

書評

モリス著『オペレーション・リサーチ
キンボール』

チの方法』

P. M. Morse, G. E. Kimball: Methods of Operations. Research published jointly by The Technological press of Massachusetts Institute of Technology and John Wiley & Sons, I. N. C. New York Chapman & Hall, L. T. D. London 1950. 158 p.

片岡 信二

第一、次世界大戦が自然科学及び工学に與えた影響は、その具體的な形として、原子爆弾とかレーダー乃至は新しい航空機(ジェット機)に現われているが、形而上的影響も見逃し得ないものがある。即ちそれは自然科学の分野の再編成であり、科學的方法という共通の地盤の上に立つ各分野の協同作業が見事に行われたという事である。所謂境界の問題というものが、ややもすれば白眼視されるのが常であるにも拘らず、これが戦争という怪物によつて、遂行されたということは、誠に皮肉なことである。原子爆弾は原子核物理學者と化學者及び工學者を結

びつけ、電子計算機は電氣工學者と數學者、又或る時は生理學者乃至は心理學者をも共同研究に糾合せしめた。その間の事情については、既にヴィーナーがその著書「サイバネティクス」に具體的な例と、これらの底流をなす科學思想について述べている。

此處に揚げた一見奇妙な表題の著書は、第二次大戦中、アメリカ海軍のオペレーション・リサーチ・グループ(Operations Research Group 以下O・R・グループと呼ぶ)の一員として屬していた、マサチューセツ工業大學物理學教授P・M・モリスと、ロンドンヤ大學化學教授G・E・キンボールが戦時中グループの行つた記録を集め、更に、イギリス海軍のO・R・研究室のの仕事をも加えて編集したものである。著者はその序文に於て、「戦時中O・Rの範圍・方法並びにその成果は、その貴重な經驗と基盤を逸しなれば、單に軍事目的だけに止らず、平和時の重要問題にも適用されるものと信ずる。」と述べているが、O・Rの思考方法に於て經濟學的方法に相通する所があるのではないかと考えられ、紹介する次第である。

全章は八つの章からなり、第一章及び第八章に於てはO・Rの定義及び概念を規定し、O・Rグループの作戰執行部(operative department)との機構上の關係及び構成人員の性格等について述べてある。他の第二章より第七までは作戰研究の具體的問題について詳述してあるが以下各節は筆者が適當に表題をつけたものである。

一 O・R・の定義と概念

オペレーション・リサーチとは何かという間に對して次の如き定義が與えられている。

「O・R・とは執行部に、その管轄下にある作戦の法定に對して、計量的な基礎を與える一つの科學的方法をいう。」

理解を助けるために、簡単な例を二つ上げる。こゝに示す例は簡単なものではあるが、O・R・というものの本質を最もよく表現していると思はれる。

例一 野戦の食事場で食後、各自の食器を洗う場合に、四つの桶があり、二つは洗うのに、他の二つは漕ぐのに用いられていた。その時兵士の列は洗う方に長く、待つ時間があつた。O・R・作業員(O・R・Worker)は洗う時間は漕ぐ時間の三倍を要することに注意し、桶の数を洗う方に三つ、漕ぐ方に一つと變えることを提案した。これを實行すると、待つ兵士の列は減つただけでなく、ある時はまつたく列は見られなかつた。

例二 或る交通量を持つ道路がある。この道路の幅を増した場合どれだけの交通量を増すことが出来るであろうかというオペレーションがある。交通量は道路の幅の函數であると共に他の要因、例えば、その道路の地理的位置等にも依存するから、他の地點にある幅の広い道路の交通量とは直ちに比較することは出来ない。そこでO・R・作業員は、その道路を人為的に狭めることによつて交通量の減少を測定し、これを外挿(extrapolation)

