

M・E・グーテンベルク序 『線型計画計算』  
M・J・ベックマン著

Dr. Martin J. Beckmann, „Lineare Planungsrechnung——Linear Programming,“ mit einem Geleitwort von Dr. Dr. h. c. Erich Gutenberg, Ludwigshafen am Rhein, 1959, X+118 S., (= Band I. der Wirtschaftswissenschaft der Gegenwart, I. Planungsforschung.)

別府 祐 弘

L・Pは、今世紀の中頃、T・C・クープマンズとG・B・ダンツィヒによって、それぞれ独立して開発された<sup>(1)</sup>。そしてそれは、その後、L・Pによる経済理論をより一層発展させ、実り多き成果をあげるべき端緒となったのである。それ以来L・Pは、『現代経済学(moderne Wirtschaftslehre)』<sup>(2)</sup>という流行語となり、この分野に関する研究文献は、もはや概観しえないほどの多数に及んでいる。

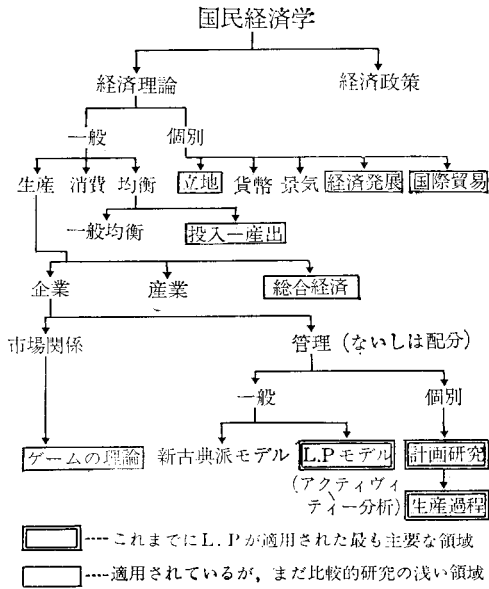
しかし西独では、この新しい手法の研究に特に力を入れるようになったのは比較的最近になってからのことである。したがって近年に至るまで、L・Pの理論とその適用領域の現

状について包括的な解説を試みた文献が現われなかった。そしてM・J・ベックマンのこの著作は、その最初のものとして注目に値すると考えられる。

その間の事情を、E・グーテンベルクは、本書の序文で次のように説明している。「リニヤール・プログラミングの最初の発展段階においては、往々にして、伝統的理論を殊のほか烈しく否定しているのがその特長であるが、ドイツ語諸国における研究は、この発展段階にはほとんど興味を寄せていなかった。ドイツでは、経済理論のこの新しい方法による研究成果は、多かれ少なかれ極めて控え目に取り上げられたのである。

ベックマン教授のこの著作は、ドイツ語によるリニヤール・プログラミングの解説書としては、はじめての大作の一つである。本書は、この手法が第二番目の発展段階に踏み入っていることをはっきりと教えてくれる。この発展段階においては、この理論を方法的に基礎づけようとする意図が前面に出て来ているのである。」(S. III)

ベックマンは、一九四九年にフライブルグ大学を卒業すると同時にコールス財団に入り、T・C・クープマンズの共同研究者となった。そしてエール大学助教授を経て最近西独に帰任し、現在はボン大学教授として活躍している<sup>(3)</sup>。彼は、長い歴史と伝統を有するドイツの経済理論に精通しているばかりではなく、L・Pの発展にも直接貢献したものと推察される。したがって、現在の西独においてこの種の著作をものするには最適任者であるともいえよう。



(1) これらの先駆者やその共同研究者達の原研究は、一九五一年に、ターペンマンの編著で公刊されてゐる。cf. T. C. Koopmans, *Activity Analysis of Production and Allocation*, New York.

そして、個別的なL・P問題はそれ以前にも取扱われていた。L・Pへと導くべき、前期的な研究として、ヒッチマンは次の如きものをあげてゐる。F. L. Hitchcock (1941), L. Kantorovich (1942), G. Stigler (1945), V. Thünen (1826), R. Frisch (1931), A. Wald (1936), V. Neumann (1937). 歴史的展望の中心は、M. J. Beck-

mann, a. a. O., SS. 111~112. を参照のこと。

(2) Vgl. H. Altbach, "Lineare Planungsrechnung," *ZfVf*, 1959, S. 482.

