

# 時変多変量自己回帰モデルを用いた 日本の輸出量の計量分析\*

中島上智<sup>†</sup>・渡部敏明<sup>‡</sup>

輸出量は為替レートや海外経済の変動に影響を受け、その影響度合いは時期によって異なる可能性がある。本稿では、時変多変量自己回帰(Time-varying parameter VAR)モデルを用いて、日本の実質輸出の変動について構造変化を考慮した定量的な分析を行う。実証分析の結果、為替レートや海外経済が日本の実質輸出に与える影響度は時期によって相応に異なり、2013年からの今次景気回復局面では、日本の実質輸出に対して為替レートの影響度が低下する一方、海外経済の影響度が高まっていることが示唆される。

JEL Classification Codes: C32, F14, F41

## 1. 序論

現代の開放経済において、貿易は一国の経済を描写する上で重要な変数の一つである。特に、グローバル化が進展した今日においては、貿易が国内経済や海外経済の様々な変動の結果であると同時に、それらの原因となり得る。国内経済の動向を把握し、先行きを見通す上では、貿易収支と他の経済変数の相互依存関係を適切に分析することが不可欠である。

これまで、文献の中では、貿易量の分析を行うために、輸出関数や輸入関数といったシンプルな推定モデルが扱われてきた(例えば、Irwin (2002)を参照)。これら関数形のモデルは、国内外の需要や為替レートが、貿易量に与える影響を分析する枠組みである。例えば、Rose and Yellen (1989)、Bahmani-Oskooee and Goswami (2003)、堀 (2009)、清水・佐藤 (2015)等は、為替レートが貿易収支に与える影響を推定している。倉知他 (2015)は、海外の国・地域の成長率や為替レートを説明変数とする単純な輸出関数を推定して、金融危機後の日本における輸出の伸び悩みについて、この単純な輸出関数では説明できない要因が生じていると論じた。倉知他 (2015)はその要因として、世界貿易の停滞や情報関連分野における競争力低下、現地調達拡大を伴う海外生産の加速、といった事象を挙げ

ている。

貿易収支と他の経済変数の相互依存関係を捉えるという観点からは、多変量自己回帰(VAR)モデルが用いられている。例えば、宮尾 (2006)は、輸出量、輸入量、為替レートの3変数VARモデルを推定している。山下 (2013)は、この3変数に加えてGDPを含めた4変数VARモデルを推定している。Koray and Laster (1989)は、為替レートのボラティリティが貿易量に与える影響を調べるため、為替レートのボラティリティに加えて、貿易量のほか、マネーサプライやGDP、物価、金利等の変数を用いて、VARモデルを推定している。輸入関数について、Bussiere *et al.* (2013)は国別、飯塚 (2012)は財別の分析を行っている。

こうした関数形モデルから導かれる影響やVARモデルから示唆される相互依存関係は、時代によって変化する可能性がある。貿易規制の撤廃や関税率の低下といった制度要因から、グローバル・バリュー・チェーン(GVC)の拡大や為替レートの安定といった経済構造要因に至るまで、貿易を取り巻く環境が変化することにより、貿易量と経済変数の関係も変化し得ると考えるのが自然である。ところが、文献で扱われている多くの論文が、通期一定のパラメータをもつモデルで推定を行っており、貿易量と経済変数の関係の時変可能性を考慮していない。

文献の中には, Constantinescu *et al.* (2015) など, 時期によってサンプル期間を分けて推定を行い, パラメータの比較を行っているものもあるが, パラメータの変化がそのサンプル期間を分割したその時点で起きているとは限らず, パラメータの変化時点については常に不確実性を伴う。また, サンプル期間を通じて緩やかに変化している可能性もある。

そこで, 本稿では, 貿易量と経済変数の関係が時間を通じて変化することを考慮したモデルとして, 時変多変量自己回帰 (Time-varying parameter VAR, TVP-VAR) モデルによる分析を提案する。元々, VAR モデルは Sims (1980) によって経済データの分析の枠組みとして提案され, 多くの拡張が行われてきた (例えば, 宮尾 (2006) を参照)。近年では, 経済の波及メカニズムは時間を通じて変化しているかもしれないという指摘が多くなり, VAR モデルのパラメータが每期変化する仮定を取り入れた TVP-VAR モデルが, Cogley and Sargent (2005) および Primiceri (2005) によって提案された。現在では, TVP-VAR モデルを用いた分析が増えている (詳しくは, 中島・渡部 (2012) を参照)。変化の激しい昨今の経済において, 波及度合いの時間的変化を考慮したモデルを用いて貿易収支の動向を分析することは学術的にも実務的にも重要であり, TVP-VAR モデルはそのために適した分析手法であると考えられる。

本稿では, 日本の輸出量のデータを用いて, TVP-VAR モデルの推定を行う。具体的には, 世界景気指数, 為替レート, 実質輸出の3変数を用いた分析を行った。まず, TVP-VAR モデルのデータへのあてはまりの良さを検討するために, 予測精度を基準としたモデル比較を行った。その結果, ラグ係数や誤差項の分散が通期一定の VAR モデルに比べて, TVP-VAR モデルの方が予測精度が高いことがわかった。さらに, TVP-VAR モデルによって得られたインパルス応答をみると, 実質輸出の決定要因は時期によって大きく異なることがわかった。2013 年からの今次景気回復局面をみると, 円レートの減価が日本の実質輸出の伸びを押し上げる効果は以前と比べて小さくなっている。一方, 海

外経済の減速が日本の実質輸出の伸びを押し下げる効果は以前と比べて大きくなっていることがわかった。

本稿の構成は以下の通りである。まず, 第2節では, 本稿の分析手法である TVP-VAR モデルと推定方法について説明する。第3節では, 日本の輸出量を用いた実証分析を行い, 推定結果を報告する。最後に, 第4節で本稿のまとめを行うとともに今後の発展について述べる。

## 2. TVP-VAR モデル

### 2.1 モデルの定式化

現在, 文献で扱われている TVP-VAR モデルのほとんどが, Primiceri (2005) によって提案された定式化を基にしている。本稿でも, Primiceri (2005) の定式化による TVP-VAR モデルを用いる。分析の対象とする,  $k$  個の変数をベクトル  $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})'$  と定義すると, TVP-VAR モデルは次式で表される。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{c}_t + \mathbf{B}_{1t}\mathbf{y}_{t-1} + \dots + \mathbf{B}_{st}\mathbf{y}_{t-s} + \mathbf{u}_t, \quad (1)$$

$$\mathbf{u}_t \sim N(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega}_t), \quad t = s+1, \dots, n. \quad (2)$$

ラグ次数は  $s$  であり,  $\mathbf{c}_t$  は  $(k \times 1)$  の時変の定数項ベクトル,  $\mathbf{B}_{it}$  は  $(k \times k)$  の時変の係数行列 ( $i=1, \dots, s$ ),  $\mathbf{u}_t$  は  $(k \times 1)$  の誤差項ベクトルである。誤差項  $\mathbf{u}_t$  は, 平均が  $\mathbf{0}$ , 共分散が時変の共分散行列  $\boldsymbol{\Omega}_t$  である  $k$  変量正規分布に従う。

ここで, 時変の共分散行列  $\boldsymbol{\Omega}_t$  は, 通常, コレスキー分解によって次のように分解される。

$$\boldsymbol{\Omega}_t = \mathbf{A}_t^{-1} \boldsymbol{\Sigma}_t \mathbf{\Sigma}_t' \mathbf{A}_t^{-1'}. \quad (3)$$

ただし,  $\mathbf{A}_t$  は対角成分が 1 の  $(k \times k)$  の下三角行列,  $\boldsymbol{\Sigma}_t$  は  $(k \times k)$  の対角行列であり, 各要素を次のように定義する。

$$\mathbf{A}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21t} & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ a_{k1t} & \cdots & a_{k,k-1,t} & 1 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_t = \begin{pmatrix} \sigma_{1t} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \sigma_{kt} \end{pmatrix}.$$

