

Introduction to Operations Research

C. West churchman, Russell L. Ackoff,
and E. Leonard Arnoff
(New York: John Wiley, 1957. pp. X+645.)

宮川 公 男

第二次大戦中、英國および米國において軍事作戦の科學的研究として發展したオペレーションズ・リサーチ(以下ORと略す)は、戦後その平和的利用が考えられるようになってから、特に企業における應用において多くの實際家や學者の關心を集めてゐる。わが國においても最近その普及は目覺ましいものがあり、英米にならって雜誌が發行され、學會が結成されるに至

っている。

けれども、ORについてのまとまった書物は、わが國においては勿論諸外國においても、まだ多くは出版されていない。その理由の一つとして、ORの性格上、OR全般にわたる書物を一人の手によって書上げることが不可能に近いということが考えられる。これにたいして、何人かの共著によるORの書物も、ORの性格論、歴史、技法、事例などの羅列に終る可能性が少なくない。これまでにORという名を出した書物には、P. M. Morse と G. E. Kimball の共著 *Methods of Operations Research*、MITで一九五三年夏に開催されたORコースの講義録 *Notes from M. I. T. Summer Course on Operations Research*、Johns Hopkins 大學での一九五二年春のORセミナーを機縁にまとめられた J. F. McCloskey と F. N. T. Trefethen の共編になる *Operations Research for Management* などがあるが、いずれもORについての体系的書物としてはかなり不満足なものである。

これらにたいして、ここに紹介しようとする標記の書物は、ORの体系化に多くの努力を拂った最初の書物といってもよいであろう。これは表向きは三人の著者によるものとなっているが、Case Institute of Technology で一九五二年以來毎年開催されている「OR短期コース」の講義が母體であり、著者の背後には多くの貢献者、協力者がいるのであって、三人の著者は最初の材料から一貫した体系的なORのテキストを作り上げることに努力しているのである。

本書は十部二十二章よりなっているが、体系的には次の五つの部分に分けることができる。

- (一) 第一部 序論。ここではORの一般的性格、特徴が述べられる。
- (二) 第二部 問題。組織の分析から始まって、問題の定式化、目的の評価まで、ORの第一段階の問題設定について説明される。
- (三) 第三部から第八部まで。モデルの構成および解についての概説(第三部)と、いろいろなモデルについての解説が假設例や實際例を混えて行われる(第四部から第八部まで)。
- (四) 第九部 モデルの検証と解の制御および実施。ここではモデルの検証のために用いられるデータ、条件の差異や變化にたいするモデルの解の適應、解を實施に移す場合の解釋の問題が論じられる。
- (五) 第十部、OR活動の實施。OR活動のための人選、訓練および組織について論じられている。

二

(一) ORの一般的性格および特徴

最も一般的な意味でのORは、「體系のオペレーションに関する問題にたいして、科學的方法 methods、技法 techniques、および用具 tools を適用して、オペレーションを擔當する人々

に問題にたいする最適解を與えるもの」と解することができる。そしてORの特徴は、體系全體的な立場からの問題接近にあり、いろいろな科学の協同による interdisciplinary チーム・アプローチにあることが強調されねばならない。

經營の發展、生産の機械化、大量化にともなう經營機能の分化とオペレーションの分化の結果、本来經營組織全體的的目的のために必要である各部門がそれぞれ独自の目的を持つようになる。これらの目的は必ずしも和合的なものとは限らない。むしろ相互に對する場合がしばしばある。例として在庫政策を考えてみよう。生産部は生産費を最小にしようとして、安定した大量生産を望むであろう。しかしそれでは時に過大な在庫を抱え込むことになる。販賣部はいろいろな種類の生産物について注文に直ちに應じようとする態勢を要求し、したがってあらゆる生産物について大きな在庫を要求する。財務部は資金節約のため在庫を最小にしようとし、彈力的生産を求めめるであろう。人事部は安定した雇用および労働の状態を確保するために、需要の軟調のときにも在庫のための生産を望むであろう。そこで經營全體として最良の在庫政策はどんなものであろうか。これが經營政策執行部の問題である。このような問題の特色は(イ)全體としての組織の有效性の問題を含み、(ロ)組織の機能的單位間の利害の對立を含んでいることにある。組織全體として最良の決定は最適な optimum 決定と呼ばれ、組織の一つまたは二つ以上の部分の機能に關して最良の決定は部分最適な suboptimum 決定と呼ばれる。ORは全組織のできるだ

