〔博士論文要旨〕

動学的投入産出体系における産出量の変動径路の分析

筑井甚吉

本稿は、筆者の研究テーマである経済成長の可能性の分析という問題に対する理論的な研究結果の一部をなすものである。

筆者が投入産出体系をとりあげた理由は、各産業部門の技術的、経済的な特質と部門間の相互連関の事実が成長問題の分析にとって無視しえない重要性をもつと予想したからである。

筆者は、まず、動学的投入産出体系の理論的な分析に主力を注ぎ、この結果から「成長の可能性を探究する方法」に対する示唆をえようと意図した。したがって、本稿においては、まず、動学的投入産出の等式体系における産出量の時間的径路の諸性質が、その体系がもつ均衡成長径路を中心に分析され、次いで、線型計画化された体系における産出量と価格の有効径路の諸性質が吟味される。そして、この分析結果として得られる有効径路の性質を応用して、成長計画のためのモデルの構成が意図される。既に述べたことからわかるごとく、ここで構成される計画モデルは、成長の可能性を分析する「方法」を示すためのものであり、必ずしも現実の経済への具体的な実施を予想するものではない。

本稿の目次構成を示せば次のごとくである。

章を追って本稿の分析内容を要約しよう。

第1章においては、本稿の主題が、経済モデル自体の論理的な完全性と一致性とを追求するという現代経済学における抽象的な分野に属するものではなく、モデルの理論的な分析とその現実への応用とが密接に結びついた具体的な分野に属するものであることが、現代理論における本稿の分析の位置づけの過程の中に主張される。

第2章においては、まず第1節において、動学的レオンティエフ体系がとりあげられ、同体系における産出量の時間的径路の性質が吟味される。

いま、A、Bをそれぞれn次の投入係数行列および資本係数行列、x_tをt期における産出量のn次ベクトルとし、$|B|\neq 0$, $C=B^{-1}(I-A)$ とすると、われわれの体系は次式によって示される。

(1) $x_{t+1}=(I+C)x_t$

この一般解は周知のごとく、$(I+C)$ の固有値 $\lambda_1,\ldots\ldots,\lambda_n$ ——すべて単根であると仮定される——に関して次式であたえられる。

$$x_t=\lambda_1^t h_1+\ldots\ldots+\lambda_n^t h_n$$

ただし、$h_1,\ldots\ldots,h_n$ はそれぞれ $\lambda_1,\ldots\ldots,\lambda_n$ に対応する固有ベクトルであり、その絶対値の大きさは初期条件 x_0 によって定まる。$(I-A)^{-1}>0$ の仮定のもとに、われわれは $\lambda_i(i=1,\ldots\ldots,n)$ の中に、例えば、$\lambda_1>1$ なるものが存在し、$h_1>0$ となることを知ることができる。そして、原点から延びたh_1を含む半直線は産出量の均衡成長径路、$\lambda_1^t h_1$ は均衡成長解とよばれ、均衡成長径路が相対的に安定であるためには $\lambda_1>\lambda_i(i=2,\ldots\ldots,n)$ がみたされなければならないことがわかる。

以上の準備的考察を経て第2節において、次の二定理が証明される。

「定理」 体系(1)の均衡成長径路が相対的に安定であるための必要、十分条件は、ある有限な正の整数mに関して、$(I+C)^m>0$ が成立することである。

「定理」 もし、$A>B$ ならば体系(1)の均衡成長径路は相対的に不安定である。

これらの定理の意義は、固有値による相対的安定条件の表現の経済的な意味が不明瞭である点にもとめられる。

われわれは、今迄、$\lambda_1,\ldots\ldots,\lambda_n$ が単根であることを仮定してきたが、第3節においては、これらの中に重根が存在する場合にも右の二定理が成立することが証明される。

第3章においては、生産物の不完全利用をも含めた一般的な状況のもとで産出量の時間的な径路を追究するために、体系の線型計画化が行なわれる。したがって前章における分析は、こ

