ケインズ的動態モデル(1)

田村貞雄

一 問題の所在

我々は先に「ケインズ的成長モデル」を呈示した(2)。そこにおける目的は、(一)ケインジアンとしてのN・カルドアとR・F・ハロッドの経済成長径路の安定、不安定の異なる主張を的確に処理すると同時に、(二)現実の経済成長過程における諸現象をよりよく理解するためのモデルを設定するということであった。この結果、我々のモデルは、(一)の問題に有効であることを示したが、(二)の問題に関しては今までの成長モデル以上には出なかった。即ち現在、成長モデルに課せられているのは経済成長と景気循環、及びインフレーションの問題である(3)。これらの問題はすぐれて貯蓄―投資の乖離を主現象としている。我々のモデルは限界原理の使用により完全競争、完全雇用を前提にし本来的に貯蓄=投資であった。そしてここに利潤率の上限、下限の制限条件を導入し長期的な貯蓄と投資の乖離の場を作った。このモデルからすぐに景気循環や、インフレーションの問題を分析するには距離が遠い。ここにおける目的はこれらの問題を有効な射程距離に入れるモデルを設定するということである。具体的にいえば、我々の目的にそぐわない前提を持つ限界原理を排除し、同時に投資の貯蓄への従属性を断ち切り、始めから投資の独立性を確保し(4)、これを中心とした動態モデルの設定ということである。「ケインズ的動態モデル」は「ケインズ的成長モデル」と違って経済成長と景気循環及びインフレーションの問題を扱いうるということを意味している。

(1) この論文は中山伊知郎先生および荒憲治郎先生によるゼミナールにおける御指導に負っている。また両先生の鋭い suggestion を展開するに際し、野村証券調査部古川哲夫氏は有益な助言を与えてくれた。あらためて謝意を表したい。

(2) 『一橋論叢』一九六一年一一月号田村貞雄「ケインズ的成長モデル」

(3) D. Robertson, "Growth, wages, money," 1960 参照。

(4) 成長モデルにおける投資の独立性はすでにハロッドによってなされている。しかしハロッドは投資行動を加速度原理に依存させている。我々は加速度原理によるモデルは、(1)景気循環の下方転換と上方転換が説明しにくい、(2)期待の問題が導入しにくい、(3)貨幣、物価のリパーカションを分析できないという認識を出発点に持っている。

二 モデルの前提

まず以下で使用する記号を次のごとく定める。

K…資本存在量
L…労働
O…実質生産高
I…投資
S…貯蓄
Π…利潤
W…賃銀
$\rho=\Pi/K$…資本利潤率
P…一般物価水準
$V=K/O$…資出係数
i…貨幣利子率
G_N…自然成長率

我々のモデルは次のような資本主義社会を前提とする。

(一)　独占的競争下の封鎖体系

今まで完全競争の仮定は非現実的だと思いながらも、限界原理を使用するため排除できなかった。ここでは限界原理を使用しないので、完全競争は仮定しなくともよい。しかし完全競争下における価格決定論に匹敵する独占的競争下でのそれを背景に持っているわけではない。ただ利潤率の上限及び下限の決定に際して積極的に関係する。労働者の要求分配率をλとすれば利潤率の上限は $\rho_u=\frac{O-\lambda O}{K}=(1-\lambda)\frac{O}{K}$ とあらわせる、資本係数をVとすれば、これは $\frac{(1-\lambda)}{V}$ となる。また企業者の要求する最低利潤率をmとすれば、利潤率の下限（ρ_m）は

$$\rho_m=\frac{mO}{K}=\frac{m}{k}$$

とあらわされる[1]。

(二)　資本と労働の組合せは一つの技術において、一つ与えられる。

今まで使用していた資本と労働の代替可能の生産函数を排除し制限的生産函数を設ける。これは次の二つの理由による。(1)代替可能な生産函数は完全雇用と貯蓄されたものはすべて投資されるという前提で本来の作用をするものであり、このような前提は貯蓄と投資の独立性を確保しようとする我々の目的と矛盾する。(2)資本市場の不完全性、及独占的関係から利潤率、賃銀率の変化に感応的な代替可能な生産函数は非現実的であること。制限的生産函数の定義式は次のごとく示される。