ここで,  $\sigma_{it}$  は変数  $i$  のショックの時変の標準偏差 ( $\sigma_{it}^2$  は分散),  $a_{ijt}$  は変数  $j$  のショックが変

数  $i$  に与える同時相関の時変パラメータである。

式(1)の定数項と係数を横に並べた行列  $[c_t, B_{1t}, \dots, B_{st}]$  の各要素を行ごとに一列に並べた  $(k(s+1) \times 1)$  のベクトルを  $\beta_t$  と定義する。また、これに対応するように  $X_t = I_k \otimes (1, y'_{t-1}, \dots, y'_{t-s})$  と定義する。ただし、 $I_k$  は  $k \times k$  の単位行列、 $\otimes$  はクロネッカー積である。すると、式(1)-(3)式は、次式に変形できる。

$$y_t = X_t \beta_t + A_t^{-1} \Sigma_t e_t, \quad (4)$$

$$e_t \sim N(0, I_k). \quad (5)$$

ただし、 $e_t = (e_{1t}, \dots, e_{kt})'$  は基準化された構造ショックである。

式(4)-(5)には、時変パラメータ  $\beta_t, A_t, \Sigma_t$  の3つがある。Primiceri(2005)は、これらのパラメータの各要素がランダム・ウォークに従うと定式化した。すなわち、 $A_t$  の下三角成分を行ごとに一列に並べたベクトルを  $a_t = (a_{21t}, a_{31t}, a_{32t}, a_{41t}, \dots, a_{k,k-1,t})'$  とおき、 $\Sigma_t$  の対角成分を  $h_{it} = \log \sigma_{it}^2$  と変換した上で一列に並べたベクトルを  $h_t = (h_{1t}, \dots, h_{kt})'$  と定義する。それぞれのベクトルは次式のランダム・ウォークに従うと仮定する。

$$\beta_{t+1} = \beta_t + u_{\beta t}, \quad (6)$$

$$a_{t+1} = a_t + u_{at}, \quad (7)$$

$$h_{t+1} = h_t + u_{ht}. \quad (8)$$

ただし、

$$\begin{pmatrix} e_t \\ u_{\beta t} \\ u_{at} \\ u_{ht} \end{pmatrix} \sim N \left( 0, \begin{pmatrix} I_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Sigma_\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Sigma_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Sigma_h \end{pmatrix} \right). \quad (9)$$

この TVP-VAR モデルの定式化が確立するまでの変遷を振り返ると、Canova(1993)や Sims(1993)は、VAR モデルのラグ係数である  $\beta_t$  に時変パラメータを導入した。その後、Cogley and Sargent(2001)も同様に  $\beta_t$  を時変にして米国のマクロ経済の分析を行ったところ、Sims(2001)と Stock(2001)は、ラグ係数だけでなく構造ショックの分散、すなわち  $h_t$  も時変にした方がよいのではないかと指摘した。その理由として、もし真の分散  $h_t$  が時変であるのにも関わらず、モデルでは通期一定と仮定して、ラグ次数  $\beta_t$  のみ時変にして推定しまうと、

本来の分散  $h_t$  の変動をラグ次数  $\beta_t$  で捉えてしまい、本来の  $\beta_t$  の変動を適切に推定できないのではないかと指摘した。この指摘に応える形で、Cogley and Sargent(2005)は  $\beta_t$  と  $h_t$  の両方を時変にしたモデルを開発した。さらに、Primiceri(2005)は  $a_t$  についても時変にすべきであると主張し、 $(\beta_t, a_t, h_t)$  の全てが時変である TVP-VAR モデルを提案した。

ショックの時変の分散である  $h_t$  は、確率的ボラティリティ (Stochastic volatility, SV) と呼ばれるモデルを援用している。SV モデルは、株価や為替レート等、資産価格の収益率の分散が時間を通じてどのように変化するかを分析する枠組みとして、ARCH(Autoregressive conditional heteroscedasticity) モデル等と並行して、研究が進められてきた(詳しくは、渡部(2000)を参照)。元々は計量ファイナンスの分野で発展してきたモデルだが、マクロ変数の分析においても、VAR モデルのショックの分散が変化しているかもしれないという指摘(Sims(2001), Stock(2001))から、Cogley and Sargent(2005)や Primiceri(2005)は、VAR モデルに SV モデルを組み込み、TVP-VAR モデルへと発展させた。こうした流れから今日では、マクロ計量経済の分野においても、SV モデルが普及しつつある。

なお、SV モデルでは、観測値の時系列の個数分  $(h_{s+1}, \dots, h_n)$  を未知の変数として推定しなければならない。さらに、非線形モデルのため、カルマン・フィルター等を用いた最尤法による推定が困難である。Primiceri(2005)では、最尤法の代わりに、ベイズ推定法の枠組みにおけるマルコフ連鎖モンテカルロ (Markov chain Monte Carlo, MCMC) 法を用いた推定方法を提案しており、本稿でもこの方法を採用する。

## 2.2 TVP-VARモデルのベイズ推定

TVP-VAR モデルの推定方法は、Primiceri(2005)によって提案され、その後、幅広く使われてきた。しかし、その推定アルゴリズムに誤りがあることが発見され、Del Negro and Primiceri(2015)によって修正が行われた。誤りがあったのは、ショックの分散の SV モデルを推

定する部分である。Kim *et al.*(1998)による Mixture sampler と呼ばれる SV モデルの推定方法を援用していたが、TVP-VAR モデルの推定アルゴリズムへの組み込みに誤りがあった。Mixture sampler は求めたいパラメータの分布を近似することにより、前述した非線形性のある SV モデルを効率的に推定する。一方、Nakajima *et al.*(2009) や中島・渡部(2012)は、TVP-VAR モデルの SV モデルの部分の推定に、Shephard and Pitt(1997)および Watanabe and Omori(2004)によって提案された、Block sampler と呼ばれる方法を用いており、Mixture sampler のような近似を行わないため、厳密に正確なパラメータの分布を求めることができる。また、Primiceri(2005)の誤りも含んでいない。そこで、本稿では、Nakajima *et al.*(2009)や中島・渡部(2012)で用いられている、Block sampler による TVP-VAR モデルの推定方法を解説し、次節の実証分析で用いる<sup>1)</sup>。

MCMC 法による推定は、パラメータに事前分布を設定し、モデルから導かれる事後分布からパラメータの確率標本を乱数発生させて、得られた標本を基に統計的推測を行う。MCMC 法は 1 回前にサンプリングされた値に依存させて次のサンプリングを行う方法の総称である。MCMC 法については、Koop(2003)、和合(2005)、中妻(2007, 2013)、古澄(2015)等を参照されたい。

TVP-VAR モデルの推定は、まず、 $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_t\}_{t=1}^n$ ,  $\boldsymbol{\beta} = \{\boldsymbol{\beta}_t\}_{t=s+1}^n$ ,  $\mathbf{a} = \{\mathbf{a}_t\}_{t=s+1}^n$ ,  $\mathbf{h} = \{\mathbf{h}_t\}_{t=s+1}^n$ ,  $\boldsymbol{\omega} = (\boldsymbol{\Sigma}_\beta, \boldsymbol{\Sigma}_a, \boldsymbol{\Sigma}_h)$  と定義する。なお、本稿の分析では、 $(\boldsymbol{\Sigma}_\beta, \boldsymbol{\Sigma}_a, \boldsymbol{\Sigma}_h)$  を全て対角行列と仮定し、 $(w_{\beta i}^2, w_{a i}^2, w_{h i}^2)$  をそれぞれの行列の第  $i$  対角成分と定義する。パラメータの事前分布を  $\pi(\boldsymbol{\omega})$  とすると、TVP-VAR モデルの同時事後分布は、次式で表される。

$$\pi(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega} | \mathbf{y}) \propto \pi(\boldsymbol{\omega}) \times f(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega}) \times \pi(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h} | \boldsymbol{\omega}).$$

