《研究ノート》

會社證券發行決意の分析

木村増三

一

證券需給の分析の一環として、證券發行取引における供給の分析——すなわち、新證券の發行がどのようにして決定されるかという問題がある。本稿では、この問題のうち、會社證券(corporate securities——株式および社債)の發行決意の問題をとり上げ、モジリアーニおよびジーマンの兩氏によって提示された一つの理論的假說[1]の檢討を通じて、若干の接近を試みてみたいと思う。この理論的假說は、現實と對比してみればきわめて單純化されたものではあるが、經營者の豫想を確定豫想として取扱う方法ないし不確定豫想を確定等價(certainty equivalent)によって置きかえる方法[2]に比べれば、現實により接近したものということができる。

(1) Franco Modigliani and Morton Zeman, "The Effect of the Availability of Funds, and the Terms thereof, on Business Investment," in *Conference on Research in Business Finance, held under the auspices of Universities-National Bureau Committee for Economic Research*, National Bureau of Economic Research, 1952, pp. 263～309.

(2) 拙稿『投資配分の選擇——證券投資需要の形成過程——』(小樽商科大學經濟學會「商學討究」第五卷第四號、昭和三十年三月、四三—八三頁)の四、とくに七六頁の註27を參照されたい。

二

モジリアーニ、ジーマン兩氏によって提示された右の假說を要約すると、次のとおりである。

(一) 前提

1. 經營者は、會社の現在の普通株主の長期的利益を目標にして決定を行うものと假定される。

2. 將來の事がらについての經營者の豫想は、不確定豫想として取扱われる。

不確定豫想の取扱い方は、確定等價をもって置きかえるという方法によらず、經營者の危險回避の態度(risk aversion)を明示的な函數(效用函數)によって表現するという方法をとる。

(二) 記號[3]

π……現在の普通株主に歸屬すべき將來の長期的・平均・年當り純收益(利子および會社所得稅を控除したのちの)——以

下簡單に「純收益」と呼ぶ——の期待値。經營者は、πの値が大なるほど望ましいと考える。

σ……右の「純收益」の標準偏差。これは危險性の尺度であり、經營者はこの値が小なるほど望ましいと考える。

S……普通株の發行によって調達されるべき新資本の額。既發行普通株は償還しえないものとする。したがってSには、$S \geqq 0$ という境界條件が付せられることになる。

B……社債の發行によって調達されるべき新資本の額(または、現存社債の償還ないし買入消却によって減少すべき資本の額——この場合は負の値で表わされる)。いま、現存社債全部の償還ないし買入消却に必要な資金額をB_0で表わせば、Bには$B \geqq -B_0$ という境界條件が付せられることになる。

F……總體としての新資本の純調達額(正または負の値をとる)。ただし、用いられる金融方法は、普通株の發行と社債の發行(または償還・買入消却)に限られるものとする。したがって、$F=S+B$ であり、F には $F \geqq -B_0$ という境界條件が付せられることになる。

$Y(F)$……新資本の純調達(F)の結果として生ずるべき「粗收益」增加分(正または負)の期待値。ただしここに「粗收益」というのは、將來の長期的・平均・年當り粗收益(利子および會社所得税を含む)をさすものとする。

$\rho(F)$……新資本の純調達(F)の限界「粗收益」率、すなわち$Y'(F)$

Z_0……普通株の發行も社債の發行(または償還等)も行われない場合($S=0$, $B=0$)において、現在の普通株主に歸屬すべき將來の長期的・平均・年當り税込み純收益(利子を含まない)の期待値。