(3) 専門は、Unternehmensforschung 及び Economic tie である。

II

例えば、企業の産出量と生産要素の投入量との間のある一定の関係を示す、技術的に考えられた生産関数というものは、個別的な生産計画問題の基礎である。しかしその具体的な技術的内容については、これまでの経済理論はほとんど何も述べていなかった。つまり過去においては、このような事柄を純粹に技術的な性質のものとし、経済学の領域から除外したのである。「この種の実践的な個別問題の背後に経済的利害の一般的な原理が認められない限りにおいては、この立場を許容することができた。しかしL・Pは、かかる原理の発見に導いたのである。」(S. 2)

このようにベックマンは、経済学的に問題を提起することから筆を起し、まず序説において、経済学におけるL・Pの位置づけをおこなっている。それは上図の如くに示される。(S. 4)

第一章(予備的観察: 固定係数を伴う生産技術)においては、まず量的に固定された生産要素の数を増やしてゆくことによつて三つの農業経済モデルが設定され、そのそれぞれについて、「線型の生産技術」なる前提のもとにおける生産理論が

論究されている。ついで、一定の生産能力を備えた三台の機械設備を保有し、五種類の生産物を産出することのできるような仮設例をあげることによって、工業経営における生産計画の標準的なL・Pモデルの研究が行なわれる。つまりこの章では、発見的な観察方法によって、若干のL・Pの原理の誘出と基礎づけが行なわれているのである。

第二章(「原理…一般的经营モデル」)は、L・P理論の中核の部分、つまりよく知られている一般的な諸原理の説明と、したがってまた、解へ至る色々な可能性の示唆とがなされている。そしてこれらの説明は、更に、一定の生産能力を有する経営が、一定の競争価格のもとで生産活動を行なうという標準的なケースをめぐって、具体的に展開される。ここにおいてベックマンは特に、与件の変化による影響、つまり比較静学(Komparative Static)に論及している。この章では、諸原理の説明とそれに立脚した経済的思考の展開に焦点がかわされている。したがって、その数学的な演繹は全てしめ出されており、それは最終章(第五章「数学的構造」)にまとめられている。

さて、第二章において説明された諸原理は次の章(「応用…特殊な生産問題」)における応用例によって、具体的に説明される。ここでは、L・Pの古典的なモデルだけに止まらず、配置問題とか、生産技術の選択をおこなう開放レオンチーフ・モデルのような更に進んだモデルも紹介されている。また輸送問題や国際分業もしくは経営相互間の分業の問題におけるモデルが、経済理論においてこれまでなじみの深かった諸問題に対し

て重要な貢献をすることも指摘されている。

最後に(「第四章 拡張…展開と課題」)ベックマンは、L・P技術の改良と拡張について若干の考察をおこなっている。ここではまず、興味深いミニ・マックスの原理から説き起し、それを通じて、L・Pとゲームの理論との関係にまで言及している。ついで、与件に不確実性が含まれているような極めて実践的なL・P問題がとりあげられる。ここでは、確率関数を導入した確率的モデルが紹介され、可成り詳細に説明されている。L・Pは更に多くの適用可能性を有しているが、それらは課題(ケースの要約)という形で、章末に納められている。

以上が本書のごくおまかな構成である。

(1) もっとも彼自身、「この図が遺漏なきものというわけではない」とことわっているが、ともかく、この図によってわれわれは、L・Pの適用領域の現状を可成り明確に展望することができる。

### 三

本書においてベックマンは、一貫して、「L・Pと新古典派の数理経済理論との間の懸隔は、よく云われるほど大きなものではない」ことを指摘している。そしてL・Pの理論は、この新古典派の経済理論をより一層発展させ、深化させたものであることを示そうとしているのである。例えば彼は、 $v$ ・チューネンの取扱った問題(S. 65)や、限界代替率遞減の法則(S. 114)や、限界生産力の原理(S. 374)や、あるいは相対的費用

利得の法則 (S. 39 F.) など、伝統的経済理論でなじみの深い諸問題がまた、それらの構造上、L・Pの問題であることが示されている。

収益法則の分析では、新古典派の生産理論とL・Pの理論との間のこのような適合性が、最も顕著にあらわれて来る。そして本書においてもまた、多くの頁数を割いて説明されている。(S. 71)しかしこの点については、筆者は別稿にまとめたので、本稿では詳しく立入らないことにする。

ただここで注目されるのは、ベックマンが、L・PとE・グーテンベルクのB型生産関数との同一性を指摘していることである。つまり、L・Pは、(例えば経営の)技術的な所与性を考慮に入れた技術的關係式(『費用関数』)によって規定されて来る要素投入量と、生産過程から生じて来る収益との間に如何なる法則が認められるかを問題にする。このような問題設定は、E・グーテンベルクが、経済理論の伝統的な用具を用いて導き出して来た収益法則(『B型生産関数』)と同じ形態の収益法則を導き出して来ることになるのである。