$$\begin{cases}(1)\quad \dfrac{O}{L}=l\\ (2)\quad \dfrac{K}{O}=V\end{cases}$$

Vとlが独立であり、技術進歩率αがコンスタントに与えられれば、これは次のごとく示される。

$$\frac{O}{L}=le^{\alpha t}$$

両辺をLで割ると次式となる。

$$O=le^{\alpha t}L$$

これを log にとってtに関して微分すると

$$\frac{\dot{O}}{O}=\alpha+\frac{\dot{L}}{L}$$

を得る。これは代替可能の生産函数のケースで分析されて来た技術進歩函数に相当する。(2) この場合 $\dot{L}/L$ は資本蓄積との関係における労働の雇用成長率であり、完全雇用成長率(n)とは区別されなければならない。したがって $\frac{\dot{L}}{L}\lesseqgtr n$ に応じて労働の過不足が生じることになる。自然成長率 G_N は $\frac{\dot{O}}{O}=\alpha+\frac{\dot{L}}{L}$ の $\dot{L}/L$ のところへ n を代入することによって得られる。

$$G_N=\alpha+n$$

すなわち自然成長率は技術進歩率と労働の供給成長率の和と定義出来る。(3)

㈢ 資本の供給(貯蓄)は利潤よりなり、賃銀はすべて消費される。したがって貯蓄函数は次のごとくあらわされる。

$$S=\Pi$$

両辺をKで割ると

$$\frac{S}{K}=\frac{\Pi}{K}=\rho$$

となる。これは資本供給成長率を示す。

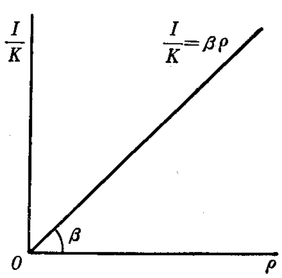
㈣ 資本の需要(投資)は利潤率及び自然成長率と資本供給成長率の相対的関係に依存している。

これは次式の形で示される。

$$\frac{I}{K}=\beta\rho+b$$

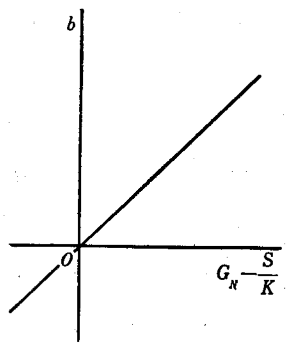
但し $\beta=\frac{d\left(\frac{I}{K}\right)}{d\rho}$ であり、$b=G_N-\frac{S}{K}$ である。まず右辺第一項と I/K との関係をみよう。高い利潤率においては投資率も高いという理由でこれは正の関係を持つ。これを第1図に示す。

第1図

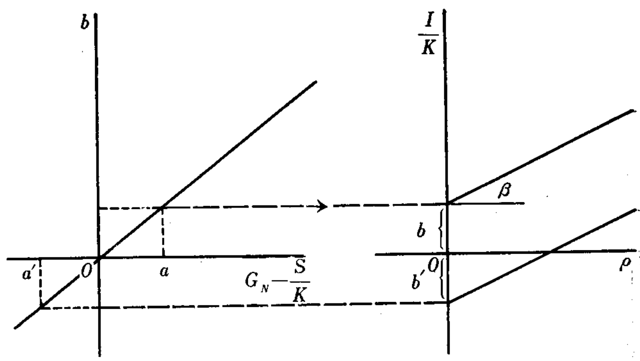


$\beta\gtreqless 1$ 如何により一定の利潤率に対する企業者の強気、弱気の状態を示す。次に I/K と b の関係である。b の性質は第2図に示される。縦軸に b をとり、横軸に $G_N-\frac{S}{K}$ をとる。自然成長率に比して資本供給成長率が低いということは豊富な投資機会を意味する。これは企業者を optimistic mind にし b は正となる。逆の場合は資本の過剰を意味し、企業者を gloomy にするから b は負となる。かくて b は技術進歩率(α)及び人口成長率(n)と資本蓄積の状態に依存することになる。第1図と第2図を同時に考慮すると第3図のようになる。第2図より $G_N-\frac{S}{K}$ が a 点にあったとしよう。仮定によ

第2図



第3図



りbは正であるからI/Kはプラスのセッ片(b)から出発する。もし$G_N-\frac{S}{K}$がa'点にあればbは負となるからI/Kはマイナスのセッ片(b')から出発することになる。かくて投資は自然成長率(G_N)と資本蓄積率(S/K)の乖離の状態と企業者の強気、弱気の状態(β)を背景にし、利潤率(ρ)の増加函数であるということになる。

㈤　資本需要成長率と資本供給成長率に乖離があれば物価は変動する。

これは次式で示される。

$$\frac{\dot{P}}{P}=\theta\left[\frac{I-S}{K}\right]\quad 1\geqq\theta>0$$

この場合θは資本設備の利用度を反映している。我々は簡単化のため分析の過程を通じてθは一定とおく。

㈥　物価の変化はε倍の利潤率を変化させる。

これは次式のごとく示される。

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=\varepsilon\frac{\dot{P}}{P}\quad 1>\varepsilon>0$$

