paper*, WP/11/10.
- Geweke, J. F. (1992). Evaluating the accuracy of sampling-based approaches to the calculation of posterior moments. In: Bernardo, J. M., Berger, A. P., Dawid, A. P., & Smith, A. F. M. (Eds.), *Bayesian statistics* (pp. 1-126), Oxford: Oxford University Press.
- Geweke, J. F. (1999). Using simulation methods for Bayesian econometric models: Inference, development and communication. *Econometric Reviews*, 18(1), 1-73.
- Giovannini, A. (1991). Currency substitution and the fluctuations of foreign-exchange reserves with credibly fixed exchange rates. *NBER Working Paper Series*, 3636.
- Giovannini, A., & Turtelboom, B. (1994). Currency substitution. In: F. van der Ploeg (Ed.) *The handbook of*

- international macroeconomics* (pp. 390-436). Oxford, UK: Blackwell.
- Girton, L., & Roper, D. (1981). Theory and implications of currency substitution. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 13(1), 12-30.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the normal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- Guidotti, P. E., & Rodriguez, C. A. (1992). Dollarization in Latin America. *IMF Staff Papers*, 39(3), 518-544.
- Guidotti, P. E., & Végh, C. A. (1993). Currency substitution and the optimal inflation tax. *Economic Letters*, 42(1), 65-70.
- Hamori, S. (2008). Empirical analysis of the money demand function in Sub-Saharan Africa. *Economics Bulletin*, 15(4), 1-15.
- Hamori, S., & Hamori, N. (2008). Demand for money in the euro area. *Economic Systems*, 32(3), 274-284.
- Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029-1054.
- Harb, N. (2004). Money demand function: A heterogeneous panel application. *Applied Economics Letters*, 11(9), 551-555.
- Hodrick, R. J., & Prescott, E. C. (1997). Postwar U.S. business cycles: An empirical investigation. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 29(1), 1-16.
- Holman, J. A. (1998). GMM estimation of a money-in-the-utility-function model: The implications of functional forms. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 30(4), 679-698.
- Im, K. S., Pesaran, M. H., & Shin, Y. (2003). Testing for unit roots in heterogeneous panels. *Journal of Econometrics*, 115(1), 53-74.
- İmrohoroğlu, S. (1994). GMM estimates of currency substitution between the Canadian dollar and the U.S. dollar. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 26(4), 792-807.
- İmrohoroğlu, S. (1996). International currency substitution and seigniorage in a simple model of money. *Economic Inquiry*, 34(3), 568-578.
- Isaac, A. G. (1989). Exchange rate volatility and currency substitution. *Journal of International Money and Finance*, 8(2), 277-284.
- Ize, A., & Levy-Yeyati, E. (2003). Financial dollarization. *Journal of International Economics*, 59(2), 323-347.
- Kano, S. (2013). Exchange rates and fundamentals: closing a two-country model. *Discussion Paper Series* 2013-07, Graduate School of Economics, Hitotsubashi University.

- Kao, C. D. (1999). Spurious regression and residual-based tests for cointegration in panel data. *Journal of Econometrics*, 90(1), 1-44.
- Kareken, J., & Wallace, N. (1981). On the indeterminacy of equilibrium exchange rates. *Quarterly Journal of Economics*, 96(2), 207-222.
- Kimbrough, K. P. (1991). Optimal taxation and inflation in an open economy. *Journal of Economic Dynamic and Control*, 15(1), 179-196.
- Kitagawa, G. (1996). Monte Carlo filter and smoother for non-Gaussian nonlinear state space models. *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 5(1), 1-25.
- Kitagawa, G. (1998). A self-organizing state-space model. *Journal of the American Statistical Association*, 93(443), 1203-1215.
- Krugman, P. R. (1979). A model of balance-of-payments crises. *Journal of Money, Credit and Banking*, 11(3), 311-325.
- Kumamoto, H., & Kumamoto, M. (2008). Currency substitution, network externalities and hysteresis effects. *Journal of Commerce, Economics and Economic History*, 77(1), 1-13.
- Kumamoto H. (2014). Recent experiences with currency substitution. *International Journal of Financial Research*, 5(4), 1-12.