の一般化された体系における特殊な径路、すなわち完全利用（レオンティエフ）径路の分析として位置づけられるわけである。

第1節および第2節においては、レオンティエフ体系の線型計画化が産出量を変数として行われる。われわれが産出量を変数にえらんだ理由は、次の第3節以後において技術変化の可能性を考慮に入れる場合の便宜を考えたからである。われわれの体系においても、レオンティエフ径路が存在するならば、それが有効径路の一つであることが示される点はいうまでもない。

第3節においては、技術変化の可能性を導入して体系の一般化が行われる。すなわち、第j部門は1_jからm_j迄のm_j箇$(j=1,\ldots\ldots,n\,;\,m_j\geqq 1)$の可能な生産プロセスをもつものと仮定され、生産プロセス行列およびこれに対応する資本係数行列は、それぞれ次のごとくあたえられるものとされる。

$$A=[a_i^{\,l_j}],\ B=[b_i^{\,l_j}],\ (i=1,\ldots\ldots,n)$$

ただし、$i=j$ のとき $a_i^{\,l_j}=1$、$i\neq j$ のとき $a_i^{\,l_j}\leqq 0$、$b_i^{\,l_j}\geqq 0$、$\sum_{j=1}^{n} m_j=m$。

したがって、われわれの線型計画体系は次式で示されることになる。

$$(2)\quad (A+B)x_t-Bx_{t+1}\geqq 0\ ,\quad x_t\geqq 0$$
$$p'Bx_T\to \text{最大化}\ ,\quad (t=0,\ldots\ldots,T-1)$$

$$(3)\quad u'_{t+1}(A+B)-u_t'B\leqq 0\ ,\quad u_t\geqq 0\ ,\quad u_T'B\geqq p'B,$$
$$u_1'(A+B)x_0\to \text{最小化}\ ,\quad (t=1,\ldots\ldots,T-1)$$

ただし、x_t、u_tは、それぞれ、t期における産出量のm次ベクトルおよび価格のn次ベクトル、pはT期における資本ストックの評価ベクトルで $p\geqq 0$。

第4節の前半においては、A、Bに関する次の前提が導入される。

$*_1$ Aにおいて、各部門の生産プロセスを任意に一つずつ取り出して第j部門のプロセスを第j列としたn次行列A_σ $(\sigma=1,\ldots\ldots,\prod_{j=1}^{n} m_j)$を単純プロセス集合$\sigma$とよぶと、すべての$A_\sigma$に関して$I-A_\sigma$はプリミティヴかつ分解不可能で$A_\sigma$は Hawkins-Simon の条件をみたす。

$*_2$ Bの各列は少なくとも一箇の正要素をもつ。

これらの前提のもとに次の体系がとりあげられる。

$$[A+B-\mu B]x\geqq 0\ ,\quad x\geqq 0$$

$$(4)\quad u'[A+B-\mu B]\leqq 0\ ,\quad u\geqq 0$$
$$u'Bx>0$$

ただし、x、uはそれぞれm次およびn次ベクトル、μはスカラー。

そして、この体系に関して次の定理が証明される。

「定理」 前提$*_1$、$*_2$のもとで、(4)をみたす$\mu>1$、および$x\geqq 0$、$u>0$が存在し、xの正要素は各部門それぞれ一箇ずつのプロセスに対応してn箇で十分であり、μ、uは共に一意的に定まる。

R^mにおいて、この原点から延びたxを含む半直線が産出量の均衡（成長）径路、$\mu-1$は均衡成長率を示し、R^nにおいて、原点から延びたuを含む半直線が価格の均衡径路を示すことは

いうまでもない。

第4節の後半においては、体系(2)、(3)の解系列であるxおよびuの有効径路の性質がこれらの均衡径路を中心に吟味される。いま、R^mおよびR^nにおいて原点を頂点とするxおよびuの均衡径路の適当に選ばれた円錐近傍をV_{θ_x}、V_{θ_u}と定義すると、V_{θ_x}、V_{θ_u}に関して、A、Bに関する一定の条件のもとに、計画期間Tに無関係に有限値T_x、T_uが定まり、次の定理が成立することが証明される。