MCMC 法を用いて、この事後分布から確率標本を発生させることを考える。

MCMC 法による TVP-VAR モデルの推定は、次のアルゴリズムによって行われる。

1.  $(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega})$  の初期値を決める。

2.  $\boldsymbol{\beta} | \mathbf{y}, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega}$  のサンプリングを行う。
3.  $\mathbf{a} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega}$  のサンプリングを行う。
4.  $\mathbf{h} | \mathbf{y}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\omega}$  のサンプリングを行う。
5.  $\boldsymbol{\omega} | \boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h}$  のサンプリングを行う。
6. 2に戻る。

ステップ 2～5 は、それぞれのパラメータの条件付き事後分布からのサンプリングとなっている。これらの条件付き事後分布のサンプリングを順に繰り返して得られた確率標本は、サンプリング数が十分に大きいときに、全体の同時事後分布  $\pi(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{a}, \mathbf{h}, \boldsymbol{\omega} | \mathbf{y})$  からの確率標本とみなすことができる。各サンプリング方法については、補論 A を参照されたい。

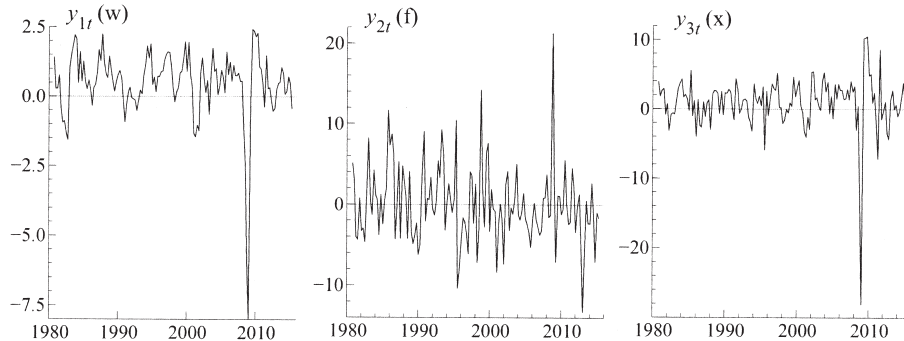
### 3. 日本の輸出量の変動要因に関する実証分析

本節では、日本の輸出量がどのような要因によって変動しており、その要因の影響度は時期によって異なるのかどうか、また、2013 年からの今次景気回復局面では、輸出が伸び悩んでおり、どのような原因が考えられるのか、といった点に焦点を当てて実証分析を行う。以下では、まず推定に用いたデータについて説明し、その後、TVP-VAR モデルのモデル比較とパラメータの推定結果を報告し、日本の輸出量の変動要因について考察する。

#### 3.1 データ

実証分析に用いるデータは、世界景気指数、為替レート、日本の実質輸出の 3 変数である。世界景気指数は OECD の鉱工業生産指数、為替レートは日本円の実質実効為替レート、実質輸出は季節調整済み計数を用いる。世界景気指数は OECD から、それ以外の 2 変数は日本銀行ホームページから取得した。系列は月次計数に 3 か月平均をとることによって、四半期計数を作成し、推定には前期比を用いた。推定期間は 1980 年第 1 四半期から 2015 年の第 2 四半期までの  $n=142$  である。図 1 にデータの時系列が描かれており、2008 年のリーマンショックの影響から、どの変数もこの時期に大きく振れているのが特徴的である。なお、ここで用いる為替レートの前期比はプラスになると円が増価したことを意味する。



図1. 推定に使用したデータ：世界景気指数( $w$ ), 為替レート( $f$ ), 実質輸出( $x$ ). 全て前期比(%).

VAR モデルのショックの識別は, 上で変数を説明した順番に並べ, 下三角行列によるコレスキー分解を用いる. 四半期内の同時点構造を考えると, 日本の実質輸出にとって, 世界景気指数は最も外生的な変数であると考えられる. また, 為替レートと実質輸出は同時決定に近い側面もあるが, 本稿では為替レートが先に決まり, 実質輸出が同時点で為替レートに影響されると考えた.

事前分布は次のように設定した.  $w_{it}^2 \sim IG(20, 0.01)$ ,  $w_{ai}^2 \sim IG(2, 0.01)$ ,  $w_{hj}^2 \sim IG(20, 0.1)$ ,  $\beta_{s+1} \sim N(\mathbf{0}, 10\mathbf{I})$ ,  $\alpha_{s+1} \sim N(\mathbf{0}, 10\mathbf{I})$ ,  $\mathbf{h}_{s+1} \sim N(\mathbf{0}, 100\mathbf{I})$ . 時変パラメータの分散については,  $\beta_t$  が比較的緩やかに推移する一方,  $\alpha_t$  と  $\mathbf{h}_t$  については相対的に大きな動きを許容している. MCMC 法による推定は, 稼動検査 (burn-in) 期間として最初の 5,000 個を捨てた後, 50,000 個のサンプルを発生させた<sup>2)</sup>.

### 3.2 モデル比較

本稿のデータセットを用いて, TVP-VAR モデルが通常の VAR に比べて優れているかどうかモデル比較を行う. ベイズ推定の枠組みにおいて, モデル比較を行うには, 周辺尤度 (Marginal likelihood) の計算を試みる事が多いが, TVP-VAR モデルのように潜在変数が多いモデルの周辺尤度を計算することは困難である. よく用いられている調和平均法 (Harmonic mean method) は, Chan and Grant (2015) が指摘するように, バイアスが生じる可能性があり, 今後の研究の蓄積が待たれている.

そこで, 本稿では予測精度を基準としてモデ

ル比較を行う. 事後予測分布から得られる確率標本に基づいて予測値を求め, 実際に観測された値との誤差の程度を評価する.  $n$  時点までのデータ ( $\mathbf{Y}_n$  と定義する) が得られたときの 1 期先予測値  $\mathbf{y}_{n+1}$  の事後予測分布は次式で表される.

$$\begin{aligned} p(\mathbf{y}_{n+1} | \mathbf{Y}_n) &= \int f(\mathbf{y}_{n+1} | \beta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1}, \mathbf{y}_n, \dots, \mathbf{y}_{n-s+1}) \\ &\quad \times \pi(\beta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1} | \beta, \alpha, \mathbf{h}, \omega) \\ &\quad \times \pi(\beta, \alpha, \mathbf{h}, \omega | \mathbf{Y}_n) \\ &\quad d\beta_{n+1} d\alpha_{n+1} d\mathbf{h}_{n+1} d\beta d\alpha d\mathbf{h} d\omega. \quad (10) \end{aligned}$$

この事後予測分布は, 第 2.2 節で説明した MCMC 法のアロリズムに加えて,  $\pi(\beta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1} | \beta, \alpha, \mathbf{h}, \omega)$  からのサンプリングと,  $f(\mathbf{y}_{n+1} | \beta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1}, \mathbf{y}_n, \dots, \mathbf{y}_{n-s+1})$  からのサンプリングを行うことで確率標本を得ることができる. 具体的には, 第 2.2 節のアロリズムでサンプリングされた  $(\beta, \alpha, \mathbf{h}, \omega)$  を用いて, 状態方程式 (6)–(9) から  $(\beta_{n+1}, \alpha_{n+1}, \mathbf{h}_{n+1})$  のサンプルを得る. さらに, そのサンプルを用いて, 観測方程式 (4)–(5) と  $(\mathbf{y}_{n-s+1}, \dots, \mathbf{y}_n)$  から  $\mathbf{y}_{n+1}$  のサンプルを得る.