- Kumamoto, H., & Kumamoto M. (2014a). A panel time series approach to currency substitution. *Economics and Finance Review*, 3(9), 1-12.
- Kumamoto, H., & Kumamoto, M. (2014b). Does currency substitution affect exchange rate volatility?. *International Journal of Economics and Financial Issues*. 4(4), 698-704.
- Kumamoto, H., & Kumamoto, M. (2014c). GMM estimations of currency substitution in central European countries. *Economics and Finance Review*, 3(10), 1-7.
- Kumamoto, M., & Kumamoto, H. (2014d). Currency substitution and monetary policy under the incomplete financial market. *Japanese Journal of Monetary and Financial Economics*, 2(2), 16-45.
- Kumamoto, M., & Kumamoto, H. (2014e). Currency substitution and monetary policy in inflation-targeting Asian countries. マクロ・金融ワークショップ（一橋大学）報告論文（2014年10月21日）.
- Kumar, S., & Rao, B. B. (2012). Error-correction based panel estimates of the demand for money of selected Asian countries with the extreme bounds analysis. *Economic Modelling*, 29(4), 1181-1188.
- Kumar S., Chowdhury, M. B., & Rao, B. B. (2013). Demand for money in the selected OECD countries: A time series panel data approach and structural breaks. *Applied Economics*, 45(14), 1767-1776.

- Lane, P., & Milesi-Ferretti, G. M. (2001). Long-term capital movement. In: Bernanke, B. S., & Rogoff, K. (Eds.), *NBER Macroeconomics Annual 2001* (pp. 73-116), Cambridge: MIT Press.
- Levin, A., Lin, C. F., & Chu, C. (2002). Unit root tests in panel data: Asymptotic and finite-sample properties. *Journal of Econometrics*, *108*(1), 1-24.
- Liviatan, N. (1981). Monetary expansion and real exchange rate dynamics. *Journal of Political Economy*, *89*(6), 1218-1227.
- Ljungqvist, L., & Sargent, T. J. (2004). *Recursive macroeconomic theory*, The MIT Press.
- Lombardo, G., & Sutherland, A. (2007). Computing second-order-accurate solutions for rational expectation models using linear solution methods. *Journal of Economic Dynamics and Control*, *31*(2), 515-530.
- Lubik, T. A. (2007). Non-stationarity and instability in small open-economy models even when they are “closed”. *Economic Quarterly*, *93* (4), 393-412.
- Maddala, G. S., & Wu, S. (1999). A comparative study of unit root tests with panel data and a new simple test. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *61*(SI), 631-652.
- Mahdavi, M., & Kazemi, H. B. (1996). Indeterminacy and volatility of exchange rates under imperfect currency substitution. *Economic Inquiry*, *34*(1), 168-181.
- Malik, H. (2005). Monetary-exchange rate policy and current account dynamics. *MPRA* (Munich Personal RePEc Archive) *Paper*, No.455.
- Mankiw, G. (1985). Small menu costs and large business cycles: A macroeconomic model of monopoly. *Quarterly Journal of Economics*, *100*(2), 529-539.
- Mark, N. C., & Sul, D. (2003). Cointegration vector estimation by panel DOLS and long-run money demand. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, *65*(5), 655-680.
- Matsuyama, K., Kiyotaki, N., & Matsui, A. (1993). Toward a theory of international currency. *Review of Economic Studies*, *60*(2), 283-307.
- McCandless, G. (2008). *The ABCs of RBCs: An introduction to dynamic macroeconomic models*, Harvard University Press.
- McKenzie, M. D. (1999). The impact of exchange rate volatility on international trade flows. *Journal of Economic Surveys*, *13*(1), 71-106.
- Metin-Özcan, K., & Us, V. (2007). Dedollarization in Turkey after decades of dollarization: A myth or reality?. *Physica A*, *385*(1), 292-306.
- Miles, M. A. (1978). Currency substitution, flexible exchange rates, and monetary independence. *American*

- Economic Review*, 68(3), 428-436.
- Mongardini, J., & Mueller, J. (2000). Ratchet effects in currency substitution: An application to the Kyrgyz Republic. *IMF Staff Papers*, 47(2), 218-237.