「定理」 計画期間Tが$T>T_x$をみたす程長期に亙るならば、初期条件$(A+B)x_0>0$および評価ベクトル$p\geqq 0$の如何にかかわらず、産出量xの有効径路は均衡成長径路の近傍V_{θ_x}内で少なくとも$T-T_x$期間を継続的に過す。

「定理」 計画期間Tが$T>T_u$をみたす程長期に亙るならば、初期条件$(A+B)x_0>0$および評価ベクトル$p\geqq 0$の如何にかかわらず、価格uの有効径路は均衡径路の近傍V_{θ_u}内で少なくとも$T-T_u$期間を継続的に過す。

(2)、(3)の双対性により、われわれはさらに次の定理をうる。

「定理」 $T-T_x$期間中、少なくとも$T-2\hat{T}$期間——$\hat{T}=\max(T_x, T_u)$——x_tは完全利用径路を辿り、さらに、V_{θ_u}に関する一定の条件のもとに、この期間中、特定の単純プロセス集合のみが生産過程において採用される。

これらの定理はturnpike定理とよばれるものの一類型である。

次の第5節においては、これらの定理の示唆に基づいて$n=2$の場合の有効径路が具体的に追跡される。ここで示される有効径路の探求法は、計画の始期と終期についてのみプログラミングを解けば良いという計算方法の単純化の点で、将来$n>2$の場合への拡張が期待される。

第4章においては、前章の分析で知りえた有効径路の性質を利用して経済成長のための計画モデルの構成が試みられる。

この計画モデルの特徴の一つは、産出量の各部門における時間的な配分のみならず技術変化の時間的な有効径路をも示しうるように構成されている点にある。

前章の結果から、われわれは、生産の技術的可能性が一定に留るならば、計画期間が長期に亙る場合、一定の生産技術と産出量比率とをもって相対的に長期間、完全利用生産（均衡成長）を行うことが近似的に有効であることを示唆された。したがって、計画最終期に各部門の産出量を均衡成長比率をもった最大可能量に調整せしめるように目的函数をえらべば、長期計画に関して、将来の財ストックに対する評価を未知のままにして、われわれは近似的に有効な産出量径路を解としてうることができることになる。このような考慮に基づいて目的函数が設定されている点が、われわれの計画モデルの他の一つの特徴である。

今迄の計画モデルの多くは、計画期間内における経済諸量相互間の一致性の問題に注意を集中し、計画期間終了後に何を残すべきか、という問題に対しては十分な理論的関心を示さなかった。この点に関し、われわれのモデルが、計画期間中の課題

を総合的に果しつつ、それ以後にできるだけ高い成長の potentiality をもった産業構成を残そうと準備している点は注意されなければならない。

以上、われわれは本稿の内容を章を追って展望してきたのであるが、われわれの分析に沿った具体的な計算の遂行は将来への課題として残される。

〔論文審査の要旨〕

論文の題目「動学的投入産出体系における産出量の変動径路の分析」

論文審査担当者　主査　山田雄三
久武雅夫
山田　勇

一、本論文の目次

二、本論文の要旨および評価

本論文は、動学的投入産出体系における産出量の時間的径路が示す諸性質を分析、吟味し、その成果に基づいて、多部門経済成長の計画モデルを構成した、理論的一貫性を有する研究である。静学的投入産出体系の理論的分析はある程度の進展を示してきたのに対し、その動学体系の理論的研究はなお穿さくすべき多くの余地を残している。

本論文の意図したところを要約すれば、主として二つの点にまとめることができる。そのうちの第一点は、いわゆる相対的安定性に関する問題である。ここに相対的安定性というのは、均衡成長解が時間の経過とともに他の特解に関してドミナントになるということである。著者の問題は、この相対的安定性をレオンチエフの等式体系と生産物の不完全利用をも含めた不等式線型計画体系との二つの場合に峻別してこれを体系的に論じたところにあり、この点にまずその功績を認めることができ