$\phi(F)$……總體としての資本(既存資本プラスF)から生ずるべき「粗收益」總額の標準偏差。

r……社債に對する現行利子率(發行差額および發行費用を考慮に入れる)。

P……現在の市場で普通株を發行することにより得らるべき一株當り發行手取金(發行價格マイナス發行費用)。

n……現存する普通株の數。

α……一マイナス豫想される會社所得税率。ただしこの税率は所得の大小にかかわりなく一定率であると假定し、またそれは確定値として豫想されるものとする。

(三) 問題とその解法

以上の前提および記號にもとづいて、新資本の調達にかんし經營者に課される問題は、次のように表わされることになる。

定義により、

(1) $$\pi=\frac{\alpha n}{n+\frac{S}{P}}\{Z_0+Y(F)-Br\}$$

(2) $$\sigma=\frac{\alpha n}{n+\frac{S}{P}}\phi(F)$$

(3) $$F=S+B$$

經營者の解くべき問題は、右の定義ならびに $S \geqq 0,\ B \geqq -B_0$ という境界條件の制約のもとで、效用函數

$$(4)\quad u=u(\pi,\ \sigma)$$

ただし $u_1=\dfrac{\partial u}{\partial \pi}>0,\ u_2=\dfrac{\partial u}{\partial \sigma}<0$

を極大化するように、S および B の値を決定することである。

そこで、ラグランジュ乘數 λ および μ を導入して右の u の極大化條件を求めれば、

$$(5)\quad u_1-\lambda=0$$

$$(6)\quad u_2-\mu=0$$

$$(7)\quad \lambda[\rho(F)-r]+\mu\phi'(F)=0$$

$$(8)\quad \lambda[(nP+S)\rho(F)-\{Z_0+Y(F)-Br\}]+\mu[(nP+S)\phi'(F)-\phi(F)]=0$$

が得られる。

以上の(1)式、(2)式および(5)ないし(8)式を連立させて解くことによって、(もしも二次の極大化條件がみたされているならば) (4)式の u を極大化する S、B、π および σ の値を見いだすことができる。

(四) 右の解法の含意

右の解法の含意を明らかにするために、(5)ないし(8)式を整理してラグランジュ乘數（λ および μ）を消去すれば、(5)ないし(8)式の條件は結局次の二式に歸着する。

$$(9)\quad -\frac{u_2}{u_1}=\frac{Z_0+Y(F)-(nP+F)r}{\phi(F)}$$

$$(10)\quad \frac{Z_0+Y(F)-(nP+F)r}{\phi(F)}=\frac{\rho(F)-r}{\phi'(F)}$$

右の(10)式は次のような性質をもつ。(a) S と B を別々に含まないで、兩者の和 F のみを含む。F 以外の變數を含んでいないから、一般に F の最適値を決定するに足る。(b) 效用函數のいかなるパラメーターをも含んでいない。

かくして、(境界條件から生ずる問題を考慮外におけば)、新資本の純調達額 F の最適値は、經營者の危險回避の態度（效用函數）からは獨立に決定されること、それはもっぱら市場の諸要因（r および P）ならびに將來の收益についての經營者の豫想（Z_0, $Y(F)$, $\phi(F)$）にのみ依存することが知られる。

次に、(10)式の左邊が具體的に何を意味するかを明らかにしよう。先の(1)式の B に（$F-S$）を代入し、(1)式と(2)式のあいだで S を消去すると、次式が得られる。

$$(11)\quad \pi=\alpha rnP+\frac{Z_0+Y(F)-(nP+F)r}{\phi(F)}\sigma$$

この式の F に任意の値を入れて、これを π と σ の平面に圖示する（縱軸に π をとり、横軸に σ をとる）と、與えられた F の値における π と σ の關係が、縱軸上の一點（$\pi=\alpha rnP,\ \sigma=0$）を通る一の直線として表わされる。このようにして(11)式から、F のさまざまな値に應ずる π と σ の關係を示す多數の直線（すべて縱軸上の同じ點を通る）が導かれる。これらの直線を以下「市場機會」直線と呼ぶ。(11)式と(10)式とを比較してみればすぐにわかるように、(10)式の左邊はこれらの「市場機會」直線の傾