- Mulligan, C. B., & Sala-i-Martin, X. (1997). The optimum quantity of money: Theory and evidence. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 24(4), 687-715.
- Neanidis, K. C., & Savva, C. S. (2006). The effects of uncertainty on currency substitution and inflation: Evidence from emerging economies. *The University of Manchester Economic Discussion Paper* EDP-0609.
- Neanidis, K. C., & Savva, C. S. (2009). Financial dollarization: Short-run determinants in transition economies. *Journal of Banking & Finance*, 33(10), 1860-1873.
- Obstfeld, M., & Rogoff, K. (1996). *Foundations of international macroeconomics*, The MIT Press.
- Ogawa, E., & Sasaki, Y. N. (1998). Inertia in the key currency. *Japan and the World Economy*, 10(4), 421-439.
- Ortiz, G. (1983). Currency substitution in Mexico: The dollarization problem. *Journal of Money, Credit and Banking*, 15(2), 174-185.
- Osawa, N. (2006). Monetary policy responses to the exchange rate: Empirical evidence from three Asian inflation-targeting countries. *Bank of Japan Paper Series*, No.06-E-14.
- Osborn, D. R. (1995). Moving average detrending and the analysis of business cycles. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 57(4), 547-558.
- Pedroni, P. (1999). Critical values for cointegration tests in heterogeneous panels with multiple regressors. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 61(S1), 653-670.
- Pedroni, P. (2000). Fully modified OLS for heterogeneous cointegrated panels. In: Baltagi, B. H. (Ed.), *Nonstationary panels, panel cointegration and dynamic panels* (pp. 93-130), Amsterdam: Elsevier.
- Pedroni, P. (2001). Purchasing power parity tests in cointegrated panels. *The Review of Economics and Statistics*, 83(4), 597-625.
- Peiers, B., & Wrase, J. (1997). Dollarization hysteresis and network externalities: Theory and evidence from an informal Bolivian credit market. *Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Paper*, 97-21.
- Pesaran, M. H., & Shin, Y. (1999). An autoregressive distributed lag modeling approach to cointegration analysis. In Ström, S. (Ed.), *Econometrics and economic theory in the 20th century: The Ragnar Frisch Centennial Symposium* (pp. 371-413), Cambridge, Cambridge University Press.
- Ra, H.-R. (2008). Modeling the dollarization: A case study for Cambodia, Laos and Vietnam. *Global*

- Economics Review*, 37(2), 157-169.
- Rabanal, P., & Tuesta, V. (2010). Euro-dollar real exchange rate dynamics in an estimated two-country model: An assessment. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34(4), 780-797.
- Raftery, A. E., & Lewis, S. (1996). Implementing MCMC. In Gilks, W. R., Richardson, S. T., & Spiegelhalter, D. J. (Eds.), *Markov chain Monte Carlo in practice* (pp. 115-130), Chapman & Hall.
- Ramirez-Rojas, C. L. (1985). Currency substitution in Argentina, Mexico, and Uruguay. *IMF Staff Papers*, 32(4), 629-667.
- Rao, B. B., & Kumar, S. (2009). A panel data approach to the demand for money and the effects of financial reforms in Asian countries. *Economic Modelling*, 26(5), 1012-1017.
- Ravn, M. O., & Uhlig, H. (2002). On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations. *The Review of Economics and Statistics*, 84(2), 371-380.
- Roberts, G. O, Gelman, A., & Gilks, W. R. (1997). Weak convergence and optimal scaling of random walk metropolis algorithms. *Annals of Applied Probability*, 7(1), 110-120.
- Rodríguez, M. C. & Turner, P. (2003). Currency substitution and the demand for money in Mexico. *Applied Economics Letters*, 10(1), 59-62.
- Rogers, J. H. (1990). Foreign inflation transmission under flexible exchange rates and currency substitution. *Journal of Money, Credit, and Banking*, 22(2), 195-208.
- Rogers, J. H. (1992). The currency substitution hypothesis and relative money demand in Mexico and Canada”, *Journal of Money, Credit, and Banking*, 24(3), 300-318.