データの振れや局面による予測精度の偏りを排除するため, 予測試験期間を設定する. まず, 2012 年第 2 四半期までのデータを用いて 2012 年第 3 四半期を予測する. 次に, 推定に使うデータを 1 四半期追加して, 2012 年第 3 四半期までのデータから 2012 年第 4 四半期を予測する. こうした 1 期先予測を繰り返して, 2015 年第 2 四半期までの予測を行い, 合計 3 年間 (12 四半期) の予測試験期間について, 平均予

表 1. 予測精度によるモデル比較. 数値は CVAR モデルに対する相対 RMSE.

| モデル           | 時変の変数                | ラグ次数 | 世界景気( $w$ ) | 為替( $f$ ) | 実質輸出( $x$ ) | 合計    |
|---------------|----------------------|------|-------------|-----------|-------------|-------|
| CVAR          | —                    | 3    | 1.000       | 1.000     | 1.000       | 1.000 |
| Semi-TVP-VAR1 | $\beta, \alpha_t$    | 3    | 0.970       | 1.003     | 0.989       | 0.995 |
| Semi-TVP-VAR2 | $h_t$                | 4    | 1.050       | 0.994     | 0.960       | 0.986 |
| TVP-VAR       | $\beta, \alpha, h_t$ | 3    | 0.889       | 0.999     | 0.932       | 0.966 |

表 2. 予測分布密度によるモデル比較. 数値は Semi-TVP-VAR1 モデルに対する相対予測分布密度.

| モデル           | 時変の変数                | 相対予測分布密度 |
|---------------|----------------------|----------|
| Semi-TVP-VAR1 | $\beta, \alpha_t$    | 1.000    |
| Semi-TVP-VAR2 | $h_t$                | 1.077    |
| TVP-VAR       | $\beta, \alpha, h_t$ | 4.473    |

測二乗誤差(Root mean squared error, RMSE)を計算する. データの始点は常に 1980 年第 1 四半期で固定する. 予測値としては, 事後予測分布の平均を用いる.

モデルの候補として, (1)全てのパラメータ( $\beta, \alpha, h$ )が通期一定の VAR(Constant VAR: CVAR), (2)( $\beta, \alpha$ )が時変で  $h$  が通期一定の VAR(Semi-TVP-VAR1), (3)( $\beta, \alpha$ )が通期一定で  $h$  が時変の VAR(Semi-TVP-VAR2), (4)全てのパラメータ( $\beta, \alpha, h$ )が時変の TVP-VAR, といった 4 つのモデルを考える. 各モデルについて, ラグ次数を 1 から 4 まで動かし, 最も RMSE を小さくするラグ次数を採用する.

表 1 は, 予測精度によるモデル比較の結果である. 比較を見やすくするため, CVAR モデルの各変数の RMSE を基準とした相対 RMSE を掲載している. ラグ次数は 3 四半期または 4 四半期が採用された. 相対 RMSE をみると, TVP-VAR モデルが, 最も予測精度が高い. 特に, 世界景気, 実質輸出, 合計の相対 RMSE が候補のモデルの中で最も高いのは今回の実証分析で重要な発見である. Semi-TVP-VAR2 モデルは Semi-TVP-VAR1 モデルよりも, 為替, 実質輸出, 合計で予測精度が高い. このことから, ラグ係数が時変であるよりも, ボラティリティが時変であることが重要であることが分かる.

次に, 予測分布密度(predictive density)によるモデル比較を行う. 式(10)の  $p(y_{n+1}|Y_n)$  について, 観測値  $\tilde{y}_{n+1}$  で評価した密度  $p(\tilde{y}_{n+1}|Y_n)$  が高い方が予測精度の高いモデルといえる. 本

稿では, 次のように簡易的に相対予測分布密度を計算する. モデル  $M_i$  の予測分布密度を  $p_{M_i}(y_{n+1}|Y_n)$ , モデル  $M_0$  に対するモデル  $M_i$  の相対予測分布密度を,  $RPD(M_i, M_0) = \prod_{n=N+1}^{N+T} p_{M_i}(\tilde{y}_{n+1}|Y_n) / p_{M_0}(\tilde{y}_{n+1}|Y_n)$  と定義し, MCMC によって推定する(例えば, Geweke and Amisano(2010)を参照). ただし,  $t=N+1, \dots, N+T$  は前に述べた予測試験期間である.

表 2 は時変パラメータモデル中で, Semi-TVP-VAR1 モデルを基準とした相対予測分布密度を掲載している. 推定結果をみると, 時変パラメータモデルの中で TVP-VAR モデルの予測精度が一番高いことがわかった. また, Semi-TVP-VAR1 と比べて Semi-TVP-VAR2 は予測精度が若干上回っていることから, 前述の相対 RMSE の結果と同様, ボラティリティを時変にすることの重要性が確認された. これに関連して, Chan and Eisenstat(2015)は, 米国と豪州のマクロ経済変数の分析で, TVP-VAR モデルの推定を行い, 同様にボラティリティが時変であることが, モデルとして優れていることを示している. 貿易変数を用いた分析でも, こうしたことがわかったのは, この分野における本稿の貢献である.

### 3.3 TVP-VARモデルの推定結果

予測精度の比較で選択された TVP-VAR モデルの推定結果を報告する. 図 2 は, ショックの分散( $\sigma_{ii}^2 = \exp(h_{ii})$ )の推定結果である. 実線は事後平均, 点線は 1 標準偏差のバンドを表している. サンプル期間中, どの変数もショックの分散が大きく変動していることがわかる. 世界景気( $w$ )のショックの分散は, 2008 年のリーマンショックの際に大きく上昇している. 為替レート( $f$ )については, 1980 年代, 90 年代が比較的高めで, 特に 90 年代半の円安局面で

図2. 推定されたショックの分散( $\sigma_{it}^2 = \exp(h_{it})$ ): 事後平均(実線)と  $\pm 1$  標準偏差のバンド(点線). 変数は世界景気指数( $w$ ), 為替レート( $f$ ), 実質輸出( $x$ ).

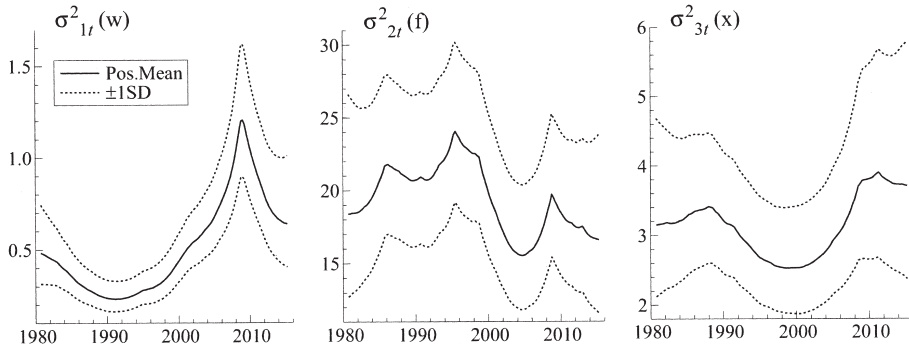
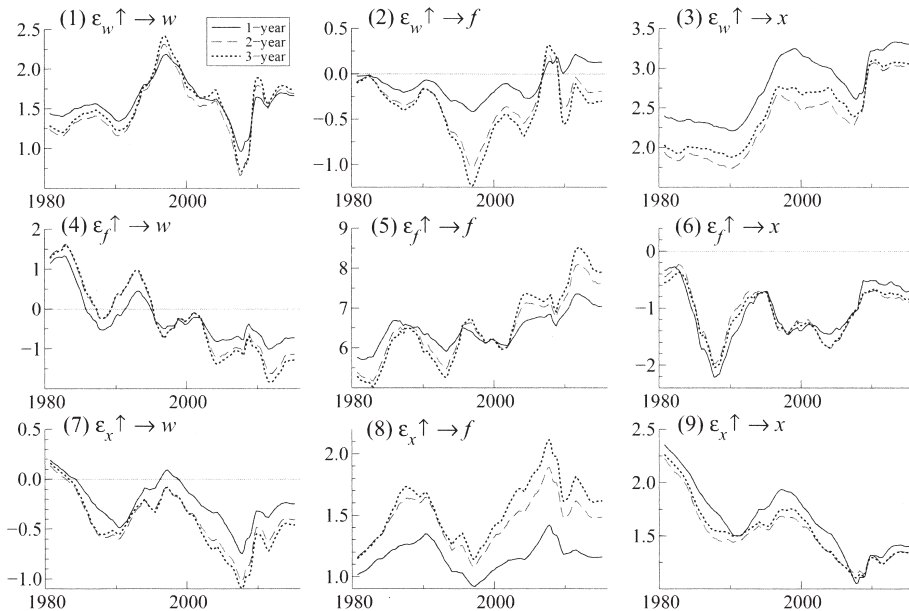


図3. インパルス応答関数の事後平均. ショックから1年後(実線), 2年後(破線), 3年後(点線)のインパルス応答. 変数は世界景気指数( $w$ ), 為替レート( $f$ ), 実質輸出( $x$ ).