け大きな部分に關して最良の決定を見出そうとするものであり、いいかえればできるだけ最適決定に近づこうとするのである。ここに體系接近 systems approach とか體系分析 systems analysis という言葉で表わされるORの一大特徴がある。

ORのもう一つの特徴であるチーム・アプローチは、問題の解決に役立ちうるあらゆる科学的知識を一人の頭腦で保持することは到底不可能であるが、チームの頭腦でならば可能であろう、という考えによるものである。科学者が新しい型の問題に直面したとき、彼は問題の本質を抽象して、特に彼の専門分野において同じような構造の問題に逢着したことがあったかどうかを考える。もしもあったとすれば、彼がそのとき用いた解決方法が當面の問題に適用しうるかどうかを検討するであろう。このような努力から思いがけない問題處理の方法がもたらされることになる。異なった分野からの科学者が集團となつてこのようなことを試みるとすれば、問題にたいする接近法のプールは増大する。混合チームはオペレーションの検討角度の數を増加させるのである。

次にOR實施の手續きを一般的に書けば次のようになる。

- (1) 問題を定式化する。
- (2) 研究の對象たる體系を表わす數學的モデルを構成する。
- (3) モデルから解を導出する。
- (4) モデルとその解を検證する。
- (5) 解にたいする制御を確立する。

(6) 解を實際に機能させる(實施)。
本書の敘述はこのような手續きに對應した順序でなされているのである。

第一部の第二章と第三章とは、前述のようなORの基本的特徴についての理解を容易にするための事例の紹介である。第二章では、ある機械器具生産會社のOR活動の例から、生産プロセス間の相互關係と、それが政策執行部の問題解決にたいして持っている意義が強調されている。第三章では、ORの新しい要素としてのチーム・アプローチがいかに有効であるかが、検査作業における能率改善という問題における視力測定研究者、心理學者、経営工學兼統計學者の三人から成るORチームの多角的活動の實例により示されている。

(二) 問題の設定

経営からORチームにたいしてなされる問題提起は診斷よりも症狀の訴えになりがちである。正確な診斷を下すのはORチームの役目である。このような診斷を下すためには組織の仕組みやコントロール系統についての深い知識が必要である。そこでORチームは、會社内の人間をメンバーに含んでいるいかににかかわらず、通常先ず組織の分析から出發しなければならぬ。

組織の分析と題する第四章では組織を分析するのに有用ないくつかの概念的用具と手順とが考察される。第一にサイバネティックスの立場から、単純な變換單位、分類單位、単純な目標

保持單位、フィード・バックのある分類單位、自動的目標變化單位、反射的目標變化單位など、通信モデル communication model)の構成單位とモデルについての理論的議論がなされる。次に實際に通信モデルをどのように構成するか、具體的には通信モデル・ダイアグラムをどのように作るかが論じられる。第三にこの通信ダイアグラムの使い方として、問題に關係のある組織部分の確認や組織内の通信問題自體の研究などがあげられている。最後にある重エンジン生産會社における組織分析の例が示されている。

第五章は問題の定式化を扱う。問題の四つの要素として、決定を行う人、目的、體系ないしは環境、交代のアクションを先ず確認しなければならぬ。そして問題を經營の問題からORの問題として定式化するためには、目的や交代のアクションを整理すること、有効性の測度を考えること、目的を評價すること、最良の決定を有効性函數の値から決定することなどが考えられなければならない。