斜を示すものにほかならない。

(10)式の含意するところは次のとおりである。多數の「市場機會」直線のうち經營者にとって最も望ましい直線は、傾斜の最も大きいそれである。なぜなら、それが、σの一定の値に結びつくπの最大値を與える直線だからである。Fの最適値は、最も傾斜の大なる「市場機會」直線に照應するFの値であって、それは、(11)式に示される「市場機會」直線の傾斜をFについて微分し、それを零とおくことによって求められる（もしも二次の極大化條件がみたされているならば[4]）。その結果は(10)式に一致する。すなわち(10)式は、Fの最適値（したがって最善の「市場機會」直線）を求める式にほかならない。

このように(10)式によって決定されるFの最適値を以下F_Mで表わす。次の問題は、最善の「市場機會」直線上のどの點が選ばれるべきか――すなわち、π、σ、SおよびBの最適値がどのように決定されるかということである。これを決定するには、(9)式のFに最適値F_Mを入れた

(9)′　$$-\frac{u_2}{u_1}=\frac{Z_0+Y(F_M)-(nP+F_M)r}{\phi(F_M)}$$

と、最善の「市場機會」直線を示す

(11)′　$$\pi=\alpha rnP+\frac{Z_0+Y(F_M)-(nP+F_M)r}{\phi(F_M)}\sigma$$

とを連立させて解くことによってπおよびσの最適値を得、次に(1)ないし(3)式を適當に用いてSとBの最適値を求めればよい。

右の(9)′式の左邊は、上述の$\pi\sigma$平面上の任意の一點における等效用曲線（無差別曲線）の傾斜を示している。したがって(9)′式は、その點における無差別曲線の傾斜が最善の「市場機會」直線の傾斜（(9)′式の右邊）に等しいところの諸點の軌跡を示しているわけである。（無差別曲線はすべて右上りであり、各點におけるその傾斜については、σの値が大なるほど、またπの値が小なるほど、傾斜はより大であると想定される。）

この(9)′式と(11)′式とから（すなわち、(11)′式の最善の「市場機會」直線と(9)′式の諸點の軌跡との交點において）πとσの最適値が決定される。それは、最善の「市場機會」直線とそれに切する無差別曲線との切點によって示されるπとσの値にほかならない[5]。

（3） 表現を簡單にするために、兩氏のものとは異なる記號を用いている部分がある。

（4） この場合の二次の極大化條件は、

$$\frac{d_2}{dF^2}\left(\frac{Z_0+Y(F)-(nP+F)r}{\phi(F)}\right)<0$$

であり、これは次式に歸着する。

$$\phi'(F)<\frac{\phi''(F)}{\phi(F)}\{Z_0+Y(F)-(nP+F)r\}$$

（5） 本稿では、兩氏の行っている境界條件に關連した問題の考察、ならびに假説の統計的檢證の部分には、ふれないことにする。

三

以上の理論的假說から導き出される若干の歸結について考えてみよう。

(一) 危險の遞增

先の(2)式から、次式が導かれる。

$$(1a)\quad \frac{\partial\sigma}{\partial B}=\frac{\alpha n}{n+\dfrac{S}{P}}\phi'(F)$$

$\phi'(F)$ は一般に正であろう。なぜなら、通常の場合においては、F が大なるほど企業活動の規模が大となり、その結果「粗收益」總額の標準偏差 $\phi(F)$ もより大になると考えられるからである。

したがって(1a)式は一般に次のことを意味している。——S を一定とすれば、B が大なるほど σ（危險性）は增大する。——この歸結は、カレツキのいう「危險遞增」（'increasing risk'）[6] の一つの場合にあたる。

それでは、B を一定にしておいて S をふやす場合には危險の度合にどのような影響を與えるか。この場合には、

$$(2a)\quad \frac{\partial\sigma}{\partial S}=\frac{\alpha nP}{(nP+S)^2}\{(nP+S)\phi'(F)-\phi(F)\}$$