することによつて、擴張した時の交通量を推定した。

以上の例によつてこゝにいうオペレーションとは狹義の作戦というもののみに止まらないことが理解される。

扱て、又元の定義にもどると、第一にO・R・は科學的方法であるということであり、O・R・グループは科學的方法を用いて一つのオペレーションを解析する組織化されたグループをいうのである。勿論以前にも軍首脳部は時に應じてその技術の幾つかを用いていたし、『能率専門家』もいくつかの方法を創案した。しかし『科學的方法』という言葉はある方法論を斷片的に適用したり、時々用いたりする。上のものを意味しており、更に組織化された活動である。又O・R・とはすべての科學的技術を利用する應用科學の一つであるとも云える。即ち數學を道具として用いるけれども、決して數學の一分野ではない、又色々の新しい裝備の發見に手を貸すことがあるが工學の一部門でもない。我々がO・R・を科學と呼ぶのは、それが常に計量的であるという點にある。

二 O・R・の價值

一般に自然科學における理論乃至方法は、それがいかに、より良く現象を定量的に記述し、説明しているかによつて可否は法定されるもので、O・R・とてもその例外ではない。こゝにより良くという言葉は科學における理論、方法の漸進性を示し、初めから現象を完全にあらゆる細部まで定量する理論が出現す

ることは殆んどあり得ないことである。従つてO・R・の價値もそれによつて扱われた例について考察することにより決められるべきものである。此處では單にJ・E・キング提督が一九四五年十二月八日の報告書中で、O・R・について言及している言葉を引用するに止めて置く。

「近代戦に於る方法及び手段の複雑化のために、吾々は各段階に於て彼等の措置及び對應措置の正確な分析を必要とするようになった。例えば、ドイツのUボートは、吾々が對潜水艦哨戒攻撃機にレーダーを使用しはじめると、その作戦並びに裝備を改めた。すると吾々もこの變化に對處して作戦並びにレーダー裝備を變更した。この作戦及び技術の彼等のシーソーゲームでは、相手が新しい作戦及び兵器を完成する前に急速に對應策を立てた方が決定的に有理である。O・R・は科學者に措置(measure)及び對應措置(antimeasure)の間の變化の技術的な意味を分析させることであり、緊急な場合に於て吾々の對應速度を増加するのに貢獻があつた。」

三 O・R・の方法とO・R・グループ 組織及び機構

O・R・という新しい科學の研究に於て、現在は現象は複雑な因子によつて起つてゐるにもかゝらず、不幸にも極めて僅かの數字のデータしか得られないのが普通である。故に問題は物理學の問題よりは、生物學や經濟學の問題に近いようであ

る。しかしO・R・は他のいずれの科學とも同じく、他の科學の技術的な方法を細部に到るまで模倣しその奴隷となるべきではない。O・R・の一般的方法は例によつて、先ず過去のそのオペレーションに關するデータを集め、適當に選んだパラメーターについて統計的な處置をする。このパラメーターを選ぶに當り最も強く結果に影響するパラメーターは何かということが考察される。この段階がO・R・作業員のオリヂナリティーを最も必要とする所で、科學者であれば誰でもその任に堪えられるというわけではない。そのパラメーター發見のために適當な實驗をする場合もあり得るが、前に上げた例二、はそれと見做することも出来る。かくて、そのオペレーションの研究が完全ならば、結果としてはそのオペレーションの要素、例えば、作戦に加わる人員、その構成及び裝備等についての改善の方法を示すであらう。

何て、O・R・作業員は科學の特定部門の専門家である必要のないことは以上の説明により理解出来ることであるが、彼が何學者であらうと、科學的研究の經驗と研究能力の精髓をなす所の二つのもの、即ち新しい事象に對する impersonal な好奇心と、オリヂナリティーである。一般に科學者(特に物理學及び生理學とその隣接科學を研究する學者)は、たとえそれが複雑なものであつても、常に計量的な基礎の上に事物を考察する習慣があり、このことが研究者をして問題の所在を發見させるのである。最後に機構の問題に關連して、作戦の決定機關であ

る執行部とO・R・グループの相互理解というきわめてpersonalな問題も、O・R・を完全に遂行するには缺くべからざる条件である。科学者は常に懐疑的であり、獨斷的な決定に従えないことがしばしばあるし、執行部は多少獨斷的なものが入つていても必ず決定を下さねばならない。この兩者の密接な結合こそO・R・を死物化するか、有用な科學として生かすかの最も重要な因子と考えられる。