もっとも本書においては、L・Pの生産関数とグーテンベルクのB型生産関数の同一性が単に示唆されているにすぎなく、この点について立ち入った論証はなされていない。しかし少なくとも、本書はこのことを指摘した最初の文献であり、その意味で最近の西独経営経済学に極めて大きな影響を及ぼしているものと考えられる。

周知の如く、戦後の西独における経営経済学では、一九五一

(8) E. Gutenberg: *Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre*, Bd. I. *Produktion* が出現し、それとともに一つの新しい発展段階に踏み入っている。しかしこの作品の核心は、なんとといってもグーテンベルクが、約二百年の長きにわたり、生産理論において支配的な地位を占めて来た『収穫逓減の法則』の抽象的なあいまいな像を克服し、それに代るべき(現代の工業生産過程を代表すべき)収益法則として『B型生産関数』なるものを創出した点に求められるであろう。

このような時にあって、このB型生産関数とL・Pの生産関数との同一性が指摘され、認識されたということは、これに対する経営経済学者達の関心をいやがうえにも高揚させることとなった。(4)そして今や、経営経済学、特に生産理論及び費用理論の領域においては、L・Pの導入と、それによる内容の深化・発展ということが、当面の最も大きな課題の一つになって来ているものと考えられる。このような傾向を特長づけて、例えばW・ヴィットマンは、次のように述べている。「生産理論の現状の特長は、いわゆるアクティヴィティ分析によって発展せしめられた研究方法を用いて、近代的生産の複雑な構造を解き明そうとする試みである。」それは現在、西独では、『現代生産理論(Moderne Produktionslehre)』という名のもとに、とりわけ新しい世代の研究者達の手によって、急速に展開され、体系化されつつあるものである。

L・Pの計算体系では、技術的な係数がその出発点を構成する。したがって、産出量決定の分析においては、L・Pは、新

古典派の生産理論よりも一歩進んでいることになる。新古典派の生産理論では、総体的な生産関数から出発するので、生産要素と生産物が多種類存在する場合に、如何にしてこのような総体的な生産関数を導き出したら良いかという問題が未解決であった。したがってまた、それは経済理論を、新古典派の生産理論を乗り越えた一つの重要な発展に導くことになるを考えらる。

(1) この点については拙稿「経営計画とリニャー・モロツ ラミング」、古川栄一編『経営計画』同文館出版、一九六三年、二八五～三二七頁を参照された。

(2) この問題の詳細な論究は、後年におけるH・マンハッハの論稿に待たなければならぬ。Vgl. H. Albach, „Zur Verbindung von Produktionstheorie und Investitionstheorie“ in: H. Koch, hrsg. *Zur Theorie der Unternehmung*, Wiesbaden, 1962.

(3) はほとんど同じ頃、アメリカ(92頁注(1)参照)とドイツで、それぞれ独立して、同じような生産理論が公刊され、それらが両国において、戦後の新しい経済理論を発展させるべき契機となったということは、学説史的にも極めて興味深い問題を投げかけているように思われる。そして、現在、西独においては、これら両者の融合が試みられていると理解することもできよう。

(4) グーテンベルクもまた、翌年発表した論文においてこのことを指摘し、L・Pが生産理論における新しい問題と

なるとしている。Vgl. Erich Gutenberg, „Die gegenwärtige Situation der Betriebswirtschaftslehre.“ *ZfW*, 1960, S. 124.

(5) この傾向は、グーテンベルクの六十五歳記念論文集に特に明瞭に認められる。Vgl. H. Koch, hrsg. a. a. O.

(6) W. Wittmann, „Über Faktoreigenschaften und Bedingungen beim Ertragssatz.“ *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, 118 Bd. 1962, S. 389.

(7) A・モックスター、H・マンハッハ、H・ヤコブはこれを「現代生産理論」と呼び、W・ヴァン・ド・ルンデは「新しい生産理論 (Neue Produktionstheorie)」と呼ぶ。Vgl. A. Moxter, „Lineares Programmieren und betriebswirtschaftliche Kapitaltheorie.“ *ZfW*, 1963, S. 295.; H. Albach, *Produktionsplanung auf der Grundlage technischer Verbrauchsfunktionen*, Köln und Opladen, 1962 S. 93.; H. Jacob, „Produktionsplanung und Kostentheorie.“ H. Koch, hrsg. a. a. O., S. 260.; W. Wittmann, „Lineare Programmierung und traditionelle Produktionstheorie.“ *ZfW*, 1960, S. 16.