る。とくに不等式体系において、成長径路に関するターンパイク定理の著者の新しい展開は、現在この問題が学界において重視せられていることに鑑み、その功績を高く評価しなければならない。すなわち、この理論の創案者ドーフマン、ソロー、サムエルソンが行った均衡成長径路の近傍における分析を、論者はその近傍を遠ざかる、さらに一般的な場合にまで拡張した(第三章第四節)。ここに用いられた技術係数マトリックスおよび資本係数マトリックスは、一産業部門一プロセスという特殊な場合だけでなく、一プロセス以上の一般的な場合について論じている点も、併せて本論文の価値を高めている。これらの工夫によって理論がいっそう現実的、具体的となった事実は、著者が本論文で行った諸研究のうち、特筆すべきものといえよう。

本論文の意図した第二の点は、以上のような不等式線型計画体系を経済計画モデルとして採用することを提案し、そのために必要な附加的加工をモデルにほどこしたことである。この問題に関してとくに注目すべき点は、その目的函数の設定にあたり、これを計画最終期以後の経済成長率をして最大ならしめるようにした点に、同種の他の研究に比較して、この理論の現実的な特長がうかがわれる(第四章第二節、第三節)。

以上の二点に勝れた研究の成果を認めることができると同時に、本論文の全面にわたって著者の苦心のあとが見られる。相対的安定性の体系づけにあって、従来は定差方程式体系の固有根の形式によって吟味されていたものをマトリックス体系の形式で取扱った点はその例の一つであり(第二章第二節、第三節)、均衡成長径路と有効径路との関係を論じるにあたって、従来のノイマン、トンプソンの伝統的形式を捨てて、これを別形式で分析している点は他の例である(第三章第四節)。

その他細部にわたって独創的な考案がうかがわれる点は、以上の諸点と併せて、著者の学問的意欲を物語るに十分なものがある。

三、若干の論点と今後の課題

本論文の主旨は、動学的投入産出体系の論理構造を探求することである。したがってその仮定および理論モデルの構成には、簡単化のためとはいえ、非現実的な要素を含むことは避けがたい。ここには二つの疑点を指摘することにとどめよう。

第二章第二節は均衡成長径路の相対的安定性を論じた箇所であるが、ここで著者は「投入係数マトリックスが資本係数マトリックスよりも大ならば、均衡成長径路は相対的に不安定である」という定理を証明している。このことは「各産業部門ごとにすべての投入係数がすべての資本係数よりも大ならば」という条件を意味するのであるが、このことの当然の結果として、投入係数マトリックスがつねに資本係数マトリックスより大であるという条件は極めて強い条件となり終るであろう。これに対して著者の正当づけが用意されているが、この定理は現実的に十分意義あるものとは納得しがたい。

さらにまた、第四章第一節で成長計画モデルの樹立に際し

て、所得のなかで最終需要に廻る分がどれだけであるかという比率を最終需要係数として定義しているが、この係数が期間に関して不変であるという暗黙の仮定もまた、非現実的であるといわざるをえない。しかも最終需要と所得の定義の仕方いかんによってこの係数は1よりも小となり、大ともなりうる。この場合の体系が結論にどのような影響をもたらすかは不問に付せられている。

本論文はすでに明らかなように、動学的投入産出体系の論理構造を分析したものである。しかし投入産出体系がそうであるように、この理論モデルを経験的に測定することが強く要望せられる。このような経験的分析が本論文のつぎに来るべきものである。この点に関して著者に組していえることは、現段階においては信頼しうる資本係数マトリックスが計測されていないということであって、これは著者の責任に帰せらるべき問題ではない。

四、結論

以上を総合していえることは、若干の疑点が含まれるとはいえ、多部門成長理論と相対的安定性という二つの最近における理論経済学上の中心課題に積極的に取り組み、これを従来よりもいっそう一般的に論証した著者の功績は蔽うべくもないということである。本論文中に含まれる著者自身の定立した諸定理の証明は、厳密であり、かつ用意周到である。さらにこの種の課題は、日本ではもちろん欧米の学界でもきわめて有能な少数の学者によって共同に研究されている現状である。したがって、本論文中に含まれた諸研究は、学界に貴重な貢献をなしうるものと認めることができる。

よって審査は、最終試験の成績ともあわせ考えて、著者が一橋大学経済学博士の学位をうけるに足るものと認定する。

昭和三十六年九月四日