O・R・を平和目的に利用しようとする時は更に多くの困難が豫想されるが、O・R・を價值あるものにする爲には、幾度も困難なオペレーションの實際にぶつかつて、日々要求にたたかれ、試されなければならない、さもなければそれは哲學であるかも知れないが、決して科學ではないのである。

四 O・R・の實例

例一 航空機による潜水艦哨海の問題

發見する敵の單位(この場合潜水艦一隻)の期望數が1時間の飛行毎にSであり、その飛行機の最大行動範圍は最大燃料塔戴の下で6時間であるとする。解析の方法を例示するために、この飛行機は發見した各單位を一發の爆彈で攻撃し、各爆彈の重量は燃料の1時間の消費量に等しいとする。(即ち5發の爆彈をもつて飛行機は1時間、2發の爆彈を搭載すれば4時間飛行可能であるとする。)この極めて簡単な例を議論すると實際のより複雑な場合を取扱う時の見透を與える。

M個の爆彈を搭載すれば、各飛行毎の發見の期望數は

$$E = S(6 - M)$$

で、mを發見する確率はポアソン分布

$$p(m, S(6 - m)) = \frac{1}{m!} [S(6 - M)]^m e^{-S(6 - M)}$$

で與えられる。もしmがMより小さければ、m單位はすべて爆撃されるが、mがMより大のときは、M個の單位だけしか爆撃されない。飛行毎に落下させる爆彈の數の平均Bは

$$B = \sum_{m=0}^M m P(m, S(6 - M)) + M \sum_{m=M+1}^{\infty} P(m, S(6 - M)) \\ = M - \sum_{n=0}^M (M - n) P(n, S(6 - M))$$

となる。數値計算によつて、與えられたS(これはそれまでのデータによつて知り得る)に對してBを最大にするようにMを定めることが出来る。その結果は次表で示す。

發見する敵の單位の數	S	2	1	0.6	0.3
M	4	3	3	2	

右の例は確率統計が有能な武器であることを示しているが、その他砲彈の命中の測定から、命中の事前確率の最も確からしい値を自乗檢定法によつて求められているが、ここには紹介を省略する。

例二 測度の決定

如何なる科學においても、ある一つの現象を定量化するに先ず測定 (measure) を定める必要がある。作戦に於る測定をいづくか例を上げて決定する。

(a) 飛行機の搜索率

飛行機の搜索率として次の量を定義する。

$$Q_{op} = \frac{(CA)}{NT} \frac{\text{時}^2}{\text{時}^2}$$

ここに C は接觸數、 A は搜索海面面積、 T は搜索の總時間、 N はその海域にある敵艦船の期待數である。この Q_{op} は現實のオペレーションの條件下に一つの敵の單位を發見する能力を表わして居り、又理論的な搜索率は

$$Q_{oa} = 2R_0 \frac{\text{時}^2}{\text{時}^2}$$

で、ここに R は哩で測つた有效横方向の發見範圍、 ν は搜索體の平均速度を示している。 Q_{op} と Q_{oa} の比はわれわれの利用しうる搜索裝備の用法の効率と、搜索體から逃れる敵の効率の兩者に依存する、例えば搜索體がレーダを裝備した飛行機であり、レーダーの操作が平均して不良であるとすれば、この比は極めて小さくなるであらう。又若し敵が潜水艦で海上に浮上している平均時間が減少すると、レーダー並びに目視による搜索機について、この比は減少する。二つの搜索率を比較することは戦闘の途上における搜索のオペレーションの効果を研究するに極めて有効な手段を與える。

b 交換比

例をUボートとそれによつて沈没した商船にとり、交換比を次の如く定義しよう。

沈没した商船の噸數 / 沈没した護衛艦

統計データの分析の結果、Uボートの數 n 、その中撃沈した數を l 、沈没した商船數 k 、護衛艦艇の數を o とすると大體次の關係のあることがわかつた。

$$k \approx 5 \left(\frac{n}{o} \right), \quad l \approx \left(\frac{nc}{100} \right)$$

$$\text{交換比} = \frac{l}{k} \approx \left(\frac{c^2}{500} \right)$$

このことから、交換比は護衛艦艇の數の自乗に比例する。このことから、 $O \cdot R \cdot \text{作業員}$ は護送船團を大きくした方がよいという結果を得た。