であるから、$(nP+S)\phi'(F)$ が $\phi(F)$ より小であるかどうかによって、危險性が減少することもあり、增大することもある。

次に、F を一定にした場合に B を增大させる（S を減少させる）と、危險の度合にどのような影響を及ぼすか。(2)式の S に $(F-B)$ を代入し、B について偏微分すると、次式が得られる。

$$(3a)\quad \frac{\partial\sigma}{\partial B}=\frac{\alpha nP}{(nP+F-B)^2}\phi(F)$$

$\phi(F)$ は必ず正であるから、次の歸結が導かれる。——F を一定とすれば、B が大なるほど（すなわち S が小なるほど）危險性 σ は大となる。[7] ——これも「危險遞增」の一つの場合だと考えてもよいであろう。

(二) B および S の變化の π に及ぼす影響

先の(1)式から $\partial\pi/\partial B$ を導けば、

$$(4a)\quad \frac{\partial\pi}{\partial B}=\frac{\alpha n}{n+\dfrac{S}{P}}\{\rho(F)-r\}$$

すなわち、S を一定とすれば、限界「粗收益」率 $\rho(F)$ が利子率 r より大なる場合には B を大にするほど π も大となり、逆の場合には B が大なるほど π は小となる。

同樣にして $\partial\pi/\partial S$ を導けば、

$$(5a)\quad \frac{\partial\pi}{\partial S}=\frac{\alpha nP}{nP+S}\left\{\rho(F)-\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+S}\right\}$$

すなわち、B を一定とすれば、限界「粗收益」率 $\rho(F)$ が expected-earnings/price ratio——普通株（現存普通株のみならず新規發行分も含めた）一株當りの稅込純收益 $(Z_0+Y(F)-Br)/(n+S/P)$ の株價 P に對する比率[8]——よりも大なる場合には S が大なるほど π も大となり、逆の場名には S が大なるほど π はより小となる。

それでは、F を一定とした場合に B を增大させる（S を減少

させる）と、πにどのような影響を與えるか。(1)式の$\mathfrak{S}$に（$F-B$）を代入して、Bについて偏微分すると、

$$\frac{\partial\pi}{\partial B}=\frac{\alpha nP}{nP+F-B}\left[\frac{Z_0+Y(F)-Br}{nP+F-B}-r\right] \tag{6a}$$

すなわち、Fを一定とすれば、expected-earnings/price ratioが利子率よりも大なる場合にはBが大なるほど（Sが小なるほど）πは大となり、逆の場合にはBが大なるほどπは小となる。[9]

（三）　株價Pの變化がFの最適値に及ぼす影響[10]

新資本の純調達額Fの最適値は(10)式によって與えられるのであるから、普通株の價格Pの變化がFの最適値に及ぼす影響をみるには、(10)式をPについて微分し、dF/dPを求めればよい。その結果は、

$$\frac{dF}{dP}=\frac{-nr\phi'(F)}{\rho'(F)\phi(F)-[Z_0+Y(F)-(nP+F)r]\phi''(F)} \tag{7a}$$

先にも述べたように$\phi'(F)$は一般に正と考えられるから、この式の分子は負であろう。また分母は、「市場機會」直線の傾斜に關する二次の極大化條件[11]がみたされているならば、負の値をとる。ゆえにdF/dPは一般に正であろう――すなわち、株價Pが高いほど、Fの最適値はより大となるであろう。

（6）　自己資本を一定とすれば、企業活動に投下される資本額が大となるほど危險は增大する、というのがカレツキのいう「危險遞增」である。――M. Kalecki, *Theory of Economic Dynamics*, George Allen & Unwin, 1954, p. 92.