- Rojas-Suárez, L. (1992). Currency substitution and inflation in Peru. *IMF Working Paper*, WP/92/33.
- Saatçioğlu, C., Bulut, C., & Korap, L. (2007). Does currency substitution affect exchange rate uncertainty? The case of Turkey. *MPRA (Munich Personal RePEc Archive) Paper No. 20319*.
- Samreth, S. (2010). Currency substitution and seigniorage-maximizing inflation: The case of Cambodia. *Applied Economics*, 42(15), 1907-1916.
- Samreth, S. (2011). An empirical study on the hysteresis of currency substitution in Cambodia. *Journal of Asian Economics*, 22(6), 518-527.
- Scheiber, T., & Stix, H. (2009). Euroization in central, eastern and southeastern Europe: New evidence on its extent and some evidence on its causes. *Oesterreichische Nationalbank Working Paper 159*.
- Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2003). Closing small open economy models. *Journal of International Economics*, 61(1), 163-185.

- Schmitt-Grohé, S., & Uribe, M. (2004). Solving dynamic general equilibrium models using a second-order approximation to the policy function. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 28(4), 755-775.
- Selaive, J. D., & Tuesta, V. (2003). Net foreign assets and imperfect pass-through: The consumption real exchange rate anomaly. *Central Bank of Chile Working Papers*, No. 252.
- Selçuk, F. (1994). Currency substitution in Turkey. *Applied Economics*, 26(5), 509-518.
- Selçuk, F. (1997). GMM estimation of currency substitution in a high-inflation economy: Evidence from Turkey. *Applied Economics Letters*, 4(4), 225-227.
- Selçuk, F. (2003). Currency substitution: New evidence from emerging economies. *Economics Letters*, 78(2), 219-224.
- Serletis, A., & Pinno, K. (2007). On Canada's exchange rate regime. In: Barnett, W. A., & Serletis, A. (Eds.), *Functional structure inference* (pp. 131-141), Amsterdam: Elsevier.
- Setzer, R., & Wolff, G. B. (2013). Money demand in the euro area: New insights from disaggregated data. *International Economics and Economic Policy*, 10(2), 297-315.
- Sharma, S. C., Kandil, M., & Chaisrisawatsuk, S. (2005). Currency substitution in Asian countries. *Journal of Asian Economics*, 16(3), 489-532.
- Sims, C. A. (2002). Solving linear rational expectations models. *Computational Economics*, 20(1), 1-20.
- Siregar, R. Y., & Goo, S. (2010). Effectiveness and commitment to inflation targeting policy: Evidence from Indonesia and Thailand. *Journal of Asian Economics*, 21(2), 113-128.
- Stix, H. (2001). Survey results about foreign currency holdings in five central and eastern European countries. *CeSifo Forum*, 3/2001, 41-48.
- Stix, H. (2002). The Euro in central and eastern Europe: Survey evidence from five countries. *CeSifo Forum*, 3/2002, 28-33.
- Stix, H. (2004). Foreign currency demand since 2002: Evidence from five central and eastern European countries. *CeSifo Forum*, 4/2004, 28-33.
- Stix, H. (2013). Why do people save in cash? Distrust, memories of banking crises, weak institutions and dollarization. *Journal of Banking and Finance*, 37(11), 4087-4106.
- Sutherland, A. (2005). Incomplete pass-through and the welfare effects of exchange rate variability. *Journal of International Economics*, 65(2), 375-399.
- Uribe, M. (1997). Hysteresis in a simple model of currency substitution. *Journal of Monetary Economics*, 40(1), 1299-1303.

- Uribe, M. (1999). Comparing the welfare costs and initial dynamics of alternative stabilization policies. *Journal of Development Economics*, 59(2), 295-318.
- Us, V. (2003). Analyzing the persistence of currency substitution using a ratchet variable: The Turkish case. *Emerging Markets Finance and Trade*, 39(4), 58-81.
- Valadkhani, A. (2008). Long and short run determinants of the demand for money in the Asian-Pacific countries: An empirical panel investigation. *Annals of Economics and Finance*, 9(1), 77-90.
- Végh, C. A. (1989). The optimal inflation tax in the presence of currency substitution. *Journal of Monetary Economics*, 24(1), 139-146.