その他交換比は種々の兵器の對艦船效果の比較とか、又飛行機の數が一定のときUボートを海上で攻撃するのと、その基地を攻撃するのとどちらがより効果的であるか等の問題に合理的な測定を與える。尙ここで、損害とか攻撃効果を定量化するためにその損害を完全に修理するに要する日數をもつて表わしているのは面白い。

例三 ランチェスターの式

次に所謂、ランチェスター (Lanchester) の式と呼ばれる戦器兵力に關する式について簡単に説明する。 m 及び n を赤軍、

青軍の兵力、 $P \cdot Q$ は夫々の単位期間中に於る兵力の増加能力としたとき、兩軍兵力の戦闘中の消長は、

$$\frac{dm}{dt} = P - an - cm$$

$$\frac{dn}{dt} = P - bn - dm$$

によつて表わされるといふのがランチェスターの式である。この式は化學反應論にしばしば現われる一階の微分方程式で、初期條件を與へることによつて解かれる。ここでは「最小最大原理」(minimax principle)に關連した部分のみを取り上げることにしよう。兩軍はその全を二つの部分に分けると假定すべし。

$$m = m_1 + m_2, \quad n = n_1 + n_2$$

$$m_1, n_1: \text{戰術兵力}, \quad m_2, n_2: \text{戰略兵力}$$

戰術兵力とは戰、兵力で、戰器兵力とは敵の生産力を減退させるための兵力である。すると

$$\text{赤軍生産力} = P \left(1 - \beta \frac{n_1}{m_1} - \beta \frac{n_2}{m_2} \right)$$

$$\text{青軍生産力} = Q \left(1 - \beta \frac{m_1}{n_1} - \beta \frac{m_2}{n_2} \right)$$

なる粗い近似が成立つ、ランチェスターの式の係数をすべて等しいとして

$$\frac{dm}{dt} - \frac{dn}{dt} = P - Q - \beta \left[P \frac{(n - n_2)^2}{m_1} - Q \frac{(m - m_2)^2}{n_2} \right]$$

$$= L(m_1, n_2)$$

なる $L(m_1, n_2)$ を定義する。青軍司令官はこれをできるだけ小にする如く務め、赤軍司令官は出来るだけ大きくすることく努力する。これは最小最大原理の一例で、これを數式によつて表現すると

$$\frac{\partial L}{\partial m_1} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial n_2} < 0, \quad \frac{\partial L}{\partial m_2} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial n_1} > 0$$

若し青軍司令官が戰術と戰略への兵力の分配をこのように行かないときは、赤軍司令官が戰術と戰器兵力間均衡を適當に調整することによつて、彼の狀況は常に改善しうる。以上の例の外に、適當な近似的考察によつてつくられた微分方程式は大西洋上のUボートの消長についての豫測にも利用され或る程度の成功を収めている。

例四 對應手段と最小最大原理

次に對應手段の具體的事例とそれに關連した最小最大原理について述べる。第二次世界大戰は殆んどあらゆる方面で、手段と對應手段の競争に終始した。ドイツのT-5音響魚雷(發音體、特に艦船スクリーナーの發する音に向つて進む魚雷)に關する最初の情報分析され、速度、施回半徑、感度の範圍、最感度の振動數等が研究された。これに對する對應手段として艦船の後に水中發振器を曳行するという方法がとられ、T-5魚