目的の重みづけ、すなわち評價の一方法が第六章で説明されている。目的の實現にたいしてその重要性の測度 V_j (非負の實數)を考え、 V の間に相等、不等關係を定義し、かつ加法性の假定をおいた場合の方法が解説されている。

(三) モデル

モデルとは何であるか。どのような型のモデルがあるか。どのようにモデルを組み立てたらよいか。問題を解くのにモデル

をどのように用いるか。これらの問題を論ずるのが第三部（第七章）の課題である。

科學的モデルとはわれわれが研究しようとする對象の一つの表現であつて、體系の豫測と制御のために用いられるものである。そしてモデルには模倣モデル、相似モデル、記號モデルの三つが考えられる。模倣モデルは、體系のある面を繪畫的、彫刻的に表わすもので、寫真とか模型飛行機のようなものがそれである。相似モデルは、研究對象たる體系の持つ一組の性質を表わすのに、他の一組の性質を用いるもので、地質構造を表わすのに異なる色を用いたものとか、電線中の電氣の流れを表わすのにパイプ中の水の流れを用いるといったたぐいがそれである。記號モデルは、體系の構成要素やその間の關係が數學的ないし論理的記號で與えられるものであり、三つのうちで最も一般的かつ抽象的なものである。そして本書で中心的に取扱われるのは記號モデルである。

ORにおける記號モデルの役割は簡單には次の如くである。Eで有効性の測度を、 X_i で經營決定によりコントロールできる體系要因（變數）を、 Y_j でコントロールできない要因を表わすとき、

$$E = f(X_i, Y_j)$$

のような形の二つまたは二つ以上の方程式をつくる。このようなモデルから解を求めるとは、有効性の測度が最大となるようなコントロール變數 X_i の値を決定することにある。

體系の要因の列挙、問題との關連性の検討、記號の代入など

の手順をへてモデルが構成された後には、それを解く段階となるが、解法には解析的解法、數値解法、モンテ・カルロ法があげられる。モンテ・カルロ法は確率概念を含む問題には特に有用であつて、その核心は、對象の確率的性質を決定するための模倣實驗にある。これら三つの方法を適當に組み合せて用いれば、しばしば一つの方法のみでは不可能であるような問題も解けることになる。

第四部以下の五つの部で五つのモデルが解説される。各々の場合において、體系の少くとも二つの相反する面を釣合わせるという共通の特徴があることを注意すべきである。

第四部はOR的研究が最も多くなされているインヴェントリ・モデルを取り扱う。インヴェントリの問題の一般の特徴は次のような點にある。インヴェントリが増大するにつれてその保持費用は増加するが、注文に應ずることができないことによる費用（これを不足費用と呼んでおく）は減少する。そこで保持費用と不足費用との和を最小にするようなインヴェントリの水準を見出すのが問題の一面である。生産會社の場合には、インヴェントリの費用と生産費とは多くの場合獨立ではないから二つが合せて考えられるべきであり、販賣會社の場合には、數量割引の存在を考慮しなければならないことが多いであろう。最も大きな問題は需要であるが、それは一定とされたり確率變數と考えられたりする。

第八章では基本的初歩的な六種のモデルについてモデルの構成と解法とが例とともに説明されている。第九章は單位生産費

用ないしは単位購入費用が變化する場合のインヴェントリの問題であり、特に購入價格に數量割引がある場合を解説したものである。數量に應ずる購入價格の變化が一段である場合、二段である場合、三段以上である場合が論じられる。第十章では生産能力、倉庫設備、時間、資金などに制限がある場合のインヴェントリ・モデルが考えられる。ここでは制約條件が一つの場合と二つの場合の例があげられている。このモデルは計畫のみならず配分の問題をも含むものとして次の第五部への橋渡しともなっている。なお以上の三つの章で取扱われているインヴェントリ・モデルは靜的なもので、動的問題への接近法は本書では説明されていない。