#### 四

L・Pは、最適産出量を決定する道を開いた。ここで最適とは、利用可能な財が、最大の利潤を生み出すようにして企業に投入される時の産出量である。しかし、この最適生産計画を設

定する為には、いま一つの原則が存在する。それは、生産能力を最小の費用で利用するという原則である。そしてそこから、原価計算や費用概念 (Kostenbegriff)、殊に固定要素の費用の概念と計算に対して、帰結が与えられる。

L・Pは、ある費用概念に基づいている。ベックマンはこれを、A・マーシャルの用語にしたがって「機会費用 (Opportunitätskosten)」と「名で呼んでいる (S. 30) が、これはまた、E・シュマーレンバッハの云う「経営価値 (Betriebswert)」の概念と、広範囲にわたって一致するものであることも示唆されている<sup>(1)</sup>。したがって、生産能力の費用は、僅少価格 (Knappheitspreis) もしくは効用価格 (Effizienzpreis) すなわち得そこなった効用である。L・Pモデルの配賦基準によると、総利潤は経営における僅少生産能力に帰属するので、固定要素の費用は、儲けそこなった限界収益ということになるのである。

完全に利用し尽されていない要素は、僅少財でなく自由財であるから、レントを要しない。ゆえにある機械が完全操作していない時には、ならぬ費用を生じないのである。この点においてL・Pは、利用費と非利用費とに区分する費用理論とは袂を分つものと考えられる。

もつともベックマンは、この限界収益帰属の原理による計算は、たんに短期の生産計画の指針となるにすぎなく、長期の意思決定、殊に価格政策に対しては、変形された形でしか役立つでないことを指摘している。つまり「機械の内部価値を反映する

効用価格 (僅少価格) よりも、この機械の長期的な市場価格の方が、価格政策の目的には適している」(S. 30) とするのである。

例えば、(長期的にもまた生産能力の適応を排除するような) 特定の機械、もしくは分割することのできない比較的大きな設備単位に対する経営内部の需要が、大きく変動する場合がある。しかしこのような制約的なケースを度外視すれば、長期においては、僅少価格は、この機械の市場価格から(ある作業場所の費用はすべてその産出物に比例配賦するという慣習的な原理に従って) 計算された費用価格と、おおむね一致するからである。この場合にも勿論、完全に利用し尽されていない機械の長期的な費用は締め出されるという点で、慣習的な計算方法と異なることは云うまでもない。

(1) シュマーレンバッハの経営価値と僅少価格との詳細な比較研究は、再び後年におけるH・アルバッハの論稿に待たねばならぬ。Vgl. H. Albach, *Investition und Liquidität*, Wiesbaden, 1962, SS. 116-120

## 五

さてベックマンはまた、L・Pモデルの数学的構造の面においても、「学問の発展における連続性」を明らかにしようとしてみている。

L・P問題を解く場合に、彼自身、G・B・ダンツィヒのシンプレックス解法を標準的な計算手続であると説明している

が、他方において彼は、T・C・クープマンズの価格定理(S. 174)の方に、更に強く心を引きつけられていると考えられる。しかしこの価格定理は、伝統的な微分計算でおなじみの問題、つまりラグランジュ乗数を用いて、付加条件を伴った関数の最大値を求める問題と非常に似ている。伝統的数理経済理論が、線型性なる制約条件のもとでこの定理を用いることによって、更に一層の発展を示したことはよく知られているところである。したがってベックマンは、「そこに、新古典派の数理経済理論、殊にP・A・サミュエルソンの『Foundations of Economic Analysis, 1948』からL・Pモデルへと発展すべき正道が認められる」としているのである。

この価格定理による解法は、シンプレックス解法ほど強く線型性条件に結びつけられてはいない。おそらくこれは将来、クオドラティック・プログラミングの基準解法となるであろう。そしてベックマンの強調するこの方向の長所は、まさにこの点にあると考えられる。

しかし本書で取扱われている多くの問題は、「L・Pが一般的な新古典派の生産理論よりも狭い前提条件に立脚している」(S. 81)ということ否定してはいない。そして経済問題を説明する場合にベックマンは、このモデルの前提条件を一步一步弛めていった。そうすることによって、L・Pの適用上の限界がおのずから明らかになって来る。

あるプロセスから生じて来る成果に関して正確な情報がなく、確率関数だけしか知られていない場合には、L・P適用上

の一つの限界となる。ここにおいてベックマンは「確率的L・P」なるものを説明している。(S. 86) L・Pモデルに確率関数を導入すれば、このモデルに立脚する関数本来の性質である線型性が解消する。このL・P問題は、クノン・リニヤー・プログラミングの「一つの特例ケース」なのである。