分散が一番高くなっている。また、実質輸出( $x$ )については、金融危機後に分散が高くなっている。

次に、推定されたインパルス応答をみてみよう。図3はショックの標準偏差の期間平均をショックの大きさとして、各時点のパラメータで計算されたインパルス応答を、ショックから1, 2, 3年後の値について描いたものである。どの変数の組み合わせも時期によって相応にインパルス応答が異なっていることが分かる。このことは、通常のVARモデルでは捉えられない、ショックの伝播メカニズムの時変性が現れているといえる。

図3(3)は、世界景気( $w$ )が日本の実質輸出( $x$ )に与える影響を示している。1990年台後半頃からそれ以前に比べて世界景気の実質輸出に与える影響は大きくなっている。これはグローバル化の進展が影響している可能性がある。世界全体の貿易量が増えただけでなく、日本の輸出財がグローバル化に組み込まれていったことにより、実質輸出量が世界景気に影響を受けやすい構造になったことが示唆される。金融危機後をもても破線(2年後)や点線(3年後)はそれまでの時期よりも一層大きくなっており、世界景気の変動が実質輸出に与える影響度が上昇したことを示唆している。

図4. 輸出物価の相対価格と実質実効為替レートの水準(左)と前年比(右).

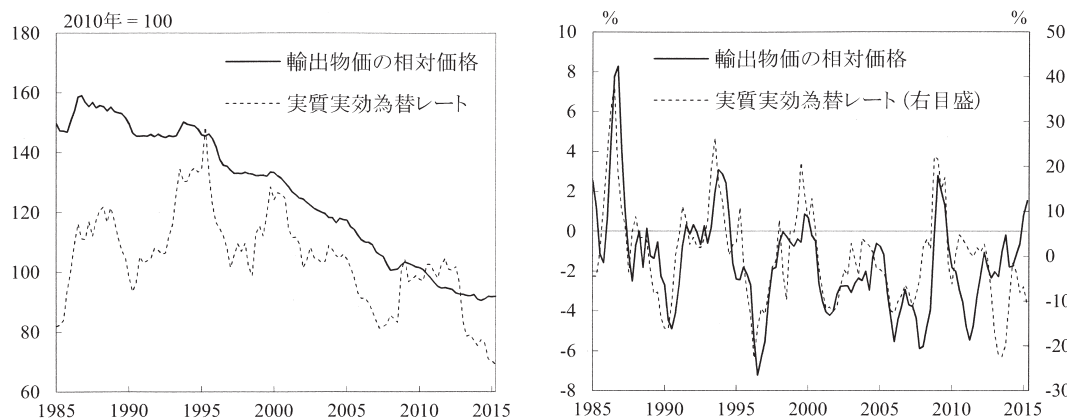


図3(6)は、為替レート( $f$ )が日本の実質輸出( $x$ )に与える影響を示している。1980年代後半は為替レートが減価すると実質輸出が伸びるインパクトが大きかった。その後、1990年代から2000年代にかけてその度合いはやや弱まり、2010年代にはさらに小さくなっていることがわかる。2013年からの円安局面において輸出が伸び悩んだ事象については、こうしたインパルス応答の弱まりとして推定結果に現れている。このことに関連して、倉知他(2015)は、現地調達の拡大を伴う海外生産の加速などが影響しているのではないかと議論している<sup>3)</sup>。

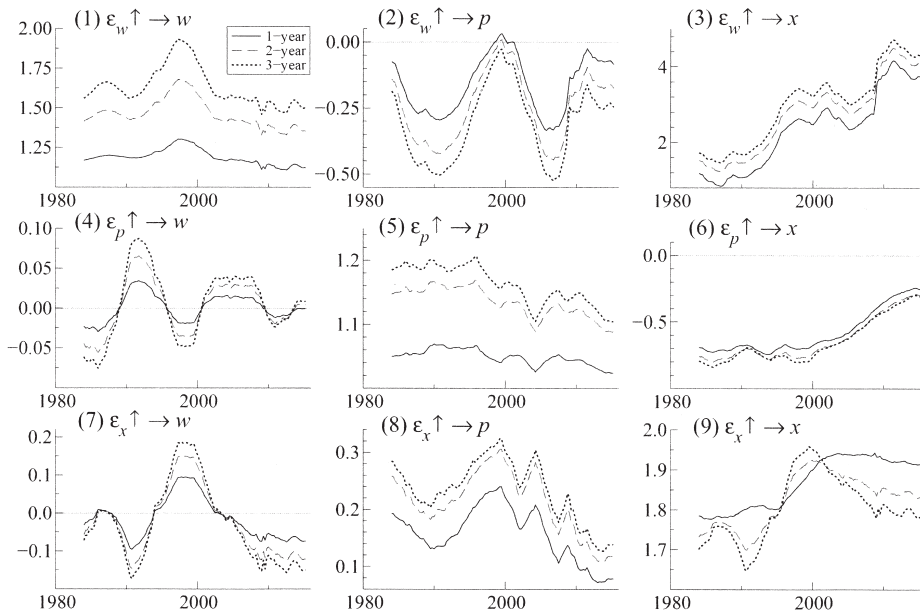
また、別の解釈として、2013年以降の今次景気回復局面において、日本企業が利益拡大を優先させて、円安にも関わらず輸出価格を引き下げなかったと考えることもできる。そこで、日本の輸出物価指数(契約通貨ベース)を米国の輸出物価指数で除した「輸出物価の相対価格」を計算すると、図4のようになる。2013年以降、実質実効為替レートは大きく減価しているが、輸出物価の相対価格は横ばいとなっており低下していない<sup>4)</sup>。前年比をみると、興味深いことに、2009年以前は実質実効為替レートと輸出物価の相対価格の変化率に強い相関があるのに対し、2010年以降は明らかにその関係が崩れている。金融危機以降、世界経済の不確実性が高い中において、輸出企業は従来のように円安が進んだ分だけ価格転嫁を行わなかった可能性が示唆される。

輸出物価の相対価格と実質輸出の関係を調べ

るために、上で用いた TVP-VAR モデルの変数について、実質実効為替レートを輸出物価の相対価格(前期比)に入れ替えてモデルを推定した。図5は推定されたインパルス応答である。図5(6)は輸出物価の相対価格( $p$ )が実質輸出( $x$ )に与える影響を示しており、相対価格が低下すると実質輸出が上昇するという関係がみとれる。その影響の大きさは長期間に亘って緩やかに低減しており、為替を変数として使った場合にみられた金融危機以降の急速な低下(図3(6))は観察されない。すなわち、2013年以降の円安局面において、企業が利益確保のために輸出価格を為替レートの減価ほど低下させなかったため、輸出も従来ほど伸びなかったのではないか、という仮説を支持する結果となっている。相対価格の変化が輸出に与える影響の低下は緩やかであり、これはグローバル化の進展による他国との輸出競争激化が背景にあると考えられる。グローバル化は急激に進展するものではなく、インパルス応答の変化が示すように緩やかに進展していくものであると考えるのが自然だろう。すると、近年における為替レートが輸出に与える影響の構造変化は、グローバル化による競争激化に加え、為替レートの変化に対応する企業の価格付け戦略の変化が影響していると考えられる。なお、図5(3)に示されている世界景気の実質輸出に与える影響は、為替レートをを用いた推定と同様、近年、大きくなっており、頑健な結果といえる。