第五部は配分モデルの説明である。このモデルは、(イ)なされるべき活動がいくつもあり、それらの活動を行ういくつかの交代的方法があつて、(ロ)資源ないしは設備能力が各々の活動をそれぞれ最も効果的に行う程十分ではない、という場合の問題に關するものである。そこで問題は全體としての効果を最大にするように活動と資源とを結合することであり、そしてそのための手法は、線型計畫法や、それに關連した活動分析、數學的計畫法などの手法である。

線型計畫法の概説は第十一章でなされる。線型計畫法は、いくつかの制約條件に従う多くの變數の相互作用に關連した最適化問題を解く方法であつて、利潤、費用などの最適化さるべき目標が一次函數で表わされ、目標達成にたいする制約條件が一群の一次等式または不等式で表わされる場合に適用される。一

つの特殊な場合の解法としての輸送解法、一般的解法としてのシンプレックス法の手順が證明なしに説明されている。

第十二章で取扱われる割當ての問題も線型計畫の一つの特別な場合であつて、所要の各々の活動がただ一種の資源ないしは設備を獨占的に使用するような場合に關するものである。

第十三章では、抗生物質の生産、鋼鐵の生産の際に生ずる配分問題の例が示されている。

第六部は待ち時間のモデルを論じる。待ち時間の問題は、サーヴィスを求めるものまたはサーヴィスを提供するもののいずれかが無爲に時を過す場合におこる。待ち時間の問題の二つの類型が第十四章および第十六章で解説される。

待ち行列ができるのは、(イ)サーヴィスを提供する設備、人が十分でないか、(ロ)サーヴィスへの需要が少な過ぎる状態からである。そこでお客の待ち時間に附隨する費用と、設備の遊休時間に附隨する費用との間のある最適のバランスを得ることが望まれる。第十四章では、お客の到着、サーヴィスの供與にいろいろな假定をおいたときの、行列の長さ、待ち時間などの期待値がどうなるかを解説し、百貨店の配達問題のモンテ・カルロ法による解決例、航空機産業における行列待ち理論の應用例が示される。

第十六章では待ち時間問題の第二の型のものが取りあげられている。これは順序づけのモデルといわれるもので、サーヴィスを求める單位がサーヴィスを受ける順序を問題にしようとするものである。この分野の研究は現在まであまり進んでいない

が、生産部門での應用は廣い。

第十五章はニューヨークの港湾局の料金徴收事務のORを紹介したもので、米國OR學會の機關誌に發表された論文の轉載されたものである。これは待ち行列理論を含む研究としては古典的なものとされている。

第七部(第十七章)は置換モデルを取扱う。これはOR以外でもいわゆるMAPI方式などいろいろと研究されており、文献も多い。

置換の理論は、置換費用の豫測と、最も經濟的な置換政策の決定に關する理論である。ここではいろいろな置換政策を比較する方法が説明される。徐々に磨耗し能率の落ちるものと、一時に駄目になるものとの二つの場合について、費用極小化に關連する費用關係式の導出、壽命の確率分布にもとづく費用の豫測の方法などが述べられている。

第八部で論じられているのは競争モデルである。これまでのモデルは組織の内部での利害の對立を取扱ったものであるが、このモデルは組織にとって外部的な對立を考える。一方の決定の有効性が他方の決定に依存することからこの必要が生じるのである。ここでは二つの型の問題が論じられる。

第十八章はゲームの理論の入門である。ゲームの理論は實際に應用された例が少ないが、根柢にある論理や概念化はORにおいて大きな意義を持っている。ここでは零和二人ゲーム、零和n人ゲーム、零和制約なしのゲームなどについて基本的事項が解説されている。

第十九章は入札モデルの解説である。競争入札には二つの種類がある。一つは制限入札で、二人またはそれ以上の入札者が大抵はただ一回、それぞれ獨立に入札するもの、他の一つは公開入札すなわち競賣である。ここでは、二つの項目に二人の入札者の場合の競賣および制限入札、入札者が多數でその數が正確に分らない場合の制限入札のモデルが説明されている。