しかしこのモデルの関数はすべて、数学的には一定の形態、つまり凸集合の形をとる。ここにおいてベックマンは、H・W・キーンとA・W・タッカーによって開発された価格定理(S. 87)を、「この凸集合計画(Convex Programming)のケースに対しても適用しうることを指摘している。したがって、凸集合計画の解手続によって、このようなケースの解を求めることができるのである。

すなわちベックマンは、この問題に対するダンツイッチの理論には否定的であり、このような不確定性条件を含むL・Pモデルを伝統的なL・Pモデルに還元しようとするわけである。

## 六

さて、経済問題を解く為にL・Pが極めて重要な意義を有するということは、ベックマンが説明しているように、生産の問題(S. 64)、輸送の問題(S. 50)、立地の問題(S. 57)、混合の問題(S. 14)、及び要員配置の問題(S. 71)において特に顕著に示される。その例は、最適食餌の問題、運河航行の問題、最適な需要充足の問題、銀行家業務の問題、高速道路で通行料を取る年限の問題、労働者育成の問題、消防自

動車の問題、ホテル予約の問題、製紙工場における裁断の問題、後進国の経済開発の問題から、色々の異なった区間を飛行するが、その需要が不確実な場合における航空会社の最適飛行計画の設定に至るまで、極めて盛りだくさんである。

最も確実な成果が納められていると考えられるのは、L・Pが最初に適用された輸送の問題である。したがってベックマンは、この問題に相当の頁数を割いている。けれどもこの場合にL・Pモデルを定式化するには、なお若干の難点が残されているものと考えられる。

例えば、窮極的な形でL・Pモデルを設定することができないのは、一定の港間の航路に輸送センターが少ししかなく、しかもそれらの情報が最初から与えられている場合だけである。したがって輸送センターが非常にたくさんある場合には、計算手続を示す解式の一つ一つに盛り込まれる変数の数を、それらの情報が入りしめる程度の数にする為に、少数のセンターを有する小管区に分割しなければならない。

しかしこのようにして求められた解は、前もって分割された管区に関する最適値しか保証しない。輸送領域を別の形で分割すれば、その場合にはまた、異なった輸送センターと、したがっておそらくは異なった解が与えられて来るであろう。輸送領域を管区に分割することそれ自体がまた、解の一部にかかわりあって来るのである。ベックマンにおいては、このことが指摘されていない。(も)とも彼は、このような問題が実際に解けるといふ点に、既に大きな意義が認められると考えているので

あろうが……)

## 七

ベックマンのこの著作は、L・Pの理論的諸問題とその適用領域について、一つのしつかりとまとまった概観を与えてくれる。そして経営経済学研究者も国民経済学研究者も、同様にその利益の分ち与えられることを如実に示している。

まことにわれわれの時代に、L・Pのような新しい秀れた考え方が生み出され、しかもそれが極めて短期間のうちに経済理論の中にうまく据えつけられて来たということは、近年における経済研究に、なんらかの活気がある証拠であろう。けれども、その新しい発展が如何なるものであれ、われわれは、かつてA・マーシャルの述べた次の如き言葉を肝に銘じなければならぬ<sup>(1)</sup>。

「経済条件は絶え間なく変動し、各々の世代は、それぞれ独自のやり方で自分達固有の諸問題を観察するであろう。今日、イギリスにおいても、ヨーロッパ大陸においても、またアメリカにおいても、経済学研究は、以前にも増してますます盛んになって来ている。しかし、これらの研究活動はすべて、経済学における発展は、徐々に連続的に行なわれるものであり、またそうでなければならぬことを如実に物語っているのである。現代における最も秀れた作品の中には、ちよつと見たところ、過去の著作者達の作品とは相容れぬかの観を呈したのもあった。しかしその



後十分な時が経過してみると、それらの全てがそれぞれ適当な場所に落着き、その生硬な角も磨滅して、結局、学問の発展における連続性に全く破綻のないことを示している。新しい学説は旧い学説を補足し、敷衍し、発展させ、時には修正し、また重点を新たに配置しなおすことによって旧学説に新しい首色を与えることも多かった。しかしそれが、旧学説を完全に覆すことは極めて稀なのである。」

そして本書を貫いているベックマンの主要な関心事もまた、そこにあるといえよう。本書は、伝統的経済理論から、その現代的な形態への橋渡しをし、同時に、大企業管理に一つの有用な管理用具を提供した。

(1) A. Marshall, *Principles of Economics*, London, 1890, p. V.

(一橋大学大学院学生)