図 5. 輸出物価の相対価格を用いた分析：インパルス応答関数の事後平均。ショックから 1 年後(実線)，2 年後(破線)，3 年後(点線)のインパルス応答。変数は世界景気指数( $w$ )，輸出物価の相対価格( $p$ )，実質輸出( $x$ )。



#### 4. まとめと今後の課題

本稿では，日本の輸出量の変動要因について，TVP-VAR モデルを用いて構造変化を考慮した定量的な分析を行った．世界景気，為替レート，日本の実質輸出の 3 変数で構成される TVP-VAR モデルを推定した結果，為替レートや海外経済が日本の実質輸出に与える影響度は時期によって相応に異なり，2013 年からの今次景気回復局面では，為替レートの影響度が低下する一方，海外経済の影響度が高まっていることが示唆された．

実証分析で得られたインパルス応答の時間的变化について，パラメータが固定である通常の VAR で推定してしまうと，実質輸出の動向を分析する上でバイアスが生じる可能性がある．すなわち，固定パラメータモデルから得られる結果に比べて，世界景気に影響を受けたり，為替レートに影響されなかったりすることが，実質輸出の動向と予測の判断を誤らせる原因となり得る．経済構造やショックの変化が激しい今日において，TVP-VAR モデルの分析上の役割は大きいと考えられる．

本稿の分析の拡張として，今後の課題を 2 点挙げる．金融危機後，世界の貿易量は産出量対比で伸び悩んでおり，「スロー・トレード (Slow Trade)」として議論を呼んでいる (例えば，高富他(2016)や CEPR(2015)を参照)．世界貿易量の伸び悩みの背景としては，投資需要の一時的な減退といった循環的要因や，GVC の飽和といった構造的要因などが考えられ，研究が活発に行われている．Constantinescu *et al.* (2015) は，世界貿易量と世界産出量の関係が金融危機前後で構造変化を起こしていると論じ，世界産出量の変化に対する世界貿易量の弾性値が低下していることを示した．もっとも，Constantinescu *et al.* (2015) では，単純にサンプル期間を分けた回帰分析しか行っておらず，また，誤差項の分散も通期一定と仮定している．貿易量の弾性値は，必ずしも急に構造変化を起こしたとは限らず，金融危機前や危機後に緩やかに変化していた可能性もある．また，金融危機といった大きなショックを可変分散で捉えることによってパラメータの変化を適切に推定することができるかもしれない．こうした点から，本稿で用いた推定方法を用いて，スロー・トレー

ドの要因を分析することは有用であると考えられる。

2点目として、本稿では、マクロデータとしてよく用いられる実質輸出量のデータを用いて分析を行い、世界景気や為替レートとの関連性を検証したが、その原因をさらに探るために、同じ推定方法の枠組みを用いて、個別財の輸出データを分析することも可能である。また、ダイナミック・ファクター・モデル(Dynamic Factor Model, 例えば Stock and Watson (2011))等を用いて、輸出量の変化を個別財に共通する要素と個別財特有の要素に分解して議論することも有用であり、今後の課題としたい。(国際決済銀行<sup>†</sup>, 一橋大学経済研究所<sup>‡</sup>)

## 補論 A. MCMC アルゴリズム

### A.1 $\beta$ のサンプリング

$\beta$  のサンプリングについて、他のパラメータを所与としてモデルを書き直すと、 $(\beta_{s+1}, \dots, \beta_n)$  を潜在変数とする線形の状態空間モデルとなる。すなわち、

$$\begin{aligned} y_t &= X_t \beta_t + A_t^{-1} \Sigma_t e_t, \quad t = s+1, \dots, n, \\ \beta_{t+1} &= \beta_t + u_{\beta t}, \quad t = s, \dots, n-1. \end{aligned}$$

ただし、 $\beta_{s+1} \sim N(\mu_{\beta_0}, \Sigma_{\beta_0})$  とする。この状態空間モデルの潜在変数  $\beta$  は、de Jong and Shephard (1995) や Durbin and Koopman (2002) によって提案された simulation smoother を用いてサンプリングすることができる。

### A.2 $\alpha$ のサンプリング

$\alpha$  のサンプリングについても、他のパラメータを所与として以下のようにモデルを書き直すと、 $(\alpha_{s+1}, \dots, \alpha_n)$  を潜在変数とする状態空間モデルとなる。まず、 $\hat{y}_t = y_t - X_t \beta_t$  と定義し、その  $i$  番目の成分を  $\hat{y}_{it}$  と表記する。また、

$$\hat{X}_t = - \begin{pmatrix} 0 & \cdots & & \cdots & 0 \\ \hat{y}_{1t} & 0 & 0 & \cdots & \\ 0 & \hat{y}_{1t} & \hat{y}_{2t} & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \hat{y}_{1t} & \cdots \\ \vdots & & & \ddots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & 0 & \hat{y}_{1t} & \cdots & \hat{y}_{k-1,t} \end{pmatrix}$$

と定義する。状態空間モデルは次式のように書ける。

$$\begin{aligned} \hat{y}_t &= \hat{X}_t \alpha_t + \Sigma_t e_t, \quad t = s+1, \dots, n, \\ \alpha_{t+1} &= \alpha_t + u_{\alpha t}, \quad t = s, \dots, n-1. \end{aligned}$$

ただし、 $\alpha_{s+1} \sim N(\mu_{\alpha_0}, \Sigma_{\alpha_0})$  とする。 $\beta$  と同様に、simulation smoother を用いて  $\alpha$  をサンプリングする。

### A.3 $h$ のサンプリング

$h$  のサンプリングについては、前述のとおり、Shephard and Pitt (1997) および Watanabe and Omori (2004) によって開発された Block sampler を用いる。 $y_{it}^*, u_{hit}$  をそれぞれベクトル  $A_t \hat{y}_t$  と  $u_t$  の  $i$  番目の要素と定義すると、次式の SV モデルが得られる。

$$y_{it}^* = \exp(h_{it}/2) e_{it}, \quad (11)$$

$$h_{i,t+1} = h_{it} + u_{hit}, \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} e_{it} \\ u_{hit} \end{pmatrix} \sim N\left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & w_{hi}^2 \end{pmatrix}\right). \quad (13)$$

ただし、 $u_{his} \sim N(0, w_{hi}^2)$  であり、 $w_{hi}^2$  は  $\Sigma_{h_0}$  の  $i$  番目の対角成分である。Block sampler は、系列  $(h_{i,s+1}, \dots, h_{in})$  を  $K+1$  個のブロックに分割する。任意のブロックを  $(h_{i,(k_{j-1}+1)}, \dots, h_{i,k_j})$  と表す。ただし、 $j=1, \dots, K+1, k_0=s, k_{K+1}=n$  である。ブロックの分割方法は、 $j=1, \dots, K$  について  $k_j = \text{int}[(n-s)(j+U_j)/(K+2)] + s$  とする (Shephard and Pitt (1997))。ただし、 $U_i$  は区間  $[0, 1]$  で定義される一様分布からの乱数を表し、 $\text{int}[\cdot]$  は整数部分を表す。MCMC 法のアルゴリズムにおいて、ブロックの節目である  $(k_1, \dots, k_K)$  を毎回ランダムに決めることにより、サンプリングの効率性を高めることができる。このようにして各ブロック  $(h_{i,(k_{j-1}+1)}, \dots, h_{i,k_j})$  を  $j=1, \dots, K$  の順に、それ以外の  $h_{it}$  と他の潜在変数を所与とした事後分布からサンプリングする。このアルゴリズムを各系列 ( $i=1, \dots, k$ ) に対してそれぞれ行う。具体的なサンプリング方法については、渡部 (2000) や Nakajima (2011) を参照されたい。

### A.4 $\omega$ のサンプリング

$\gamma \in \{\beta, \alpha, h\}$  のそれぞれについて、 $\gamma$  を所与

図 6. MCMC の推定結果. 標本自己相関関数(上段), 標本経路(中段), 事後分布(下段).