(四) 檢證、制御および實施

經驗科學における研究の手順は經驗(データ)とモデル(理論)とのダイナミックな相互作用の過程であり、ORもその例外ではない。

第九部第二十章はモデルをテストするためのデータ蒐集について論じる。データ蒐集と利用は次のような手順から成り立つ。定義(測定を含む)、サンプリング(實驗計畫を含む)、データの加工整理、テストのための利用、必要ならばデータ蒐集IIデザインのやり直し。ORにおいてモデルを經驗的にテストすることはモデルを構成することに劣らず重要であることが強調される。

ORは多くの場合くり返し起る經營決定を取り扱う。この場合一度得られた解がくり返して用いられることになるが、本来その解は體系の一定の構造の下で得られたものである。しかし構造は變化するものであり、變數間の關係やそれを規定するパラメーターの値が解の有效性を損なっていることはないかどうか絶えず檢討されなければならない。すなわち解がコントロール

ールされなければならぬ。

解が導出されテストされた後には、それを實施に移す段階が来る。ここでは(イ)誰が何をなすべきか、(ロ)何時なすべきか、(ハ)それをするにはどんな情報および設備能力が必要かを知らなければならぬし、多くの場合解の華麗さや精密性は少しは損なっても迅速な實施に移らなければならぬ。以上のような解のコントロールと實施の手續きとを述べたのが第二十一章である。

(五) OR活動の實施

OR機關を持つとする組織は次の三つの實施上の問題にぶつかる。(1)組織の内部または外部からの人選、(2)選ばれた人の訓練、(3)チームおよびその仕事を組織化すること。これらの問題が第十部第二十二章で取りあげられている。

ORチームには、組織の全體的オペレーションに精通した人とよく訓練され経験を積んだ科學者ないしは技術者とが必要である。theory-orientedな人とdata-orientedな人との組合わせも必要である。チームの人々は異なる科學的用具をもって互いに補充し合い、各々の力の單なる合計よりも大きな力を發揮できるように人選され組織されねばならない。しかもかれらは各々自分の専門分野の仕事を素人にも分るように解説する能力を持っていなければならない。選ばれた人たちは社内または社外で適當な訓練を受け、組織されたORチームは、社内での位置、責任、報告義務などについて明確にされていなければならない。

らない。

三

多くの章がともと著者以外の人たちの仕事であるにもかかわらず、ORの體系的なテキストを作ろうとする著者たちの試みは成功しているようである。各部各章は全體のなかに明確に位置づけられ、特にモデルを取扱った部分が技法の陳列に墮することなく、常にORの基本的な考え方に結びつけて技法を解説するという態度を貫いているから、讀者はOR的な考え方も自然に體得することであろう。ともすれば技法解説中心になり勝ちな類書に比較して、モデルを取扱った部分の前後の諸章は特徴的なものを多く含み、またモデルの解説にしても、ORのなかでのモデル一般および各モデルの占める地位を明らかにしようという努力がなされているのは貴重なことである。たゞ慾をいえばモデルの構成と檢證との間のダイナミックな交渉を例示的に詳説した章が欲しいが、これは讀者自身のORの實踐に俟つということであろうか。

一方、本書がORで用いられる技法の單なる紹介を目的としたものではないとはいへ、モデルを取扱った各部が若干難易の程度の差はあっても、それぞれの技法のすぐれた入門的解説となつてゐる。公式や定理で證明なしで與えられているものも多いが、讀者は、各章末の参考文献リストを頼りにそれを補い、また更に進んだ勉強をすることができるであろう。

本稿の限られた紙數の大部分は本書の内容の紹介に費やされ

てしまったが、それでもなお六百五十頁もの大冊の全容を伝えるには不足である。ともあれ、ORがますます隆盛に向かわんとしている現在、ORの、一つの科学としての獨立性（これは必ずしも一般的に認められてはいないであろうが）を強く主張している著者たちは、まことによい入門書を世におくったといふべきであろう。

（一橋大學大學院學生）