（7）　これは次のことを意味する。――縦軸にπ、横軸にσをとって圖示された一の「市場機會」直線上、縦軸により近い點ほどSのより大なる値（Bのより小なる値）に照應する。

（8）　これは、earnings が經營者の豫想値であり、新たに發行さるべき普通株をも計算に入れた收益である點、およびPが發行手取金（發行價格マイナス發行費用）である點において、ふつうにいう price-earnings ratio の逆數とは異なる。

（9）　expected-earnings/price ratio が利子率よりも大であるという條件は、これを變形すれば、$Z_0+Y(F)-(nP+F)r>0$ ということになる。これは「市場機會」直線の傾斜が正であるための條件にほかならない。

$F=0$ の「市場機會」直線の傾斜――$(Z_0-nPr)/\phi(0)$――は一般に正であろう。なぜなら現在の資本額に應ずる expected-earnings/price ratio (Z_0/nP) は、通常の場合には利子率より大であるから。（投機ブームの熱狂的段階ではその例外が起りうる。）最善の「市場機會」直線の傾斜も一般に正であろう。なぜならそれは、$F=0$ の直線の傾斜に等しいか、またはそれより大であるから。

（10）　これはモジリアーニ、ジーマンの兩氏により明確に述べられている點である。――*op. cit.*, p. 307.

（11）　前記註（4）參照。これは(10)式（一次の極大化條件）とあいまって、(7a)式の分母が負となるための條件を構成する。

四

上述の理論的假説について、いくつかの問題點をあげることができるが、ここでは、最も重要と思われる次の二點を指摘するにとどめよう。

（一） 株價と利子率にかんする假定

普通株の價格Pは一定と假定さるべきでなく、新發行の株數（以下sで表わす）がある點をこえて增大すれば、sが大なるほどPはより小になると考えるべきであろう。すなわち、$P=P(s)$——ただし$P'(s)\leqq 0$——であり、したがって$S=sP(s)$という意味において$S=S(s)$であると考えるべきであろう。

同様に、利子率rも一定と假定されるべきではなく、Bがある點をこえて增大すればBが大なるほどrもより大になる、そしてまた、B/Sが大なるほどrもより大になる、と考えるべきであろう(12)。（ただし、簡單のため以下においては$r=r(B)$——$r'(B)\geqq 0$——として處理することにする。）

以上の點を修正すると、先の(1)ないし(3)式に代って、

(1b) $\pi=\dfrac{\alpha n}{n+s}[Z_0+Y(F)-Br(B)]$

(2b) $\sigma=\dfrac{\alpha n}{n+s}\phi(F)$

(3b) $F=S(s)+B$

が導かれ、(4)式の效用函數uを極大化する條件は、

(5b) $u_1-\lambda=0$

(6b) $u_2-\mu=0$

(7b) $\lambda[\rho(F)-\{r(B)+Br'(B)\}]+\mu\phi'(F)=0$

(8b) $\lambda[(n+s)\rho(F)S'(s)-\{Z_0+Y(F)-Br(B)\}]$
$\qquad+\mu[(n+s)\phi'(F)S'(s)-\phi(F)]=0$

となる。(5b)ないし(8b)式をまとめると、次の二式に歸着する（先の(9)(10)式の代替物）。

(9b) $-\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{Z_0+Y(F)-Br(B)-(n+s)S'(s)\{r(B)+Br'(B)\}}{\phi(F)}$

(10b) $\dfrac{Z_0+Y(F)-Br(B)-(n+s)S'(s)\{r(B)+Br'(B)\}}{\phi(F)}$
$\qquad=\dfrac{\rho(F)-\{r(B)+Br'(B)\}}{\phi'(F)}$

これをみれば明らかなように、Fの最適値が效用函數から獨立に決定されるという單純な關係は、ここでは失われる。

（二） 社內留保の問題が考慮外におかれていること（この點の追求は別の機會に讓る）(13)。

(12) たとえば、Friedrich and Vera Lutz, *The Theory of Investment of the Firm*, Princeton Univ. Press, 1951, p. 204 參照。

(13) *Ibid.*, pp. 202, 203 參照。

——一九五八・七・一七——

（小樽商科大學助教授）