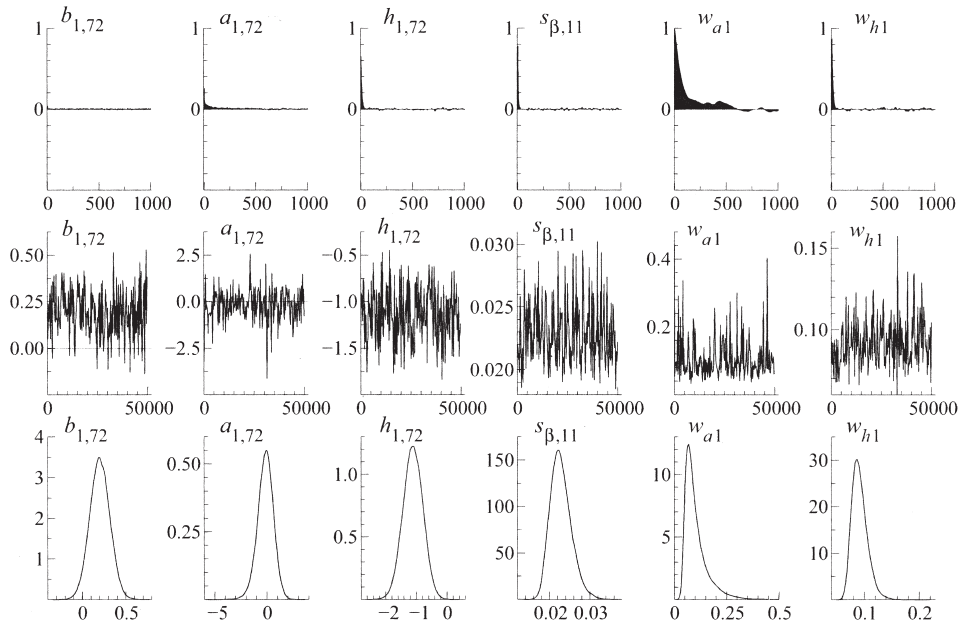


表 3. TVP-VAR モデルのパラメータの推定結果. CD は Geweke(1992)の Convergence Diagnostic.

| パラメータ          | 平均      | 標準偏差   | 95% 信用区間             | CD    | 非効率性因子 |
|----------------|---------|--------|----------------------|-------|--------|
| $\beta_{1,72}$ | 0.1992  | 0.1144 | $[-0.0250, 0.4242]$  | 0.631 | 1.4    |
| $a_{1,72}$     | -0.1610 | 0.7622 | $[-1.7609, 1.2535]$  | 0.160 | 10.7   |
| $h_{1,72}$     | -1.1168 | 0.3220 | $[-1.7557, -0.4949]$ | 0.465 | 11.5   |
| $w_{\beta 1}$  | 0.0228  | 0.0026 | $[0.0184, 0.0286]$   | 0.886 | 7.6    |
| $w_{a1}$       | 0.1028  | 0.0579 | $[0.0429, 0.2597]$   | 0.156 | 118.1  |
| $w_{h1}$       | 0.0913  | 0.0143 | $[0.0686, 0.1241]$   | 0.352 | 17.3   |

としたときの  $w_{\gamma i}^2$  の条件付事後分布は,  $w_{\gamma i}^2 | \gamma \sim IG(\bar{v}_{\gamma}/2, \bar{V}_{\gamma i}/2)$  となる. ただし,  $IG$  は逆ガンマ (Inverse Gamma) 分布,  $\bar{v}_{\gamma} = v_{\gamma 0} + n - s - 1$ ,  $\bar{V}_{\gamma i} = \bar{V}_{\gamma 0} + \sum_{t=s+1}^{n-1} (\gamma_{i,t+1} - \gamma_{it})^2$  である.

## 補論 B. MCMC の推定結果

図 6 はいくつかのパラメータについて, MCMC による推定の過程で得られたサンプルの自己相関関数, 標本経路, 事後分布を掲載している. TVP-VAR モデルはパラメータが非常に多いので, ここでは,  $(\beta_t, a_t, h_t)$  についてそれぞれ時系列の中央である  $t=72$  の値と,  $(w_{\beta 1}, w_{a1}, w_{h1})$  を選んだ. 図の結果をみると, 自己相関関数はいずれのパラメータについても十分に減衰している. また, 標本経路もランダムサンプルに近い動きに見える. さらに, 事後

分布も通常の単峰形をしている.

表 3 は MCMC の推定から得られた, 各パラメータの事後平均, 事後標準偏差, 事後信用区間, Geweke(1992)の収束判定統計量 (Convergence Diagnostic, CD), 非効率性因子を掲載している. Geweke(1992)は, MCMC の標本経路の始め 10% と後半 50% のサンプルの平均が等しいかどうかによって, 事後分布への収束を判定している. 表の CD は, それらのサンプルの平均が等しい, すなわち, 事後分布へ収束しているということを帰無仮説とする  $p$  値である. 全てのパラメータについて有意水準 5% で帰無仮説が棄却されず, 推定で用いた 50,000 回のサンプリングで十分であると判断できる. また, 非効率性因子は, MCMC から得られたサンプルが自己相関を持ち得ることから, 無相

関の標本(ランダム・サンプル)に基づく標本平均と同じ分散を得るために、推定に用いたMCMCでは何倍のサンプル数が必要であるかを表す効率性の尺度である(伊庭他(2001)を参照). 表の結果をみると,  $w_{a1}$  が 118 と最も大きい, TVP-VAR モデルを扱う先行研究の結果と比較すると大差ないことがわかる(中島・渡部(2012)を参照).

## 注

\* 一橋大学経済研究所『経済研究』コンファレンス「日本経済と経常収支」参加者と討論者の飯塚信夫氏(神奈川大学)から多くの貴重なコメントを頂いた. ここに記して感謝の意を表したい. 本研究は, 文部科学省科学研究費基盤研究(A)25245037「人口減少・高齢化の下での日本の経常収支のダイナミクス」(研究代表者: 祝迫得夫), 26245028「経済・金融多変量データのベイズモデリングと政策・行動の確率的評価」(研究代表者: 大森裕浩), 17H00985「新たなマクロ計量モデルの構築と大規模データを用いた経済予測への応用」(研究代表者: 渡部敏明)および一橋大学社会科学高等研究院重点領域研究プロジェクト「マクロ計量モデルの開発とマクロ経済の諸問題への応用」(プロジェクトリーダー: 渡部敏明)から助成を受けている. 本稿の内容と意見は筆者ら個人に属し, 国際決済銀行の公式見解を示すものではない.

1) Nakajima(2011)は TVP-VAR モデルの解説および関連文献のサーベイを行っているほか, 推定プログラムを Web 上で公開している(<https://sites.google.com/site/jnakajimaweb/tvpvar>).

2) 本稿における数値計算は全て行列言語 Ox5.0 (Doornik(2006))を用いた. MCMC による推定結果について, サンプルの自己相関や収束の状況は補論を参照されたい.

3) Ando and Kimura(2012)では, 日本から輸出される各国別の財の個数を輸出先の国の全てで合算したものを示している. この数をみると, 今次金融危機後は急速に落ち込み, その後, ほとんど回復していない状況がみてとれる. インパルス応答の変化の背景にはこうした貿易構造の変化があるのかもしれない.

4) 輸出物価の相対価格を実質実効為替レートと厳密に比較するためには, 実質実効為替レートの算出に用いられている複数の貿易相手国の輸出物価指数の加重平均を用いて相対価格を算出すべきであるが, ここでは簡易的に貿易主要相手国である米国の輸出物価指数のみを用いた. なお, 内閣府(2009)は各貿易相手国別に輸出物価の相対価格を計算し, それを日本の各国への輸出額ウェイトで加重平均した変数を作成し, 日本の実質輸出との関係进行分析している.