- Végh, C. A. (2013). *Open economy macroeconomics in developing countries* (1st ed.), Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Walsh, C. E. (1984). Optimal taxation by the monetary authority. *NBER Working Paper*, No.1375.
- Walsh, C. E. (2010). *Monetary Theory and Policy* (3rd ed.), The MIT Press.
- Woodford, M. (2003). *Interest and prices: Foundations of theory of monetary policy*, Princeton and Oxford: Princeton University Press.
- Yinusa, D. O. (2008). Between dollarization and exchange rate volatility: Nigeria's portfolio diversification option. *Journal of Policy Modeling*, 30(5), 811-826.
- Yinusa, D. O., & Akinlo, A. E. (2008). Exchange rate volatility and the extent of currency substitution in Nigeria. *Indian Economic Review*, 43(2), 161-181.
- Zakoïan, J. M. (1994). Threshold heteroskedastic models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18(5), 931-944.
- 小川英治 (1995) 「並行通貨アプローチからみた基軸通貨の慣性」, 『一橋論叢』, 第 114 巻第 5 号, 58-74 頁.
- 小川英治 (1998) 『国際通貨システムの安定性』 東洋経済新報社.
- 加納隆 (2013) 「為替レートのランダムウォークネスとファンダメンタルズ: 動学的確率的一般均衡分析からの視点」, 『国際通貨制度の諸課題—アジアへのインプリケーション—』, 第 5 章, 全国銀行協会金融調査会.
- 熊本尚雄・熊本方雄 (2003a) 「ラテンアメリカにおける通貨代替の GMM 推定」, 『アジア経済』, 第 44 巻第 4 号, 50-59 頁.
- 熊本尚雄・熊本方雄 (2003b) 「ラテンアメリカにおける通貨代替の実証分析—ARDL モデルによるアプローチ—」, 『国際開発研究』, 第 12 巻第 2 号, 81-95 頁.

- 熊本尚雄 (2004) 「基軸通貨ドルにおける慣性の実証分析」, 『一橋論叢』, 第 131 巻第 6 号, 151-170 頁.
- 熊本尚雄・熊本方雄 (2005) 「誤差修正 VAR モデルによる通貨代替の実証分析」, 『金融経済研究』, 第 22 号, 41-58 頁.
- 熊本尚雄・熊本方雄 (2014) 「通貨代替の経済分析」, 『商学論集』, 第 82 巻第 3 号, 43-66 頁.
- 熊本方雄 (2014) 「通貨代替と為替相場のボラティリティ」, 『東京経大会誌』, 第 283 号, 121-152 頁.
- 小西貞則・越智義道・大森裕浩 (2008) 『計算科学の方法—ブートストラップ, EM アルゴリズム, MCMC』, 朝倉書店.
- 澤田康幸 (2003) 「通貨代替と通貨危機—理論と実証」高木信二・宮尾龍蔵・澤田康幸・渋谷浩・横川和男[著] 『通貨危機と資本逃避—アジア通貨危機の再検討』, 第 5 章, 東洋経済新報社.
- 千木良弘朗・早川和彦・山本拓 (2011) 『動学的パネルデータ分析』, 知泉書館.
- 廣瀬康生 (2012) 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』, 三菱経済研究所.
- 藤木裕 (2000) 「エマージング・マーケット諸国の為替相場制度・金融制度の選択について」, 『金融研究』, 第 19 巻第 3 号, 79-123 頁.
- 藤原一平・渡部敏明 (2011) 「マクロ動学一般均衡モデル—サーヴェイと日本のマクロデータへの応用—」, 『経済研究』, 第 62 巻第 1 号, 66-93 頁.
- 矢野浩一・飯田泰之・和合肇 (2011) 「ゼロ金利制約下における日本経済—流動性制約家計を含むニューケインジアン DSGE モデル」, 浅子和美・飯塚信夫・宮川努[編] 『世界同時不況と景気循環分析』, 第 3 章, 東京大学出版会.
- 渡部敏明 (2009) 「マルコフ・スイッチング・モデルを用いた日本の景気循環の計量分析」, 『経済研究』, 第 60 巻第 3 号, 253-265 頁.