これは周知の強制貯蓄のメカニズムの設定である。εは強制貯蓄の度合を示す。θを一定とすれば、これは貨幣賃銀の利潤に対するラッグ及び労働者の貨幣賃銀の要求力に依存している。

㈦　一定の利子率において貨幣は弾力的に供給される。

これはモデルの構成に積極的に関係しないが投資需要は貨幣的制限を受けないということを示している。

(1)　この定義に関しては上掲論文「ケインズ的成長モデル」〔二〕モデルの前提参照。

(2)　代替可能な生産函数の場合は、例えばダグラス形の生産函数を前提すれば次のごとくなる。

(1)　$O=Ae^{\alpha t}K^{\beta}L^{1-\beta}$

(2)　$\frac{\dot{O}}{O}=\alpha+\beta\frac{\dot{K}}{K}+(1-\beta)\frac{\dot{L}}{L}$

(3)　代替可能の生産函数の場合は$\frac{\dot{O}}{O}=\alpha+\beta\frac{\dot{K}}{K}+(1-\beta)\frac{\dot{L}}{L}$の技術進歩函数が自然成長率となる。それは

$\dot{L}/L$ が完全雇用成長率だからである。

三　モデルの性質

二 で設定した前提により、我々のモデルは次の方程式体系で示される。

(1) $\dfrac{I}{K}=\beta\rho+b$

(2) $\dfrac{S}{K}=\rho$

(3) $\dfrac{\dot{P}}{P}=\theta\left[\dfrac{I-S}{K}\right]$

(4) $\dfrac{\dot{\rho}}{\rho}=\varepsilon\left[\dfrac{\dot{P}}{P}\right]$

(5) $G_N=\alpha+n$

(6) $i=i$

(1)式は前提四による投資函数、(2)式は前提三による貯蓄函数を示す。(3)式は前提五による物価変動式であり、(4)式は前提六による利潤変動式である。(5)式は前提二で定義した自然成長率であり、(6)式は前提七による貨幣供給の条件を示す。方程式は6つ、未知数はI/K、S/K、ρ、P、G_N、iの6個である。したがって我々の体系は determinant である。

そこでこのモデルの性質を吟味しよう。我々のモデルはβ、θ、ε、α、n及びKの初期値が与えられると解ける。まず(1)、(2)式を(3)式に代入する。

$$\frac{\dot{P}}{P}=\theta[\beta\rho+b-\rho]$$

これを(4)式に代入する。

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=\varepsilon\theta[\beta\rho+b-\rho]$$

これで全体が利潤率に関する微分方程式に集約された。これを解くため上式を変形する。

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=\varepsilon\theta(1-\beta)\left(\rho-\frac{b}{1-\beta}\right)$$

$\varepsilon\theta(1-\beta)=A,\quad \dfrac{b}{1-\beta}=\rho_E$ とおく。

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=-A(\rho-\rho_E)$$

$\rho=\dfrac{1}{x}$ とおくと、$\dfrac{d\rho}{dt}=-\dfrac{1}{x^2}\dfrac{dx}{dt}$ である。これを上式に代入する。

$$-\frac{1}{x}\frac{dx}{dt}=-A\left(\frac{1}{x}-\rho_E\right)$$

両辺にxをかける

$$\frac{dx}{dt}+A\rho_E x=A$$

そしてまた両辺に $e^{A\rho_E t}$ をかける

$$\frac{dx}{dt}e^{A\rho_E t}+A\rho_E e^{A\rho_E t}x=Ae^{A\rho_E t}$$

両辺を積分する

$$e^{A\rho_E t}x=\frac{1}{\rho_E}e^{A\rho_E t}+C$$

$t=0$ のとき、$x_t=x_o$

$$x_o=\frac{1}{\rho_E}+C,\quad C=x_o-\frac{1}{\rho_E}$$

x を ρ に置きかえ、これを上式に代入する。

$$\rho=\frac{e^{A\rho_E t}}{\frac{1}{\rho_E}e^{A\rho_E t}+\left(\frac{1}{\rho_o}-\frac{A}{\rho_E}\right)}$$

$$\rho=\rho_E\frac{1}{1+\rho_E\left(\frac{1}{\rho_o}-\frac{1}{\rho_E}\right)e^{-A\rho_E t}}$$