## 参考文献

堀雅博(2009)「アジアの発展と日本経済: 外需動向・

- 為替レートと日本の国際競争力」, 深尾京司(編)『マクロ経済と産業構造(バブル/デフレ期の日本経済と経済政策 1)』, 第 6 章, pp. 177-208.
- 飯塚信夫(2012)「日本の輸出入関数の再検討——貿易赤字の持続性に関するシミュレーション——」, Kanagawa University Economic Society Discussion Paper, No. 2012-03.
- 伊庭幸人・種村正美・大森裕浩・和合肇・佐藤整尚・高橋明彦(2001)『計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺』岩波書店.
- 古澄英男(2015)『ベイズ計算統計学』朝倉書店.
- 倉知善行・安藤雅俊・庄子可那子(2015)「わが国の輸出を取り巻く環境変化: 世界貿易量と輸出シェアからのアプローチ」, 日銀レビュー, No. 2015-J-6.
- 宮尾龍藏(2006)『マクロ金融政策の時系列分析』日本経済新聞社.
- 内閣府(2009)「貿易・為替レートと日本経済」, 『平成 21 年度年次経済財政報告』第 2 節.
- 中島上智・渡部敏明(2012)「時変ベクトル自己回帰モデル——サーベイと日本のマクロデータへの応用——」『経済研究』第 63 巻第 3 号, pp. 193-208.
- 中妻照雄(2007)『入門ベイズ統計学』朝倉書店.
- 中妻照雄(2013)『実践ベイズ統計学』朝倉書店.
- 清水順子・佐藤清隆(2015)「アベノミクスと円安, 貿易赤字, 日本の輸出競争力」, RIETI Discussion Paper Series, No. 14-J-022.
- 高富康介・中島上智・森知子・大山慎介(2016)「スロー・トレード: 世界貿易量の伸び率鈍化」, 日本銀行調査論文, 2016 年 10 月.
- 山下大輔(2013)「為替レートの変動が輸出入に与える影響」, PRI Discussion Paper Series, No. 13A-01.
- 和合肇(編)(2005)『ベイズ計量経済分析 マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用』東洋経済新報社.
- 渡部敏明(2000)『ボラティリティ変動モデル』朝倉書店.
- Ando, M. and F. Kimura (2012) "How Did the Japanese Exports Respond to Two Crises in the International Production Networks? The Global Financial Crisis and the Great East Japan Earthquake," *Asian Economic Journal*, Vol. 26, No. 3, pp. 261-287.
- Bahmani-Oskooee, M. M. and G. G. Goswami (2003) "A Disaggregated Approach to Test the J-Curve Phenomenon: Japan versus Her Major Trading Partners," *Journal of Economics and Finance*, Vol. 27, No. 1, pp. 102-113.
- Bussiere, M., G. Callegari, F. Ghironi, G. Sestieri and N. Yamano (2013) "Estimating Trade Elasticities: Demand Composition and the Trade Collapse of 2008-09," *American Economic Journal: Macroeconomics*, Vol. 5, No. 3, pp. 118-151.
- Canova, F. (1993) "Modelling and Forecasting Exchange Rates with a Bayesian Time-varying Coefficient Model," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 17, No. 1-2, pp. 233-261.
- CEPR (2015) The Global Trade Slowdown: A New Normal? VoxEU.org eBook, Centre for Economic



- Policy Research.
- Chan, J. C. and E. Eisenstat (2015) "Bayesian Model Comparison for Time-Varying Parameter VARs with Stochastic Volatility," CAMA Working Paper 32/2015, Center for Applied Macroeconomic Analysis, Crawford School of Public Policy, Australian National University.
- Chan, J. C. and A. L. Grant (2015) "Pitfalls of Estimating the Marginal Likelihood Using the Modified Harmonic Mean," *Economics Letters*, Vol. 131, pp. 29-33.
- Cogley, T. and Sargent, T. J. (2001) "Evolving Post World War II U.S. Inflation Dynamics," *NBER Macroeconomics Annual*, Vol. 16, pp. 331-373.
- (2005) "Drifts and Volatilities: Monetary Policies and Outcomes in the Post WWII U.S.," *Review of Economic Dynamics*, Vol. 8, No. 2, pp. 262-302.
- Constantinescu, C., A. Mattoo and M. Ruta (2015) "The Global Trade Slowdown: Cyclical or Structural?" IMF Working Paper, No. 15/6.
- de Jong, P. and N. Shephard, (1995) "The Simulation Smoother for Time Series Models," *Biometrika*, Vol. 82, No. 2, pp. 339-350.
- Del Negro, M. and G. E. Primiceri (2015) "Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy: A Corrigendum," *Review of Economic Studies*, rdv024.
- Doornik, J. A. (2006) *Ox: Object Oriented Matrix Programming*, London, Timberlake Consultants Press.
- Durbin, J. and S. J. Koopman (2002) "Simple and Efficient Simulation Smoother for State Space Time Series Analysis," *Biometrika*, Vol. 89, No. 3, pp. 603-616.
- Geweke, J. (1992) "Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments," in J. M. Bernardo, J. O. Berger, A. P. Dawid and A. F. M. Smith eds. *Bayesian Statistics, 4*, New York, Oxford University Press, pp. 169-188.
- Geweke, J. and G. Amisano (2010) "Comparing and Evaluating Bayesian Predictive Distributions of Asset Returns," *International Journal of Forecasting*, Vol. 26, No. 2, pp. 216-230.
- Irwin, D. A. (2002) "Long-Run Trends in World Trade and Income," *World Trade Review*, Vol. 1, No. 01, pp. 89-100.
- Kim, S. and N. Shephard and S. Chib (1998) "Stochastic Volatility: Likelihood Inference and Comparison with GARCH Models," *Review of Economic Studies*, Vol. 65, No. 3, pp. 361-393.
- Koop, G. (2003) *Bayesian Econometrics*, Chichester, Wiley.
- Koray, F. and W. D. Lastrapes (1989) "Real Exchange Rate Volatility and US Bilateral Trade: A VAR Approach," *Review of Economics and Statistics*, Vol. 71, No. 4, pp. 708-712.
- Nakajima, J. (2011) "Time-Varying Parameter VAR Model with Stochastic Volatility: An Overview of Methodology and Empirical Applications," *Monetary and Economic Studies*, Vol. 29, pp. 107-142.
- Nakajima, J. and M. Kasuya and T. Watanabe (2011) "Bayesian Analysis of Time-Varying Parameter Vector Autoregressive Model for the Japanese Economy and Monetary Policy," *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol. 25, No. 3, pp. 225-245.
- Primiceri, G. E. (2005) "Time Varying Structural Vector Autoregressions and Monetary Policy," *Review of Economic Studies*, Vol. 72, No. 3, pp. 821-852.
- Rose, A. K. and J. L. Yellen (1989) "Is There a J-Curve?" *Journal of Monetary Economics*, Vol. 24, No. 1, pp. 53-68.
- Shephard, N. and M. Pitt (1997) "Likelihood Analysis of Non-Gaussian Measurement Time Series," *Biometrika*, Vol. 84, No. 1, pp. 653-667.
- Sims, C. A. (1980) "Macroeconomics and Reality," *Econometrica*, Vol. 48, No. 1, pp. 1-48.
- (1993) "A 9 Variable Probabilistic Macroeconomic Forecasting Model," in J. H. Stock and M. W. Watson eds, *Business Cycles, Indicators and Forecasting*, *NBER Studies in Business Cycles*, 28, pp. 179-214.
- (2001) "Comment on Sargent and Cogley's 'Evolving Post World War II U.S. Inflation Dynamics'," *NBER Macroeconomics Annual*, Vol. 16, pp. 373-379.
- Stock, J. H. (2001) "Discussion of Sargent and Cogley's 'Evolving Post World War II U.S. Inflation Dynamics'," *NBER Macroeconomics Annual*, Vol. 16, pp. 379-387.
- Stock, J. H. and M. W. Watson (2011) "Dynamic Factor Models," in Clements M. P. and D. F. Hendry eds. *Oxford Handbook of Economic Forecasting*, Oxford, Oxford University Press.
- Watanabe, T. and Y. Omori (2004) "A Multi-Move Sampler for Estimating Non-Gaussian Time Series Models: Comments on Shephard & Pitt (1997)," *Biometrika*, Vol. 91, No. 1, pp. 246-248.