雷による被害は食いとめられた。これは手段と對應手段との競争としては單純なものであるが、リーダーによる潜水艦の搜索は最も華やかなものであつた。詳細は省略するとして、このような手段と對應手段が繰返えされる場合に問題となるのは、こちらの手段に對して敵の損害が少かつた場合に敵がその對應手段を用いてゐるのか、或いは特殊な幸運にめぐまれた爲かは明確に知り得ない。或る期間は敵が對應手段を用いないで、わが方の手段が效果的であり、それ以外の或る期間では、わが方の手段は敵が對應手段を用いない時でさえ失敗したり、又敵についても同様な事が起る場合がある。又敵がこちらの手段の對應手段を取らない場合は、却つて味方が不利になる場合もある。例えば誘導彈に對して敵が妨害電波を出して居れば對妨害電波装置をつければよいが、もしそれを行つていないとすれば、對妨害電波装置をつけることは百害あつて一利もない。これらの問題はすべてO・R・Rの問題となるのである。

さて、一の問題の統計確率論的取扱ひについて抄録しよう。まず問題を(a)(b)の二つに分けて考察しよう。

(a) 敵の對應手段の有效性及びその用いられる回数等敵の事情についてのインフォメーションが全然ない場合。對妨害電波装置を用いない作戦をa、用いる作戦をbとしよう。aをn回試行し、bをN回試行する一般的な場合を考えて吾々は何をなすべきかを考える。今aの場合nのうちsだけ成功し、bはNのうちSだけ成功したとする。各作戦の成功する確率を

p, P とすると、吾々の行つた結果を得る確率は、

$$f_a(p, P) = f_a \frac{n! N!}{s!(n-s)! S!(N-S)!} p^s (1-p)^{n-s} P^S (1-P)^{N-S} \\ \sim \frac{n^s N^S}{4\pi^2 s^2 (n-s)^2 (N-S)^2} \exp \left[-\frac{n^2}{2s(n-s)} \left(p - \frac{s}{n} \right)^2 \right] \\ - \frac{N^2}{2S(N-S)} \left(P - \frac{S}{N} \right)^2$$

これから、ある與えられたs, Sに對して $p \wedge P$ なる確率如何という問題になるが、これはいくつかの計算の結果

$$\text{解率}(p > P) = F_n \left[\left[\frac{s(n-s)}{n^2} + \frac{S(N-S)}{N^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{s}{n} - \frac{S}{N} \right] \right]$$

$$\text{即ち } F_n(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^s e^{-u^2/2} du$$

である。この確率によつて作戦の態度を決定するが合理的と考えられる。例えば「」の中の値が1より小さいならばaをbの1/10回用い、もし1-1/4と0の間にあるならば、aをbの1/2回用いる等の結論が得られる。

(b) 次に敵の對應手段の効果とか、その用いられる回数とかの情報がある程度わかつてゐる場合を考えよう。今度は兩者ともお互の作戦に関する知識をもつてゐるから、敵がある作戦を取るや否やその對應手段をとると假定する。味方の手段aと敵の手段bが、合つた時の味方への價值(敵への提害)を M とすると一つの利益表が出来る。この場合の取扱ひに

は、かの有名なノイマン・モルゲンシュテルン著「遊戯の理論と経済行動」に詳述してあるから、離散の場合数学的な話はそちらにゆずり、ここでは連続の場合の例について述べよう。

海峡を通る潜水艦を飛行機で哨戒する場合、潜水艦は発見されることを恐れ、哨戒機は発見しようとし、そこに antagonism が生ずることになる。潜水艦の潜行距離を a として海峡の長さ h は a よりも大であると考え、又哨戒機は海峡の長さの方向に垂直に哨戒していると考え次の函数を定義する。

$P(x)$... 地点 x で哨戒している時、潜水艦が浮上していれば発見する確率

$\phi(x)$... x で哨戒している確率

$$\int \phi(x) dx = 1$$

$\phi(x)$... x が潜水艦が潜没している確率

G ... 接觸の確率

$$= \int \phi(x) \phi(x) (1 - \phi(x)) dx$$

この時哨戒機 (A側) は G を出来るだけ大きく、しかも潜水艦 (B側) の作戦とは獨立であるように調整し、B例は G を出来るだけ小さく、しかもその範囲で哨戒の位置とは無関係なることと調整する。計算の途中は省略するが、結果は次の如くである。B例は $\phi(x) < 0$ が最大値をとらぬように、