$A=\varepsilon\theta(1-\beta)$, $\rho_E=\dfrac{b}{1-\beta}$ であるから、結局、

$$\therefore \rho=\frac{b}{1-\beta}\cdot\frac{1}{1+\frac{b}{1-\beta}\left(\frac{1}{\rho_o}-\frac{1-\beta}{b}\right)e^{-\varepsilon\theta bt}}$$

となる。この最終式から次の四つのケースが指摘できる。

（1） $b>0$, $\beta\geqq1$ ………… $\rho_t\longrightarrow\overset{(1)}{\infty}$

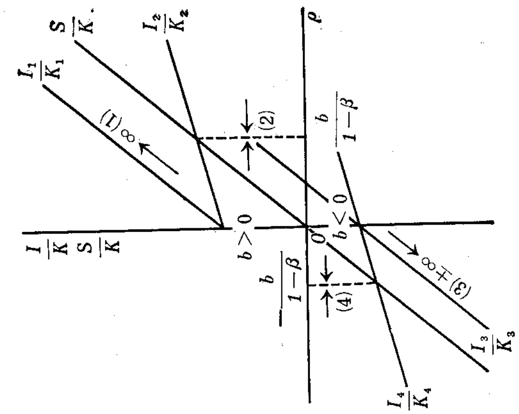
（2） $b>0$, $\beta<1$ ………… $\rho_t\longrightarrow\dfrac{b}{1-\beta}$

（3） $b<0$, $\beta\geqq1$ ………… $\rho_t\longrightarrow\pm\infty$

（4） $b<0$, $\beta<1$ ………… $\rho_t\longrightarrow-\dfrac{b}{1-\beta}$

これを第4図に示そう。(1)と(3)は体系が発散する不安定のケースであり、(2)と(4)は体系が均衡水準に収斂する安定的なケースである。我々のモデルは $1\geqq\theta>0$, $1>\varepsilon>0$ を前提にし、b と β の組合せ如何に依存している。この組合せがどのような方向にあるかは一義的なことはいえないが、b が正の場合は自然成長率が資本蓄積率に比して高いのであるから企業者は強気になり投資係数 β が1もしくは1より大になる可能性が多いであろう。b が正で β が1より小というのは、投資機会が豊富にありながら、企業者が弱気になるという状態であり、これは特殊のケースと思われる。

第4図



（1） $\beta=1$ の時は次式のごとくなる

$$\frac{\dot\rho}{\rho}=\varepsilon\theta(\beta\rho+b-\rho)$$

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho}=\varepsilon\theta b$$

$$\rho=\rho_0 e^{\varepsilon\theta bt}$$

$b>0 \quad \rho\longrightarrow\infty$

$b<0 \quad \rho\longrightarrow-\infty$

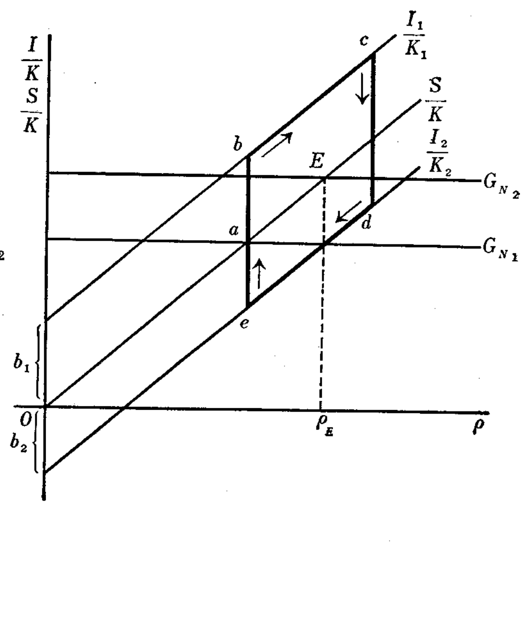
四 モデルの有効性

三で示したモデルの性質をもとにして経済成長と景気循環及びインフレーションの問題にアプローチしよう。

(一) 経済成長と景気循環

第5図で第4図に示したように縦軸に I/K、S/K をとり、横軸に ρ をとる。S/K は 45° の直線として示される。$G_N=\alpha+n$ が G_{N1} の水準にあったとしよう。I/K は G_N と S/K の関係によってきまる。まず初期時点において、経済は G_{N1} と S/K の交点 a にあったとしよう。この場合 $G_{N1}=\dfrac{S}{K}$ であるから前提(四)により $b=0$ である。もし $\beta=1$ であれば I/K は S/K に等しくなる。この時技術進歩率（α）が急激に高まって自然成長率が G_{N1} から G_{N2} に上昇したとしよう。a 点では $G_{N2}>\dfrac{S}{K}$ となるから前提(四)により b は、正となる。$\beta\geqq1$ とすれば I/K は b_1 のセッ片から出発するから S/K と乖離する。経済は a 点より b 点に上昇し、b 点から三モデルの性質ケース(1)により I_1/K_1 線に沿って発散する。この発散過程はいつまでも続かない。I/K が E 点 $\left(G_{N2}=\dfrac{S}{K}\right)$ を越えて進むと $G_{N2}>\dfrac{S}{K}$ となる。前提(四)により b は負となる。例えば b が $-b_2$ の値をとったとしよう。I_1/K_1 は I_2/K_2 に下落する。経済は c 点から I_2/K_2 線の d_2 点に下降する。そしてここからモデルの性質ケース(3)により I_2/K_2 線に沿って下方に発散する。これもいつまでも続かない。I/K の下落が E 点を過ぎるとまた $G_{N2}>\dfrac{S}{K}$ となり $b>0$ となる。I_2/K_2 はまた上方にシフトする。経済は e 点から b 点に行く。[1] 以上が成長過程における景気循環の basic mechanism である。もちろんこれは $G_N\lessgtr\dfrac{S}{K}$ が b_1 と b_2 という値に specify されるという特定の場合であり、この値如何によって、また

第5図



$\beta<1$ の場合とか、G_Nが絶えず変動する場合等を組合せれば、いろいろの形をとるであろう。このためにはまた一つの論文を必要とする。

㈡　経済成長とインフレーション

我々のモデルによる Demand-Inflation と Cost-Inflation の説明は次のごとくである。

まず Demand-Inflation は三の(1)、(2)式を(3)式に代入した式によって定義される。

$$\frac{\dot{P}}{P}=\theta[\beta\rho+b-\rho]$$

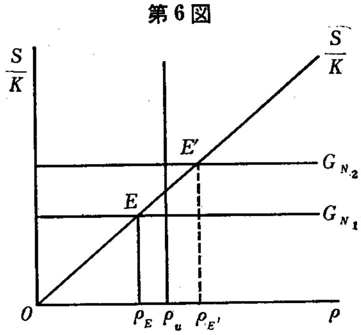
これを整理すると

$$\frac{\dot{P}}{P}=\theta[\rho(\beta-1)+b]$$

を得る。したがって、Demand-Inflation は設備の利用度θ、投資係数β及び自然成長率と資本供給成長率の差であるbの値に依存していることになる。

Cost-Inflation の説明に際しては二の前提(1)で示した利潤率の上限(ρ_u)を必要とする。第6図に示したごとくG_NがG_{N1}からG_{N2}に上昇した時は$E-E'$の物価の上昇、したがってρ_Eから$\rho_{E'}$の利潤率の上昇が要求される。この場合利潤率の上限ρ_uが$\rho_{E'}$より小さいとしよう。(2) $E-E'$の物価上昇は労働者の実質賃銀を要求率以下にさげてしまう。そこで労働者の抵抗により貨幣賃銀が上昇して$\rho_{E'}$はρ_uに引き戻される。しかしρ_uではI/KとS/Kに乖離があるから物価は上昇する。そしてまた労働者の抵抗により貨幣賃銀が上昇するというわゆる wage-pricespiral の形をとって物価変動は止まるところを知らない。以上の我々のインフレーションの説明はハロッドの basic Inflation と spiral Inflation のそれに対応している。(3)

第６図



（１）　c点からd点に行く下方転換には生産の懐妊期間を、そしてe点からb点へ行く上方転換には過剰資本設備の整理期間を考慮すればよい。

（２）　（１）　$\rho_u=(1-\lambda)\frac{O}{K}$

（２）　$\rho_E=h\frac{O}{K}$　但しh=企業者の狙っている分配率

（３）　$\rho_u<\rho_E \longrightarrow 1-\lambda<h$

したがってこの状態は企業者の狙っている分配率が労働者の要求(λ)によって阻止される状態を示している。

（３）　R. F. Harrod, Policy against Inflation, 1958. chapter 3.

ここではハロッドも basic Inflation を Demand-Inflations に Spiral-Inflation を Ceost-Inflation に対応させている。

五 結語

成長モデルにおける貯蓄—投資の独立性を確保し、貯蓄—投資の乖離を主現象とする景気変動及びインフレーションを経済成長との関係において分析するためのモデルを設定するという目的で出発し、二、三でモデルを構成し、四でその有効性を吟味した。しかしこの有効性の十分な分析は次回にゆずらなければならない。また全体としてβ、b、θ、ε、α、nの諸パラメーターの十分な吟味も必要である。

（一橋大学大学院学生）