書 評

$$p(x)(1 - \phi(x)) = H \dots \text{const}$$

$$\therefore \phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{H}{p(x)} & ; p(x) > H \\ 0 & ; p(x) < 0 \end{cases}$$

$$\text{但し } \int \left(1 - \frac{H}{p(x)}\right) dx = a$$

即ち 接觸確率 $G \leq H$

なる ϕ が最良であり、又A側の安全作戦は

$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{h}{p(x)} & ; p(x) < K \\ 0 & ; p(x) < K \end{cases}$$

但し $\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{p(x)} = \frac{1}{h}$, $L = |x_0 - x_1|$ の解として

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{p(x)} = \frac{1}{h}, \quad L = |x_0 - x_1|$$

この時

$$\text{接觸確率} = G \geq K(L - a)$$

は $K = H$ の時最大となる。(證明略)そこで両者にとつての安全作戦はB側にとつては前に得た式であり、B側にとつては

$$\phi(x) = \begin{cases} \frac{H}{(L-a)p(x)} & p(x) > H \\ 0 & p(x) < H \end{cases}$$

この時の兩者の接觸確率は

$$G = H = L(L-a) = \frac{L-a}{\int \frac{da}{p(x)}}$$

で與えられる。

他にも多くの對應手段の例は考えられ、上の如き分析法が役立つであろうが、現在の困難はかゝる問題の一般解をうることである。ノイマンとモルゲンシュテルンの研究は、各問題に解があり、これらの解の一般的性質を示しているが、ある解を得る技術は示していない。各々の例の解を見出すには更に多くの數學的研究が必要である。

五 結語

以上が「オペレーション・リサーチの方法」の概要であるが最後に簡単に筆者の感想を述べることとする。

先ずこの方法の科學思想的背景といつたものを考えてみると、そこに強く近代の匂いを感じる。古典統計學より推測統計學へ古典力學より相對論及び量子力學へ、又解析學から現代抽象數學へ、これらの學問の本質はそれぞれ異なるとしても、推移の原動力となつたものは近代の科學的合理主義(この言葉が適當かどうかはわからぬが)に外ならぬ。又オペレーション・リサーチをサイナーのサイバネティクス(新しい機械論)の具體的な表現と見做すことも出来よう。いずれにしても筆者はこれ

らの出現はまづたく歴史的必然であり單に戰爭という特殊事情がその出現を早めたと考へる。非軍事的なオペレーションを取扱つていないのは本書の書かれた事情によるのであるが、戦後、アメリカO・R・協會が設立されその機關雜誌も出版されてゐるから、次の機會には現在の活動狀況を報告するを願つ。

尚この稿を書くに當り色々御援助をいただいた、杉田教授及び東大物理學教室高橋秀俊助教に謝意を呈する。

文獻

- I Operational Research P. M. S. Blackett Adv. Sci. April, 1948.
- II The Nature and Development of Operations Research C. Kittel Science 105 150 (47)
- III Operations Research S. C. Goodeve Nature 161 377 (48)
- IV Operations Research—A Scientific Basis for Executive Decisions. W. Horvath. The Amer. Statistician 2 No. 56. (48)
- V Theory of Games and Economic Behaviour J. V. Neuman, O. Morgenstern, Princeton Univ. Press. (48)
- VI Delays in the Flow of Air Traffic J. Royal Aeronautical Society, 51. (43)
- VII Statistical Methods in Research and Production O.

R. Davies, Oliver & Boyd Londono (47).

八 The Role of Operations Research in the Navy
Jacinto Steinhart Jr. U. S. Naval Institute Proc. 72
646 (46)

九 Of Men and Machine PH Morse The Technology
Review 49 November (46)

十 その他

アメリカO・R・協會に關紙(日本科學技術連盟にあり)

執筆者紹介

- 藤野正三郎.....一橋大學特別研究生
- 倉林義正.....一橋大學特別研究生
- 地主重美.....小樽商科大學助教
- 片岡信二.....一橋大學助手